

# Úvod do praktické fyziky, cvičení 13

## Příklad zpracování dat

Jan Matoušek

5. 1. 2021



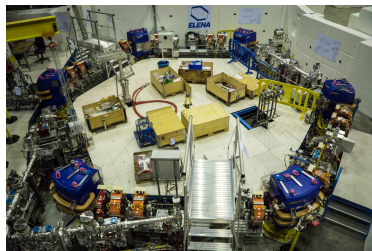
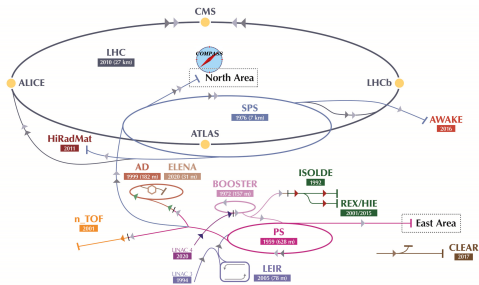
UNIVERZITA KARLOVA  
Matematicko-fyzikální  
fakulta



- Evropské centrum pro jaderný výzkum.
- Experimenty na LHC.
- Experimenty na menších urychlovačích.
- Další experimenty (antihmota...)
- Aplikovaný výzkum (IT, urychlovače...)



Urychlovač LHC. [CERN]



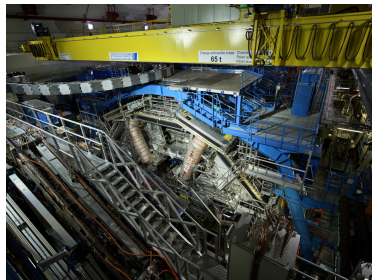
„Zpomalovač“ antiprotonů ELENA.



UNIVERZITA KARLOVA  
Matematicko-fyzikální  
fakulta

## Zapojení MFF UK v CERN:

- Ústav částicové a jaderné fyziky.
  - Velká skupina na ATLASu (LHC).
  - Další experimenty (NA62, nTOF).
- Katedra fyziky nízkých teplot
  - Experiment COMPASS
  - Historické důvody, nízkoteplotní terč.



Experiment ATLAS. [CERN]



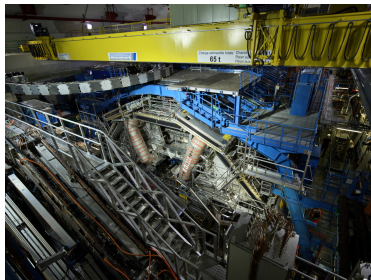
UNIVERZITA KARLOVA  
Matematicko-fyzikální  
fakulta

## Zapojení MFF UK v CERN:

- Ústav částicové a jaderné fyziky.
  - Velká skupina na ATLASu (LHC).
  - Další experimenty (NA62, nTOF).
- Katedra fyziky nízkých teplot
  - **Experiment COMPASS**
  - Historické důvody, nízkoteplotní terč.



Vnitřek polarizovaného terče. [COMPASS]

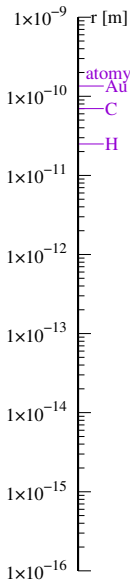


Experiment ATLAS. [CERN]



Experiment COMPASS. [CERN]

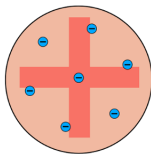
# Úvod: Ruthefordův model



Do **atomové škály** nám může ke zkoumání hmoty posloužit mikroskopie.  
Subatomová škála vyžaduje jiný přístup.

## Příklad ze začátku 20. století: Geigerovy–Marsdenovy experimenty

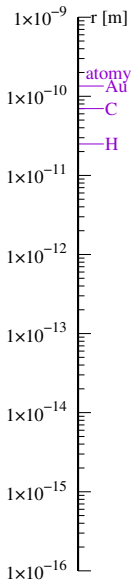
- Populární byl Thomsonův „puddingový“ model atomu.
- H. Geiger a E. Marsden studovali průchod částic  $\alpha$  vzduchem a kovovými foliemi a překvapivě občas pozorovali rozptyl do velkých úhlů.
- E. Rutherford: Thomsonův model to nemůže vysvětlit.



Thomsonův „plum pudding“ model atomu.

[Kurzon, Wikimedia Commons.]

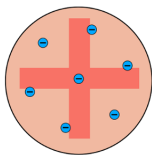
# Úvod: Ruthefordův model



Do **atomové škály** nám může ke zkoumání hmoty posloužit mikroskopie.  
**Subatomová škála** vyžaduje jiný přístup.

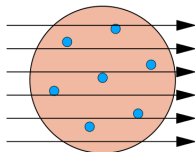
## Příklad ze začátku 20. století: Geigerovy–Marsdenovy experimenty

- Populární byl Thomsonův „puddinkový“ model atomu.
- H. Geiger a E. Marsden studovali průchod částic  $\alpha$  vzduchem a kovovými foliemi a překvapivě občas pozorovali rozptyl do velkých úhlů.
- E. Rutherford: Thomsonův model to nemůže vysvětlit.



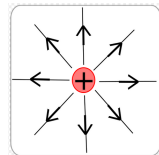
Thomsonův „plum pudding“ model atomu.

[Kurzon, Wikimedia Commons.]



Těžké  $\alpha$  částice projdou snadno, pole není příliš silné.

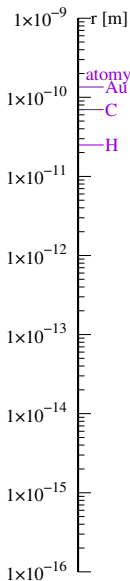
[Kurzon, Wikimedia Commons.]



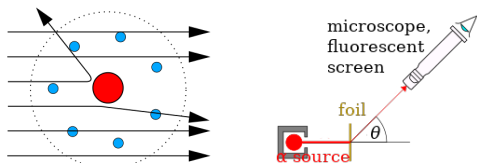
Elektrické pole kolem nabitě koule.

[Nein Arimasen, Wikimedia Commons.]

# Úvod: Ruthefordův model



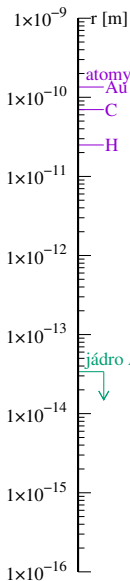
- Rozptyl do velkých úhlů = vysoká intenzita elektrického pole = vysoká hustota náboje.
- E. Rutherford navrhnul model s **bodovým jádrem** ( $E \propto 1/r^2$ ) a předpověděl, kolik  $\alpha$ -částic se rozptýlí za jednotku času do určitého úhlu.
  - H. Geiger a E. Marsden roku 1913 jeho předpověď potvrdili.
  - Stanovili i horní limit velikosti jádra.



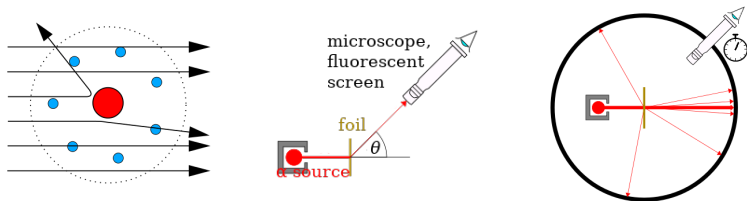
[Kurzon, Wikimedia Commons, mírně upraveno.]

Rozptylový experiment je už přes 100 let dobrým nástrojem pro studium subatomové struktury.

# Úvod: Ruthefordův model



- Rozptyl do velkých úhlů = vysoká intenzita elektrického pole = vysoká hustota náboje.
- E. Rutherford navrhnul model s **bodovým jádrem** ( $E \propto 1/r^2$ ) a předpověděl, kolik  $\alpha$ -částic se rozptýlí za jednotku času do určitého úhlu.
- H. Geiger a E. Marsden roku 1913 jeho předpověď potvrdili.
- Stanovili i horní limit velikosti jádra.

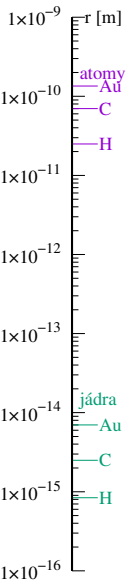


[Kurzon, Wikimedia Commons, mírně upraveno.]

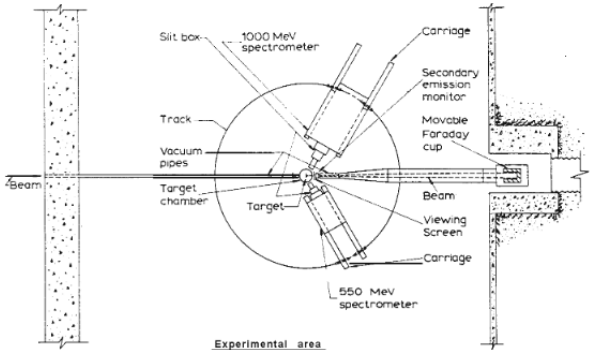
Rozptylový experiment je už přes 100 let dobrým nástrojem pro studium subatomové struktury.



# Úvod: Ruthefordův model

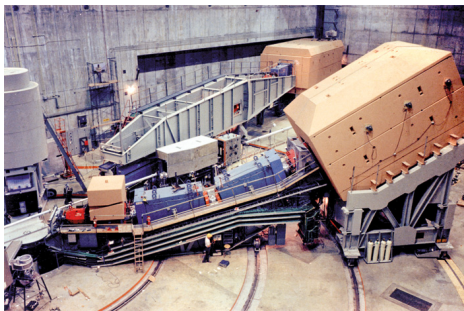


- Proč Geiger a Marsden zvládli jen horní limit?  
 $\alpha$ -částice z rozpadu mají malou energii = dlouhou vlnovou délku  $\lambda$ .
- 50. léta: Do hry přichází urychlovače a pružný rozptyl  $e^-$  na jádrech
- Stanfordova univerzita, R. Hofstadter (730 MeV  $\rightarrow \lambda \approx 2 \times 10^{-15}$  m)



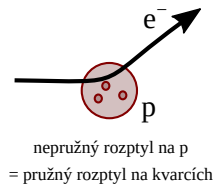
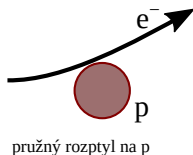
[R. Hofstadter, Nobel Lecture]

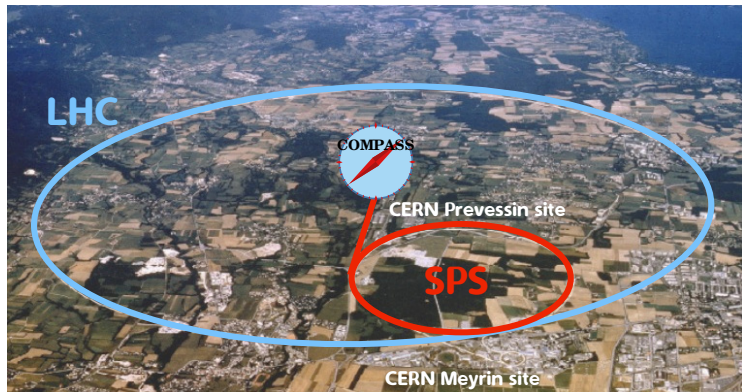
# Úvod: Ruthefordův model



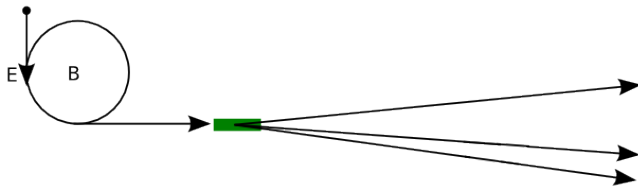
Detektor SLAC–MIT [CERN Courier]

- 60. léta: Nová laboratoř Stanford linear accelerator center (SLAC).
- „The Monster“: 4 km dlouhý urychlovač elektronů ( $20 \text{ GeV} \rightarrow \lambda < 10^{-16} \text{ m}$ ).
- Nejprve pružný rozptyl.
- Později hluboce nepružný rozptyl (část energie jde do rozbití protonu).
- Hadrony se skládají z bodových nábojů – kvarků.
- Ty se po dobu srážky chovají jako volné.

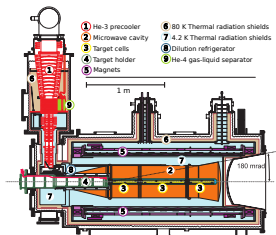




- Mezinárodní spolupráce ( $\approx 220$  fyziků).
- Multifunkční experiment.
- Studuje také **hluboce nepružný rozptyl**, ale pozoruje při tom i **produkované hadrony**.  
→ Jak rychle se kvarky pohybují? Jsou polarizované? „Obíhají“ kolem sebe navzájem?

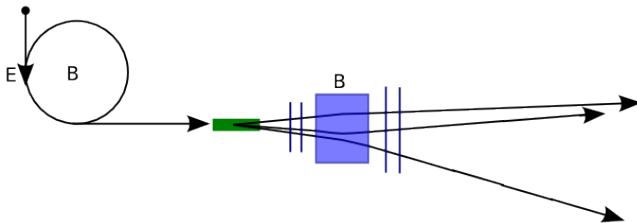


Tudy přichází svazek na COMPASS. [CERN]

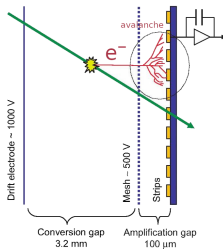


Polarizovaný terč.

- Svazek částic, terč.
- Magnety a polohové detektory: hybnost nabitých částic.
- Kalorimetry: neutrální částice, energie.
- Identifikace částic.
- Trigger – spouští záznam.
- Zápis na magnetické

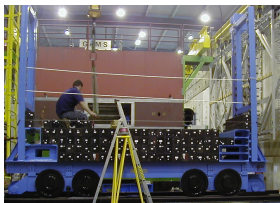
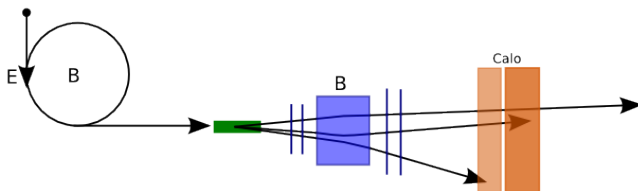


Magnet COMPASSu. [CERN]

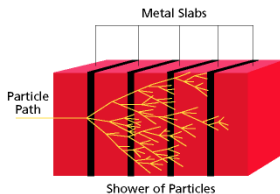


Plynový detektor částic.

- Svazek částic, terč.
- Magnety a polohové detektory: hybnost nabitých částic.
- Kalorimetry: neutrální částice, energie.
- Identifikace částic.
- Trigger – spouští záznam.
- Zápis na magnetické

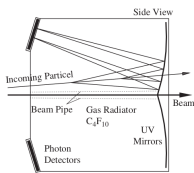
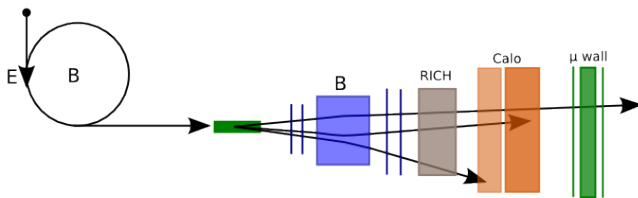


Stavění kalorimetru.  
[COMPASS]

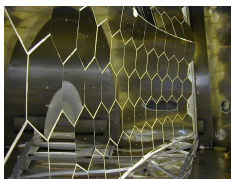
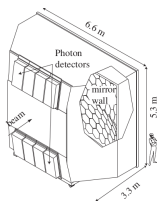


Kalorimetr měří energii částic.

- Svazek částic, terč.
- Magnety a polohové detektory: hybnost nabitých částic.
- Kalorimetry: neutrální částice, energie.
- Identifikace částic.
- Trigger – spouští záznam.
- Zápis na magnetické

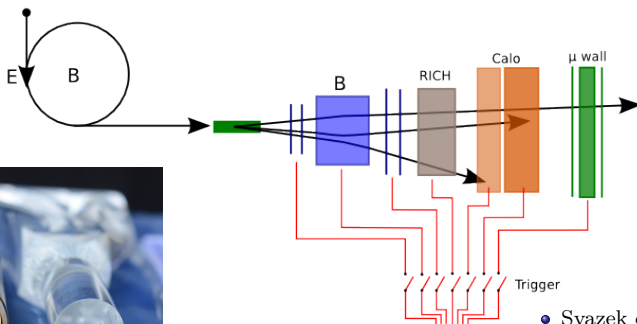


Čerenkovský detektor měří rychlost nabitých částic.



Zrcadlo detektoru vyrobené v ČR.

- Svazek částic, terč.
- Magnety a polohové detektory: hybnost nabitých částic.
- Kalorimetry: neutrální částice, energie.
- Identifikace částic.
- Trigger – spouští záznam.
- Zápis na magnetické



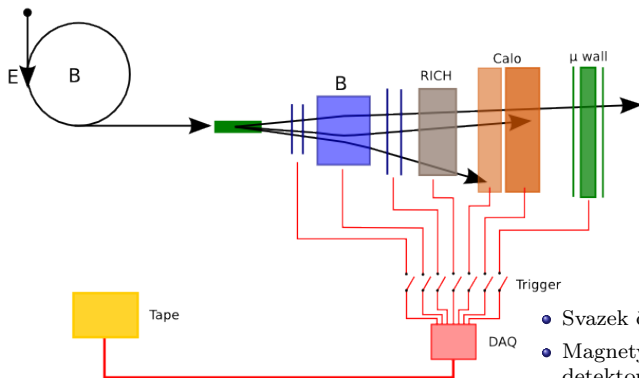
Fotonásobič a scintilátor.



Malý model triggeru.

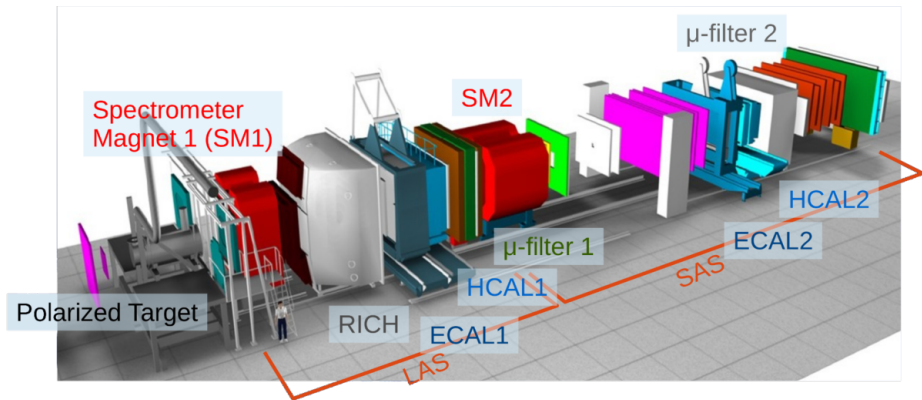
- Svazek částic, terč.
- Magnety a polohové detektory: hybnost nabitých částic.
- Kalorimetry: neutrální částice, energie.
- Identifikace částic.
- Trigger – spouští záznam.
- Zázpis na magnetické



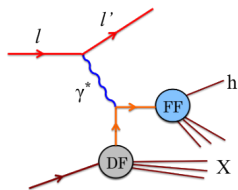


Páskové úložiště.

- Svazek částic, terč.
- Magnety a polohové detektory: hybnost nabitých částic.
- Kalorimetry: neutrální částice, energie.
- Identifikace částic.
- Trigger – spouští záznam.
- Zápis na magnetické pásky.

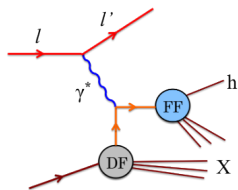




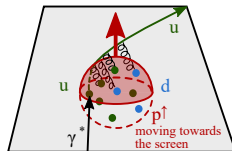


Semi-inkluzivní hluboce nepružný rozptyl.

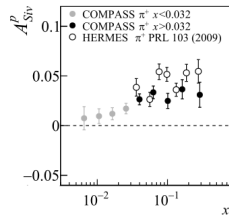
- Hluboce nepružný rozptyl leptonů (elektron, mion) na protonech (nebo neutronech)  
→ změřena hustota pravděpodobnosti nalezení kvarku nesoucího zlomek  $x$  hybnosti  $p$ .
- Pokud pozorujeme jeden ze vzniklých hadronů – semi-inkluzivní rozptyl.
  - Přístup k příčné hybnosti kvarků.
  - Přístup k polarizaci kvarků.
  - Pozorována anizotropie produkce hadronů vůči směru příčné polarizace terče.



Semi-inkluzivní hluboce nepružný rozptyl.



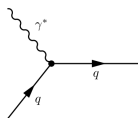
Siversův efekt.



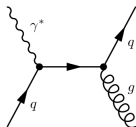
Siversův efekt změřený na  $\pi^+$ .  
[COMPASS, Phys.Lett.B744 (2015)]

- Hluboce nepružný rozptyl leptonů (elektron, mion) na protonech (nebo neutronech) → změřena hustota pravděpodobnosti nalezení kvarku nesoucího zlomek  $x$  hybnosti  $p$ .
- Pokud pozorujeme jeden ze vzniklých hadronů – semi-inkluzivní rozptyl.
  - Přístup k příčné hybnosti kvarků.
  - Přístup k polarizaci kvarků.
  - Pozorována anizotropie produkce hadronů vůči směru příčné polarizace terče.

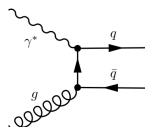
Základní procesy popisující rozptyl  $\mu$  na protonu prostřednictvím výměny jednoho fotonu:



Vedoucí proces.



QCD Comptův proces.

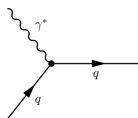


Foton–gluonová fúze.

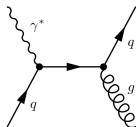
FGF Umožňuje přístup ke gluonům.

- Mají gluony také Siversův efekt?
- FGF události můžeme odlišit od ostatních, pokud  $q\bar{q}$  jsou c kvarky (prakticky se nevyskytují uvnitř protonu).
- $c\bar{c}$  kvarky mohou vytvořit vázaný stav – meson  $J/\psi$ .
- Studovali jsme produkci  $J/\psi$  v rozptylu  $\mu^+$  na příčně polarizované terči.

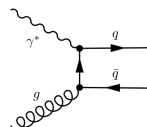
Základní procesy popisující rozptyl  $\mu$  na protonu prostřednictvím výměny jednoho fotonu:



Vedoucí proces.



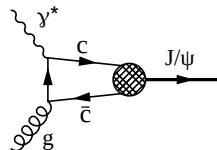
QCD Comptův proces.



Foton-gluonová fúze.

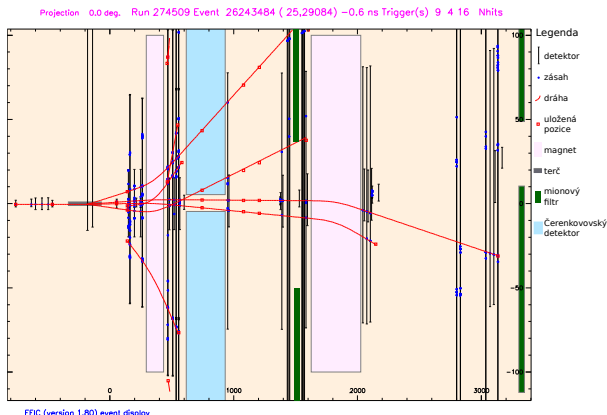
FGF Umožňuje přístup ke gluonům.

- Mají gluony také Siversův efekt?
- FGF události můžeme odlišit od ostatních, pokud  $q\bar{q}$  jsou c kvarky (prakticky se nevyskytují uvnitř protonu).
- $c\bar{c}$  kvarky mohou vytvořit vázaný stav – meson  $J/\psi$ .
- Studovali jsme produkci  $J/\psi$  v rozptylu  $\mu^+$  na příčně polarizované terči.



$J/\psi$  vzniklé v FGF.

# Rekonstrukce a selekce událostí



## Rekonstrukce událostí

- Experiment zaznamenává pozice a čas zásahů do různých detektorů.
- Proložení zásahů dráhami částic (zohledněno magnetické pole a průchod materiálem).
- Fit vrcholů (přibližné průsečíky drah – interakce v terči, rozpady).
- Rekonstrukci dělá COMPASS centrálně na výpočetní farmě (CERN, Frontera).

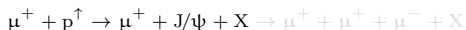


# Rekonstrukce a selekce událostí

## Selekce událostí

- To už je práce jednotlivých lidí – „analyzátorů“.

- Nás zajímá proces



( $X$  = jakékoliv další částice,  $J/\psi$  se okamžitě rozpadá).

- Vybrali jsme události s interakčním vrcholem v terči,
- odkud vycházejí dráhy  $2\mu^+$ ,  $\mu^-$  a jakékoliv další.

- Identifikace  $\mu$ : nezastaví se v materiálu (těžké, ale interagují jen elektromagneticky a slabě).
- Nelze poznat, který  $\mu^+$  je z rozpadu  $\rightarrow$  obě kombinace.
- Pocházejí-li  $\mu^+$ ,  $\mu^-$  z rozpadu  $J/\psi$ ,

$$P_{J/\psi} = P_{\mu^-} + P_{\mu^+}, \quad E_{J/\psi} = E_{\mu^-} + E_{\mu^+}$$

- Současně platí Einsteinův vztah mezi hmotou a energií

$$E_{J/\psi}^2 = P_{J/\psi}^2 c^2 + M_{J/\psi}^2 c^4, \quad M_{J/\psi} = 3.097 \text{ GeV}/c^2.$$

- Proto tzv. invariantní hmota musí být blízko  $M_{J/\psi}$

$$M_{\mu\mu} = \sqrt{(E_{\mu^-} + E_{\mu^+})^2 - (P_{\mu^-} + P_{\mu^+})^2} \approx M_{J/\psi}$$

(„ $\approx$ “ kvůli rozlišení experimentu a relacím neurčitosti).

- Pokud není blízko, jedná se o miony z jiných procesů.

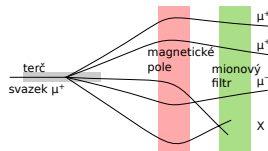


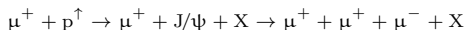
Schéma interakce.

# Rekonstrukce a selekce událostí

## Selekce událostí

- To už je práce jednotlivých lidí – „analyzátorů“.

- Nás zajímá proces



( $X$  = jakékoliv další částice,  $J/\psi$  se okamžitě rozpadá).

- Vybrali jsme události **s interakčním vrcholem v terči**,
- odkud vycházejí **dráhy  $2\mu^+$ ,  $\mu^-$  a jakékoliv další**.
- Identifikace  $\mu$ : nezastaví se v materiálu (těžké, ale interagují jen elektromagneticky a slabě).
- Nelze poznat, který  $\mu^+$  je z rozpadu  $\rightarrow$  obě kombinace.
- Pocházejí-li  $\mu^+$ ,  $\mu^-$  z rozpadu  $J/\psi$ ,

$$P_{J/\psi} = P_{\mu^-} + P_{\mu^+}, \quad E_{J/\psi} = E_{\mu^-} + E_{\mu^+}$$

- Současně platí Einsteinův vztah mezi hmotou a energií

$$E_{J/\psi}^2 = P_{J/\psi}^2 c^2 + M_{J/\psi}^2 c^4, \quad M_{J/\psi} = 3.097 \text{ GeV}/c^2.$$

- Proto tzv. invariantní hmota musí být blízko  $M_{J/\psi}$

$$M_{\mu\mu} = \sqrt{(E_{\mu^-} + E_{\mu^+})^2 - (P_{\mu^-} + P_{\mu^+})^2} \approx M_{J/\psi}$$

(„ $\approx$ “ kvůli rozlišení experimentu a relacím neurčitosti).

- Pokud není blízko, jedná se o miony z jiných procesů.

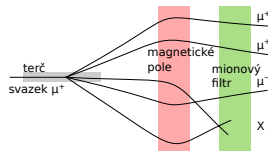


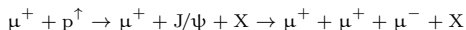
Schéma interakce.

# Rekonstrukce a selekce událostí

## Selekce událostí

- To už je práce jednotlivých lidí – „analyzátorů“.

- Nás zajímá proces



( $X$  = jakékoliv další částice,  $J/\psi$  se okamžitě rozpadá).

- Vybrali jsme události **s interakčním vrcholem v terči**,
- odkud vycházejí **dráhy  $2\mu^+$ ,  $\mu^-$  a jakékoliv další**.
- Identifikace  $\mu$ : nezastaví se v materiálu (těžké, ale interagují jen elektromagneticky a slabě).
- Nelze poznat, který  $\mu^+$  je z rozpadu  $\rightarrow$  obě kombinace.
- Pocházejí-li  $\mu^+$ ,  $\mu^-$  z rozpadu  $J/\psi$ ,

$$P_{J/\psi} = P_{\mu^-} + P_{\mu^+}, \quad E_{J/\psi} = E_{\mu^-} + E_{\mu^+}$$

- Současně platí Einsteinův vztah mezi hmotou a energií

$$E_{J/\psi}^2 = P_{J/\psi}^2 c^2 + M_{J/\psi}^2 c^4, \quad M_{J/\psi} = 3.097 \text{ GeV}/c^2.$$

- Proto tzv. invariantní hmota musí být blízko  $M_{J/\psi}$

$$M_{\mu\mu} = \sqrt{(E_{\mu^-} + E_{\mu^+})^2 - (P_{\mu^-} + P_{\mu^+})^2} \approx M_{J/\psi}$$

(„ $\approx$ “ kvůli rozlišení experimentu a relacím neurčitosti).

- Pokud není blízko, jedná se o miony z jiných procesů.

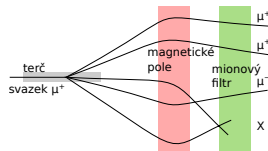
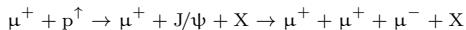


Schéma interakce.

# Rekonstrukce a selekce událostí

## Selekce událostí

- To už je práce jednotlivých lidí – „analyzátorů“.
- Nás zajímá proces



( $X$  = jakékoliv další částice,  $J/\psi$  se okamžitě rozpadá).

- Vybrali jsme události s **interakčním vrcholem v terči**,
- odkud vycházejí **dráhy  $2\mu^+$ ,  $\mu^-$  a jakékoliv další**.
- Identifikace  $\mu$ : nezastaví se v materiálu (těžké, ale interagují jen elektromagneticky a slabě).
- Nelze poznat, který  $\mu^+$  je z rozpadu  $\rightarrow$  obě kombinace.
- Pocházejí-li  $\mu^+$ ,  $\mu^-$  z rozpadu  $J/\psi$ ,

$$\mathbf{P}_{J/\psi} = \mathbf{P}_{\mu^-} + \mathbf{P}_{\mu^+}, \quad E_{J/\psi} = E_{\mu^-} + E_{\mu^+}$$

- Současně platí Einsteinův vztah mezi hmotou a energií

$$E_{J/\psi}^2 = \mathbf{P}_{J/\psi}^2 c^2 + M_{J/\psi}^2 c^4, \quad M_{J/\psi} = 3.097 \text{ GeV}/c^2.$$

- Proto tzv. invariantní hmota musí být blízko  $M_{J/\psi}$

$$M_{\mu\mu} = \sqrt{(E_{\mu^-} + E_{\mu^+})^2 - (\mathbf{P}_{\mu^-} + \mathbf{P}_{\mu^+})^2} \approx M_{J/\psi}$$

(„ $\approx$ “ kvůli rozlišení experimentu a relacím neurčitosti).

- Pokud není blízko, jedná se o miony z jiných procesů.

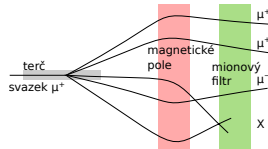
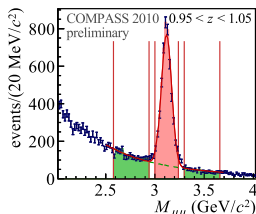


Schéma interakce.



Peak invariantní hmoty pro všechny páry  $\mu^- \mu^+$ .

Vybrali jsme páry s  $M_{\mu\mu}$  v červené oblasti.

- Zajímá nás anizotropie produkce  $J/\psi$  vůči spinu protonu.
- Očekáváme závislost počtu události

$$N_{J/\psi}(\varphi) = a(\varphi) N_{\text{tot.}} (1 + S_T A \sin \varphi),$$

$a(\varphi)$ : akceptance – efektivita detekce,

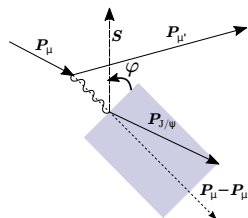
$S_T$ : velikost polarizace protonů v terči,

$A$ : Siversova asymetrie – amplituda anizotropie.

- Akceptanci experimentu lze zjistit ze simulace.
- Lepší je využít střídání směru polarizace!
- Použili jsme tzv. „double ratio“

$$R(\varphi) = \frac{N_{U1}(\varphi) N_{D2}(\varphi)}{N_{D1}(\varphi) N_{U2}(\varphi)} = \frac{a_{U1}(\varphi) a_{D2}(\varphi)}{a_{D1}(\varphi) a_{U2}(\varphi)} \frac{(1 + S_T A \sin \varphi)^2}{(1 - S_T A \sin \varphi)^2}$$
$$\approx C(1 + 4S_T A \sin \varphi).$$

- Akceptance v celách i subperiodách se může lišit, ale lze předpokládat, že uvedený podíl se vykrátí.
- Poslední aproximace platí, pokud je amplituda  $S_T A \ll 1$ .



Definice úhlu  $\varphi$ .  
 $S$  je směr polarizace terče.

- Zajímá nás anizotropie produkce  $J/\psi$  vůči spinu protonu.
- Očekáváme závislost počtu události

$$N_{J/\psi}(\varphi) = a(\varphi) N_{\text{tot.}} (1 + S_T A \sin \varphi),$$

$a(\varphi)$ : akceptance – efektivita detekce,

$S_T$ : velikost polarizace protonů v terči,

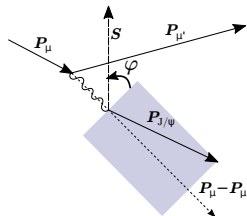
$A$ : Siversova asymetrie – amplituda anizotropie.

- Akceptanci experimentu lze zjistit ze simulace.
- Lepší je využít střídání směru polarizace!
- Použili jsme tzv. „double ratio“

$$R(\varphi) = \frac{N_{U1}(\varphi) N_{D2}(\varphi)}{N_{D1}(\varphi) N_{U2}(\varphi)} = \frac{a_{U1}(\varphi) a_{D2}(\varphi)}{a_{D1}(\varphi) a_{U2}(\varphi)} \frac{(1 + S_T A \sin \varphi)^2}{(1 - S_T A \sin \varphi)^2}$$

$$\approx C(1 + 4S_T A \sin \varphi).$$

- Akceptance v celách i subperiodách se může lišit, ale lze předpokládat, že uvedený podíl se vykrátí.
- Poslední aproximace platí, pokud je amplituda  $S_T A \ll 1$ .



Definice úhlu  $\varphi$ .  
 $S$  je směr polarizace terče.

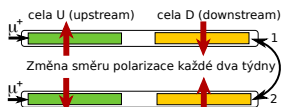


Schéma využití terče se dvěma celami a dvěma tzv. subperiodami.

- Zajímá nás anizotropie produkce  $J/\psi$  vůči spinu protonu.
- Očekáváme závislost počtu události

$$N_{J/\psi}(\varphi) = a(\varphi) N_{\text{tot.}} (1 + S_T A \sin \varphi),$$

$a(\varphi)$ : akceptance – efektivita detekce,

$S_T$ : velikost polarizace protonů v terči,

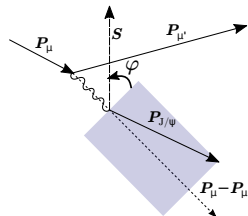
$A$ : Siversova asymetrie – amplituda anizotropie.

- Akceptanci experimentu lze zjistit ze simulace.
- Lepší je využít střídání směru polarizace!
- Použili jsme tzv. „double ratio“

$$R(\varphi) = \frac{N_{U1}(\varphi) N_{D2}(\varphi)}{N_{D1}(\varphi) N_{U2}(\varphi)} = \frac{a_{U1}(\varphi) a_{D2}(\varphi)}{a_{D1}(\varphi) a_{U2}(\varphi)} \frac{(1 + S_T A \sin \varphi)^2}{(1 - S_T A \sin \varphi)^2}$$

$$\approx C(1 + 4S_T A \sin \varphi).$$

- Akceptance v celách i subperiodách se může lišit, ale lze předpokládat, že uvedený podíl se vykrátí.
- Poslední aproximace platí, pokud je amplituda  $S_T A \ll 1$ .



Definice úhlu  $\varphi$ .  
 $S$  je směr polarizace terče.

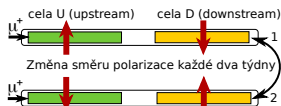


Schéma využití terče se dvěma celami a dvěma tzv. subperiodami.

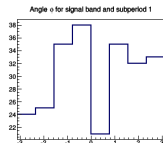
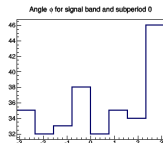
# Měření úhlové závislosti

- 12 period (období kolem rotace polarizace).
- Pro každou 2 subperiody  $s$  a 2 terčové cely  $c$   
→ 4 histogramy  $N_{cs}(\varphi)$  po 8 binech  $N_{csi}$ .
- Počet událostí v binu = náhodná proměnná, přibližně Poissonovo rozdělení (přesně binomické).  
→ odhad  $V[N_{csi}] = E[N_{csi}] = N_{csi}$ ,  
→  $\sigma_{N_{csi}} = \sqrt{N_{csi}}$ .
- Z nich bylo spočítáno

$$R_i = \frac{N_{U1i} N_{D2i}}{N_{D1i} N_{U2i}}.$$

- Přenosem chyb:

$$\begin{aligned}\sigma_R^2 &= \left(\frac{\partial R}{\partial N_{U1}}\right)^2 \sigma_{N_{U1}}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial N_{D1}}\right)^2 \sigma_{N_{D1}}^2 + \dots \\ &= \left(\frac{N_{D2}}{N_{D1} N_{U2}}\right)^2 N_{U1} + \left(-\frac{N_{U1} N_{D2}}{N_{D1}^2 N_{U2}}\right)^2 N_{D1} + \dots \\ &= R^2 \left(\frac{1}{N_{U1}} + \frac{1}{N_{D1}} + \frac{1}{N_{U2}} + \frac{1}{N_{D2}}\right).\end{aligned}$$



Histogramy  $N_{cs}(\varphi)$  pro periodu 5.



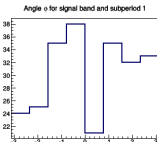
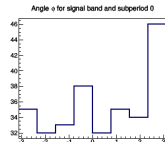
# Měření úhlové závislosti

- 12 period (období kolem rotace polarizace).
- Pro každou 2 subperioody  $s$  a 2 terčové cely  $c$   
 $\rightarrow$  4 histogramy  $N_{cs}(\varphi)$  po 8 binech  $N_{csi}$ .
- Počet událostí v binu = náhodná proměnná, přibližně Poissonovo rozdělení (přesně binomické).  
 $\rightarrow$  odhad  $V[N_{csi}] = E[N_{csi}] = N_{csi}$ ,  
 $\rightarrow \sigma_{N_{csi}} = \sqrt{N_{csi}}$ .
- Z nich bylo spočítáno

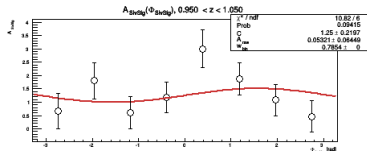
$$R_i = \frac{N_{U1i} N_{D2i}}{N_{D1i} N_{U2i}}.$$

- Přenosem chyb:

$$\begin{aligned} \sigma_R^2 &= \left( \frac{\partial R}{\partial N_{U1}} \right)^2 \sigma_{N_{U1}}^2 + \left( \frac{\partial R}{\partial N_{D1}} \right)^2 \sigma_{N_{D1}}^2 + \dots \\ &= \left( \frac{N_{D2}}{N_{D1} N_{U2}} \right)^2 N_{U1} + \left( -\frac{N_{U1} N_{D2}}{N_{D1}^2 N_{U2}} \right)^2 N_{D1} + \dots \\ &= R^2 \left( \frac{1}{N_{U1}} + \frac{1}{N_{D1}} + \frac{1}{N_{U2}} + \frac{1}{N_{D2}} \right). \end{aligned}$$



Histogramy  $N_{cs}(\varphi)$  pro periodu 5.



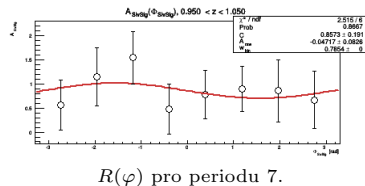
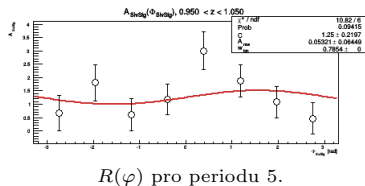
$R(\varphi)$  pro periodu 5.

# Měření úhlové závislosti

- Fit  $R(\varphi) = C(1 + 4S_T A \sin \varphi)$
- Očekávaná hodnota v binu  $(\varphi_i - \frac{\delta}{2}, \varphi_i + \frac{\delta}{2})$  je přibližně  $R(\varphi_i)$ .
- Přesněji je to

$$\begin{aligned} R_i &= \frac{1}{\delta} \int_{\varphi_i - \frac{\delta}{2}}^{\varphi_i + \frac{\delta}{2}} R(\phi) d\phi \\ &= C - 4C S_T A \left[ \cos\left(\varphi_i + \frac{\delta}{2}\right) - \cos\left(\varphi_i - \frac{\delta}{2}\right) \right] \\ &= C \left( 1 - 4S_T A \sin \frac{\delta}{2} \sin \varphi \right). \end{aligned}$$

- Fity byly provedeny touto funkcí v programu Root.
- $S_T = \overline{P}_T f_D$ ,  
 $\overline{P}_T$ : průměrná polarizace jader H v terči,  
 $f_D$ : efektivní průměrný podíl H v terči ( $\text{NH}_3$ ).



# Kompatibilita period

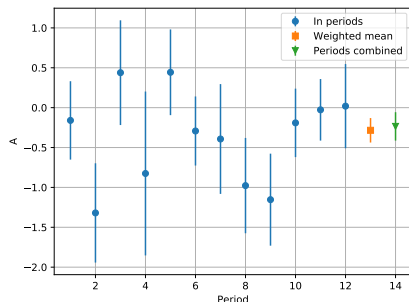
- Vlastnosti svazku i detektorů se měnit.
- Zvolená metoda minimalizuje vliv změn.
- Přesto je třeba ověřit, že máme v čase stabilní výsledky.
- Vážený průměr ze 12 period:

$$\bar{A} = \frac{\sum_{i=1}^{12} A_i \sigma_i^{-2}}{\sum_{i=1}^{12} \sigma_i^{-2}} \quad \sigma_{\bar{A}} = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^{12} \sigma_i^{-2}}}$$

- Výsledek:  $\bar{A} = -0.28 \pm 0.15$ .
- $\chi^2$  test (11 stupňů volnosti):

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^{12} \frac{(A_i - \bar{A})^2}{\sigma_i^2} = 10.6.$$

$$P(\chi^2 > \chi_0^2) = 1 - F_{\chi^2}(\chi_0^2 | 11) = 0.48.$$



# Kompatibilita period

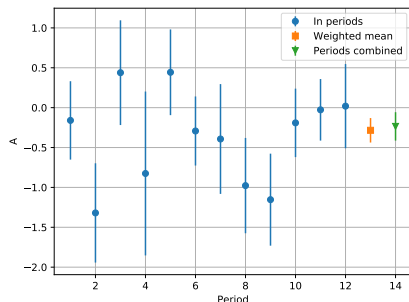
- Vlastnosti svazku i detektorů se měnit.
- Zvolená metoda minimalizuje vliv změn.
- Přesto je třeba ověřit, že máme v čase stabilní výsledky.
- Vážený průměr ze 12 period:

$$\bar{A} = \frac{\sum_{i=1}^{12} A_i \sigma_i^{-2}}{\sum_{i=1}^{12} \sigma_i^{-2}} \quad \sigma_{\bar{A}} = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^{12} \sigma_i^{-2}}}$$

- Výsledek:  $\bar{A} = -0.28 \pm 0.15$ .
- $\chi^2$  test (11 stupňů volnosti):

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^{12} \frac{(A_i - \bar{A})^2}{\sigma_i^2} = 10.6.$$

$$P(\chi^2 > \chi_0^2) = 1 - F_{\chi^2}(\chi_0^2 | 11) = 0.48.$$



- Část vybraných párů nepochází z rozpadu  $J/\psi$ .
- Vidíme spojité pozadí pod peakem.
- Nelze určit, které páry jsou signál a které pozadí, měříme zkrátka mix.
- Jaký je podíl pozadí?

- Fit distribuce invariantní hmoty funkcí

Peak: normální rozdělení (vliv rozlišení).

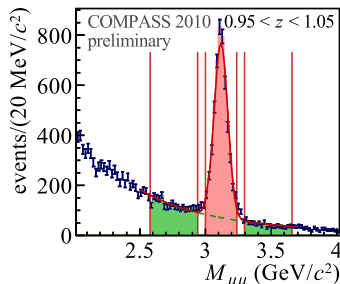
Pozadí: dobře ho popisuje mocinná závislost.

$$\frac{a}{w} N(M_{\mu\mu} | \mu, \sigma) + bM_{\mu\mu}^d$$

( $w$  šířka binu,  $a, \mu, \sigma, b, d$  parametry)

- Integrál Gausiánu přes červenou oblast =  $N_{\text{sig.}}$ .
- Integrál druhého členu =  $N_{\text{bg.}}$ .

$$N_{\text{sig.}} = 4450 \quad \frac{N_{\text{sig.}}}{N_{\text{bg.}}} = 5.25.$$



Rozdělení invariantní hmoty.

Výsledky fitu:

$$A = 4550,$$

$$\mu = 3.12 \text{ GeV}/c^2,$$

$$\sigma = 0.052 \text{ GeV}/c^2,$$

$$b = 10000,$$

$$d = -4.3.$$

- Část vybraných párů nepochází z rozpadu  $J/\psi$ .
- Vidíme spojité pozadí pod peakem.
- Nelze určit, které páry jsou signál a které pozadí, měříme zkrátka mix.
- Jaký je podíl pozadí?
- Fit distribuce invariantní hmoty funkcí

**Peak:** normální rozdělení (vliv rozlišení).

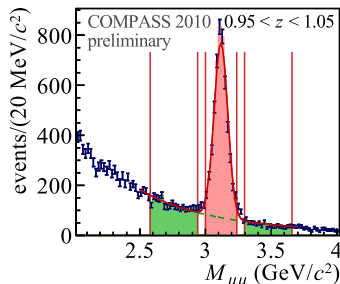
**Pozadí:** dobře ho popisuje mocinná závislost.

$$\frac{a}{w} N(M_{\mu\mu}|\mu, \sigma) + bM_{\mu\mu}^d$$

( $w$  šířka binu,  $a, \mu, \sigma, b, d$  parametry)

- Integrál Gausiánu přes červenou oblast =  $N_{\text{sig.}}$ .
- Integrál druhého členu =  $N_{\text{bg.}}$ .

$$N_{\text{sig.}} = 4450 \quad \frac{N_{\text{sig.}}}{N_{\text{bg.}}} = 5.25.$$



Rozdělení invariantní hmoty.

Výsledky fitu:

$$A = 4550,$$

$$\mu = 3.12 \text{ GeV}/c^2,$$

$$\sigma = 0.052 \text{ GeV}/c^2,$$

$$b = 10000,$$

$$d = -4.3.$$

- Část vybraných párů nepochází z rozpadu  $J/\psi$ .
- Vidíme spojité pozadí pod peakem.
- Nelze určit, které páry jsou signál a které pozadí, měříme zkrátka mix.
- Jaký je podíl pozadí?
- Fit distribuce invariantní hmoty funkcí

**Peak:** normální rozdělení (vliv rozlišení).

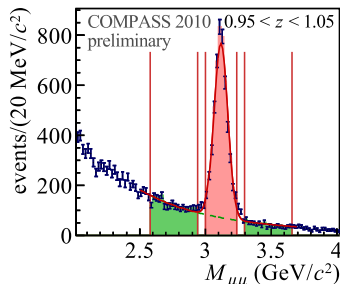
**Pozadí:** dobře ho popisuje mocinná závislost.

$$\frac{a}{w} N(M_{\mu\mu}|\mu, \sigma) + bM_{\mu\mu}^d$$

( $w$  šířka binu,  $a, \mu, \sigma, b, d$  parametry)

- Integrál Gausiánu přes červenou oblast =  $N_{\text{sig.}}$ .
- Integrál druhého členu =  $N_{\text{bg.}}$ .

$$N_{\text{sig.}} = 4450 \quad \frac{N_{\text{sig.}}}{N_{\text{bg.}}} = 5.25.$$



Rozdělení invariantní hmoty.

Výsledky fitu:

$$A = 4550,$$

$$\mu = 3.12 \text{ GeV}/c^2,$$

$$\sigma = 0.052 \text{ GeV}/c^2,$$

$$b = 10000,$$

$$d = -4.3.$$

# Odečtení pozadí

- V červené oblasti je přítomen vliv signálu i pozadí,

$$A = \frac{N_{\text{sig.}}}{N_{\text{tot.}}} A_{\text{sig.}} + \frac{N_{\text{bg.}}}{N_{\text{tot.}}} A_{\text{bg.}}$$

- Takže

$$A_{\text{sig.}} = \frac{N_{\text{tot.}}}{N_{\text{sig.}}} A - \frac{N_{\text{bg.}}}{N_{\text{sig.}}} A_{\text{bg.}}$$

$$\sigma_{A_{\text{sig.}}} = \sqrt{\frac{N_{\text{tot.}}^2}{N_{\text{sig.}}^2} \sigma_A^2 + \frac{N_{\text{bg.}}^2}{N_{\text{sig.}}^2} \sigma_{A_{\text{bg.}}}^2}$$

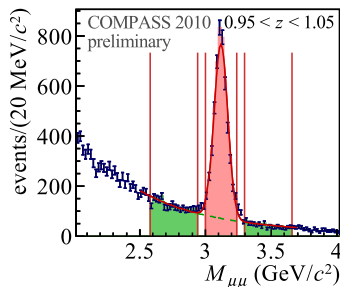
- $A_{\text{bg.}}$  odhadneme ze zelených „side-bands“:

$$A_{\text{bg.}} = -0.25 \pm 0.2.$$

- Chyby  $N$  zanedbáme oproti chybám asymetrií.
- Výsledek:

$$A_{\text{sig.}} = -0.29 \pm 0.19.$$

- $1.5\sigma$  od nuly.
- $P(\text{změřeno } |A| > 1.5\sigma | A = 0) = 0.13.$



Rozdělení invariantní hmoty.