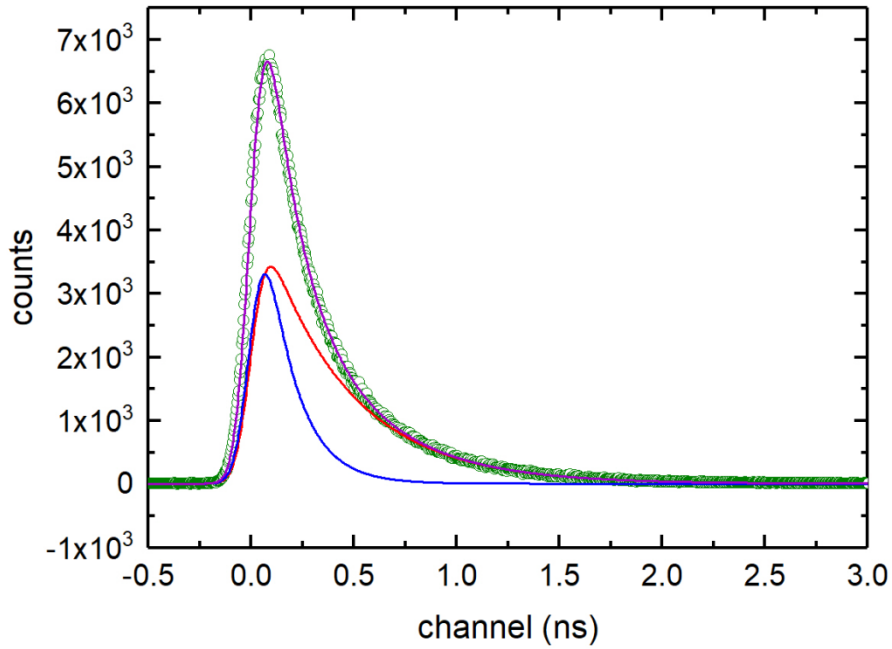
Přenos chyb

Při fitu spektra dob života pozitronů bylo zjištěno, že obsahuje dvě exponenciální komponenty. První komponenta má dobu ž $\hat{\tau}_1 = (149 \pm 1)$ ps a relativní intenzitu $\hat{I}_1 = (0.33 \pm 0.01)$. Druhá komponenta má dobu života $\hat{\tau}_2 = (410 \pm 8)$ ps a relativní intenzitu $\hat{I}_2 = 1 - \hat{I}_1$. Korelace těchto parametrů jsou následující $\varrho(\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2) = 0.85$, $\varrho(\hat{\tau}_1, \hat{I}_1) = 0.92$, $\varrho(\hat{\tau}_2, \hat{I}_1) = 0.93$.

Vypočítejte střední dobu života $\hat{\bar{\tau}} = \hat{\tau}_1 \hat{I}_1 + \hat{\tau}_2 \hat{I}_2$ a její chybu.



Přenos chyb

Při fitu spektra dob života pozitronů bylo zjištěno, že obsahuje dvě exponenciální komponenty. První komponenta má dobu ž $\hat{\tau}_1 = (149 \pm 1)$ ps a relativní intenzitu $\hat{I}_1 = (0.33 \pm 0.01)$. Druhá komponenta má dobu života $\hat{\tau}_2 = (410 \pm 8)$ ps a relativní intenzitu $\hat{I}_2 = 1 - \hat{I}_1$. Korelace těchto parametrů jsou následující $\varrho(\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2) = 0.85$, $\varrho(\hat{\tau}_1, \hat{I}_1) = 0.92$, $\varrho(\tau_2, I_1) = 0.93$.

Vypočítejte střední dobu života $\hat{\bar{\tau}} = \hat{\tau}_1 \hat{I}_1 + \hat{\tau}_2 \hat{I}_2$ a její chybu.

Střední dobu života můžeme vyjádřit jako $\hat{\bar{\tau}} = \hat{I}_1(\hat{\tau}_1 - \hat{\tau}_2) + \hat{\tau}_2 = 323.87$ ps

Rozptyl vypočítáme metodou přenosu chyb:

$$\sigma^2_{\hat{\bar{\tau}}} = \left(\frac{\partial \hat{\bar{\tau}}}{\partial \hat{\tau}_1}\right)^2 \sigma^2_{\hat{\tau}_1} + \left(\frac{\partial \hat{\bar{\tau}}}{\partial \hat{\tau}_2}\right)^2 \sigma^2_{\hat{\tau}_2} + \left(\frac{\partial \hat{\bar{\tau}}}{\partial \hat{I}_1}\right)^2 \sigma^2_{\hat{I}_1} + 2\frac{\partial \hat{\bar{\tau}}}{\partial \hat{\tau}_1}\frac{\partial \hat{\bar{\tau}}}{\partial \hat{\tau}_2}\mathrm{cov}(\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2) + 2\frac{\partial \hat{\bar{\tau}}}{\partial \hat{\tau}_1}\frac{\partial \hat{\bar{\tau}}}{\partial \hat{I}_1}\mathrm{cov}(\hat{\tau}_1, \hat{I}_1) + 2\frac{\partial \hat{\bar{\tau}}}{\partial \hat{\tau}_2}\frac{\partial \hat{\bar{\tau}}}{\partial \hat{I}_1}\mathrm{cov}(\hat{\tau}_2 \hat{I}_1)$$

$$\sigma^2_{\hat{\bar{\tau}}} = \hat{I}_1^2 \sigma^2_{\hat{\tau}_1} + (1-\hat{I}_1)^2 \sigma^2_{\hat{\tau}_2} + (\hat{\tau}_1 - \hat{\tau}_2)^2 \sigma^2_{\hat{I}_1} + 2\hat{I}_1(1-\hat{I}_1)\mathrm{cov}(\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2) + 2\hat{I}_1(\hat{\tau}_1 - \hat{\tau}_2)\mathrm{cov}(\hat{\tau}_1, \hat{I}_1) + 2(1-\hat{I}_1)(\hat{\tau}_1 - \hat{\tau}_2)\mathrm{cov}(\hat{\tau}_2, \hat{I}_1)$$

$$\mathrm{cov}(\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2) = \varrho(\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2)\sigma_{\hat{\tau}_1}\sigma_{\hat{\tau}_2} = 6.8 \text{ ps}^2$$

$$\mathrm{cov}(\hat{\tau}_1, \hat{I}_1) = \varrho(\hat{\tau}_1, \hat{I}_1)\sigma_{\hat{\tau}_1}\sigma_{\hat{I}_1} = 0.0092 \text{ ps}$$

$$\mathrm{cov}(\hat{\tau}_2, \hat{I}_1) = \varrho(\hat{\tau}_2, \hat{I}_1)\sigma_{\hat{\tau}_2}\sigma_{\hat{I}_1} = 0.074 \text{ ps}$$

$$\sigma_{\hat{\bar{\tau}}} = 3.3 \text{ ps}$$

Střední doba života $\hat{\bar{\tau}} = (324 \pm 3)$ ps