Úvod do praktické fyziky, cvičení 4
Histogram, momenty rozdělení

Jan Matoušek

20. 10. 2020

UNIVERZITA KARLOVA
Matematicko-fyzikální
fakulta

Momenty rozdělení – diskrétní náhodná proměnná

Házíme dvěma šestistěnnými kostkami. Určete pravděpodobnosti možných součtů hozených čísel, očekávanou hodnotu a rozptyl.

- 36 elementárních jevů:

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

- Nás zajímá jev „součet je roven k“.
- $P_k = \frac{N_k}{N}$, např. $P_7 = \frac{6}{36}$
- Střední (očekávaná) hodnota (1. moment):

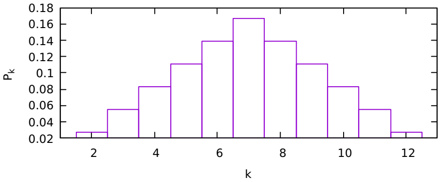
$$\mu = E[k] = \sum_{k=2}^{12} k P_k = 7.$$

- 2. moment:

$$E[k^2] = \sum_{k=2}^{12} k^2 P_k \approx 54,8.$$

- Rozptyl (2. centrální moment):

$$\sigma^2 = V[k] = E[(k-\mu)^2] = E[k^2] - \mu^2 = 54,8 - 7^2 = 5,8.$$



Rozdělení pravděpodobností možných součtů.

Momenty rozdělení – diskrétní náhodná proměnná

Házíme dvěma šestistěnnými kostkami. Určete pravděpodobnosti možných součtů hozených čísel, očekávanou hodnotu a rozptyl.

- 36 elementárních jevů:

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

- Nás zajímá jev „součet je roven k“.
- $P_k = \frac{N_k}{N}$, např. $P_7 = \frac{6}{36}$
- Střední (očekávaná) hodnota (1. moment):

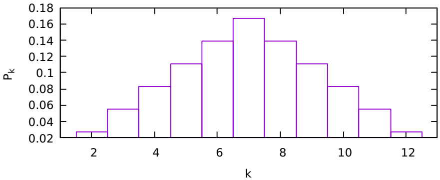
$$\mu = E[k] = \sum_{k=2}^{12} k P_k = 7.$$

- 2. moment:

$$E[k^2] = \sum_{k=2}^{12} k^2 P_k \approx 54,8.$$

- Rozptyl (2. centrální moment):

$$\sigma^2 = V[k] = E[(k-\mu)^2] = E[k^2] - \mu^2 = 54,8 - 7^2 = 5,8.$$



Rozdělení pravděpodobností možných součtů.

Momenty rozdělení – diskrétní náhodná proměnná

Poznámka: Souvislost střední hodnoty a průměru

- Diskrétní proměnná, může nabývat M hodnot $x_1, .., x_M$.
- Střední hodnota:

$$\mu = \sum_i^M x_i P_i .$$

- Experimentální data: N výsledků měření $\xi_1, ..., \xi_N$.
- Chceme odhad střední hodnoty, ale neznáme pravděpodobnosti P_i.
- Odhadneme je z „frekventistické“ definice pravděpodobnosti,

$$\hat{\mu} = \sum_i^M x_i \hat{P}_i = \sum_i^M x_i \frac{N_i}{N}$$

- N_i je počet měření ξ rovných x_i,

$$N_i = \sum_j^{x_i=\xi_j} 1 = \sum_j^N \delta(x_i - \xi_j) \qquad \text{kde} \quad \delta(a) = 1 \text{ pro } a = 0 \text{ a } 0 \text{ jinde.}$$

- Takže můžeme napsat

$$\hat{\mu} = \frac{1}{N} \sum_i^M x_i \sum_j^N \delta(x_i - \xi_j) = \frac{1}{N} \sum_j^N \sum_i^M x_i \delta(x_i - \xi_j) = \frac{1}{N} \sum_j^N \xi_j .$$

- Což je aritmetický průměr.

Momenty rozdělení – diskrétní náhodná proměnná

Poznámka: Souvislost střední hodnoty a průměru

- Diskrétní proměnná, může nabývat M hodnot $x_1, .., x_M$.
- Střední hodnota:

$$\mu = \sum_i^M x_i P_i .$$

- Experimentální data: N výsledků měření $\xi_1, ..., \xi_N$.
- Chceme odhad střední hodnoty, ale neznáme pravděpodobnosti P_i.
- Odhadneme je z „frekventistické“ definice pravděpodobnosti,

$$\hat{\mu} = \sum_i^M x_i \hat{P}_i = \sum_i^M x_i \frac{N_i}{N}$$

- N_i je počet měření ξ rovných x_i,

$$N_i = \sum_j^{x_i = \xi_j} 1 = \sum_j^N \delta(x_i - \xi_j) \qquad \text{kde} \quad \delta(a) = 1 \text{ pro } a = 0 \text{ a } 0 \text{ jinde.}$$

- Takže můžeme napsat

$$\hat{\mu} = \frac{1}{N} \sum_i^M x_i \sum_j^N \delta(x_i - \xi_j) = \frac{1}{N} \sum_j^N \sum_i^M x_i \delta(x_i - \xi_j) = \frac{1}{N} \sum_j^N \xi_j .$$

- Což je aritmetický průměr.

Momenty rozdělení – diskrétní náhodná proměnná

Poznámka: Souvislost střední hodnoty a průměru

- Diskrétní proměnná, může nabývat M hodnot $x_1, .., x_M$.
- Střední hodnota:

$$\mu = \sum_i^M x_i P_i.$$

- Experimentální data: N výsledků měření $\xi_1, ..., \xi_N$.
- Chceme odhad střední hodnoty, ale neznáme pravděpodobnosti P_i.
- Odhadneme je z „frekventistické“ definice pravděpodobnosti,

$$\hat{\mu} = \sum_i^M x_i \hat{P}_i = \sum_i^M x_i \frac{N_i}{N}$$

- N_i je počet měření ξ rovných x_i,

$$N_i = \sum_j^{x_i = \xi_j} 1 = \sum_j^N \delta(x_i - \xi_j) \qquad \text{kde} \quad \delta(a) = 1 \text{ pro } a = 0 \text{ a } 0 \text{ jinde.}$$

- Takže můžeme napsat

$$\hat{\mu} = \frac{1}{N} \sum_i^M x_i \sum_j^N \delta(x_i - \xi_j) = \frac{1}{N} \sum_j^N \sum_i^M x_i \delta(x_i - \xi_j) = \frac{1}{N} \sum_j^N \xi_j.$$

- Což je aritmetický průměr.

Momenty rozdělení – spojitá náhodná proměnná

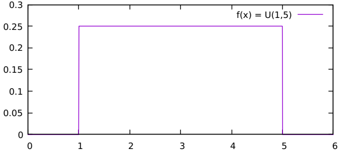
Určete střední hodnotu a rozptyl náhodné proměnné rovnoměrně rozdělené mezi a a b.

- Hustota pravděpodobnosti:

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \quad \text{pro} \quad a < x < b, \qquad f(x) = 0 \quad \text{jinde.}$$

- Ověření normalizace:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b \frac{1}{b-a}\mathrm{d}x = 1$$



Příklad: $f(x)$ pro $a = 1, b = 5$

- Očekávaná hodnota (1. moment):

$$\mu = E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b \frac{x}{b-a}\mathrm{d}x = \frac{1}{b-a}\left[\frac{x^2}{2}\right]_a^b = \frac{b^2-a^2}{2(b-a)} = \frac{(b+a)(b-a)}{2(b-a)} = \frac{b+a}{2}.$$

- 2. moment:

$$E[x^2] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b \frac{x^2}{b-a}\mathrm{d}x = \frac{1}{b-a}\left[\frac{x^3}{3}\right]_a^b = \frac{b^3-a^3}{3(b-a)}.$$

- Rozptyl (2. centrální moment):

$$\sigma^2 = E[(x-\mu)^2] = E[x^2] - \mu^2 = \frac{b^3-a^3}{3(b-a)} - \left(\frac{b+a}{2}\right)^2 = \frac{4b^3-4a^3-3b^3-3ab^2+3a^2b+3a^3}{12(b-a)}$$

$$= \frac{b^3-3ab^2+3a^2b-a^3}{12(b-a)} = \frac{(b-a)^3}{12(b-a)} = \frac{(b-a)^2}{12}.$$

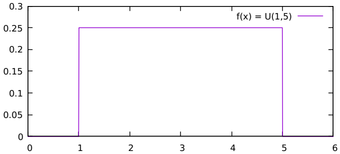
Určete střední hodnotu a rozptyl náhodné proměnné rovnoměrně rozdělené mezi a a b.

- Hustota pravděpodobnosti:

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \quad \text{pro} \quad a < x < b, \qquad f(x) = 0 \quad \text{jinde.}$$

- Ověření normalizace:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b \frac{1}{b-a}\mathrm{d}x = 1$$



Příklad: $f(x)$ pro $a = 1, b = 5$

- Očekávaná hodnota (1. moment):

$$\mu = E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b \frac{x}{b-a}\mathrm{d}x = \frac{1}{b-a}\left[\frac{x^2}{2}\right]_a^b = \frac{b^2-a^2}{2(b-a)} = \frac{(b+a)(b-a)}{2(b-a)} = \frac{b+a}{2}.$$

- 2. moment:

$$E[x^2] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\mathrm{d}x = \int$$

- Rozptyl (2. centrální moment):

$$\sigma^2 = E[(x-\mu)^2] = E[x^2] - \mu^2 = \frac{b^3 - a^3}{3(b-a)} \ldots 3a^2b + 3a^3$$

$$= \frac{b^3 - 3ab^2 + 3a^2b - a^3}{12(b-a)} = \frac{(b-a)^3}{12(b-a)} = \frac{(b-a)^2}{12}.$$

Integrál Newtonovou metodou:

$$\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x = \left[f(x)\right]_a^b = f(b) - f(a).$$

Derivace x^n: $(x^n)' = nx^{n-1}$.

Momenty rozdělení – spojitá náhodná proměnná

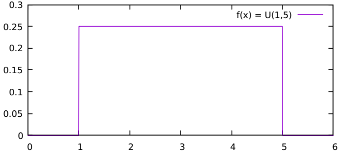
Určete střední hodnotu a rozptyl náhodné proměnné rovnoměrně rozdělené mezi a a b.

- Hustota pravděpodobnosti:

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \quad \text{pro} \quad a < x < b, \qquad f(x) = 0 \quad \text{jinde.}$$

- Ověření normalizace:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b \frac{1}{b-a}\mathrm{d}x = 1$$



Příklad: $f(x)$ pro $a = 1, b = 5$

- Očekávaná hodnota (1. moment):

$$\mu = E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b \frac{x}{b-a}\mathrm{d}x = \frac{1}{b-a}\left[\frac{x^2}{2}\right]_a^b = \frac{b^2-a^2}{2(b-a)} = \frac{(b+a)(b-a)}{2(b-a)} = \frac{b+a}{2}.$$

- 2. moment:

$$E[x^2] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b \frac{x^2}{b-a}\mathrm{d}x = \frac{1}{b-a}\left[\frac{x^3}{3}\right]_a^b = \frac{b^3-a^3}{3(b-a)}.$$

- Rozptyl (2. centrální moment):

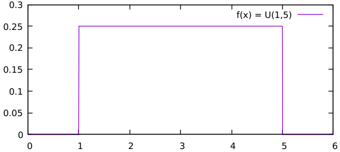
$$\sigma^2 = E[(x-\mu)^2] = E[x^2] - \mu^2 = \frac{b^3-a^3}{3(b-a)} - \left(\frac{b+a}{2}\right)^2 = \frac{4b^3-4a^3-3b^3-3ab^2+3a^2b+3a^3}{12(b-a)}$$

$$= \frac{b^3-3ab^2+3a^2b-a^3}{12(b-a)} = \frac{(b-a)^3}{12(b-a)} = \frac{(b-a)^2}{12}.$$

Určete střední hodnotu a rozptyl náhodné proměnné rovnoměrně rozdělené mezi a a b.

- Hustota pravděpodobnosti:

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \quad \text{pro} \quad a < x < b, \qquad f(x) = 0 \quad \text{jinde.}$$



Příklad: $f(x)$ pro $a = 1, b = 5$

- Ověření normalizace:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b \frac{1}{b-a}\mathrm{d}x = 1$$

- Očekávaná hodnota (1. moment):

$$\mu = E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b \frac{x}{b-a}\mathrm{d}x = \frac{1}{b-a}\left[\frac{x^2}{2}\right]_a^b = \frac{b^2-a^2}{2(b-a)} = \frac{(b+a)(b-a)}{2(b-a)} = \frac{b+a}{2}.$$

- 2. moment:

$$E[x^2] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b \frac{x^2}{b-a}\mathrm{d}x = \frac{1}{b-a}\left[\frac{x^3}{3}\right]_a^b = \frac{b^3-a^3}{3(b-a)}.$$

- Rozptyl (2. centrální moment):

$$\sigma^2 = E[(x-\mu)^2] = E[x^2] - \mu^2 = \frac{b^3-a^3}{3(b-a)} - \left(\frac{b+a}{2}\right)^2 = \frac{4b^3-4a^3-3b^3-3ab^2+3a^2b+3a^3}{12(b-a)}$$

$$= \frac{b^3-3ab^2+3a^2b-a^3}{12(b-a)} = \frac{(b-a)^3}{12(b-a)} = \frac{(b-a)^2}{12}.$$

Momenty rozdělení – spojitá náhodná proměnná

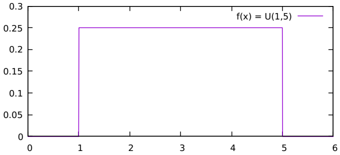
Určete střední hodnotu a rozptyl náhodné proměnné rovnoměrně rozdělené mezi a a b.

- Hustota pravděpodobnosti:

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \quad \text{pro} \quad a < x < b, \qquad f(x) = 0 \quad \text{jinde.}$$

- Ověření normalizace:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b \frac{1}{b-a}\mathrm{d}x = 1$$



Příklad: $f(x)$ pro $a = 1, b = 5$

- Očekávaná hodnota (1. moment):

$$\mu = E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b \frac{x}{b-a}\mathrm{d}x = \frac{1}{b-a}\left[\frac{x^2}{2}\right]_a^b = \frac{b^2-a^2}{2(b-a)} = \frac{(b+a)(b-a)}{2(b-a)} = \frac{b+a}{2}.$$

- 2. moment:

$$E[x^2] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b \frac{x^2}{b-a}\mathrm{d}x = \frac{1}{b-a}\left[\frac{x^3}{3}\right]_a^b = \frac{b^3-a^3}{3(b-a)}.$$

- Rozptyl (2. centrální moment):

$$\sigma^2 = E[(x-\mu)^2] = E[x^2] - \mu^2 = \frac{b^3-a^3}{3(b-a)} - \left(\frac{b+a}{2}\right)^2 = \frac{4b^3-4a^3-3b^3-3ab^2+3a^2b+3a^3}{12(b-a)}$$

$$= \frac{b^3-3ab^2+3a^2b-a^3}{12(b-a)} = \frac{(b-a)^3}{12(b-a)} = \frac{(b-a)^2}{12}.$$

Momenty rozdělení – spojitá náhodná proměnná

Náhodná proměnná x má rozdělení popsané hustotou pravděpodobnosti

$$f(x) = 2xe^{-x^2} \quad \text{pro} \quad x \geq 0, \qquad f(x) = 0 \quad \text{pro} \quad x < 0.$$

Vypočítejte medián této náhodné proměnné.
Pozn. medián je taková hodnota x_m, že $P(x < x_\mathrm{m}) = P(x > x_\mathrm{m})$.

- Distribuční funkce $F(x)$ odpovídá pravděpodobnosti nalezení hodnoty menší než x, takže

$$F(x_\mathrm{m}) = P(x \leq x_\mathrm{m}) = 1 - P(x > x_\mathrm{m}) = 1 - F(x_\mathrm{m}),$$
$$F(x_\mathrm{m}) = \frac{1}{2}.$$

- Distribuční funkci spočítáme jako

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(\xi)\mathrm{d}\xi = \int_0^x 2\xi e^{-\xi^2}\mathrm{d}\xi = \left[-e^{-\xi^2}\right]_0^x = 1 - e^{-x^2}.$$

- Dosadíme

$$\frac{1}{2} = 1 - e^{-x_\mathrm{m}^2}$$
$$-x_\mathrm{m}^2 = \ln\frac{1}{2}$$
$$x_\mathrm{m} = \sqrt{\ln 2}$$

Náhodná proměnná x má rozdělení popsané hustotou pravděpodobnosti

$$f(x) = 2xe^{-x^2} \quad \text{pro} \quad x \geq 0, \qquad f(x) = 0 \quad \text{pro} \quad x < 0.$$

Vypočítejte medián této náhodné proměnné.
Pozn. medián je taková hodnota x_m, že $P(x < x_\mathrm{m}) = P(x > x_\mathrm{m})$.

- Distribuční funkce $F(x)$ odpovídá pravděpodobnosti nalezení hodnoty menší než x, takže

$$F(x_\mathrm{m}) = P(x \leq x_\mathrm{m}) = 1 - P(x > x_\mathrm{m}) = 1 - F(x_\mathrm{m}),$$
$$F(x_\mathrm{m}) = \frac{1}{2}.$$

- Distribuční funkci spočítáme jako

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(\xi)\mathrm{d}\xi$$

Derivace složené funkce: $[f(g(x))]' = f'(g(x))g'(x)$.
Známé derivace: $(e^x)' = e^x$, $(x^n)' = nx^{n-1}$.
$\rightarrow (e^{-x^2})' = e^{-x^2}(-2x)$.

- Dosadíme

$$\frac{1}{2} = 1 - e^{-x_\mathrm{m}^2}$$
$$-x_\mathrm{m}^2 = \ln\frac{1}{2}$$
$$x_\mathrm{m} = \sqrt{\ln 2}$$

Momenty rozdělení – spojitá náhodná proměnná

Náhodná proměnná x má rozdělení popsané hustotou pravděpodobnosti

$$f(x) = 2xe^{-x^2} \quad \text{pro} \quad x \geq 0, \qquad f(x) = 0 \quad \text{pro} \quad x < 0.$$

Vypočítejte medián této náhodné proměnné.
Pozn. medián je taková hodnota x_m, že $P(x < x_\mathrm{m}) = P(x > x_\mathrm{m})$.

- Distribuční funkce $F(x)$ odpovídá pravděpodobnosti nalezení hodnoty menší než x, takže

$$F(x_\mathrm{m}) = P(x \leq x_\mathrm{m}) = 1 - P(x > x_\mathrm{m}) = 1 - F(x_\mathrm{m}),$$
$$F(x_\mathrm{m}) = \frac{1}{2}.$$

- Distribuční funkci spočítáme jako

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(\xi)\mathrm{d}\xi = \int_{0}^{x} 2\xi e^{-\xi^2}\mathrm{d}\xi = \left[-e^{-\xi^2}\right]_0^x = 1 - e^{-x^2}.$$

- Dosadíme

$$\frac{1}{2} = 1 - e^{-x_\mathrm{m}^2}$$
$$-x_\mathrm{m}^2 = \ln\frac{1}{2}$$
$$x_\mathrm{m} = \sqrt{\ln 2}$$

Momenty rozdělení – spojitá náhodná proměnná

Náhodná proměnná x má rozdělení popsané hustotou pravděpodobnosti

$$f(x) = 2xe^{-x^2} \quad \text{pro} \quad x \geq 0, \qquad f(x) = 0 \quad \text{pro} \quad x < 0.$$

Vypočítejte medián této náhodné proměnné.
Pozn. medián je taková hodnota x_m, že $P(x < x_\mathrm{m}) = P(x > x_\mathrm{m})$.

- Distribuční funkce $F(x)$ odpovídá pravděpodobnosti nalezení hodnoty menší než x, takže

$$F(x_\mathrm{m}) = P(x \leq x_\mathrm{m}) = 1 - P(x > x_\mathrm{m}) = 1 - F(x_\mathrm{m}),$$

$$F(x_\mathrm{m}) = \frac{1}{2}.$$

- Distribuční funkci spočítáme jako

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(\xi)\mathrm{d}\xi = \int_0^x 2\xi e^{-\xi^2}\mathrm{d}\xi = \left[-e^{-\xi^2}\right]_0^x = 1 - e^{-x^2}.$$

- Dosadíme

$$\frac{1}{2} = 1 - e^{-x_\mathrm{m}^2}$$

$$-x_\mathrm{m}^2 = \ln\frac{1}{2}$$

$$x_\mathrm{m} = \sqrt{\ln 2}$$

ROOT

Co je to ROOT

- „Framework“ na analýzu dat.
- Umí pracovat s velkými objemy dat (např. většími než RAM).
- Umí mnoho věcí (histogramy, fitování, optimalizační úlohy, geometrie...).
- ROOT je postaven na jazyce C++, umí ho kromě kompilování i interpretovat.
- Existuje Python verze (PyRoot).

Možnosti práce v ROOTu

- ROOT je postaven na jazyce C++, umí ho kromě kompilování i interpretovat.
- Interaktivní (spustím `root` a píšu kód přímo do terminálu).
  - Např. `root[0] sqrt(2*2 + 5*5 + 3*3)`.
- Makra (píšu kód do souboru, např. `macro.cc`)
  - Píšu funkce, např `int funkce1() {...}`, `void funkce2(int a) {...}`, `void macro() {...}`
  - V ROOTu snadno spustím funkci se stejným jménem, jako má soubor:
    `root [0] .x macro.cc`
  - Pokud chci jinou funkci:
    `root [0] .L macro.cc`
    `root [1] funkce2(3)`
  - Makra lze zkompilovat (více formální kontroly kódu, běží pak rychleji)
    `root [0] .L macro.cc+`
- Vlastní C++ programy, využívající knihovny ROOTu.
  - Kompilujeme s pomocí skriptu `root-config`, např.
    ```
    g++ -g -O2 -Wall -Wextra -c `root-config --cflags` -o code.o code.cc
    g++ -O2 -o code code.o `root-config --libs --glibs`
    ```

ROOT

Co je to ROOT

- „Framework“ na analýzu dat.
- Umí pracovat s velkými objemy dat (např. většími než RAM).
- Umí mnoho věcí (histogramy, fitování, optimalizační úlohy, geometrie...).
- ROOT je postaven na jazyce C++, umí ho kromě kompilování i interpretovat.
- Existuje Python verze (PyRoot).

Možnosti práce v ROOTu

- ROOT je postaven na jazyce C++, umí ho kromě kompilování i interpretovat.
- Interaktivní (spustím `root` a píšu kód přímo do terminálu).
  - Např. `root[0] sqrt(2*2 + 5*5 + 3*3)`.
- Makra (píšu kód do souboru, např. `macro.cc`)
  - Píšu funkce, např `int funkce1() {...}`, `void funkce2(int a) {...}`, `void macro() {...}`
  - V ROOTu snadno spustím funkci se stejným jménem, jako má soubor:
    `root [0] .x macro.cc`
  - Pokud chci jinou funkci:
    `root [0] .L macro.cc`
    `root [1] funkce2(3)`
  - Makra lze zkompilovat (více formální kontroly kódu, běží pak rychleji)
    `root [0] .L macro.cc+`
- Vlastní C++ programy, využívající knihovny ROOTu.
  - Kompilujeme s pomocí skriptu `root-config`, např.
    `g++ -g -O2 -Wall -Wextra -c ‘root-config --cflags‘ -o code.o code.cc`
    `g++ -O2 -o code code.o ‘root-config --libs --glibs‘`

ROOT

Co je to ROOT

- „Framework“ na analýzu dat.
- Umí pracovat s velkými objemy dat (např. většími než RAM).
- Umí mnoho věcí (histogramy, fitování, optimalizační úlohy, geometrie...).
- ROOT je postaven na jazyce C++, umí ho kromě kompilování i interpretovat.
- Existuje Python verze (PyRoot).

Možnosti práce v ROOTu

- ROOT je postaven na jazyce C++, umí ho kromě kompilování i interpretovat.
- Interaktivní (spustím `root` a píšu kód přímo do terminálu).
  - Např. `root[0] sqrt(2*2 + 5*5 + 3*3)`.
- Makra (píšu kód do souboru, např. `macro.cc`)
  - Píšu funkce, např `int funkce1() {...}`, `void funkce2(int a) {...}`, `void macro() {...}`
  - V ROOTu snadno spustím funkci se stejným jménem, jako má soubor:
    `root [0] .x macro.cc`
  - Pokud chci jinou funkci:
    ```
    root [0] .L macro.cc
    root [1] funkce2(3)
    ```
  - Makra lze zkompilovat (více formální kontroly kódu, běží pak rychleji)
    `root [0] .L macro.cc+`
- Vlastní C++ programy, využívající knihovny ROOTu.
  - Kompilujeme s pomocí skriptu `root-config`, např.
    ```
    g++ -g -O2 -Wall -Wextra -c `root-config --cflags` -o code.o code.cc
    g++ -O2 -o code code.o `root-config --libs --glibs`
    ```

Histogram v ROOTu

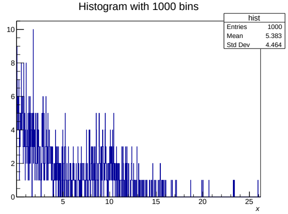
V ROOTu vytvořte histogram z naměřených hodnot uložených v souboru `data.dat`
Nalezněte optimální šířku binu.

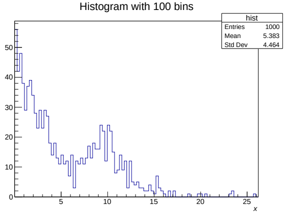
- Konstruktor histogramu:
  `TH1D* h = new TH1D("hist", "Histogram", nBins, xMin, xMax);`
  - Vytvoří ukazatel na histogram (objekt v paměti typu `TH1D` = 1-dimenzionálního histogram) jménem `h`.
  - `hist` – jméno objektu (musí být unikátní).
  - `Histogram` – nadpis (lze rovnou zadat popisky os: `title;xTitle;yTitle`).
  - `nBins, xMin, xMax` – počet binů, minimum a maximum.
- Vybrané metody:
  - Přidání čísla: `h->Fill(x);`.
  - Nakreslení histogramu: `h->Draw();` (nakresli k předchozímu: `h->Draw("same");`)
  - Sloučit n-tice binů: `h->Rebin(n);`
  - Vrať počet čísel v i-tém binu: `h->GetBinContent(i)`
    (pozn. bin `0` je „underflow“, `1` je první bin, ..., `nBins` je poslední a `nBins+1` je „overflow“)
  - Vrať střed i-tého binu: `h->GetBinCenter(i)`
- Vzorové řešení: `upf_cv4_hist.cc`

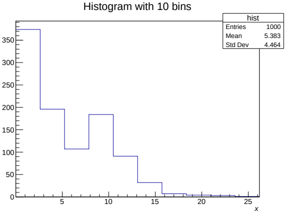
Histogram v ROOTu

V ROOTu vytvořte histogram z naměřených hodnot uložených v souboru `data.dat`
Nalezněte optimální šířku binu.

- Počet řádků: 1000.
- $x_{\mathrm{min}} = 0,004103$.
- $x_{\mathrm{max}} = 26,20$.





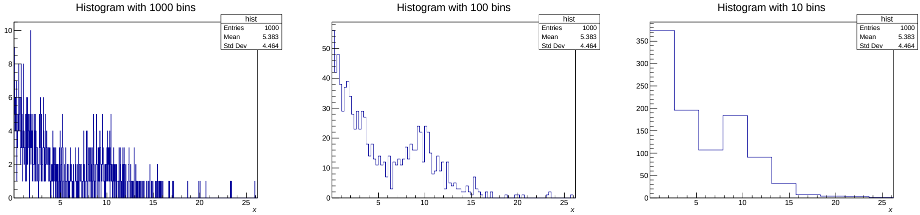


Spočítejte aritmetický průměr a standardní odchylku.

- $\mu = 5,40$
- $\sigma = 4,51$
- Vzorové řešení: `upf_cv4_mom.cc`

V ROOTu vytvořte histogram z naměřených hodnot uložených v souboru `data.dat`
Nalezněte optimální šířku binu.

- Počet řádků: 1000.
- $x_{\mathrm{min}} = 0,004103$.
- $x_{\mathrm{max}} = 26,20$.



Spočítejte aritmetický průměr a standardní odchylku.

- $\mu = 5,40$
- $\sigma = 4,51$
- Vzorové řešení: `upf_cv4_mom.cc`

Generování náhodné proměnné v ROOTu

Hodnoty v souboru **data.dat** odpovídají situaci, kdy v experimentu mohou být detekovány dva typy událostí:

- v $\frac{3}{4}$ případů exponenciální rozpad s časovou konstantou $\tau = 4$,
- v $\frac{1}{4}$ případů výběr z normálního rozdělení s očekávanou hodnotou $\mu = 10$ a standardní odchylkou $\sigma = 2$.

V ROOTu proveďte simulaci tohoto experimentu a nasimulovaná data naplňte do histogramu.

- Vytvoření generátoru náhodných čísel: `TRandom3* rand = new TRandom3();`
- Generuj číslo s daným rozdělením:
  - Rovnoměrné $U(0,1)$: `x = rand->Rndm();`
  - Exponenciální: `x = rand->Exp(tau);`
  - Normální: `x = rand->Gaus(mean, sigma);`
  - Poissonovo: `x = Poisson(mean);`
  - Binomické: `x = Binomial(n,p);`
- Vzorové řešení: `upf_cv4_sim.cc`