Test č. 2 středa 8. 1. 2025 13:10 45 minut 15 bodů

Úloha 1. (6 bodů) Měřením rozměrů válce bylo zjištěno:

poloměr: $R = (2{,}05 \pm 0{,}02)$ cm,
výška: $h = (4{,}37 \pm 0{,}05)$ cm.

(Udané nejistoty *R* a *h* jsou standardní.) Spočítejte objem a jeho standardní nejistotu, výsledek správně zaokrouhlete a zapište.

Řešení: očekávaná hodnota objemu je $\bar{V} = \pi \bar{R}^2 \bar{h} \approx 57{,}69511\ \mathrm{cm}^3$. Pro určení nejistoty objemu u_V použijeme vztah pro přenos nejistoty:

$$u_V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial R}\right)^2_{\bar{R},\bar{h}} u_R^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial h}\right)^2_{\bar{R},\bar{h}} u_h^2} = \sqrt{\left(2\pi\bar{R}\bar{h}\right)^2 u_R^2 + (\pi\bar{R}^2)^2 u_h^2} = 1{,}340158\ \mathrm{cm}^3$$

Výsledek měření objemu je tedy: $V = (57{,}7 \pm 1{,}3)\ \mathrm{cm}^3$.

Úloha 2. (9 bodů) Měřením dynamické viskozity kapaliny jsme získali hodnoty v tabulce. Měření byla prováděna viskozimetrem se (standardní) chybou 0,005 mPa.s. Zpracujte měření a uveďte výsledek s celkovou standardní nejistotou. Nezapomeňte správně zaokrouhlit a zapsat.

č. měření (i)	μ_i (mPa.s)	$\mu_i - \bar{\mu}$ (mPa.s)	$(\mu_i - \bar{\mu})^2$ (10^{-6} Pa^2.s^2)
1	0,544	-0,0033	0,00001111
2	0,540	-0,0073	0,00005378
3	0,551	0,0037	0,00001344
4	0,541	-0,0063	0,00004011
5	0,548	0,0007	0,00000044
6	0,560	0,0127	0,00016044
7	0,554	0,0067	0,00004444
8	0,553	0,0057	0,00003211
9	0,542	-0,0053	0,00002844
10	0,539	-0,0083	0,00006944
11	0,548	0,0007	0,00000044
12	0,551	0,0037	0,00001344
13	0,543	-0,0043	0,00001878
14	0,549	0,0017	0,00000278
15	0,547	-0,0003	0,00000011
Pomůcka:	aritmetický průměr: $\bar{\mu} = 0{,}54733$		
	$\sum_i (\mu_i - \bar{\mu})^2 = 0{,}00048933$		

Řešení: očekávaná hodnota viskozity je rovna aritmetickému průměru z měřených hodnot $\bar{\mu} = 0{,}54733\ \mathrm{mPa.s}$. Standardní odchylku jednoho měření určíme podle vztahu:

$$S_\mu = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(\mu_i - \bar{\mu})^2} = \sqrt{\frac{1}{14}\cdot 0{,}00048933} \approx 0{,}005912\ \mathrm{mPa.s}$$

Zkontrolujeme, že žádná z měřených hodnot neleží dále od střední hodnoty než 3σ (vzhledem k počtu stupňů volnosti 14 tento interval odpovídá $\pm 3{,}64\sigma = 0{,}02152\ \mathrm{mPa.s}$).

Spočítáme standardní odchylku aritmetického průměru:

$$S_{\bar{\mu}} = \frac{S_\mu}{\sqrt{15}} \approx 0{,}001526\ \mathrm{mPa.s}$$

a nejistota typu A je po rozšíření intervalu koeficientem podle studentova t-rozdělení (14 stupňů volnosti):

$$u_A \approx 1{,}04\, S_{\bar{\mu}} \approx 0{,}00159\ \mathrm{mPa.s}$$

Chyba měřidla, $u_B = 0{,}005\ \mathrm{mPa.s}$, je uvedena také jako standardní odchylka, takže oba zdroje nejistoty odpovídají srovnatelné hladině pravděpodobnosti a můžeme je rovnou složit do výsledné kombinované standardní nejistoty:

$$u_\mu = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} \approx 10^{-3}\sqrt{1{,}59^2 + 5^2} \approx 0{,}005247\ \mathrm{mPa.s}$$

Výsledná hodnota viskozity se standardní nejistotou je:

$$\mu = (0{,}547 \pm 0{,}005)\ \mathrm{mPa.s}$$