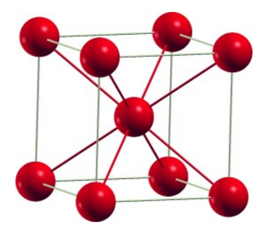
Úlohy na procvičení

1) Autobusy odjíždějí ze zastávky v pravidelných intervalech 10 minut. Jaké je pravděpodobnost, že budete na autobus čekat méně než 7 minut? V 80 % případů budete čekat nanejvýš kolik minut? Jak dlouho budete v průměru čekat? Jak dlouho budete v průměru čekat, když v okamžiku vašeho příchodu na zastávku tam již 3 minuty čeká váš známý? [p=0,7; nanejvýš 8 minut; 3,5 minuty]
2) Prováděli jsme měření napětí U = 0,385 V relativně přesným osciloskopem, jeho výstup jsme zdigitalizovali analogově-digitálním převodníkem s dynamickým rozsahem −10 až+10 V. Použitý převodník však byl pouze 10-bitový, což do měření vneslo nezanedbatelnou dodatečnou nejistotu kvůli zaokrouhlení. Odhadněte tuto nejistotu a spočtěte standardní odchylku.

   [2^{10} = 1024, 1 bin odp. ~ 0,02 V. Tedy zaokrouhlovací chyba s Δ ~ ±0,01 V. Nejistota ~ $0 \pm \frac{\Delta}{\sqrt{3}}$]
3) Testujeme stabilizátor napětí, které se během měření bude měnit v rozsahu 6 − 12 V. Je v takovém případě přesnější měřit digitálním voltmetrem se 4-místným displejem, rozsahem do 20 V a udanou přesností ±(0,6% + 5), nebo na analogovém voltmetru s třídou přesnosti 0,5 a rozsahem do 15 V?

   [Analogový: $\frac{15.0{,}005}{\sqrt{3}} \sim 0{,}04$; Digitální: $\frac{0{,}006.12+5.0{,}01}{\sqrt{3}} \sim 0{,}07$]
4) Železo za normálních podmínek krystalizuje v kubické prostorově centrované soustavě, tzn. každý atom železa je má v nejbližším okolí osm jiných atomů železa (viz obrázek). Přirozené zastoupení isotopu ^{57}Fe je 2,119 %, zbylých 97,881 % připadá na ostatní stabilní isotopy železa (zejména ^{56}Fe a ^{54}Fe).

   Vypočítejte pravděpodobnost, že daný atom železa (nezávisle na isotopu) má ve svém nejbližším okolí právě dva atomy isotopu ^{57}Fe. A pravděpodobnost, že bude mít alespoň jeden atom isotopu ^{57}Fe v nejbližším okolí.

   [Právě dva ~ 0.011, aspoň jeden ~ 0.157]
5) Geigerův-Müllerův detektor umístěný v blízkosti radioaktivního vzorku cesia (obsahující isotop ^{137}Cs) naměřil během deseti minut 7 200 událostí – rozpadů ß$^{-}$. Vypočítejte pravděpodobnost p, že během jedné sekundy detekuje právě pět událostí. Radionuklid ^{137}Cs má dlouhý poločas rozpadu (cca 30 let) a vzorek obsahuje obrovské množství těchto radioaktivních jader.

   [~ 0.0127]
6) Diskrétní náhodná proměnná k může nabývat hodnot všech přirozených čísel a má rozdělení popsané posloupností pravděpodobností $P_k = \dfrac{1}{e\,k!}$. Vypočítejte střední hodnotu μ a standardní odchylku σ této náhodné proměnné. Jaká je pravděpodobnost, že $k > 3$?

   [μ ~ 0.632, σ ~ 0.705, p ~ 0.019]
7) Na výstupu binárního detektoru se indukuje napětí buďto 0 V anebo 1 V. Tento signál je pak ale přenášen dlouhým a nedostatečné odstíněným vedením, takže se k signálu přidává náhodný šum. Předpokládejte, že šum je zcela náhodný (bílý) a jeho amplituda podléhá normálnímu rozdělení se střední hodnotou 0 V a standardní odchylkou 0.25 V. Jaká je pravděpodobnost, že vlivem tohoto šumu dojde k chybě při přenosu?

   [P(|x-μ| > 4σ) ~ 0.000063]

8) Měření náhodné proměnné *x*, která je výběrem z normálního rozdělení se střední hodnotou μ a rozptylem σ^2, opakujeme 20-krát. Jaká je pravděpodobnost, že více než 2/3 naměřených hodnot bude ležet v intervalu $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$, tj. intervalu jedné standardní odchylky od očekávané hodnoty?

[P($\mu \pm \sigma$) ~ 0.683, takže *p* ~ 0.543]