Normální a Breit-Wignerovo rozdělení

`gaussian-lorentzian.py`

1. Nakreslete v Pythonu graf Gaussiánu a Lorentziánu s pološířkou 1 a maximem v bodě 0. Dále nakreslete grafy distribučních funkcí obou rozdělení. Jaká je pravděpodobnost, že $|x| > 2$ pro obě rozdělení?

- Gaussián $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$

FWHM: $w = 2\sigma\sqrt{2\ln 2}$

$$w = 1 \longrightarrow \sigma = \frac{1}{2\sqrt{2\ln 2}}$$

- Lorentzián $l(x) = \frac{1}{\pi} \frac{w/2}{(w/2)^2 + x^2}$

```
def Gaussian(x,mu,sigma):
    return 1/(np.sqrt(2*np.pi)*sigma)*np.exp(-(x-mu)**2/(2*sigma**2))

def Lorentzian(x,x0,w):
    return 1/np.pi*w/2/((w/2)**2+x**2)
```

Normální a Breit-Wignerovo rozdělení

`gaussian-lorentzian.gnu`

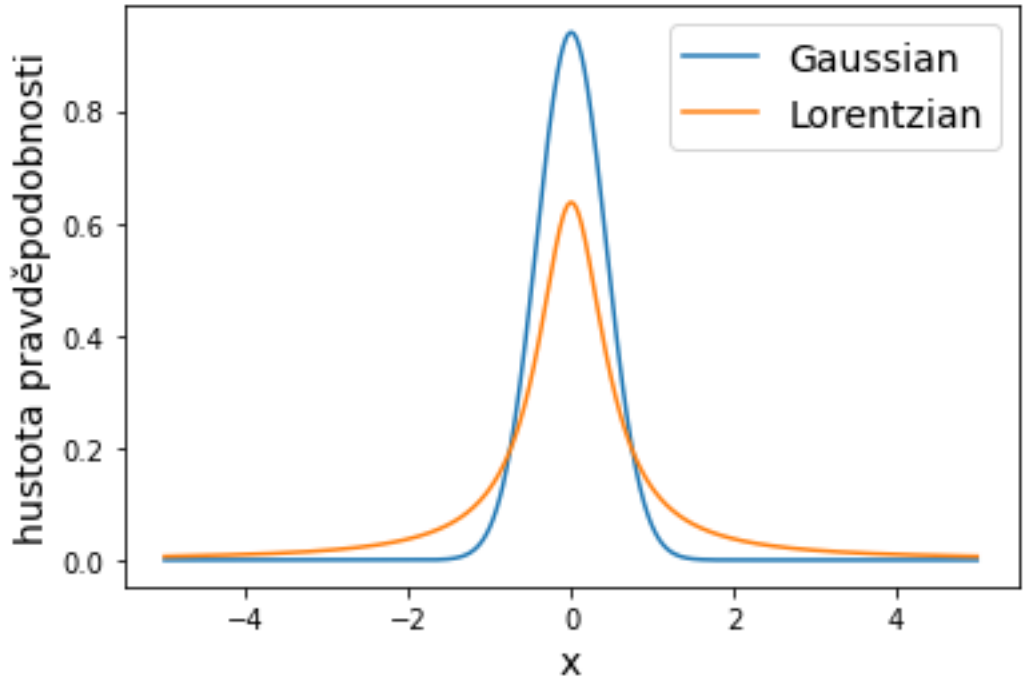
1. Nakreslete v Pythonu graf Gaussiánu a Lorentziánu s pološířkou 1 a maximem v bodě 0.
   Dále nakreslete grafy distribučních funkcí obou rozdělení.
   Jaká je pravděpodobnost, že $|x| > 2$ pro obě rozdělení?

- Gaussián $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$

FWHM: $w = 2\sigma\sqrt{2\ln 2}$

$$w = 1 \longrightarrow \sigma = \frac{1}{2\sqrt{2\ln 2}}$$

- Lorentzián $l(x) = \frac{1}{\pi} \frac{w/2}{(w/2)^2 + x^2}$



Normální a Breit-Wignerovo rozdělení

`gaussian-lorentzian.gnu`

1. Nakreslete v Pythonu graf Gaussiánu a Lorentziánu s pološířkou 1 a maximem v bodě 0. Dále nakreslete grafy distribučních funkcí obou rozdělení. Jaká je pravděpodobnost, že $|x| > 2$ pro obě rozdělení?

- Normální rozdělení $$G(x) = \frac{1}{2}\left[1 + \mathrm{erf}\left(\frac{x}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right]$$
- Breit-Wignerovo rozdělení $$L(x) = \frac{1}{\pi}\left(\mathrm{arctg}\frac{2x}{w} + \frac{\pi}{2}\right)$$

FWHM: $$w = 2\sigma\sqrt{2\ln 2}$$

$$w = 1 \longrightarrow \sigma = \frac{1}{2\sqrt{2\ln 2}}$$

```
def G(x,mu,sigma):
    return 0.5*(1+special.erf((x-mu)/(sigma*np.sqrt(2))))

def L(x,x0,w):
    return 1/np.pi*(np.arctan(2*(x-x0)/w)+np.pi/2)
```

Normální a Breit-Wignerovo rozdělení

`gaussian-lorentzian.gnu`

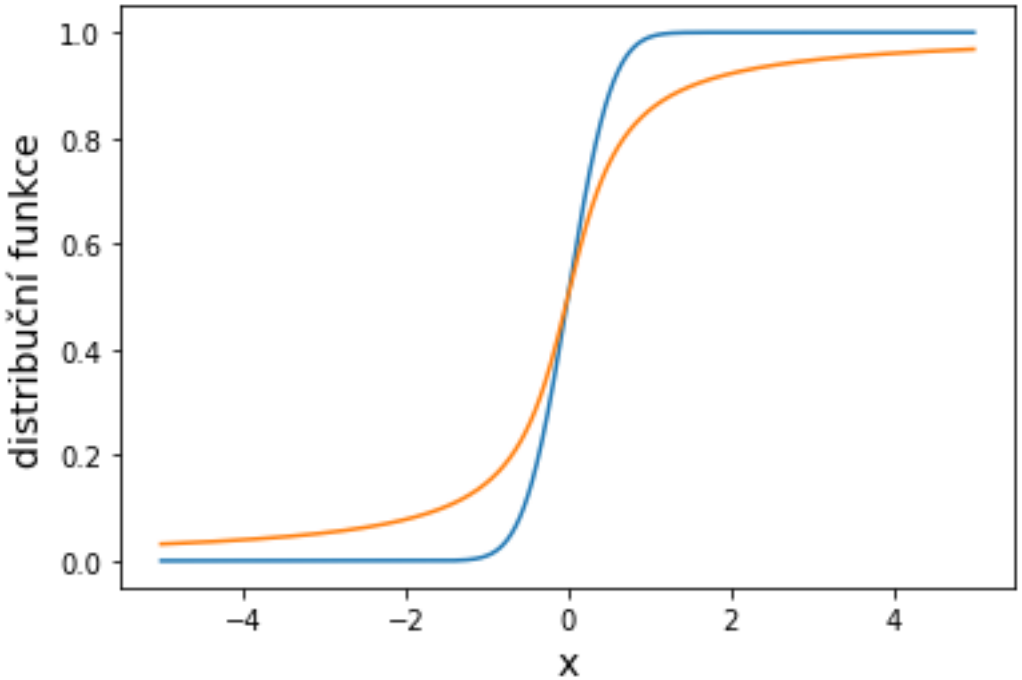
1. Nakreslete v Pythonu graf Gaussiánu a Lorentziánu s pološířkou 1 a maximem v bodě 0. Dále nakreslete grafy distribučních funkcí obou rozdělení. Jaká je pravděpodobnost, že $|x| > 2$ pro obě rozdělení?

- Normální rozdělení $G(x) = \frac{1}{2}\left[1 + \mathrm{erf}\left(\frac{x}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right]$
- Breit-Wignerovo rozdělení $L(x) = \frac{1}{\pi}\left(\mathrm{arctg}\frac{2x}{w} + \frac{\pi}{2}\right)$

FWHM: $w = 2\sigma\sqrt{2\ln 2}$

$$w = 1 \longrightarrow \sigma = \frac{1}{2\sqrt{2\ln 2}}$$

- Normální rozdělení $P(|x|>2) = 0.00000248$
- Breit-Wignerovo rozdělení $P(|x|>2) = 0.15595826$



Normální rozdělení

2. Průměrná hodnota IQ v ČR je 100. Vyšší IQ než 80 má 90% lidí. Jaké musíte mít IQ abyste byl geniální což znamená, že máte IQ vyšší než 99.95% populace?

- Normální rozdělení $\mu = 100$, $\sigma = ?$
- 90 % populace IQ > 80 $\longrightarrow$ $G(80)_{\mu,\sigma} = 1 - 0.9 = 0.1$
- Distribuční funkce normálního rozdělení $G(x)_{\mu,\sigma} = \frac{1}{2}\left[1 + \mathrm{erf}\left(\frac{x-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right]$

$$\mathrm{erf}\left(\frac{x-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right) = 0.2 - 1 = -0.8$$

$$\downarrow$$

$$\sigma = \frac{x-\mu}{\sqrt{2}\,\mathrm{erf}^{-1}(-0.8)}$$

$$\uparrow$$

inverzní funkce k erf

$x = 80$, $\mu = 100$

$$\downarrow$$

$\sigma = 15.6$

- Hranice geniality x_g $\quad G(x_g)_{\mu,\sigma} = 0.9995$

$$G(x_g)_{\mu,\sigma} = \frac{1}{2}\left[1 + \mathrm{erf}\left(\frac{x_g-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right] = 0.9995$$

$$\downarrow$$

$$x_g = \sqrt{2}\sigma\,\mathrm{erf}^{-1}(2 \times 0.9995 - 1) + \mu$$

$\mu = 100$, $\sigma = 15.6$

$$\downarrow$$

$x_g = 151$

IQ.py

```
from scipy.special import erfinv
from numpy import sqrt
sigma=(80-100)/(sqrt(2)*erfinv(-0.80))
print('sigma=',sigma)
print('IQ =', 100+sqrt(2)*sigma*erfinv(2*0.9995-1))
```