

Stacionární proud

Skriptum “Příklady z elektřiny a magnetismu”:

2.1.1 Uvnitř homogenního izotropního tělesa o vodivosti σ nechť v okamžiku $t=0$ existuje volný náboj o hustotě ρ_0 . Jak se bude tento náboj měnit s časem? Odhadněte konkrétní hodnoty pro měď ($\sigma=0,6 \times 10^8 \text{ (}\Omega\text{m)}^{-1}$) a izolant – sklo ($\sigma=0,6 \times 10^8 \text{ (}\Omega\text{m)}^{-1}$). Relativní permitivitu položte řádově rovnu jedné.

2.1.2 Vypočítejte pohyblivost nositelů náboje v mědi, za předpokladu, že na každý atom připadá jeden vodivostní elektron. Atomová hmotnost mědi $A=63,6$, její hustota $\rho=8,9 \text{ g/cm}^3$, měrný odpor $\rho=1,7 \times 10^{-8} \text{ }\Omega\text{m}$. Avogadrovo číslo $N=6,023 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, náboj elektronu $e=1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

2.1.9 Variátor (železný drátek ve vodíkové atmosféře) má při pokojové teplotě $t_0=20^\circ\text{C}$ odpor $R_0=4,2\Omega$. Výkonem P se drátek ohřeje o teplotní rozdíl $t-t_0 = gP$, kde $g=9 \text{ K/W}$. Odpor vlákna přitom roste přibližně lineárně s teplotou, teplotní koeficient odporu je $8 \times 10^{-23} \text{ K}^{-1}$. Jaká je voltampérová charakteristika variátoru? Načrtněte její graf. Vypočítejte mezní hodnotu proudu, který může (za daných zjednodušujících předpokladů) variátorem procházet.

2.1.10 Z tenké desky o síle t z materiálu o měrné vodivosti σ je vyříznuto mezikruží o vnitřním poloměru r_1 a vnějším r_2 . Stanovte odpor mezikruží, slouží-li jako přívody proudu obě kružnice, kterými je omezeno.

2.3.1 Vzduch mezi deskami rovinného kondenzátoru je ionizován homogenně v celém tomto prostoru ionizačním činidlem, které vytváří v objemové jednotce v iontových párů za jednotku času. Obě desky kondenzátoru jsou uzemněny, v kondenzátoru je ustavena rovnováha mezi ionizací a rekombinací, činitel rekombinace označme α .

(a) Stanovte počet iontových párů v jednotce objemu (koncentraci iontových párů) n_0 .

(b) Jak bude klesat jejich koncentrace $n(t)$ v závislosti na čase t , zastavíme-li v čase $t=0$ činnost ionizačního činidla? Zanedbejte úbytek iontů difusí ke stěnám.

2.3.2 V předchozím příkladu nechť je vzdálenost desek $l=4\text{cm}$ a jejich plocha $S=25 \text{ cm}^2$. Vypneme ionizační činidlo a hned nato připojíme na kondenzátor na okamžik tak velké napětí, aby se prakticky všechny ionty dostaly na elektrody. Změříme (např. kvadrantový elektrometrem) náboj $Q_1 = 32 \text{ pC}$, který protekl kondenzátorem. Jestliže však tento postup zopakujeme s tím rozdílem, že napětí připojíme až půl sekundy po vypnutí ionizátoru, naměříme náboj poloviční $Q_2=Q_1/2$. Stanovte veličiny α , v , n_0 (srovn. výsledky předchozího příkladu).

2.3.3 Pro uspořádání z minulých dvou příkladů stanovte nasycený proud.

Učebnice “Elektřina a magnetismus”:

3.2.6 Příklady použití

a) podobnost elektrostatického a stacionárního elektrického pole

b) řazení odporů

c) transformace trojúhelník-hvězda

d) výkonové přizpůsobení

Skriptum "Příklady z elektřiny a magnetismu":

Stacionární magnetické pole

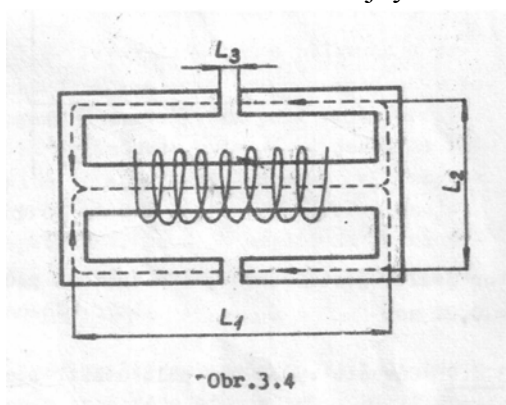
3.1.1 K tenkému drátěnému kruhu o poloměru R je přiváděn proud i_0 . Nalezněte výraz pro indukci magnetického pole B ve středu kruhu, jestliže přívody dělí kruh na dvě části délky L_1 a L_2 jsou tvořeny dvěma nekonečnými vodiči umístěnými radiálně.

3.1.2 Určete magnetické pole ve válcovém otvoru (poloměr R_2) v nekonečném válcovém vodiči (poloměr R_1), kterým protéká proud i_0 rovnoměrně rozložený po průřezu s konstantní hustotou.

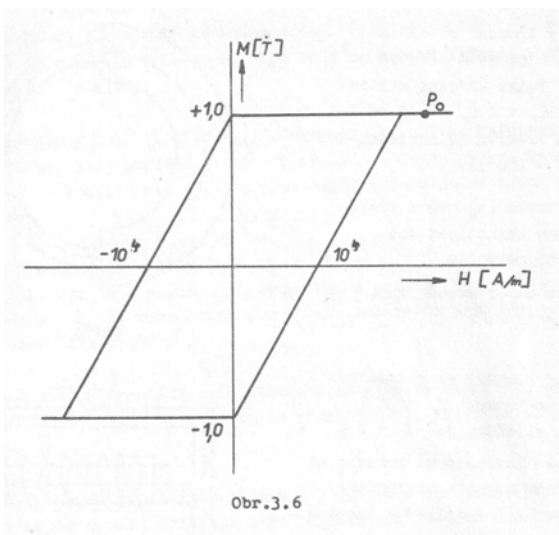
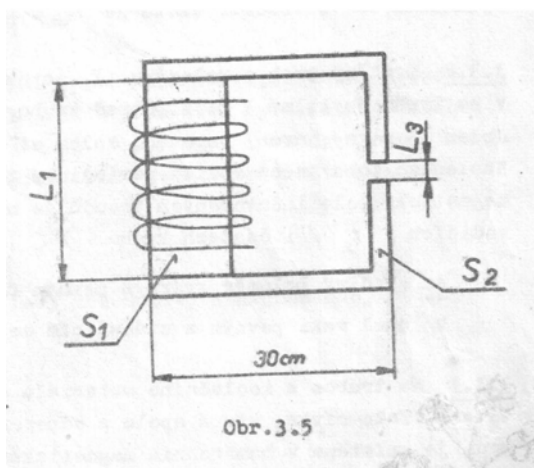
3.1.6 Užitím integrální formy Ampérova zákona (Maxwellovy rovnice pro stacionární proud) určete vztah mezi hodnotami intenzity pole H_1 a H_2 v nejbližším okolí vinutí uvnitř a vně solenoidu. Ukažte, že H_2 vně vinutí je poblíž středu velmi dlouhého solenoidu rovno nule.

3.1.13 Užijte vektorový potenciál k určení magnetického pole v libovolném bodě na ose kruhového závitu. Závít má poloměr R a protéká jím proud i_0 .

3.2.5 Kolik ampérvinutí musí mít elektromagnet (obr.3.4), aby v mezerách bylo pole $B_3=0,65$ T. Délky jednotlivých částí magnetického obvodu: $L_1=100$ cm, $L_2=80$ cm, $L_3=4$ mm. Průřez magnetického toku je ve všech částech obvodu stejný $S=20$ cm².



3.2.6 Soustava pozůstává z válečku – permanentního magnetu ($S_1=100$ cm², $L_1=20$ cm) a dvou pólových nástavců zhotovených z magneticky měkkého železa ($S_2=20$ cm²). Vzduchová mezera má délku $L_3=1$ cm (obr.3.5). Proudem ve vinutí se váleček zmagnetoval do bodu P_0 (obr.3.6). Určete intenzitu magnetického pole v mezeře po vypnutí proudu. Permeabilitu pólových nástavců považujte za nekonečnou, rozptyl magnetického toku v mezeře zanedbejte.



3.2.7 Nalezněte \mathbf{B} , \mathbf{H} uvnitř homogenně zmagnetovaného disku, je-li vektor \mathbf{M} kolmý k rovině disku (zanedbejte efekty na okrajích).

Učebnice “Elektřina a magnetismus”

3.3.5 Příklady použití

- a) Magnetické pole přímého vodiče (i vektorový potenciál)
- b) Magnetická indukce na ose kruhového závitu
- c) Magnetická indukce na ose solenoid
- d) Magnetická indukce toroidu

3.5.7 Příklady použití

- a) magnetické pole na rozhraní dvou prostředí
- b) toroidní jádro se vzduchovou mezerou
- c) koule v homogenním magnetickém poli

Skriptum “Příklady z elektřiny a magnetismu”:

Elektromagnetická indukce

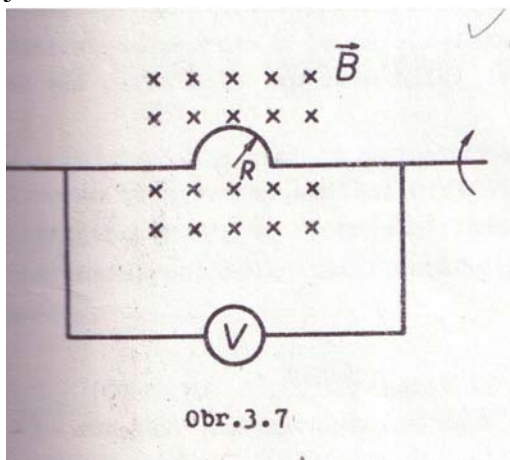
3.3.3 Na trubce z izolačního materiálu o poloměru D je navinuta cívka o N závitech. Tato cívka, která spolu s odporem R k ní připojeným tvoří uzavřený obvod, je umístěna v homogenním magnetickém poli indukce B . Osa cívky je rovnoběžná s vektorem magnetické indukce. Spočítejte

(a) proudový impuls (náboj) $\int_0^{\infty} i(t) dt$,

(b) napěťový impuls $\int_0^{\infty} u(t) dt$,

který proteče obvodem při otočení cívky o 180° kolem osy kolmé k vektoru magnetické indukce.

3.3.5 Pevný drát ve tvaru půlkruhu o poloměru R se otáčí s frekvencí f v homogenním magnetickém poli podle obr.3.7. Jaká je indukce pole, jestliže voltmetr s vnitřním odporem r_i (zbytek obvodu má zanedbatelný odpor) ukazuje napětí U . Jaká je amplituda indukovaného proudu? Pole vytvořené proudem je zanedbatelné.



3.3.12 Uvnitř dostatečně dlouhého železného kruhového válce je vytvořeno homogenní magnetické pole, které má směr podél osy a rovnoměrně vzrůstá s časem $B=kt$, kde $k=0,27$ T/s. Průměr válce je $D=30$ cm. Najděte intenzitu elektrického pole ve vzdálenosti $R=60$ cm od osy válce.

3.4.2 Uvažujte dvě smyčky l_1, l_2 , kterými protéká proud I_1, I_2 . Dokažte, že koeficienty vzájemné indukčnosti jsou symetrické, tj. že platí vztah $L_{12}=L_{21}$. Důkaz proveďte dvěma způsoby:

(a) Vyjádřete magnetické pole soustavy pomocí vektorového potenciálu (viz: vektorový potenciál v bodech smyčky je postačující pro určení magnetického toku smyčkou).

(b) Uvažujte energii magnetického pole soustavy.

3.4.7 Udejte výraz pro indukčnost dlouhé válcové cívky délky L , průřezu S , počtem závitů n .

3.4.10 Vypočítejte indukčnost připadající na jednotku délky pro nekonečně dlouhé dvoulinkové vedení tvořené dvěma dráty kruhového průřezu s poloměrem r . Pro vzdálenost os obou vodičů a necht' platí $a \gg r$.

3.4.14 Na toroidním jádře jsou navinuty dvě cívky s počtem závitů n_1, n_2 . Spočítejte jejich vzájemnou indukčnost M za předpokladu, že pro relativní permeabilitu jádra μ_r platí $\mu_r \gg 1$. Vzájemnou indukčnost M vyjádřete pomocí vlastních indukčností L_1, L_2 obou cívek.

Energie a silové účinky magnetického pole

3.5.2 Toroidní cívka (bez jádra) sestává ze dvou vinutí, každé má $N=1000$ závitů. Vinutí jsou navzájem spojena, jejich magnetická pole mají stejný směr.

(a) Spočítejte magnetickou energii W_2 takovéto cívky.

(b) Jak se změní energie (W_1), jestliže jedno vinutí odpojíte.

(c) Nalezněte vztah mezi interakční energií obou cívek a W_2 .

Proud ve vinutí $i_0=5A$, střední délka toroidu $L=25$ cm, příčný průřez $S=1$ cm².

3.5.11 Ukažte, že jestliže intenzita elektrického pole E je rovnoběžná s magnetickou indukcí B a obě jsou konstantní a homogenní, pohybuje se nabitá částice po kružnici jejíž střed je urychlován.

3.5.12 Elektron je vstříknut do homogenního pole E pod takovým úhlem, že jeho kinetická energie spojená se složkou rychlosti, která je rovnoběžná s B má hodnotu K_{\parallel} a zbytek energie, který je spojen s pohybem v rovině kolmé k B je K_{\perp} . Najděte poloměr R , sklon φ a periodu T výsledného spirálovitého pohybu.

3.5.13

Učebnice "Elektřina a magnetismus":

4.2.4 Příklady použití

a) Neustálený stav v obvodech s indukčností a kapacitou

b) Sériový rezonanční obvod

Elektromagnetické pole

5.3.4 Příklady použití

c) Povrchový jev (skinefekt)

Skriptum "Příklady z elektřiny a magnetism":

4.5 Válcovým vodičem, jehož poloměr je r , délka l a odpor R , protéká proud I . Stanovte velikost a směr Poyntingova vektoru na povrchu vodiče a vypočítejte jeho tok celým pláštěm vodiče.

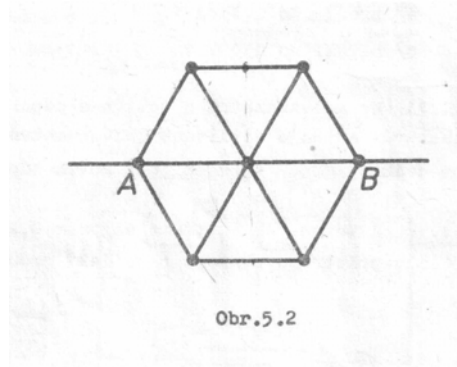
4.13 V teorii elektrických obvodů resp. vedení se často užívá pojem impedance, což je veličina udávající souvislost mezi napětím a proudem. Analogicky k teorii obvodů lze zavést pojem impedance i v teorii elektromagnetického pole. Budeme-li intenzitu elektrického pole \mathbf{E} chápat jako analogii napětí a intenzitu magnetického pole \mathbf{H} jako analogii proudu, můžeme zavést obecně komplexní veličinu Z_0 , která vyjadřuje vztah mezi \mathbf{E} a \mathbf{H} so do velikosti i fáze. Mluvíme pak o charakteristické impedanci prostředí pro vlnu učitěho typu.

Uvažujte rovinnou monochromatickou vlnu o frekvenci ω a vlnovém vektoru \mathbf{k} . Jelikož vektory \mathbf{E} , $\mathbf{H} \times \mathbf{n}$ leží ve stejném směru a vektor $\mathbf{H} \times \mathbf{n}$ má stejnou velikost jako intenzita magnetického pole, můžeme charakteristickou impedanci daného prostředí Z_0 definovat vztahem $\mathbf{E} = Z_0(\mathbf{H} \times \mathbf{n})$.

Vyjádřete impedanci Z_0 pomocí konstant prostředí (ϵ, μ, σ) a vypočítejte její číselnou hodnotu pro případ vakua.

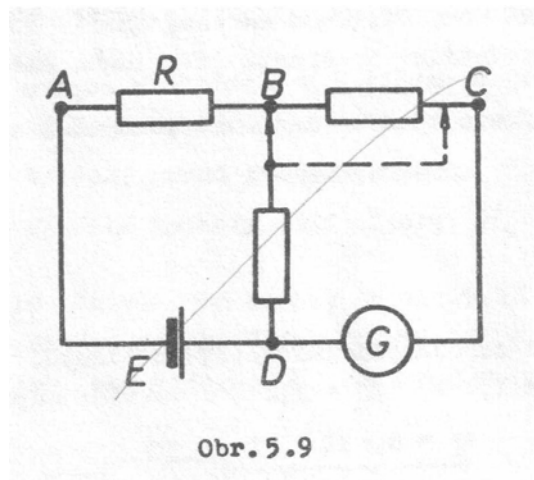
Řešení elektrických obvodů

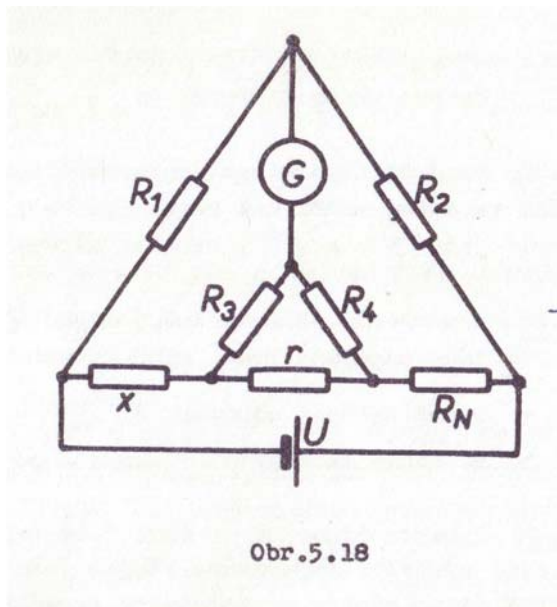
5.1.4 Určete odpor mezi body A a B pravidelného šestiúhelníku s uhlopříčkami podle obr.5.2. Odpor každého úseku mezi dvěma uzly je r .



5.1.11 Ke galvanometru s vnitřním odporem 290Ω je připojen bočník, který desetkrát snižuje citlivost galvanometru. Jaký sériový odpor je třeba připojit, aby celkový odpor zapojení byl roven odporu galvanometru?

5.1.16 Jaký je vnitřní odpor galvanického článku, je-li odpor R nastaven tak, aby výchylka galvanometru byla stejná při přepojení kontaktu z bodu B do bodu C (obr.5.9) Vnitřní odpor galvanometru je r_g .





Obr. 5.18

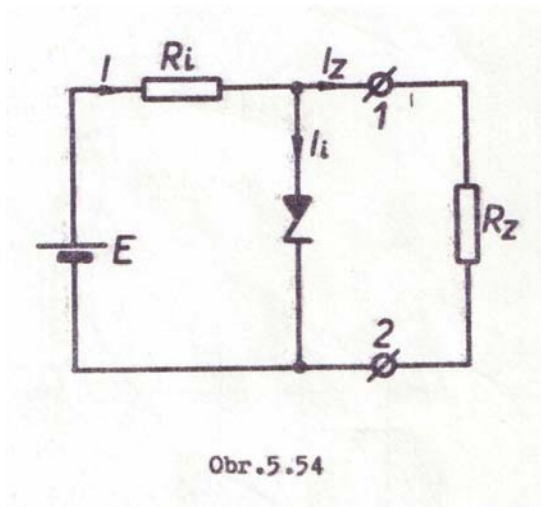
5.1.33 Udejte podmínky rovnováhy na Thomsonově dvojmostu (obr,5.18)

- (a) v obecném případě
- (b) v případě, že r je velmi malé
- (c) v případě, že platí $R_1 = NR_3$, $R_2 = NR_4$.

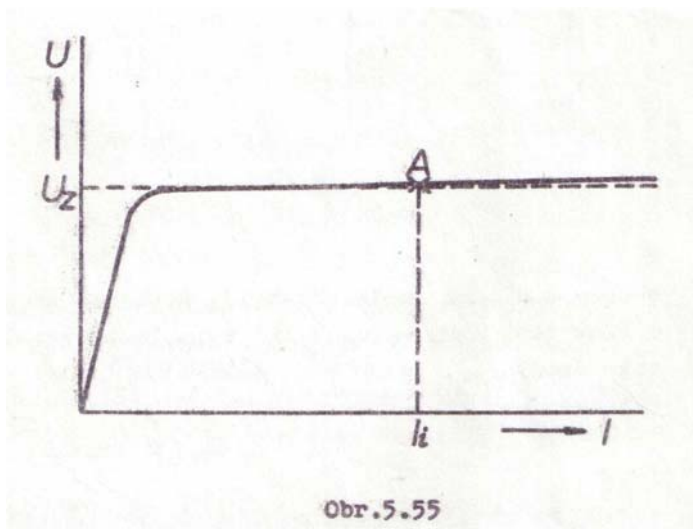
5.2.1 Žárovka 120 V, 100 W je přes impedanci \bar{Z} připojena nasít' 220 V, 50 Hz tak, že pracuje při jmenovitých hodnotách napětí a výkonu. Předpokládejte, že (a) $Z=R$, (b) $Z=\omega L$, (c) $Z=1/\omega C$.

5.4.2 Zenerova dioda je připojena ke zdroji o elektromotorickém napětí E a vnitřním odporu R_i (obr.5.54). Veličiny E , R_i jsou voleny tak, že dioda pracuje v bodě A své voltampérové charakteristiky (obr.5.55) daném napětím U_Z , proudem I_i a vnitřním odporem R_{iZ} . Nalezněte

- (a) Jak se mění napětí U na svorkách zatěžovacího odporu R_Z při změně napětí zdroje o ΔE . Vyšetřete speciální případ $R_Z \gg R_i$, $R_i \gg R_{iZ}$.
- (b) Jaké jsou parametry (elektromotorické napětí, vnitřní odpor) efektivního zdroje, který uvažované zapojení představuje vzhledem k zátěži R_Z .



Obr. 5.54



Obr. 5.55