

# Rozdělení rychlostí molekul

Dokažte, že když složky rychlosti  $(v_x, v_y, v_z)$  molekul ideálního plynu budou mít normální rozdělení s očekávanou hodnotou 0, bude mít velikost rychlosti  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$  Maxwell-Boltzmanovo rozdělení.

V Pythonu, ROOTu nebo Excelu nasimulujte histogram velikostí rychlostí 10000 molekul dusíku  $N_2$  při pokojové teplotě  $T = 300$  K a porovnejte histogram s hustotou pravděpodobnosti Maxwell-Boltzmanova rozdělení.

všechny směry jsou stejně pravděpodobné  $\rightarrow$  konce vektorů rychlostí o velikosti  $v$  vyplňují rovnoměrně povrch koule

zvolím nějaký vektor rychlosti  $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$

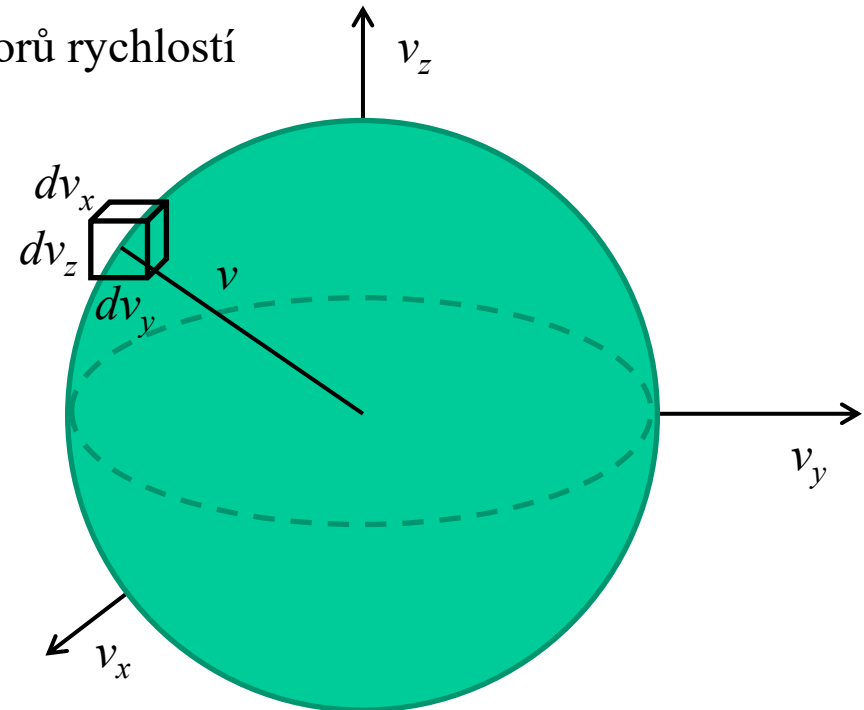
pravděpodobnost, že rychlost bude v okolí  $\vec{v}$

tj.  $v_x \in \langle v_x, v_x + dv_x \rangle$  a  $v_y \in \langle v_y, v_y + dv_y \rangle$  a  $v_z \in \langle v_z, v_z + dv_z \rangle$

$$\left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right)^3 e^{-\frac{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}{2\sigma^2}} dv_x dv_y dv_z = \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right)^3 e^{-\frac{v^2}{2\sigma^2}} dv_x dv_y dv_z$$

povrch koule  
o poloměru  $v$

$$4\pi v^2 \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right)^3 e^{-\frac{v^2}{2\sigma^2}} dv$$



# Rozdělení rychlostí molekul

Dokažte, že když složky rychlosti ( $v_x, v_y, v_z$ ) molekul ideálního plynu budou mít normální rozdělení s očekávanou hodnotou 0, bude mít velikost rychlosti  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$  Maxwell-Boltzmanovo rozdělení.

V Pythonu, ROOTu nebo Excelu nasimulujte histogram velikostí rychlostí 10000 molekul dusíku  $N_2$  při pokojové teplotě  $T = 300$  K a porovnejte histogram s hustotou pravděpodobnosti Maxwell-Boltzmanova rozdělení.

pravděpodobnost, že velikost rychlosti bude v intervalu  $\langle v, v + dv \rangle$

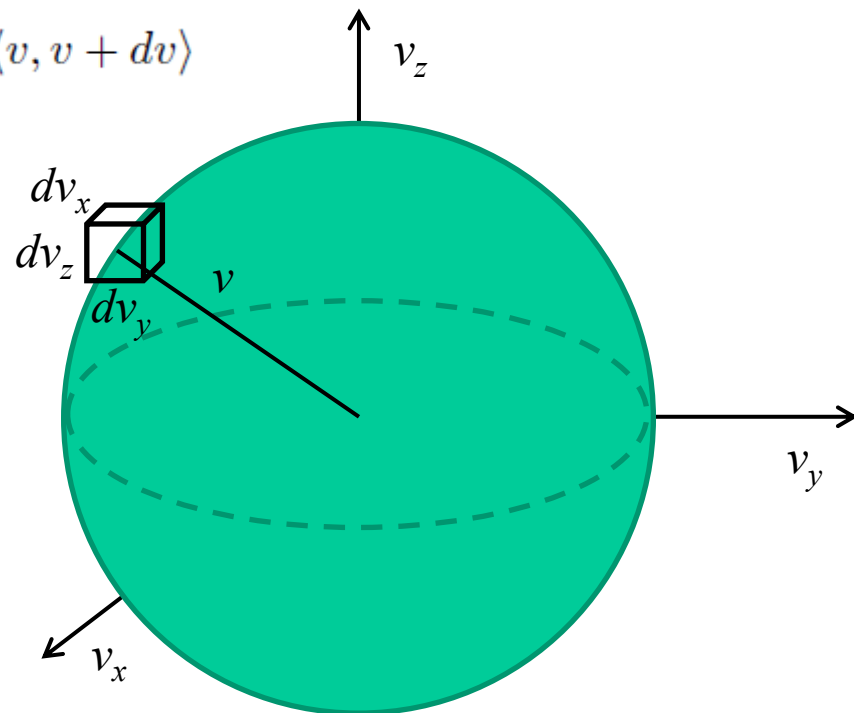
$$f(v) dv = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sigma^3} v^2 e^{-\frac{v^2}{2\sigma^2}} dv$$

Hustota pravděpodobnosti je tedy

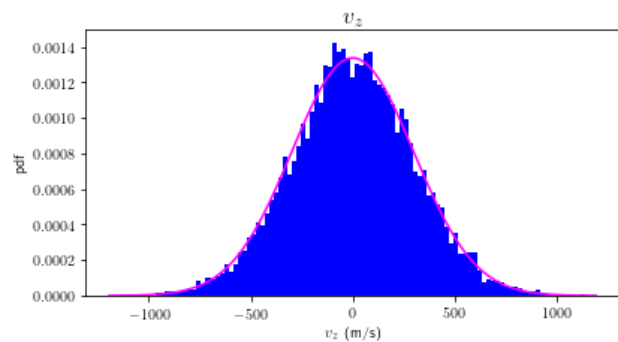
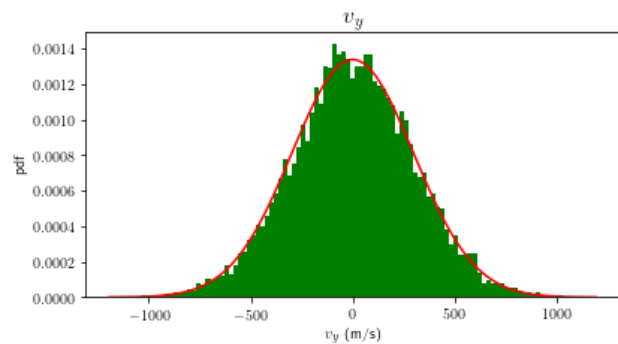
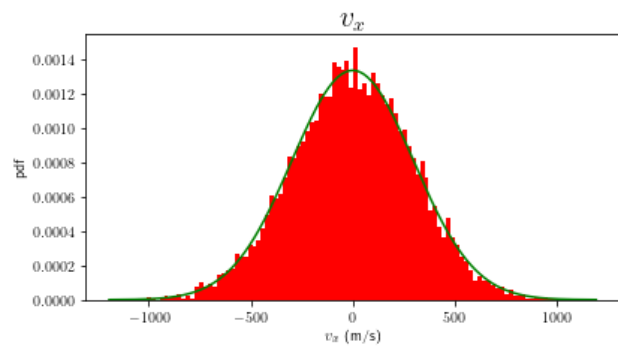
$$f(v) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sigma^3} v^2 e^{-\frac{v^2}{2\sigma^2}}$$

což je Maxwell-Boltzmanovo rozdělení

pro molekuly ideálního plynu je  $\sigma = \sqrt{\frac{kT}{m}}$



## histogramy složek rychlosti



## histogram velikostí rychlostí

