

Test 2

Příklad 1 (5 bodů)

Při měření elektrického odporu drátu o délce $l = (1.545 \pm 0.001)$ m a kruhovém průřezu o průměru $d = (0.45 \pm 0.01)$ mm byly naměřeny následující hodnoty: 1.33 Ω , 1.35 Ω , 1.30 Ω , 1.32 Ω , 1.33 Ω . Určete měrný elektrický odpor drátu a jeho chybu.

Řešení:

Naměřené hodnoty elektrického odporu jsou výběrem z normálního rozdělení. Odhad očekávané hodnoty elektrického odporu je aritmetický průměr naměřených hodnot $\hat{\mu} = \sum_i \frac{R_i}{N} = 1.326 \Omega$

Odhad standardní odchylky (chyba jednoho měření) je $\hat{\sigma} = \sqrt{\sum_i \frac{(R_i - \bar{R})^2}{N-1}} = 0.018 \Omega$

Chyba odhadu elektrického odporu je chyba aritmetického průměru $\hat{\sigma}_R = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}} = 0.0081 \Omega$.

Tedy naměřená hodnota elektrického odporu je $R = (1.326 \pm 0.008) \Omega$

Elektrický odpor drátu o délce l a průměru d je $\rho \frac{4l}{\pi d^2}$. Takže měrný elektrický odpor je

$$\rho = R \frac{\pi d^2}{4l} = 13.6 \times 10^{-8} \Omega \text{m}$$

Protože se jedná o čistý součin a podíl je kvadrát relativní chyby měrného elektrického odporu

$$\left(\frac{\sigma_\rho}{\rho}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + 4\left(\frac{\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2$$

Po dosazení konkrétních hodnot dostáváme relativní chybu měrného elektrického odporu

$$\frac{\sigma_\rho}{\rho} = 0.045$$

a tedy chyba elektrického odporu je $\sigma_\rho = 0.6 \times 10^{-8} \Omega \text{m}$

Tedy naměřená hodnota měrného elektrického odporu je $\rho = (13.6 \pm 0.6) \times 10^{-8} \Omega \text{m}$.

Příklad 2 (10 bodů)

Byly naměřeny následující hodnoty náhodné proměnné y v závislosti na parametru x . Chyby naměřených hodnot y jsou ve třetím sloupci označeném σ_y .

x	y	σ_y
3.35	0.52567	0.4
12	0.75341	0.1
13	0.73182	0.1
14	0.80272	0.2
19	1.0902	0.1
26	0.99461	0.1
29	1.17407	0.1
39	1.6893	0.2
42	1.25799	0.1
50	1.44744	0.1
74	1.70438	0.1
79	2.19436	0.2
82	2.15621	0.1

Podle teorie je y úměrné odmocnině z x , tj. je to závislost $y = a\sqrt{x}$, kde a je parametr.

Najděte nejlepší odhad parametru a a jeho chybu.

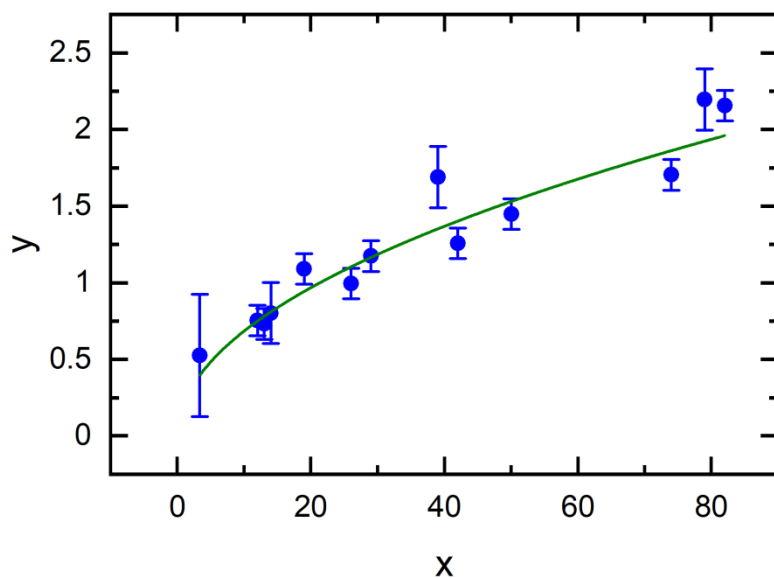
Řešení:

Řešení v Originu je v souboru <https://physics.mff.cuni.cz/kfnt/vyuka/upf/cizek/zavislost.opju>

Nejlepší odhad parametru a najdeme pomocí metody nejmenších čtverců.

V Originu je možné provést výpočet metodou nejmenších čtverců pomocí položky Analysis→Fitting→Nonlinear Curve Fit.

Dostaneme nejlepší odhad parametru $\hat{a} = (0.216 \pm 0.005)$. Získaná modelová funkce je nakreslená na obrázku zelenou čarou.



Řešení v Pythonu je v souboru <https://physics.mff.cuni.cz/kfnt/vyuka/upf/cizek/zavislost.html>

K výpočtu nejlepšího odhadu parametru a je možné v Pythonu použít funkci `curve_fit` z knihovny `scipy.optimize`

Dostaneme nejlepší odhad parametru $\hat{a} = (0.216 \pm 0.005)$. Získaná modelová funkce je nakreslená na obrázku opět zelenou čarou.

