

Seminární úlohy 10

1. V experimentu bylo naměřeno 10 hodnot náhodné proměnné x : 10.5, 5.5, 11.2, 13.1, 9.0, 4.4, 6.9, 14.9, 6.2. Předpokládáme, že náhodná proměnná x má rovnoměrné rozdělení na intervalu (a, b) .

Pomocí metody maximální věrohodnosti vypočítejte odhady parametrů \hat{a} , \hat{b} tohoto rozdělení, odhad očekávané hodnoty $\hat{\mu}$ a odhad standardní odchylky $\hat{\sigma}$ této náhodné proměnné.

[řešení: $\hat{a} = x_{min} = 4.4$, $\hat{b} = x_{max} = 14.9$, $\hat{\mu} = \frac{\hat{a} + \hat{b}}{2} = 9.7$ a $\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{(\hat{b} - \hat{a})^2}{12}} = 3$]

2. Při měření aktivity radioaktivního zářiče byl měřen počet rozpadů za 1 min. Bylo provedeno 20 měření a získány následující počty (detekovaných) rozpadů: 39601, 39795, 39424, 39997, 39683, 39740, 39589, 39710, 39607, 39761, 39650, 39484, 39469, 39911, 39445, 39147, 39931, 39442, 39307, 39308.

Pomocí metody maximální věrohodnosti nalezněte odhad aktivity zářiče (tj. počet rozpadů za sekundu). Účinnost detekce záření uvažujte 30%.

[řešení: $\hat{A} = 2200$ Bq]

3. Při opakovaném měření hmotnosti vzorku bylo získáno následujících 6 hodnot: 12.1 mg, 12.8 mg, 12.6 mg, 12.3 mg, 12.4 mg, 12.8 mg.

Předpokládáme, že měřená náhodná proměnná má normální rozdělení. Pomocí metody maximální věrohodnosti nalezněte odhad očekávané hodnoty $\hat{\mu}_m$, odhad chyby $\hat{\sigma}_{\hat{\mu}_m}$ odhadu očekávané hodnoty a odhad chyby jednoho měření $\hat{\sigma}_m$. Jaká je pravděpodobnost, že při jednom měření naměříme hmotnost větší než 13 mg?

[řešení: $\hat{\mu}_m = 12.50$ mg, $\hat{\sigma}_{\hat{\mu}_m} = 0.12$ mg $\hat{\sigma}_m = 0.28$ mg. Pravděpodobnost, že naměříme hmotnost větší než 13 mg je 3.7%.]