

## Seminární úlohy 3

1. Hustota pravděpodobnosti exponenciálního rozdělení, popisující např. dobu života částice nebo kvantového stavu, je exponenciálně klesající funkce. Parametrem rozdělení je střední doba života  $\tau$ .

Napište hustotu pravděpodobnosti exponenciálního rozdělení.

Vypočítejte distribuční funkci exponenciálního rozdělení.

V programu Gnuplot nakreslete grafy obou funkcí.

[řešení:

$$f(x) = 0 \text{ pro } x < 0; f(x) = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{x}{\tau}} \text{ pro } x \geq 0$$

$$F(x) = 0 \text{ pro } x < 0; F(x) = 1 - e^{-\frac{x}{\tau}} \text{ pro } x \geq 0]$$

2. Matematické kyvadlo o délce závěsu  $l$  a hmotnosti  $m$  vychýlíme o malý úhel tak, že jeho  $x$ -ová souřadnice je  $x_0$ , pustíme ho a necháme kývat. Během kývání ho v náhodně vybraných časech fotografujeme. Z fotografií potom uděláme histogram poloh kyvadla, tj. jeho  $x$ -ové souřadnice.

Jaký tvar bude tento histogram mít?

Jinými slovy jaká je hustota pravděpodobnosti  $f(x)$  náhodné proměnné  $x$ ?

*Nápověda:* Pravděpodobnost, že je kyvadlo v dané poloze, je nepřímo úměrná rychlosti kyvadla.

[řešení: Histogram poloh kyvadla  $x \in [-x_0, x_0]$  bude mít tvar funkce  $g(x) = \frac{A}{\sqrt{1 - (\frac{x}{x_0})^2}}$ , kde

$A$  je neznámá konstanta. Hustotu pravděpodobnosti získáme znormováním funkce  $g(x)$ , tedy

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{x_0^2 - x^2}}$$