Nelineární metoda nejmenších čtverců – fit píku

`peak.py`

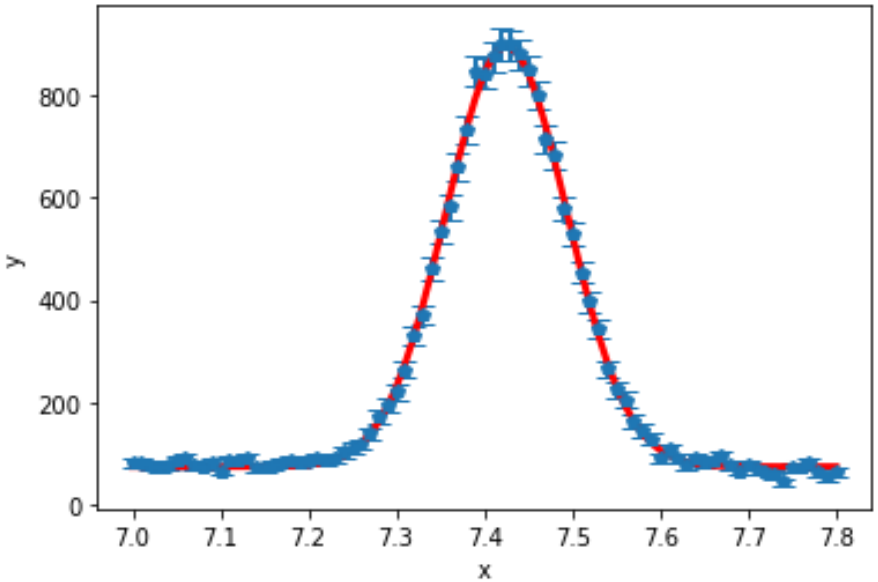
1. V Pythonu proveďte fit píku v souboru `peak.txt` Gaussiánem

modelová funkce:

intenzita poloha píku

$$y = \frac{I}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right] + \mathrm{bcg}$$

standardní odchylka pozadí




```
from scipy.optimize import curve_fit
def peak(x,x0,sigma,I,bcg):
  return I/(np.sqrt(2*np.pi)*sigma)*np.exp(-(x-x0)**2/(2*sigma**2))+bcg
```

nelineární fit metodou nejmenších čtverců

```
params,pcov = curve_fit(func,x,y,p0,sigma=ey)
```

hodnoty nafitovaných parametrů (zde I, x_0, σ, bcg)

kovarianční matice

modelová funkce

nezávislá proměnná

závislá proměnná

počáteční odhad parametrů

chyby naměřených hodnot závislé proměnné

Nelineární metoda nejmenších čtverců – fit píku

`peak.py`

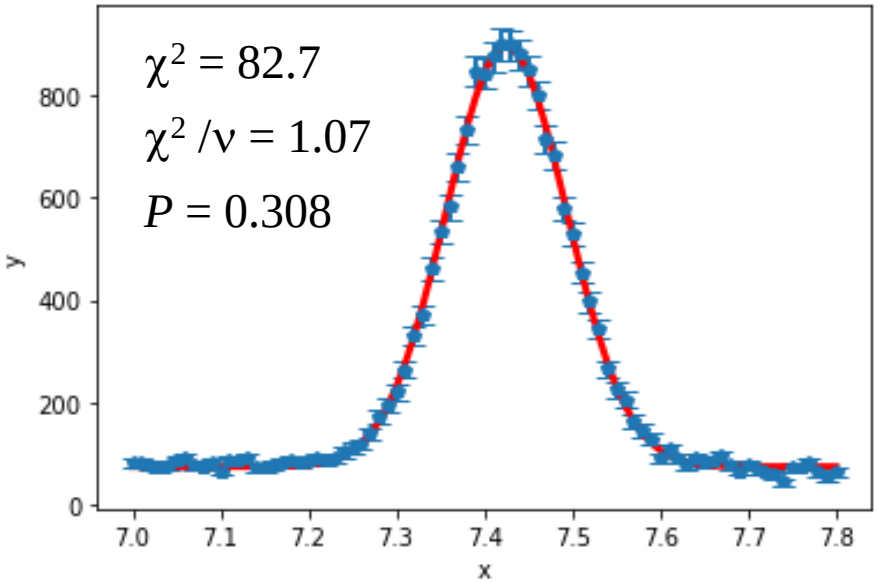
1. V Pythonu proveďte fit píku v souboru `peak.txt` Gaussiánem

modelová funkce:

intenzita poloha píku

$$y = \frac{I}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right] + \mathrm{bcg}$$

standardní odchylka pozadí



χ^2 test kvality fitu

```
from scipy.stats import chi2
chi2_exp=np.sum(((y-yfit)/ey)**2)
print("P = ",1-chi2.cdf(chi2_exp,ν))
```

počet stupňů volnosti
počet naměřených hodnot mínus počet fitovaných parametrů

P - hodnota

distribuční funkce
χ^2 rozdělení

experimentální hodnota χ^2
vážený součet rozdílů kvadrátů mezi experimentálními hodnotami a modelovou funkcí

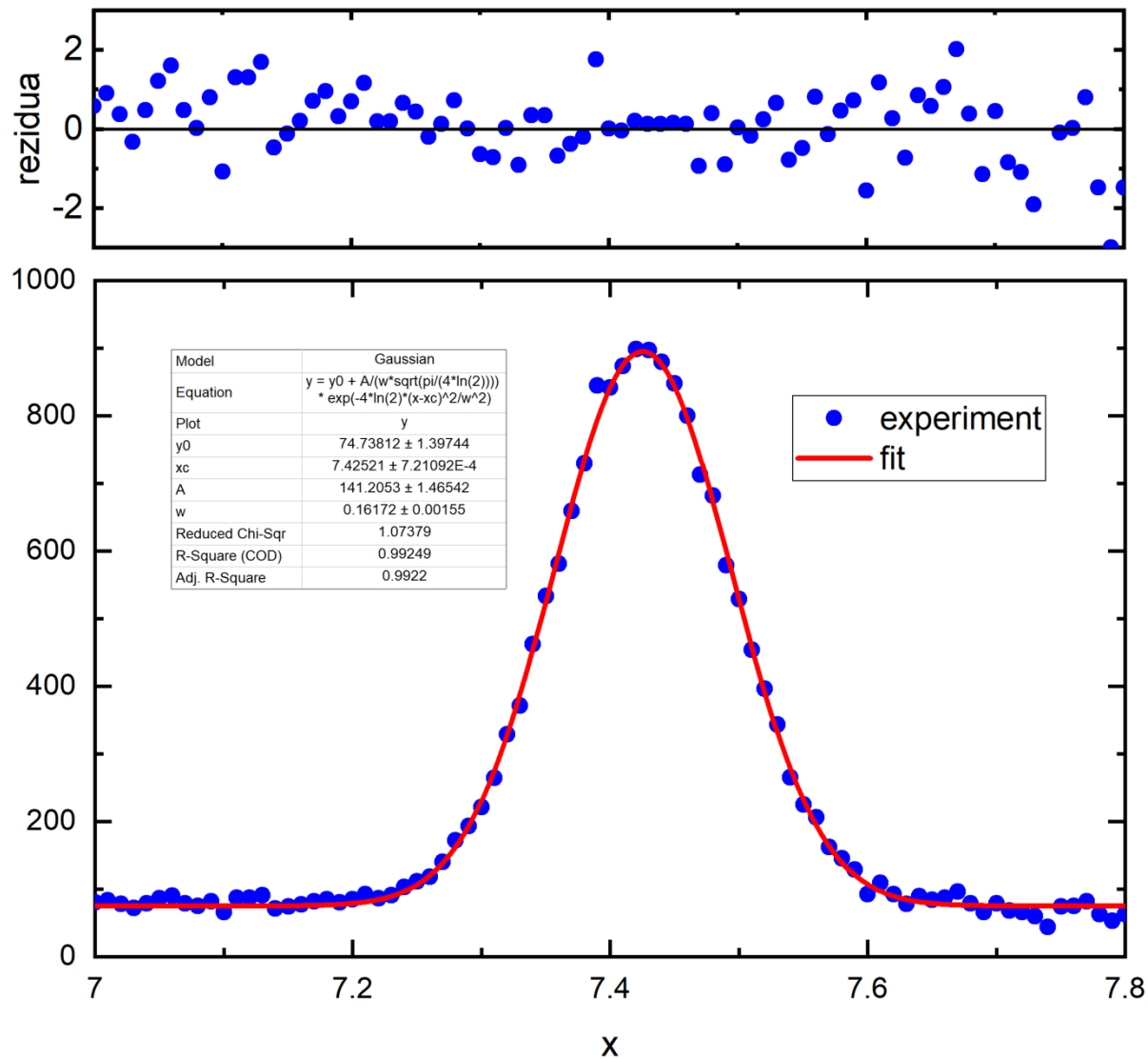
Nelineární metoda nejmenších čtverců – fit píku

`peak.opj`

Fit píku Gaussiánem v Originu

Model	Gaussian
Equation	y = y0 + A/(w*sqrt(pi/(4*ln(2)))) * exp(-4*ln(2)*(x-xc)^2/w^2)
Plot	y
y0	74.73812 ± 1.39744
xc	7.42521 ± 7.21092E-4
A	141.2053 ± 1.46542
w	0.16172 ± 0.00155
Reduced Chi-Sqr	1.07379
R-Square (COD)	0.99249
Adj. R-Square	0.9922

hodnota χ^2 na počet stupňů volnosti



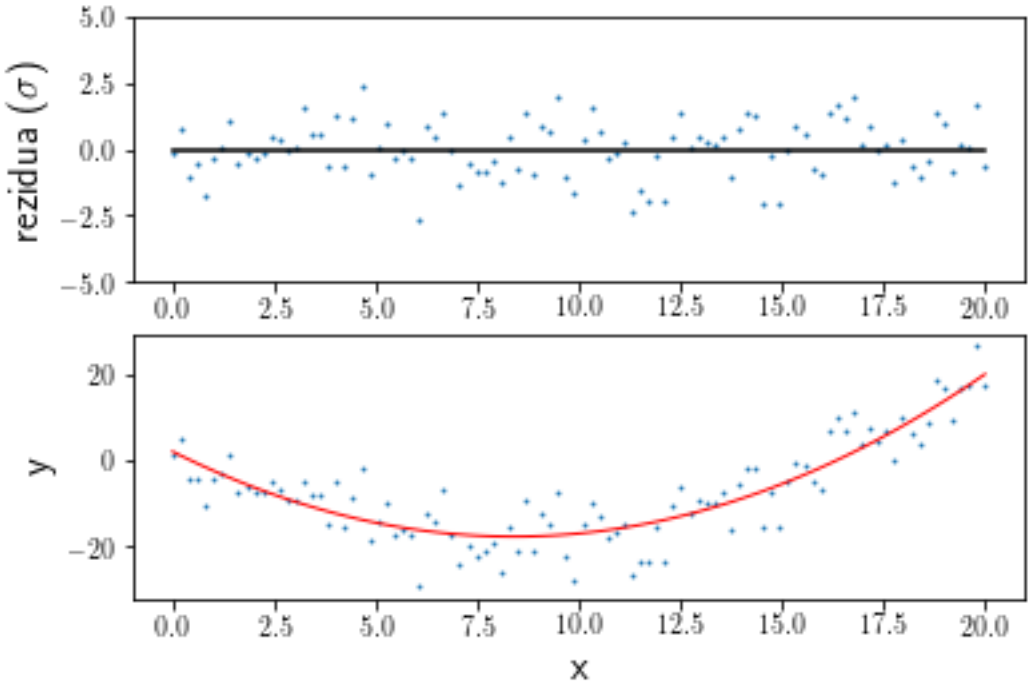
Nelineární metoda nejmenších čtverců – fit píku

`chi2sim.py`

2. Ověřte, že vážený součet kvadrátů rozdílů mezi N naměřenými hodnotami náhodné proměnné s normálním rozdělením a modelové funkce s m parametry má χ^2 rozdělení s počtem stupňů volnosti $\nu = N - m$ v případě, že modelová funkce popisuje experimentální data správně

kvadratická závislost (N = 100 hodnot)

fit parabolou $\lambda(x|\boldsymbol{\theta}) = \theta_0 + \theta_1 x + \theta_2 x^2$



χ^2 test kvality fitu

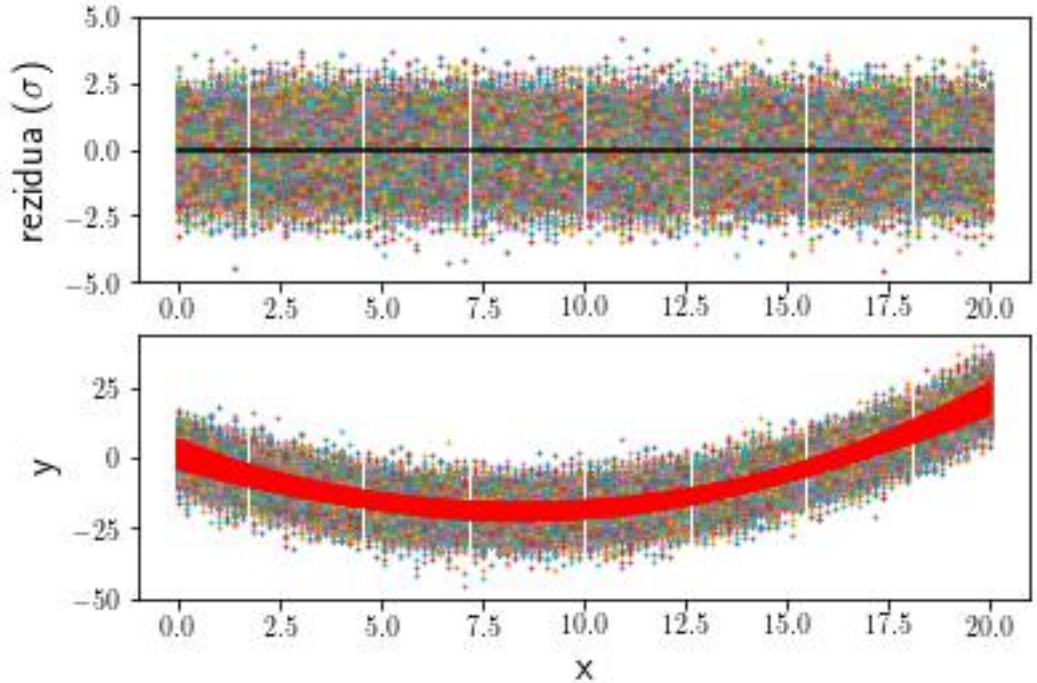
`chi2sim.py`

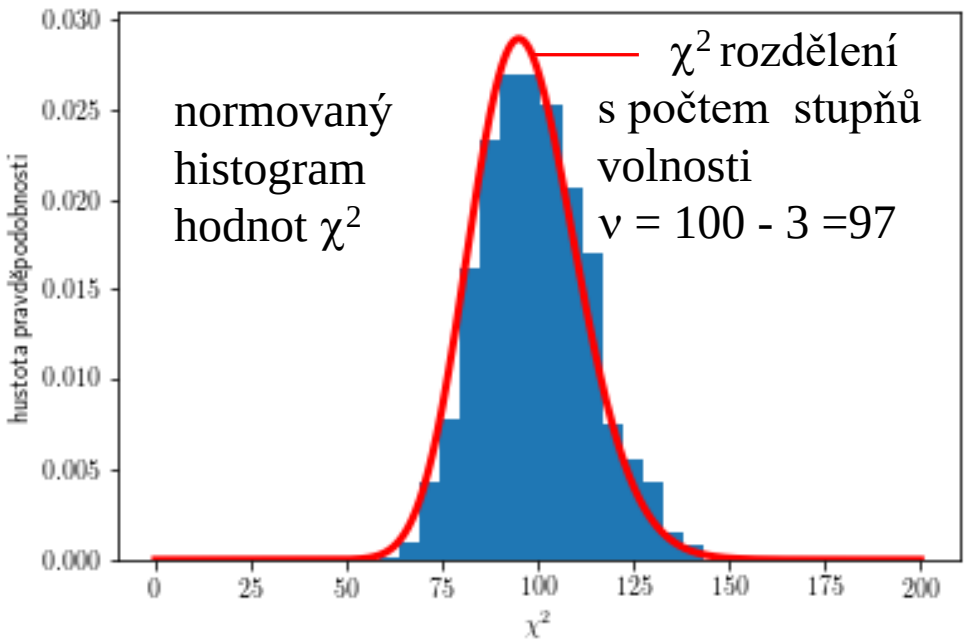
2. Ověřte, že vážený součet kvadrátů rozdílů mezi *N* naměřenými hodnotami náhodné proměnné s normálním rozdělením a modelové funkce s m parametry má χ^2 rozdělení s počtem stupňů volnosti $\nu = N - m$ v případě, že modelová funkce popisuje experimentální data správně

kvadratická závislost (N = 100 hodnot)

fit parabolou $\lambda(x|\boldsymbol{\theta}) = \theta_0 + \theta_1 x + \theta_2 x^2$

1000 opakování





$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} \frac{(y_i - \lambda(x_i|\boldsymbol{\theta}))^2}{\sigma_i^2}$$

χ^2 test kvality fitu

`chi2sim.py`

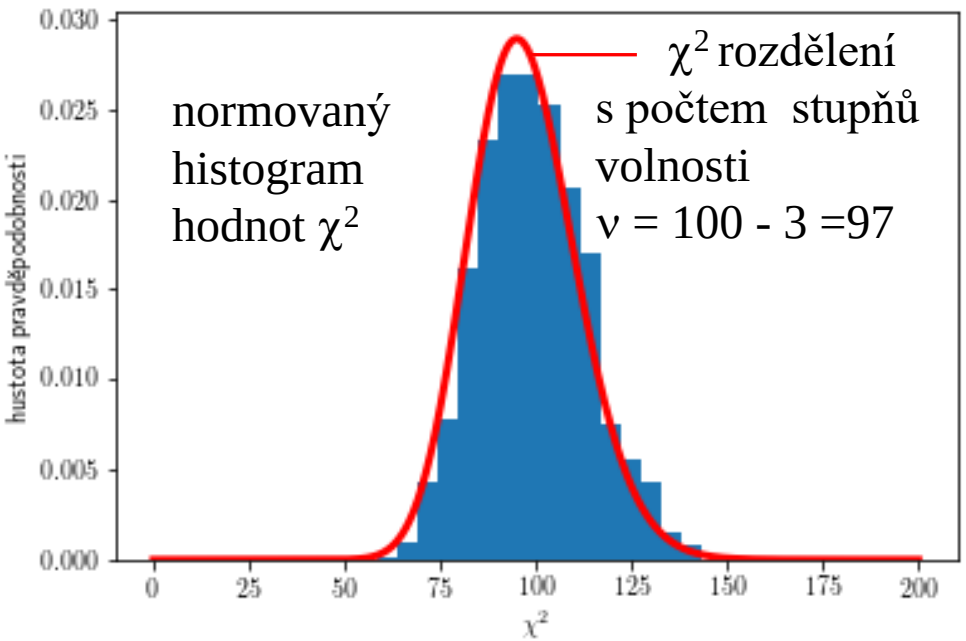
2. Ověřte, že vážený součet kvadrátů rozdílů mezi N naměřenými hodnotami náhodné proměnné s normálním rozdělením a modelové funkce s m parametry má χ^2 rozdělení s počtem stupňů volnosti $\nu = N - m$ v případě, že modelová funkce popisuje experimentální data správně

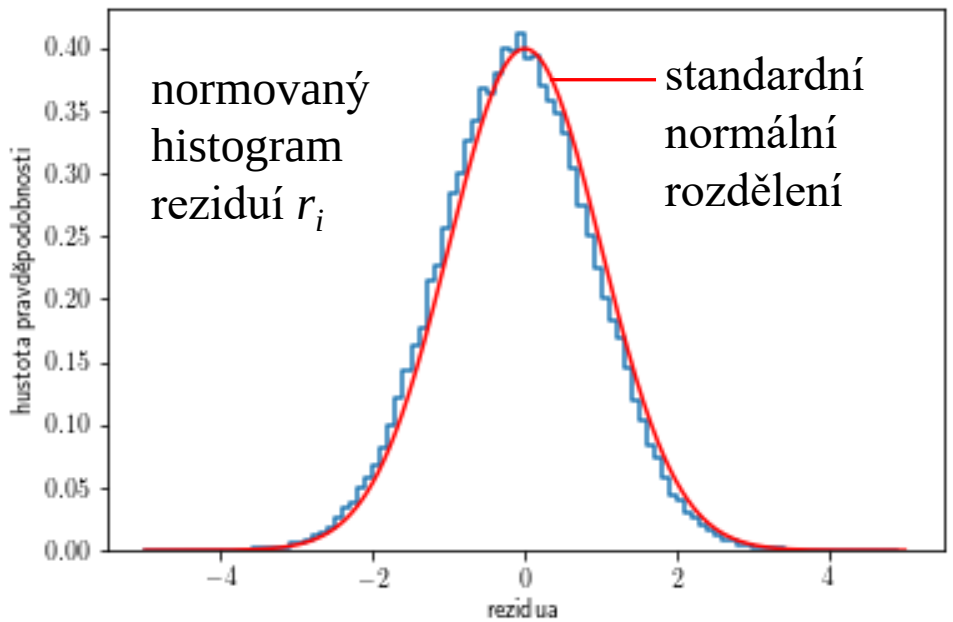
kvadratická závislost (N = 100 hodnot)

fit parabolou $\lambda(x|\boldsymbol{\theta}) = \theta_0 + \theta_1 x + \theta_2 x^2$

1000 opakování

rezidua $r_i = \dfrac{y_i - \lambda(x_i|\boldsymbol{\theta})}{\sigma_i}$





χ^2 test kvality fitu

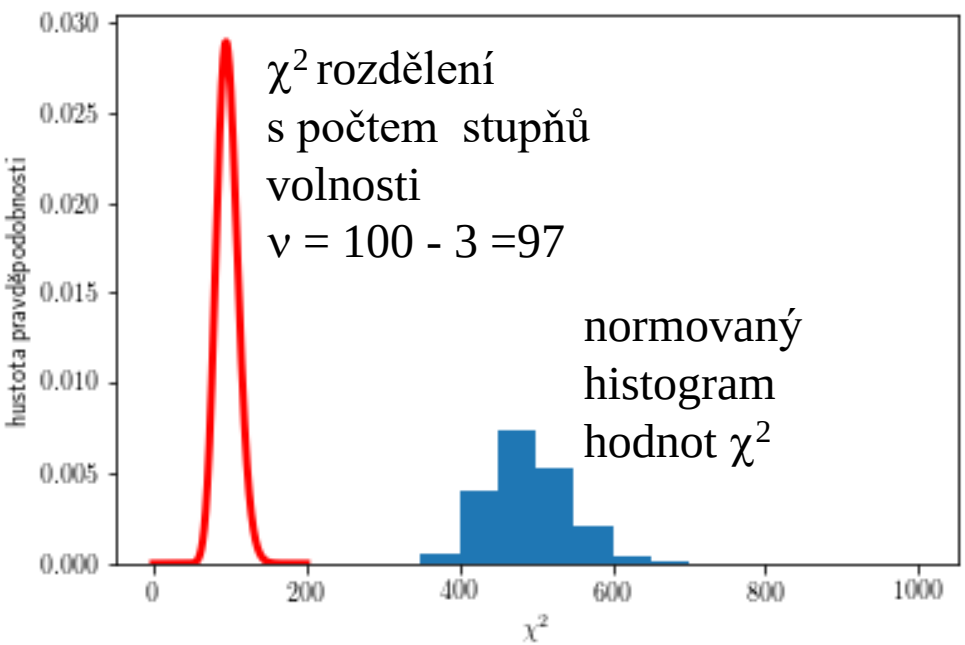
`chi2sim.py`

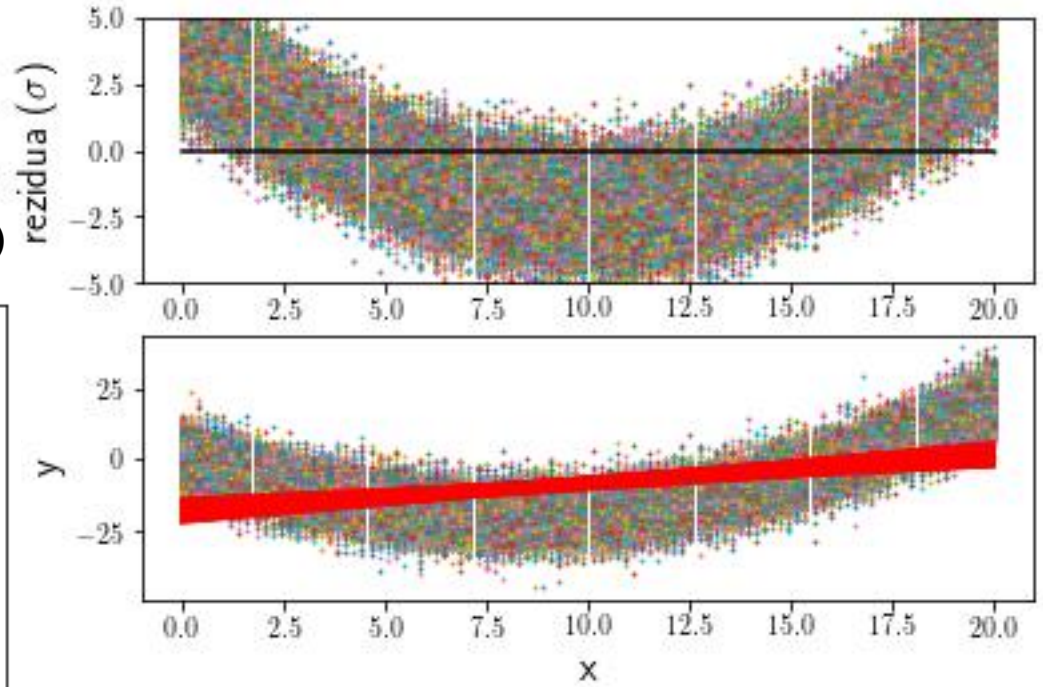
2. Ověřte, že vážený součet kvadrátů rozdílů mezi *N* naměřenými hodnotami náhodné proměnné s normálním rozdělením a modelové funkce s m parametry má χ^2 rozdělení s počtem stupňů volnosti $\nu = N - m$ v případě, že modelová funkce popisuje experimentální data správně

kvadratická závislost (*N* = 100 hodnot)

fit přímkou $\lambda(x|\boldsymbol{\theta}) = \theta_0 + \theta_1 x$

1000 opakování (nesprávná modelová funkce)





$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} \frac{(y_i - \lambda(x_i|\boldsymbol{\theta}))^2}{\sigma_i^2}$$

χ^2 test kvality fitu

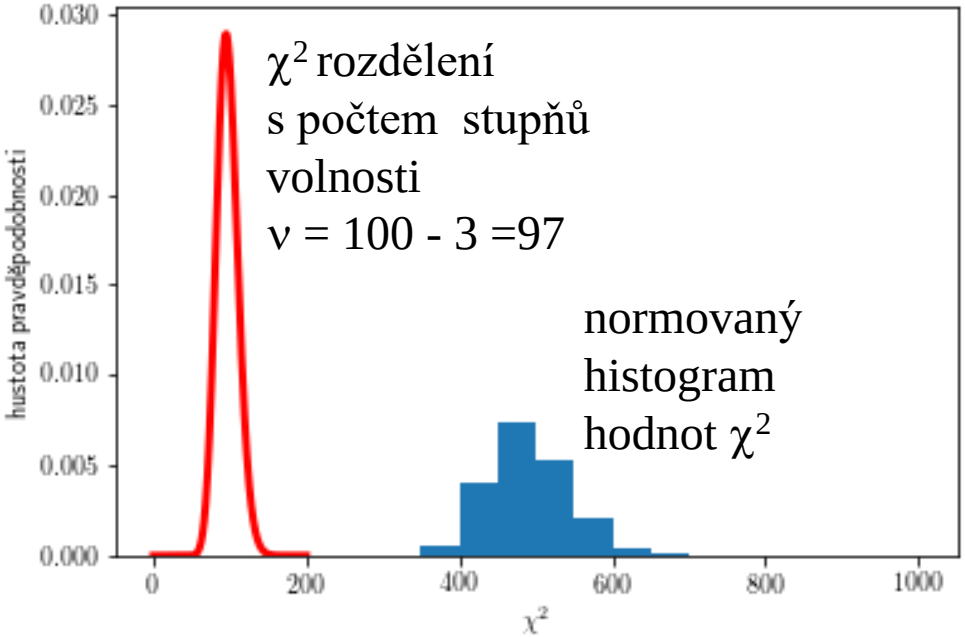
`chi2sim.py`

2. Ověřte, že vážený součet kvadrátů rozdílů mezi N naměřenými hodnotami náhodné proměnné s normálním rozdělením a modelové funkce s m parametry má χ^2 rozdělení s počtem stupňů volnosti $\nu = N - m$ v případě, že modelová funkce popisuje experimentální data správně

kvadratická závislost (N = 100 hodnot)

fit přímkou $\lambda(x|\boldsymbol{\theta}) = \theta_0 + \theta_1 x$

1000 opakování (nesprávná modelová funkce)



rezidua $r_i = \dfrac{y_i - \lambda(x_i|\boldsymbol{\theta})}{\sigma_i}$