

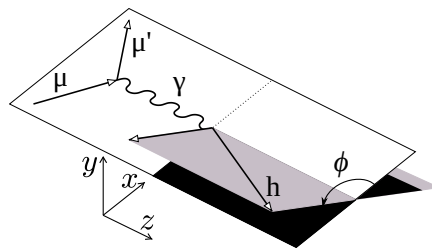
# Úvod do praktické fyziky: Úlohy 6 a 7

Cvičící: Jan Matoušek

Datum odevzdání: 6. 1. 2021

## 1 Úloha 6: Metoda maximální věrohodnosti I (2 body)

**Motivace:** Jeden z experimentů prováděných v laboratoři CERN je hluboce nepružný rozptyl mionů na terči z kapalného vodíku. Při těchto srážkách dochází k elektromagnetické interakci mionu s kvarkem uvnitř terčového protonu a tento kvark je vyražen ven. V experimentu byly pozorovány hadrony vzniklé z tohoto kvarku a měřen úhel  $\phi$  mezi rovinou rozptylu a rovinou produkce hadronu (Obr. 1). Pokud jsou kvarky uvnitř protonu nehybné, mělo by být rozdělení hadronů v úhlu  $\phi$  rovnoměrné. Pokud kvarky mají nenulovou příčnou hybnost, nastává takzvaný Cahnův efekt: produkce hadronů s  $\phi \approx 0$  bude potlačena a naopak hadrony s  $\phi \approx \pm\pi$  budou pravděpodobnější.



Obrázek 1: Rozptyl mionu na protonu za vzniku hadronu  $h$ . Úhel mezi rovinou rozptylu mionu a rovinou produkce hadronu se nazývá  $\phi$ .

**Zadání:** Hustotu pravděpodobnosti pozorování hadronu pod úhlem  $\phi$  můžeme popsat jako součet rovnoměrného rozdělení a modulace typu  $\cos \phi$ ,

$$f_h(\phi|A) = \frac{1}{2\pi}(1 + A \cos \phi). \quad (1)$$

Amplituda modulace  $A$  udává sílu Cahnova efektu. Bude-li nulová, rozdělení bude rovnoměrné. Bude-li  $-1$ , efekt bude maximální. Konstanta  $\frac{1}{2\pi}$  zajišťuje správnou normalizaci  $\int_{-\pi}^{\pi} f(\phi)d\phi = 1$ .

V příloženém souboru najdete naměřené hodnoty  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ . Spočítejte logaritmus věrohodnostní funkce  $\ln L(A|\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n)$  a nalezněte jeho maximum. Můžete postupovat jednoduchou numericko-grafickou metodou: vykreslit závislost  $\ln L$  na  $A$  a najít maximum  $\hat{A}$ .

Porovnejte normovaný histogram naměřených hodnot s funkcí  $f_h(\phi|\hat{A})$ .

## 2 Úloha 7: Metoda maximální věrohodnosti II (2 body)

**Motivace:** Pohledem na histogram hodnot  $\phi$  z prvního příkladu si okamžitě všimneme úzkého píku na  $\phi = 0$ , se kterým naše předpokládaná hustota pravděpodobnosti zjevně nepočítá. Jedná se o pozadí vzniklé jiným fyzikálním procesem – jedná se o elektrony zaměřené v detektoru za hadrony. Tyto elektrony vznikají konverzí fotonů tvrdého brzdného záření emitovaného rozptylováním mionem ve směru jeho letu. Proto leží jen na  $\phi = 0$ . Pro získání správného výsledku je nutné jejich vliv odstranit.

**Zadání:** Nelze říct, které konkrétní měření odpovídá pozadí a které signálu. Vliv pozadí na výslednou amplitudu  $A$  můžeme výrazně omezit, pokud budeme zcela ignorovat všechna  $\phi \in (-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8})$  (stačí dát například jednoduchou podmínku hned při čtení souboru). Potom ale musíme upravit hustotu pravděpodobnosti  $f_h(\phi|A)$  tak, aby byla v tomto intervalu nulová. Při této úpravě dejte pozor, aby nová funkce měla stále správnou normalizaci, jinak nebude metoda maximální věrohodnosti fungovat. S těmito úpravami opět najděte maximum věrohodnosti a porovnejte hustotu pravděpodobnosti s normovaným histogramem.