

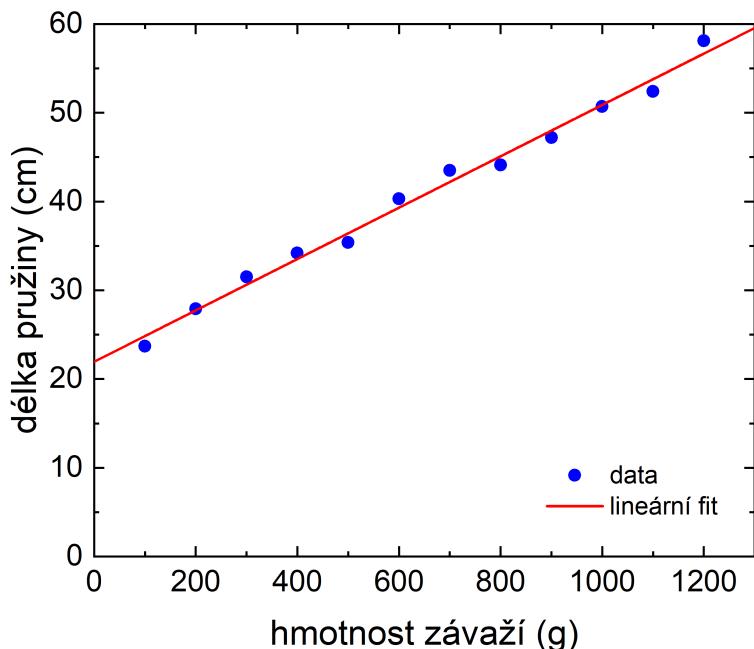
Příklad 1 - lineární regrese

V experimentu byla změřena závislost délky pružiny na hmotnosti závaží, kterým byla pružina zatížena. Pro velikost síly, působící na pružinu, platí lineární vztah

$$F = k \cdot \Delta y,$$

kde k je tuhost pružiny a Δy je prodloužení pružiny v důsledku síly F .

Naměřená závislost byla proložena obecnou přímkou danou rovnicí $\lambda(x) = ax + b$ s následujícími parametry: $a = 0.02894$, $\sigma_a = 0.00017$, $b = 21.94$, $\sigma_b = 0.12$. Určete tuhost pružiny a její délku v nezatíženém stavu. Počítejte s velikostí těhového zrychlení $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$.



Poznámky k řešení:

- Jaké jsou jednotky veličin a , σ_a , b , σ_b ?
- Jaký je vztah mezi tuhostí pružiny k , délkou nezatížené pružiny y_0 a na-fitovanými parametry a , b ? Pro výpočet chyb k a y_0 použijte tyto vztahy a metodu přenosu chyb.
- Výsledky zapište **ve správném tvaru** a se správnou jednotkou!

(5 bodů)

Příklad 2 - odhad parametrů

V tabulce je uvedeno 12 hodnot rychlosti proudící kapaliny změřených učitelem a 5 hodnot rychlosti proudící kapaliny následně změřených studentem.

n_1	v (cm s $^{-1}$)	n_2	v (cm s $^{-1}$)
1	5.34	1	4.29
2	4.87	2	8.07
3	6.24	3	5.91
4	3.81	4	3.09
5	6.17	5	6.33
6	5.52		
7	5.33		
8	4.80		
9	7.09		
10	4.39		
11	5.84		
12	4.98		

- (a) Na základě měření provedeného učitelem vypočítejte nejlepší odhad očekávané hodnoty a standardní odchylky náhodné proměnné v .
- (b) Definujte konfidenční interval hodnot $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$ neboli tzv. 3σ kritérium.
- (c) Otestujte, zda není žádná z hodnot naměřených studentem zatížená hrušobou chybou.
- (d) Na základě všech spolehlivě naměřených hodnot (učitelem i studentem) vypočítejte nejlepší odhad očekávané hodnoty a standardní odchylky náhodné proměnné v .
- (e) Určete průměrnou rychlosť proudící kapaliny a její chybu. Výsledek zapишete **ve správném tvaru!**

(10 bodů)