

## Seminární úlohy 6

1. Měření náhodné proměnné  $x$ , která je výběrem z normálního rozdělení se střední hodnotou  $\mu$  a standardní odchylkou  $\sigma$ , opakujeme celkem 20krát. Jaká je pravděpodobnost, že více než  $2/3$  naměřených hodnot bude ležet v intervalu  $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ , tj. intervalu jedné standardní odchylky vzhledem k očekávané hodnotě?

[řešení:  $P[x \in (\mu - \sigma, \mu + \sigma)] = 0.543$ ]

2. Náhodná proměnná  $t$  má exponenciální rozdělení popsané hustotou pravděpodobnosti:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) & \text{pro } t \geq 0, \\ 0 & \text{pro } t < 0. \end{cases}$$

- (a) Ověřte, že funkce  $f(x)$  splňuje normalizační podmínku.
- (b) Vypočítejte distribuční funkci  $F(x)$  tohoto rozdělení.
- (c) Vypočítejte očekávanou hodnotu a rozptyl.
- (d) Jaké hodnoty nabývá distribuční funkce pro  $t = \tau$ ?
- (e) Jaká je pravděpodobnost, že  $t > \tau$ ?

[řešení:  $F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ ,  $E[t] = \tau$ ,  $V[t] = \tau^2$ ,  $F(\tau) = 1 - e^{-1}$ ,  $P(t > \tau) = e^{-1} = 0.368$ .]