

Příklad 1 - Rozpad jader ${}^{22}_{11}\text{Na}$

Jádro radionuklidu ${}^{22}_{11}\text{Na}$ se rozpadá na stabilní jádro ${}^{22}_{10}\text{Ne}$:

- v 90.4% případů je při rozpadu vyzářen pozitron e^+ , foton γ a elektronové neutrino ν_e (užitečná emise pozitronu),
- v 9.5% případů je při rozpadu vyzářen pouze foton γ a elektronové neutrino ν_e (bez emise pozitronu),
- v 0.1% případů je při rozpadu vyzářen pouze pozitron e^+ a elektronové neutrino ν_e (neužitečná emise pozitronu).

(a) Jaká je pravděpodobnost, že z 10 rozpadů, bude nejméně 8 provázených užitečnou emisí pozitronu?

(b) Jaká je pravděpodobnost, že z 10 rozpadů, bude vyzářeno právě 8 pozitronů?

(c) Jaká je pravděpodobnost, že z 10 rozpadů, nebude ani jeden bez emise pozitronu?

(d) Jaká je pravděpodobnost, že z 10 rozpadů provázených emisí pozitronu, bude právě 1 neužitečný?

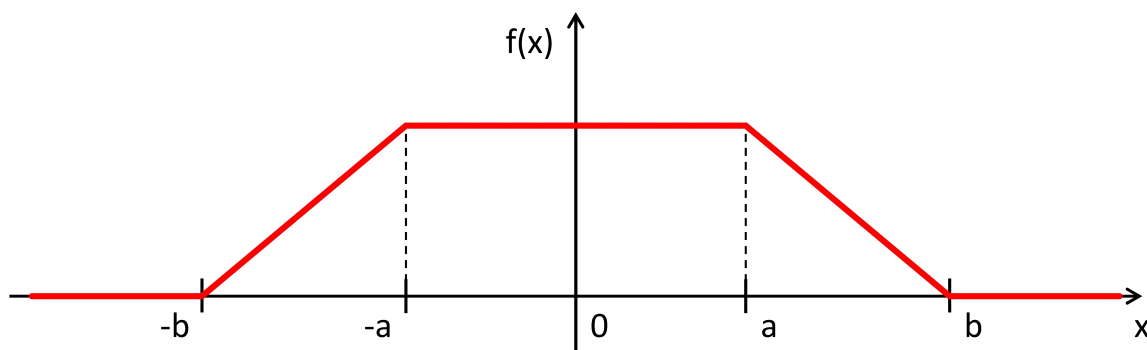
Poznámka: Výsledné pravděpodobnosti zaokrouhlete na desetiny %.

(10 bodů)

Příklad 2 - lichoběžníková hustota pravděpodobnosti

Na obrázku je znázorněna hustota pravděpodobnosti náhodné proměnné x , která má předpis:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < -b \\ \frac{x+b}{b^2-a^2} & \text{pro } x \in [-b, -a] \\ \frac{1}{a+b} & \text{pro } x \in [-a, a] \\ \frac{-x+b}{b^2-a^2} & \text{pro } x \in [a, b] \\ 0 & \text{pro } x > b \end{cases}$$



- (a) Vypočítejte standardní odchylku σ náhodné proměnné x .
(b) Jaký musí být vztah mezi parametry a , b , aby platilo $\sigma = a$.

Poznámka: Ze symetrie funkce $f(x)$ okamžitě plyne, že její očekávaná hodnota je nulová: $E[x] = 0$.

(5 bodů)