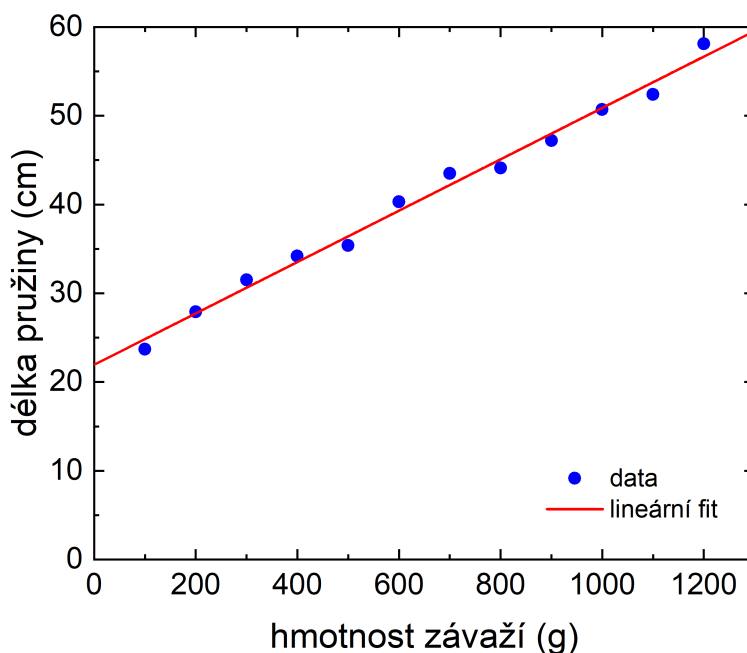


## Příklad 1 - lineární regrese

V experimentu byla změřena závislost délky pružiny na hmotnosti závaží, kterým byla pružina zatížena, viz obrázek. Pro velikost síly, působící na pružinu, platí lineární vztah

$$F = k \cdot \Delta y,$$

kde  $k$  je tuhost pružiny a  $\Delta y = y - y_0$  je prodloužení pružiny v důsledku působení síly  $F = mg$ .



Naměřená závislost byla proložena obecnou přímkou danou rovnicí  $\lambda(x) = ax + b$  s následujícími parametry:  $a = 0.02894$ ,  $\sigma_a = 0.00017$ ,  $b = 21.94$ ,  $\sigma_b = 0.12$ . Určete tuhost pružiny a její délku v nezatíženém stavu. Počítejte s velikostí tíhového zrychlení  $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$ .

Poznámky k řešení:

- Jaké jsou jednotky parametrů  $a$ ,  $\sigma_a$ ,  $b$ ,  $\sigma_b$ ?
- Jaký je vztah mezi tuhostí pružiny  $k$ , délkou nezatížené pružiny  $y_0$  a naměřenými parametry  $a$ ,  $b$ ? Pro výpočet chyb  $k$  a  $y_0$  použijte tyto vztahy a metodu přenosu chyb.
- Výsledky запиšte **ve správném tvaru** a se správnou jednotkou SI!

(5 bodů)

## Příklad 2 - odhady parametrů

V tabulce je uvedeno 12 hodnot rychlosti proudící kapaliny změřených učitelem a 5 hodnot rychlosti proudící kapaliny následně změřených studentem.

$n_1$	$v$ (cm s <sup>-1</sup> )	$n_2$	$v$ (cm s <sup>-1</sup> )
1	5.34	1	4.29
2	4.87	2	8.07
3	6.24	3	5.91
4	3.81	4	3.09
5	6.17	5	6.33
6	5.52		
7	5.33		
8	4.80		
9	7.09		
10	4.39		
11	5.84		
12	4.98		

(a) Na základě měření provedeného učitelem vypočítejte nejlepší odhad očekávané hodnoty  $\mu$  a standardní odchylky  $\sigma$  náhodné proměnné  $v$ .

(b) Definujte konfidenční interval hodnot  $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$  neboli tzv.  $3\sigma$  kritérium.

(c) Otestujte, zda není žádná z hodnot naměřených studentem zatížená hrubou chybou.

(d) Na základě všech spolehlivě naměřených hodnot (učitelem i studentem) vypočítejte nový nejlepší odhad očekávané hodnoty a standardní odchylky náhodné proměnné  $v$ .

(e) Určete průměrnou rychlost proudící kapaliny a její chybu. Výsledek zapíšte **ve správném tvaru!**

(10 bodů)