

# **Referát z fyzikálního praktika**

Příklady správného a chybného  
zpracování

## Pracovní úkol

1. Určete závislost povrchového napětí  $\sigma$  na objemové koncentraci  $c$  roztoku etylalkoholu ve vodě odtrhací metodou.
2. Sestrojte graf této závislosti.

## Teoretická část

Povrchové napětí  $\sigma$  je veličina vyjadřující velikost síly působící kolmo na jednotkovou délku myšleného řezu povrchem látky. Velikost povrchového napětí můžeme měřit odtrhací metodou, která je založena na vytahování tenkého drátku délky  $l$  z kapaliny a měření síly  $P_0$  potřebné k odtržení drátku od hladiny. Pro povrchové napětí pak podle [1] platí

$$\sigma = \frac{P_0}{2l}. \quad (1)$$

Sílu  $P_0$  měříme pomocí torzních vah, změřením hmotnosti  $m_1$  potřebné k vyvážení drátku ponořeného v kapalině a hmotnosti  $m_2$  potřebné k odtržení drátku. Z těchto hmotností vypočítáme odpovídající síly  $P_1$  a  $P_2$  vynásobením tíhovým zrychlením  $g$ . Pro sílu  $P_0$  pak platí

$$P_0 = P_2 - P_1. \quad (2)$$

Dosazením z (2) do výrazu (1) dostáváme

$$\sigma = \frac{P_2 - P_1}{2l}. \quad (3)$$

Pro přesnější výpočet s korekcí kvůli tloušťce drátku použijeme vztah

$$\sigma = \frac{P_2 - P_1}{2l} - r \left( \sqrt{\frac{(P_2 - P_1)\rho g}{l}} - \frac{P_2 - P_1}{l^2} \right), \quad (4)$$

kde  $\rho$  je hustota kapaliny a  $r$  poloměr drátku a  $g$  tíhové zrychlení. Vztah můžeme dále upravit použitím průměru drátku a hmotností odpovídajícím silám  $P_1$  a  $P_2$

$$\sigma = \frac{(m_2 - m_1)g}{2l} - \frac{d}{2} \left( \sqrt{\frac{(m_2 - m_1)g^2 \rho}{l}} - \frac{(m_2 - m_1)g}{l^2} \right) \quad (5)$$

## Výsledky měření

K výpočtu byla použita tabulková hodnota tíhového zrychlení pro Prahu[2]:

$$g = 9,8107 \text{ ms}^{-2} \quad \checkmark$$

Laboratorní podmínky shrnuje tabulka 1.

Tlak	$p_{atm} = (990,4 \pm 0,1) \text{ hPa}$
Teplota	$t_{atm} = (24,8 \pm 0,1) \text{ }^\circ\text{C}$
Vlhkost vzduchu	$\phi = (36,6 \pm 0,1)\%$

Tabulka 1 - laboratorní podmínky



- pracovní úkol
- citace literatury
- číslování rovnic
- definice veličin



- teorii lze napsat stručněji, některé rovnice (v tomto případě) nejsou třeba k výpočtům



- uvedena použitá konstanta, citace zdroje
- laboratorní podmínky

# Výsledky měření



## Podmínky v laboratoři:

- Tlak  $p = (998,1 \pm 0,1) \text{ hPa}$
- Teplota  $t = (25,2 \pm 0,1) \text{ }^\circ\text{C}$
- Relativní vlhkost  $\phi = (30 \pm 1) \%$

- stručný komentář výsledků
- přehledné tabulky
- výsledek fitace

## Statická metoda

Prodloužení pružin v závislosti na hmotnosti zavěšených závaží shrnuje tabulka 1. V tabulce jsou uvedeny hmotnosti, jimiž byla závaží označena; tyto hodnoty se od hodnot získaných vážením liší pouze pro závaží 50g a 500g, kde bylo naměřeno  $(49,9 \pm 0,1) \text{ g}$ , respektive  $(500,1 \pm 0,1) \text{ g}$ . Ve výpočtech byly použity hodnoty získané převážením.

**Tabulka 1 – prodloužení pružin v závislosti na závaží**

Pružina 1		
m [g]	y [mm]	$y_0$ [mm]
0	595	0
10	571	24
20	546	49
30	523	72
50	474	121

Pružina 2		
m [g]	y [mm]	$y_0$ [mm]
0	563	0
50	553	11
100	541	22
150	530	33
200	519	44
250	509	54
300	498	65
400	476	87
500	455	108

Pružina 3		
m [g]	y [mm]	$y_0$ [mm]
0	518	0
20	508	10
50	492	26
100	466	52
150	439	79
200	414	104
250	388	130
300	363	155



- u všech měřených veličin uvést přesnost měřidla a nejistotu (chybu) měření

Pružina 4		
m [g]	y [mm]	$y_0$ [mm]
0	571	0
10	556	15
20	540	31
30	524	47
50	492	79
70	460	111
100	414	157
150	335	236

Pružina 5		
m [g]	y [mm]	$y_0$ [mm]
0	448	0
100	421	27
200	394	54
300	367	81
400	339	109
500	311	137
600	284	164
700	256	192
800	228	220
900	201	247

$g = (9,810 \pm 0,005) \text{ ms}^{-2}$ , chyba  $g$  je tedy ve srovnání s ostatními řádově menší, a tudíž zanedbatelná.

$$a_1 = (0,2468 \pm 0,0028) \text{ s}^2 \text{ kg}^{-1}$$

$$a_2 = (0,02211 \pm 0,00019) \text{ s}^2 \text{ kg}^{-1}$$

$$a_3 = (0,52947 \pm 0,00042) \text{ s}^2 \text{ kg}^{-1}$$

$$a_4 = (0,16051 \pm 0,00092) \text{ s}^2 \text{ kg}^{-1}$$

$$a_5 = (0,02785 \pm 0,00016) \text{ s}^2 \text{ kg}^{-1}$$

Z koeficientů  $a$  snadno vyjádříme  $k$  i s chybou:

$$k_1 = (4,052 \pm 0,045) \text{ Nm}^{-1}$$

$$k_2 = (45,23 \pm 0,40) \text{ Nm}^{-1}$$

$$k_3 = (18,89 \pm 0,15) \text{ Nm}^{-1}$$

$$k_4 = (6,230 \pm 0,036) \text{ Nm}^{-1}$$

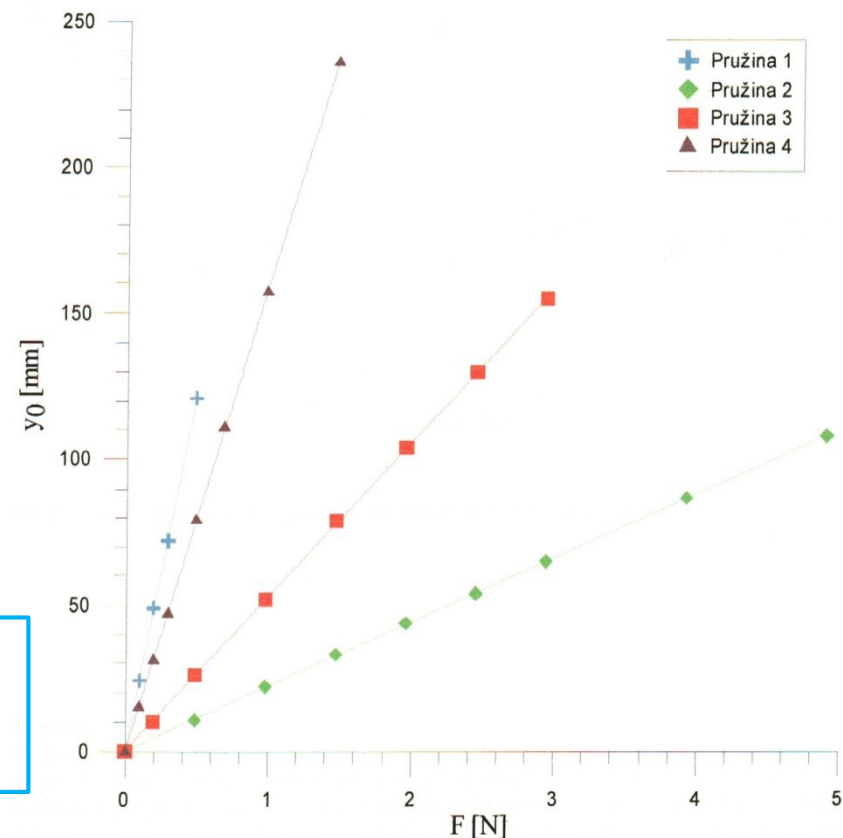
$$k_5 = (35,91 \pm 0,21) \text{ Nm}^{-1}$$

Relativní chyba naměřených tuhostí je asi 1%.



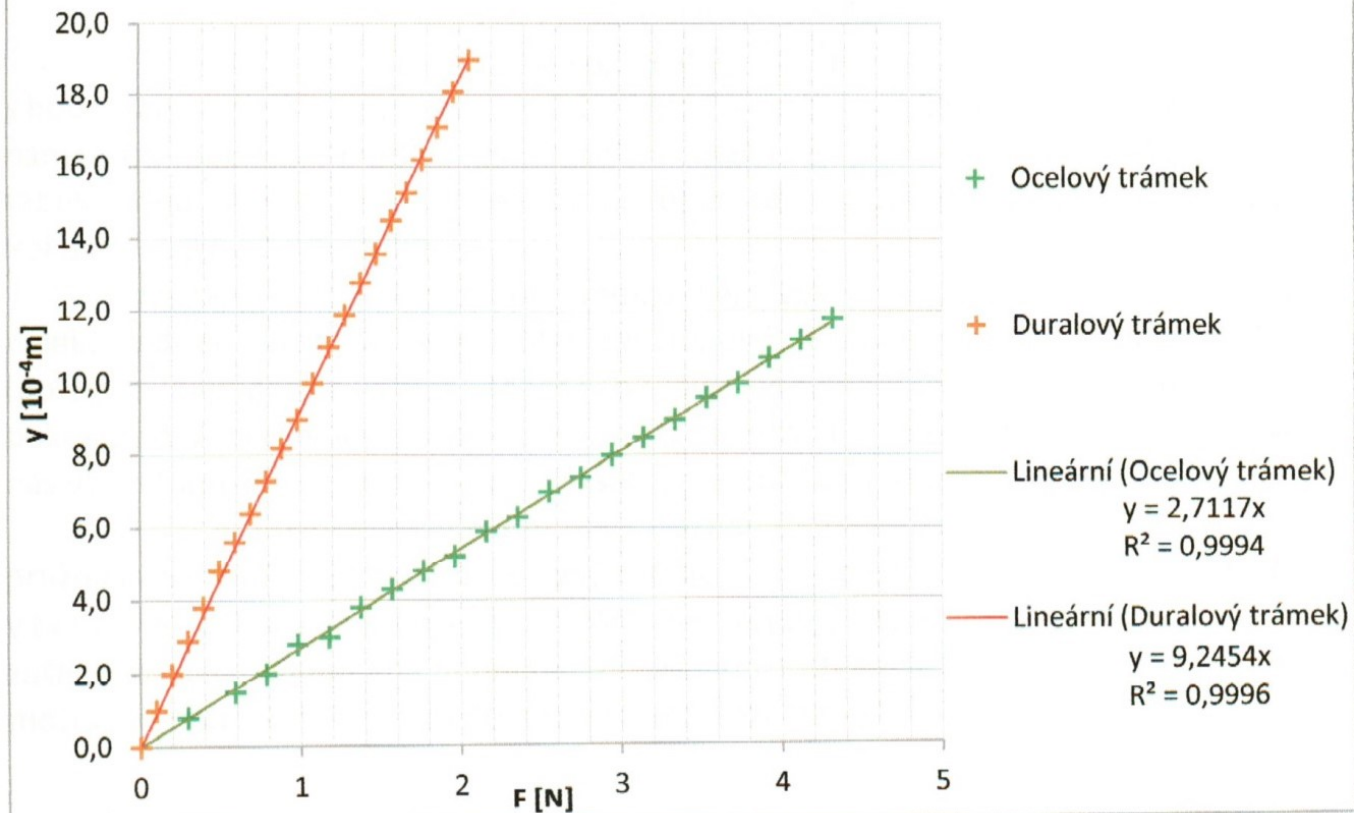
- vysvětlivky
- závislosti pro několik parametrů (tuhostí pružin) v jednom grafu

**Graf 1 – závislost prodloužení pružin 1 -4 na působící síle**



Podle vzorce (5) je  $y_0$  lineárně závislé na  $G$  s koeficientem úměrnosti  $a = k^{-1}$ . Pomocí lineární regrese určíme tento koeficient a jeho chybu.  $G$  spočítáme z (6), podle [2] v Praze

**Graf 2: Závislost průhybu trámku y na působící síle F**



**Graf 2: Závislost průhybu trámku na působící síle**

Z rovnic regrese a dle vztahu (9) jsem určil modul pružnosti v tahu oceli a duralu metodou průhybu trámku.

$$E_{ocel} = (2,03 \pm 0,08) \cdot 10^{11} Pa$$
$$E_{dural} = (6,7 \pm 0,2) \cdot 10^{10} Pa$$

Chyba byla určena na základě metody přenosu chyb.

- vysvětlivky v grafu
- rovnice proložené závislosti
- odkaz na rovnice
- správný zápis výsledku



- není uveden konkrétní vztah pro výpočet chyb

## Diskuze výsledků

### Chyba měření

Relativní chyba měření se pohybuje v rozmezí 4 – 6%. Největším zdrojem chyby je měření délky drátku. Zde je chyba odhadnutá a šla by zmenšit změřením i dalších rozměrů po celém obvodu a započítáním sil působících po celém obvodu drátku. Můžeme tedy předpokládat, že celková délka je ve skutečnosti větší, a změřené hodnoty jsou tedy větší. Měření hmotností potřebných k vyvážení a odtržení drátku jsou poměrně přesné, celková mezní chyba pro měření rozdílu těchto hmotností činí 2 mg, relativní chyba je pak 1,7 % pro měření nejmenšího rozdílu a 0,6% pro měření největšího rozdílu. Přesnost měření poloměru drátku pro započítání korekce je dostačující vzhledem k ostatním chybám a vzhledem k velikosti samotné korekce.

### Porovnání s tabulkovými hodnotami

Tabulkové hodnoty povrchového napětí podle [2] při teplotě 25°C jsou pro vodu  $\sigma_V = 72,0 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}$  a pro ethanol  $\sigma_V = 22,3 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}$ . Naměřená hodnota pro vodu se s tabulkovou v rámci chyby shoduje, naměřená hodnota pro ethanol se neshoduje, naměřená hodnota je vyšší. Povrchové napětí pro různé koncentrace poměrně dobře vystihuje exponenciální závislost. Hodnoty byly naměřeny při teplotě 23,5°C a tedy i tabulkové hodnoty by pro tuto teplotu měli být vyšší než pro teplotu 25°C. Zdrojem odchylek od tabulkových hodnot může být případná nečistota líhu a použité vody. K tomu se váže i případná odchylka při připravování roztoků o přesné koncentraci. Při mísení kapalin dochází k objemové kontrakci a je tedy složité určit objemové koncentrace. To se může projevit nejvíce u nejmenších koncentrací, kde je změna povrchového napětí v závislosti na koncentraci největší. Vhodnější by bylo použít hmotnostní koncentrace.

### Závěr

Měření odtrhací metodou stanovilo povrchové napětí pro 5 různých roztoků destilované vody a etanolu při teplotě 23,5°C – viz tabulka 5. Naměřenou závislost můžeme aproximovat vztahem

$$\sigma = (23,2 + 46,2 \cdot \exp(-4,2c)) \cdot 10^{-3} \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}$$

### Seznam použité literatury

[1] Studijní text k úloze č. 4, 7.4.2014  
[http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/\\_media/zadani/texty/txt\\_104.pdf](http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_104.pdf)

[2] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980

[3] <http://www.separationprocesses.com/CourseWare/Experiments/Property01.htm>, 10.4.2014



- komentář k chybám měření
- uvedeny relativní chyby
- srovnání s tabulkovými hodnotami
- uvedena teplota měření

- stručný závěr (ne odkazy na tabulky a grafy)
- literatura z internetu obsahuje datum citace

## Závěr

Statickou a dynamickou metodou byly zjištěny tuhosti pěti pružin:

	$k_{st}$ [Nm <sup>-1</sup> ]	$\sigma_{kst}$ [Nm <sup>-1</sup> ]	$k_{dyn}$ [Nm <sup>-1</sup> ]	$\sigma_{dyn}$ [Nm <sup>-1</sup> ]
Pružina1	4,052	0,045	4,40	0,26
Pružina2	45,23	0,40	46,4	2,0
Pružina3	18,89	0,15	19,04	0,56
Pružina4	6,230	0,036	6,29	0,13
Pružina5	35,91	0,21	36,0	1,1

Výsledky obou metod se ovšem u některých pružin značně liší.

Místní tíhové zrychlení bylo určeno jako  $g = (9,78 \pm 0,18) \text{ ms}^{-2}$ , což se poměrně dobře shoduje s tabulkovou hodnotou.

## Seznam použité literatury

- [1] Slavínská D. a kol. (1989): Fyzikální praktikum I., Státní pedagogické nakladatelství, Praha
- [2] Mikulčák J. a kol. (2007): Matematické, fyzikální a chemické tabulky a vzorce pro střední školy, Prometheus, Praha
- [3] English J. (2006): Úvod do praktické fyziky I, Matfyzpress, Praha



- do závěru již tabulky nepatří

Místo tabulky lze např. uvést interval měřených hodnot.



- přehledné shrnutí dosažených výsledků
- literatura číslována a správně citována

nezavislych promennych [4]. Uhel sklonu  $\alpha$  jsem volila 30°, hodnotu tíhového zrychlení jsem uvažovala  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ .

**Tabulka 1.** Měření teplotní závislosti povrchového napětí vody

měření	h [mm]	T [°K]	$\sigma$ [N/m] . 10 <sup>3</sup>
1	109.0	298.2	73,3 ± 2,9
2	108.0	298.7	72,6 ± 2,9
3	107.0	299.7	71,9 ± 2,9
4	106.0	300.7	71,3 ± 2,8
5	105.0	302.2	70,6 ± 2,8
6	104.0	303.7	69,9 ± 2,8
7	103.0	305.7	69,2 ± 2,7
8	102.0	307.7	68,6 ± 2,7
9	101.0	309.2	67,9 ± 2,7
10	100.0	311.2	67,2 ± 2,6
11	99.0	312.7	66,6 ± 2,6
12	98.0	315.7	65,9 ± 2,6
13	97.0	318.2	65,2 ± 2,6
14	95.0	321.7	63,9 ± 2,6
15	93.0	323.7	62,5 ± 2,5
16	92.0	326.7	61,9 ± 2,5
17	91.5	328.2	61,5 ± 2,5
18	91.0	331.7	61,2 ± 2,4
19	90.0	334.7	60,5 ± 2,4
20	89.0	336.7	59,8 ± 2,4
21	91.0	339.2	61,2 ± 2,4
22	90.0	341.2	60,5 ± 2,4
23	90.0	342.2	60,5 ± 2,4

chyby v tabulce lze zapsat do samostatného sloupce



desetinný oddělovač je třeba používat v celém referátu stejný

V tabulce 1 jsou hodnoty pro závislost teploty na výšce h vodního sloupce v mikromanometru. Nejprve jsem změřila tuto závislost pro pokojovou teplotu, což bylo 23°C. Výška h byla  $(112,0 \pm 0,5) \text{ mm}$ . Odtud jsem pomocí vztahu (3) vypočítala  $\Delta p$ , což bylo  $\Delta p = (547,6 \pm 2,4) \text{ Pa}$ . Z toho

$\Delta m$ [g]	k1[cm]	k2[cm]	průměr	$\Delta k$	$\Delta l$	$\sigma_l$ [cm]
0	16,6	16,4	16,5	0	0	0,002169
100	16,1	16	16,05	0,45	0,004881	0,003406
200	15,8	15,65	15,725	0,775	0,008407	0,004072
300	15,3	15,3	15,3	1,2	0,013017	0,004805
400	15	14,9	14,95	1,55	0,016814	0,005334
500	14,45	14,5	14,475	2,025	0,021966	0,005978
600	14,3	14,2	14,25	2,25	0,024407	0,006259
700	13,9	13,8	13,85	2,65	0,028746	0,006731
800	13,6	13,5	13,55	2,95	0,032	0,007064
900	13,2	13,2	13,2	3,3	0,035797	0,007434
1000	12,8	12,8	12,8	3,7	0,040136	0,007836

Tabulka 1.2

Tabulka zobrazuje změnu některých parametrů v závislosti na zatížení drátu ( $\Delta m$ ). Sloupec k1 obsahuje údaje na stupnici nad dalekohledem při zatěžování, sloupec k2 stejný údaj při odlehčování drátu. Sloupec průměr obsahuje aritmetický průměr sloupců k1 a k2. Sloupec  $\Delta k$  obsahuje rozdíl hodnoty sloupce průměr a počáteční hodnoty na stupnici dalekohledu.  $\Delta l$  značí skutečné prodloužení drátku,  $\sigma_l$  pak chybu určení tohoto prodloužení, které bylo spočítáno podle vzorce 1.7



- název nad tabulku
- název stručnější
- rozměry veličin
- stejný počet desetinných míst

Tabulka 2.2 : Závislost Hallova napětí na magnetické indukci při protékajícím proudu  $4,0 \pm 0,1$  mA

$U_{56}^+$ [mV]	142,2	156,3	168,8	182,4	195,1	208,2	222,0	233,6
$U_{56}^-$ [mV]	117,1	105,5	93,9	81,0	69,5	57,1	45,1	33,7
$U_H$ [mV]	12,55	25,4	37,45	50,7	62,8	75,55	88,45	99,95
$I$ [A]	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
$\sigma I$ [A]	0,01	0,01	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
$B$ [T]	0,049	0,098	0,147	0,196	0,245	0,294	0,343	0,392
$\sigma B$ [T]	0,001	0,001	0,0049	0,0049	0,0049	0,0049	0,0049	0,0049



- data raději svisle



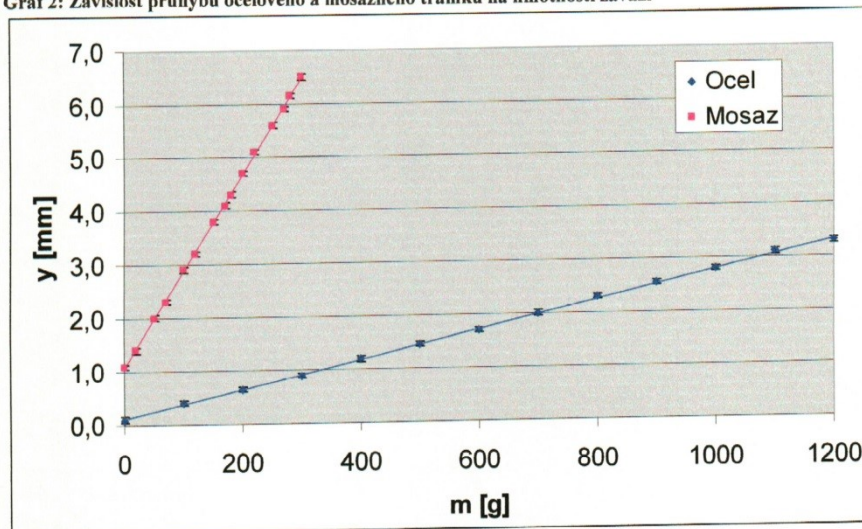
Tabulka 4: Měření průhybu trámků

Ocel			Mosaz		
$m$ [g]	$y_+$ [cm]	$y_-$ [cm]	$m$ [g]	$y_+$ [cm]	$y_-$ [cm]
0	0,1	0,1	0	1,1	1,1
100	0,4	0,4	20	1,4	1,4
200	0,7	0,6	50	2,0	2,0
300	0,9	0,9	70	2,3	2,3
400	1,2	1,2	100	2,9	2,9
500	1,5	1,4	120	3,2	3,2
600	1,7	1,7	150	3,8	3,8
700	2,0	2,0	170	4,1	4,1
800	2,3	2,3	180	4,3	4,3
900	2,5	2,6	200	4,7	4,7
1000	2,8	2,8	220	5,1	5,1
1100	3,1	3,1	250	5,6	5,6
1200	3,3	3,3	270	5,9	5,9
			280	6,1	6,2
			300	6,5	6,5



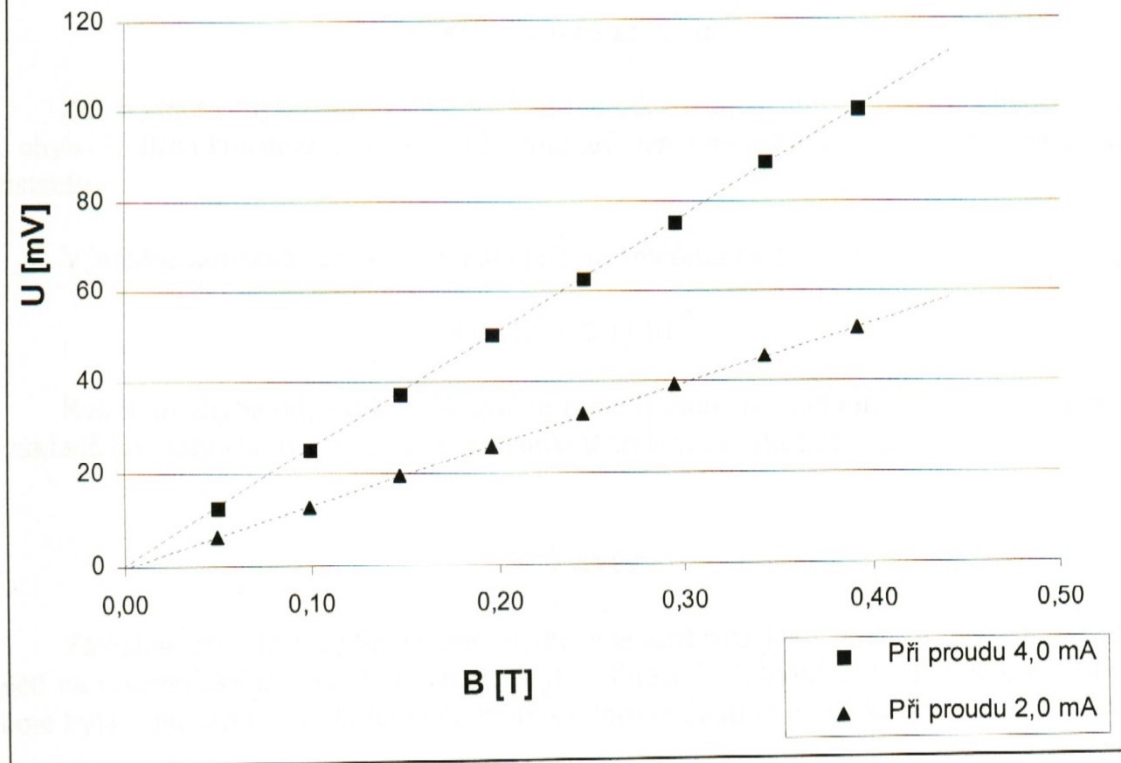
- přehledná tabulka
- správně zaokrouhlené hodnoty

Graf 2: Závislost průhybu ocelového a mosazného trámku na hmotnosti závaží



- větší název grafu
- pozor na šedou plochu
- v grafu (nebo v textu) uvést rovnici lineární regrese, protože směrnice se dále využívá ve výpočtu

Graf 2 : Závislost Hallova napětí na magnetické indukci B



- vysvětlivky
- proložení závislosti
- přehledné



- název grafu píšeme pod graf a obvykle stejnou velikostí písma jako text

Z lineární regrese a ze vztahů (2), (4), (5) postupně určíme

$$R_H = (47 \pm 3) \cdot 10^{-3} \text{ C}^{-1} \text{ m}^3$$

$$\mu = 0,25 \pm 0,02 \text{ } \Omega^{-1} \text{ C}^{-1} \text{ m}^2$$

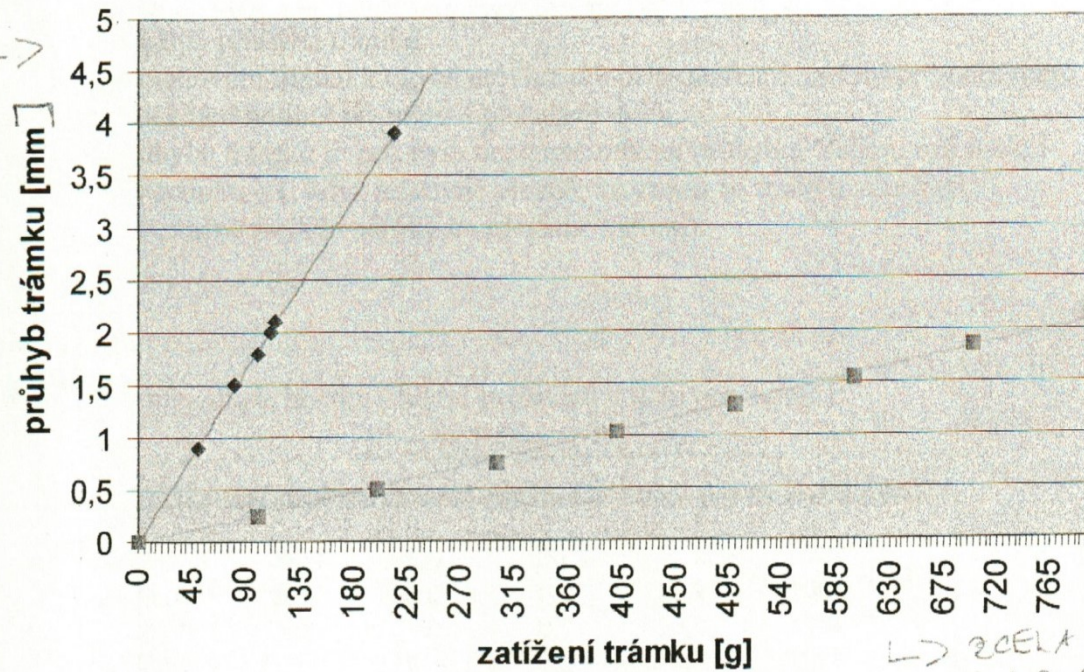
$$n = (1,6 \pm 0,1) \cdot 10^{20}$$



- není uvedena rovnice regrese (může být v grafu nebo v textu)

NEJ ZBYTEČNO  
KUSTOČU POPIS

### Závislost průhybu trámku na zatížení



↳ ZCELA NEV  
POPIS OST

Graf 2.4

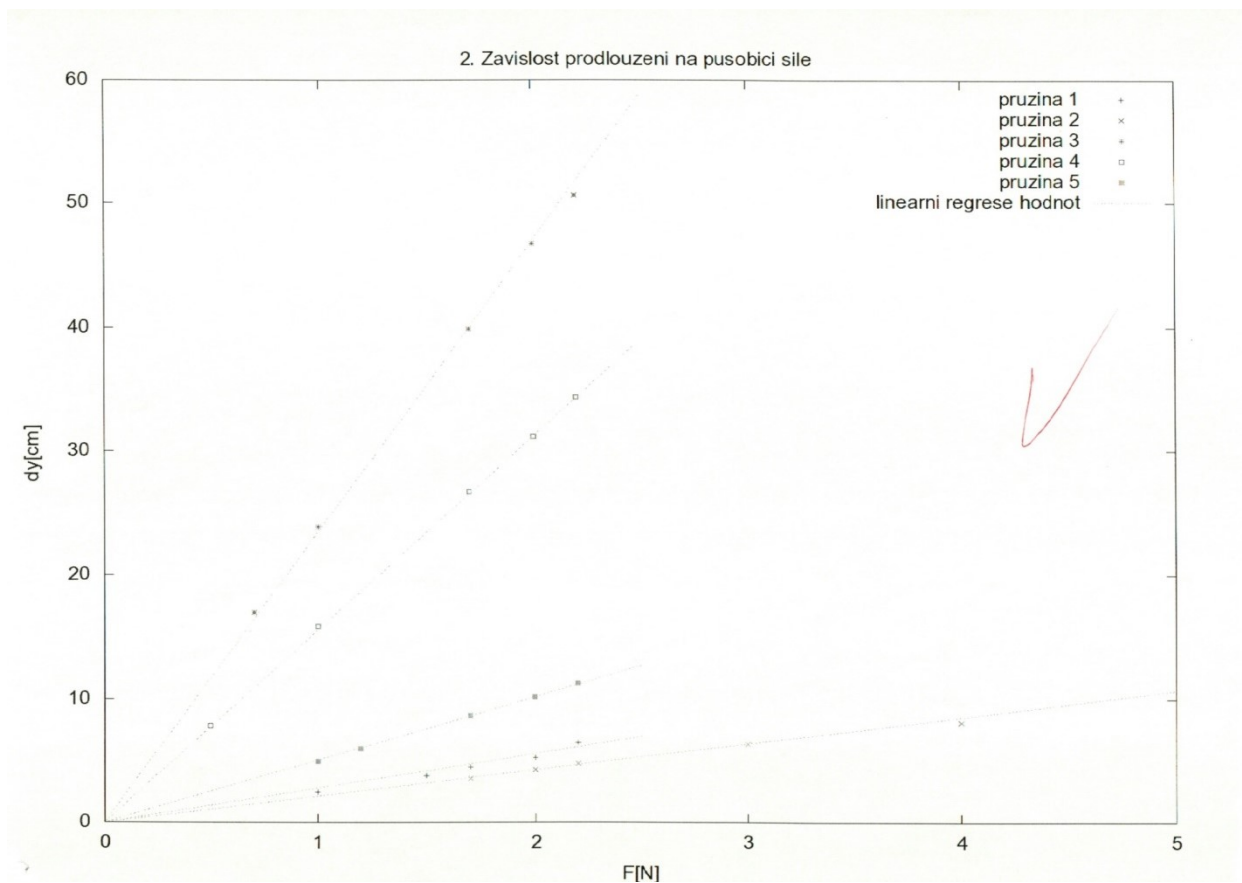
Zobrazuje závislost průhybu mosazného trámku (modrá barva) a ocelového trámku (fialovo-žlutá barva) na zatížení. Naměřenými body byly pomocí lineární regrese proloženy přímky.



v případě černobílého tisku nebo kopie je informace o barvě k ničemu, vhodné jsou vysvětlivky pomocí různých symbolů

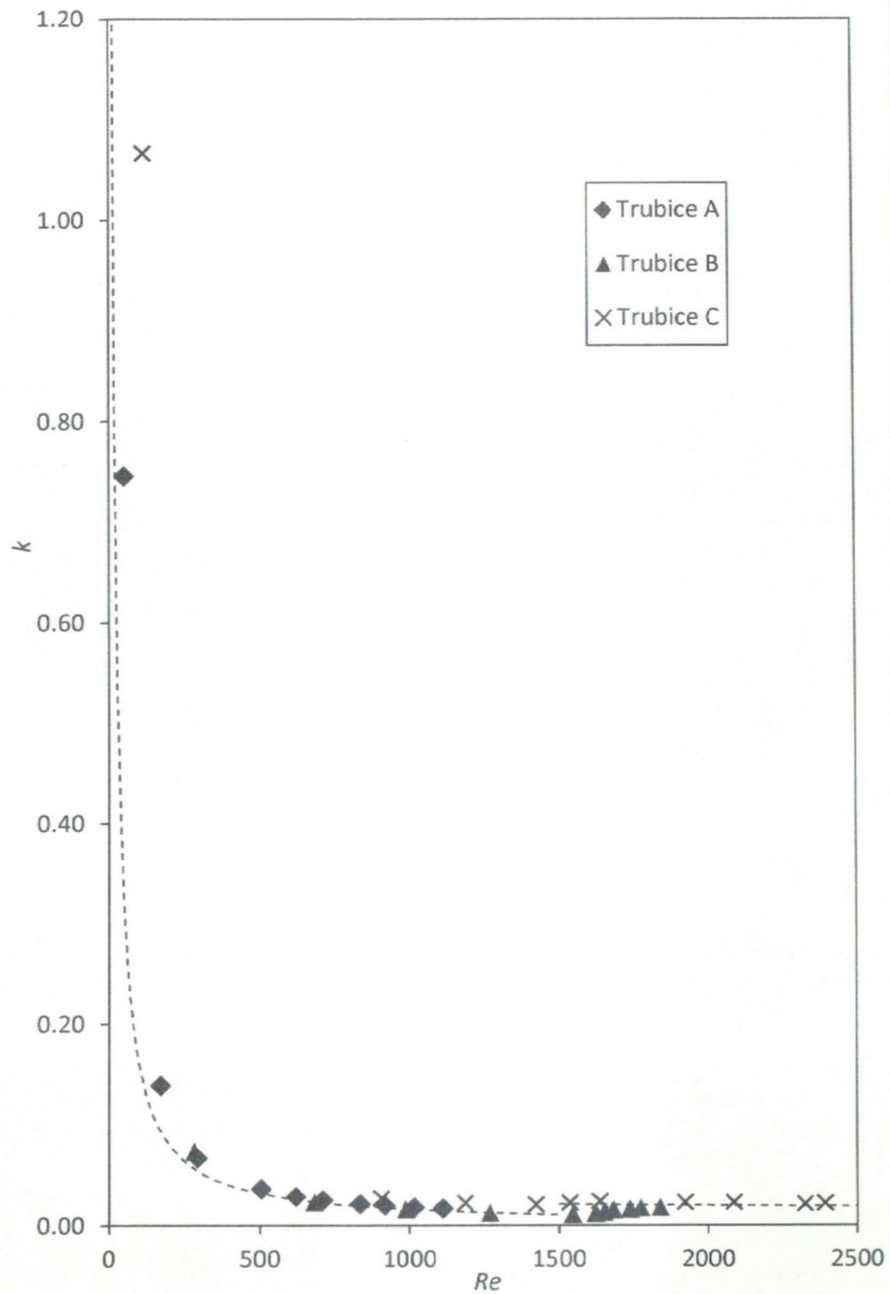


- popis osy nezávislé proměnné je zcela nevhodný
- šedé pozadí nepoužívejte
- nejsou uvedeny rovnice proložené závislosti (slouží k dalším výpočtům)

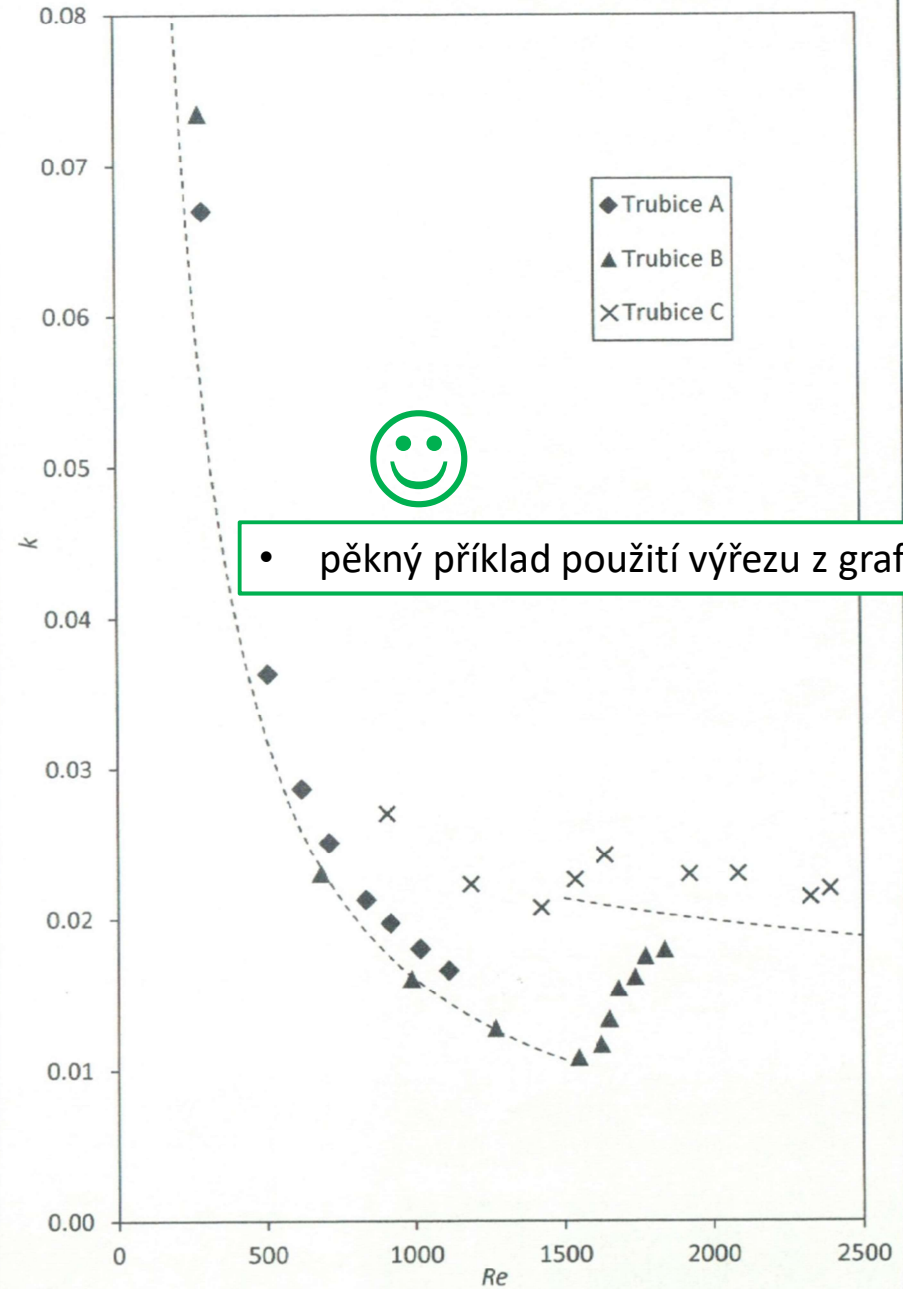


- popis os větším písmem
- body v grafu nejsou téměř vidět

Graf 2: Závislost  $k$  na  $Re$

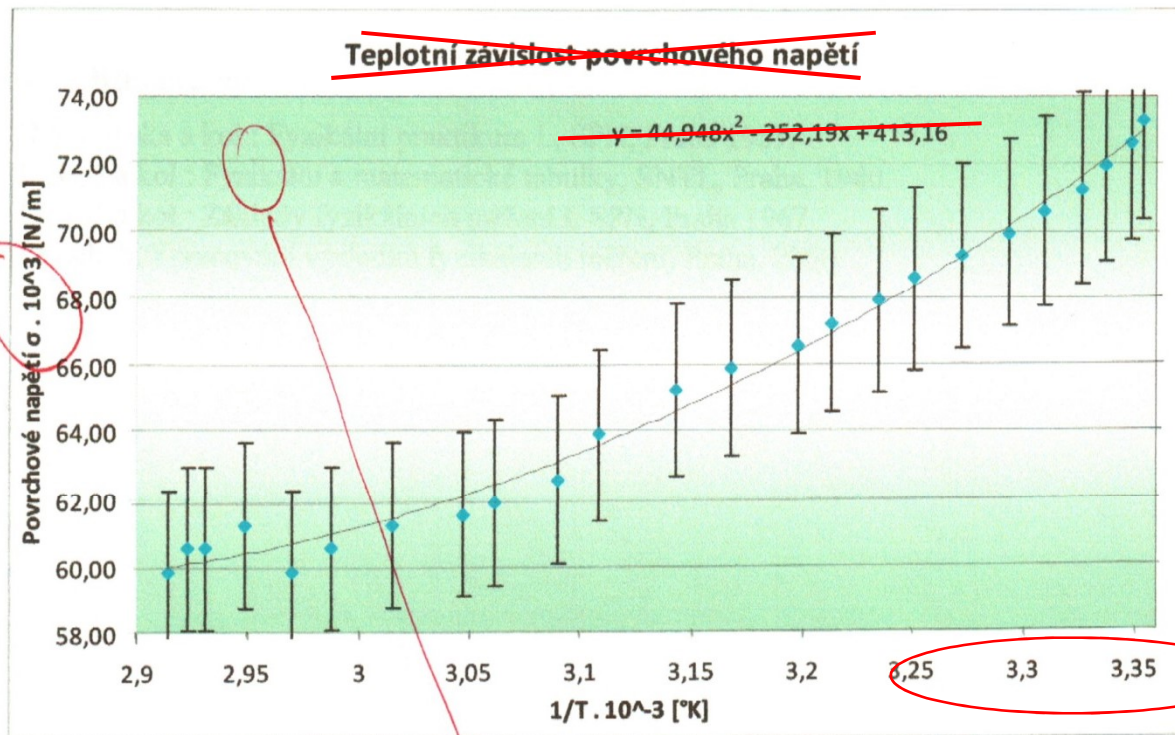


Graf 3: Výřez Grafu 2



$$y = 44,948x^2 - 252,19x + 413,16 \quad \text{v} \quad \text{m} \quad \text{z} \quad \text{p} \quad \text{a} \quad \text{r} \quad \text{a} \quad \text{m} \quad \text{e} \quad \text{r} \quad \text{u} \quad \text{m}$$

Graf 1. Závislost převrácené hodnoty teploty na povrchovém napětí vody.



- chybové úsečky

stejný počet desetinných míst

pozadí grafu snižuje čitelnost



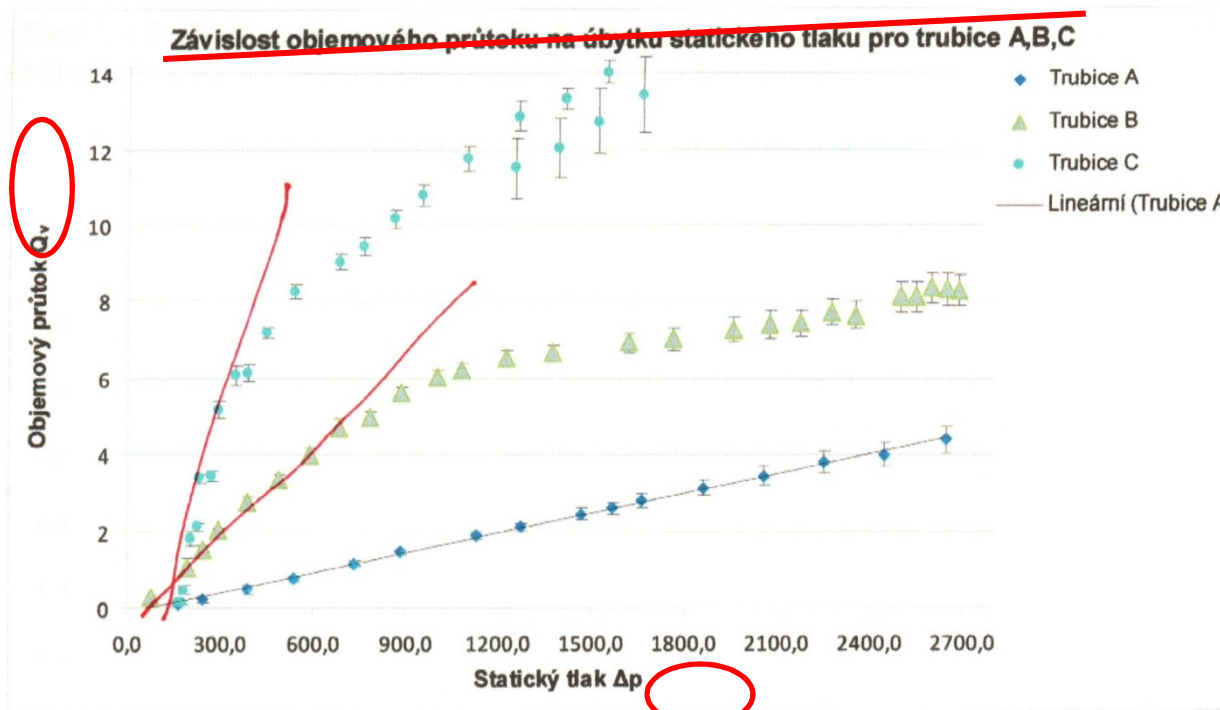
Prognóza se hodí  
vst i + exp



- osy viditelnou čarou
- mřížka není nutná
- proložená závislost v tomto případě pouze „křivkou pro oko“, rovnice nemá fyzikální význam a proto ji nemá smysl uvádět

- pozadí grafu snižuje čitelnost
- používat exponenty pro zápis mocniny
- v popisu osy závislé proměnné neuvádět zbytečná desetinná místa
- a naopak u nezávislé proměnná uvést všude stejný počet desetinných míst

Graf 1. Závislost objemového průtoku  $Q_v$  na úbytku statického tlaku  $\Delta p$  pro trubice A, B, C:



- chybové úsečky
- vysvětlivky

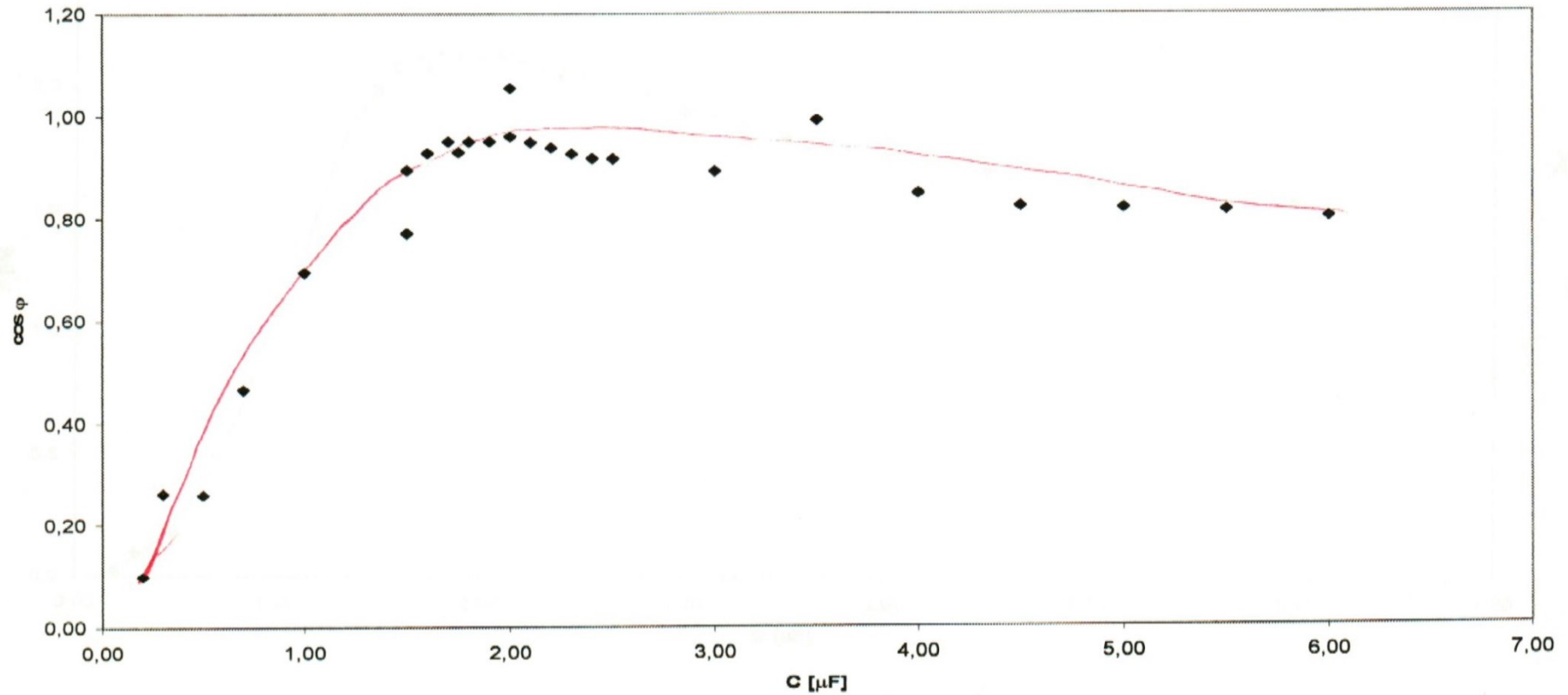


- osy viditelnou čarou
- zbytečná desetinná místa na vodorovné ose



- chybí jednotky
- název grafu je zbytečně dvakrát
- chybí proložení lineární části závislosti

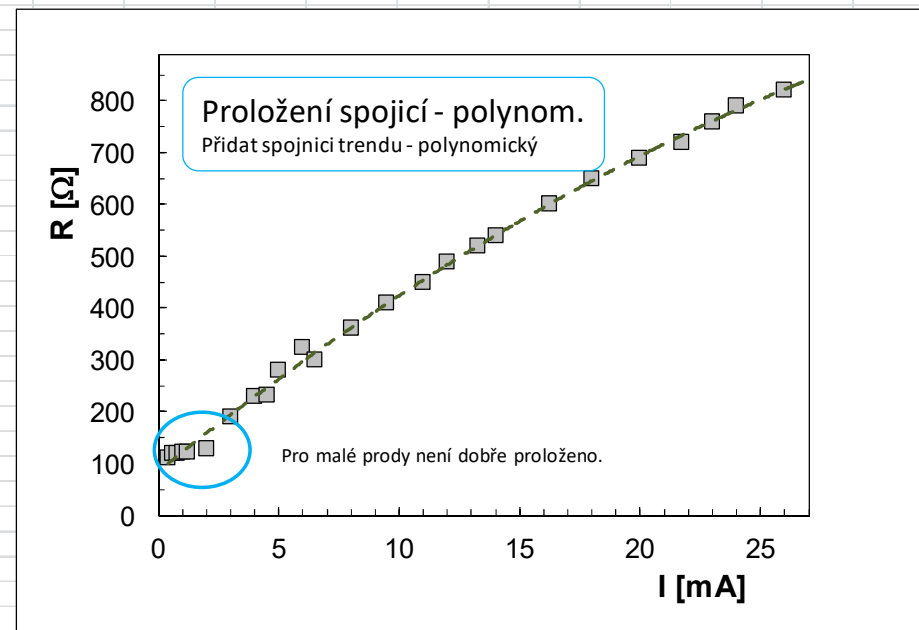
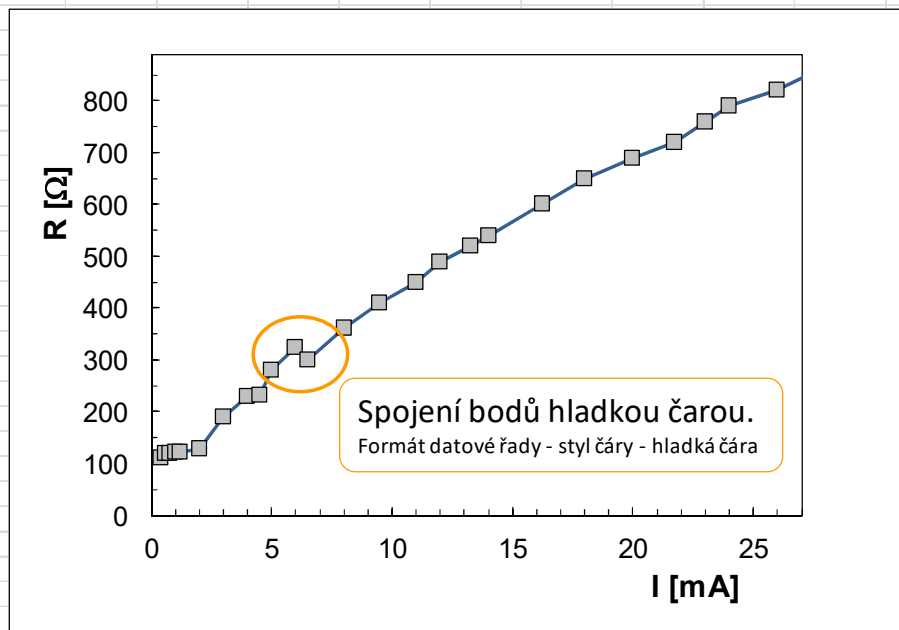
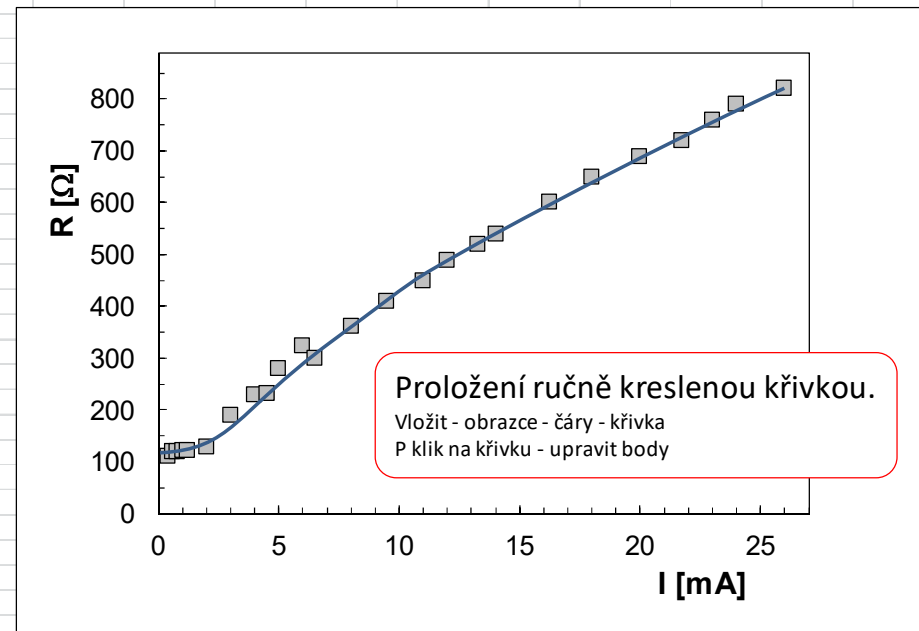
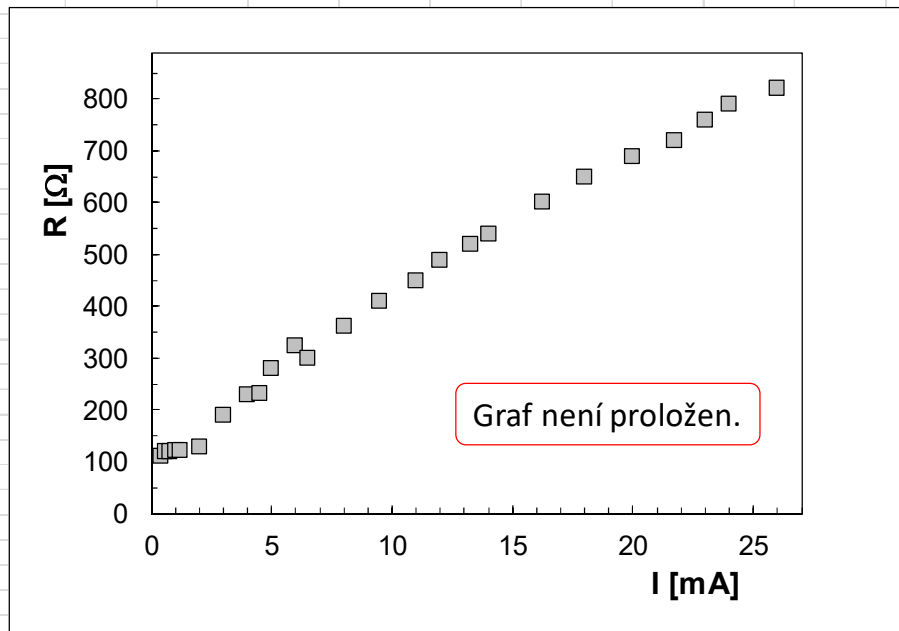
Graf č. 1: Závislost účinníku na zařazené kapacitě



- chybí proložení grafu
- popis pod graf
- zbytečné nuly u měřítka os



Proložení grafu křivkou pokud není známa rovnice závislosti (křivka slouží jako "vodítko pro oko"), Excel.



### Diskuze :

Měření času je podle mě zatíženo chybou experimentátora odhadnutou na 0,2 s. K další nepřesnosti došlo v určení okamžiku, hladina dosahovala určité výše. Uvedené chyby se pak projevíly v grafu, přesto je však zřejmé, že se jedná o závislost exponenciální.

*H. Horánek & K. Křiváček*



- diskuze příliš stručná
- chybí srovnání s tabulkovou hodnotou

### Závěr:

Spočtené hodnoty kinematické viskozity – viz. tabulka č.1

Teplotní závislost kinematické viskozity – viz. graf č.1



- toto není závěr
- v závěru se neuvádí odkazy na tabulky ani na grafy

### Literatura :

1 ) Brož,j a kol.: základy fyzikálních měření, SNP Praha 1967

2 ) Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro SŠ, Prometheus



- neúplné citace