Elektrické pole v látkovém prostředí

NFUF103-2

2020/2021

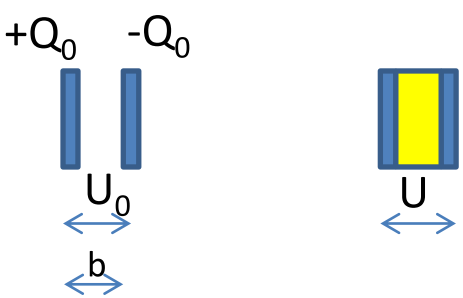
M. Rotter
KFNT

Kondenzovaný stav – plyn, kapalina, pevná látka

vodiče – vedení proudu prostřednictvím vodivostních elektronů
nevodiče, dielektrika – bez volně pohyblivých nábojů, nedochází k odstínění vnitřního prostoru vlivem povrchového rozložení volných nábojů na povrchu (jako u kovů)

elektrické pole působí na rozložení atomů a molekul v dielektriku

Deska z dielektrika vložená do homogenního pole nabitého deskového kondenzátoru
→ pokles napětí na kondenzátoru $U < U_0$, náboj na deskách se nemění



$$\varepsilon_r = \frac{C_d}{C_0} = \frac{U_0}{U} \geq 1$$

$Q_0 = C_0.U_0$ $Q_0 = C_d.U$

ε_r - relativní permitivita (dielektrická konstanta látky)

ε_r = 1,0006 (vzduch) ε_r = 56 (glycerin) ε_r = 2,2 (CCl_4)
ε_r = 3,7 (SiO_2) ε_r = 81 (H_2O)

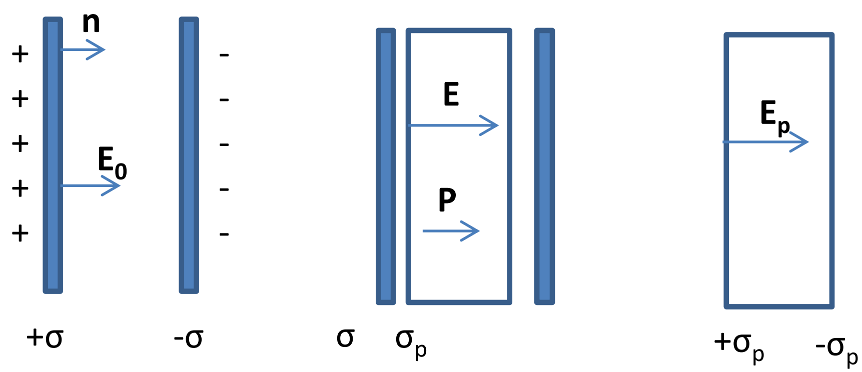
Elektrické pole uvnitř dielektrika

$$E = \frac{U}{b} = \frac{Q_0}{C_d.b} = \frac{C_0.U_0}{C_d.b} = \frac{U_0}{b}\frac{C_0}{C_d} = \frac{E_0}{\varepsilon_r}$$

Uvnitř dielektrika působí elektrické pole $\vec{E}$ jako součet vnějšího pole $\vec{E}_0$ a přídavného pole $\vec{E}_p$ (pole polarizačního)

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_r} = \vec{E}_0 + \vec{E}_p \Rightarrow \vec{E}_p = \left(\frac{1}{\varepsilon_r} - 1\right)\vec{E}_0 = -\frac{(\varepsilon_r - 1)}{\varepsilon_r}\vec{E}_0 = -(\varepsilon_r - 1)\vec{E} \qquad \vec{E}_p = -\chi_e \vec{E}$$

$\chi_e = (\varepsilon_r - 1) \geq 0$ **dielektrická susceptibilita** (obecně bezrozměrná tenzorová veličina)



bez dielektrika $\vec{E}_0.\vec{n} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

s dielektrikem $\vec{E}.\vec{n} = \dfrac{\sigma + \sigma_p}{\varepsilon_0} = \dfrac{\sigma_{ef}}{\varepsilon_0}$

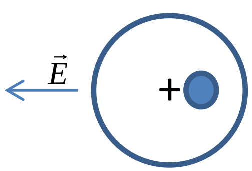
dielektrikum $\vec{E}_p.\vec{n} = \dfrac{\sigma_p}{\varepsilon_0}$

$$\sigma_p = \varepsilon_0\left(\vec{E}_p.\vec{n}\right) = -\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_0}\sigma$$

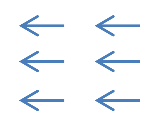
$$\sigma_{ef} = \frac{\sigma}{\varepsilon_r}$$

Mechanismy polarizace:

1) Elektronová polarizace – posuv kladně nabitého jádra atomu proti geometrickému středu orbitálních elektronů



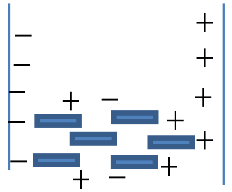
2) Orientační polarizace – permanentních dipólových momentů



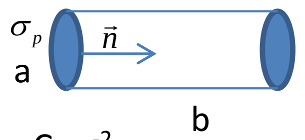
3) Iontová polarizace – posuvy iontů v iontovém krystalu

\+ - + - + - + -
\- + - + - + - +

Vztah mezi polarizačním polem $\vec{E}_p$ a dipólovým momentem dielektrika vázané náboje se projeví na rozhraní dielektrika



Zjednodušený model: dipólový moment ploch nekonečného dielektrika → náboj $-a.\sigma_p$, vektor vzdálenosti ploch $b.\vec{n}$



$$-\sigma_p.a.b.\vec{n} = -\sigma_p.V.\vec{n} = n_d.p.V$$

n_d - hustota dipólů p

$\vec{P} = n_d.\vec{p}$ dipólový moment jednotky objemu – nazývá se **polarizace** [P] = $C.m^{-2}$

$$\vec{P} = -\sigma_p.\vec{n} = -\varepsilon_0.\vec{E}_p = \varepsilon_0.\chi_e.\vec{E}$$

polarizace je obecně tenzorová veličina

Elektrická indukce

Pole v dielektriku je vhodné vyjádřit pomocí vnějších volných nábojů (na deskách kondenzátoru)

$$\vec{E}.\vec{n} = \frac{\sigma_{ef}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0.\varepsilon_r} \Rightarrow \varepsilon_0.\varepsilon_r.\vec{E}.\vec{n} = \sigma$$

Zavedeme vektor **elektrické indukce** $\vec{D} = \varepsilon_0.\varepsilon_r.\vec{E}$ $\vec{D}.\vec{n} = \sigma$ $[D] = C.m^{-2}$

Vztah mezi D, E_0 a P $\vec{D} = \varepsilon_0.\varepsilon_r\dfrac{\vec{E}_0}{\varepsilon_r} = \varepsilon_0.\vec{E}_0 = \varepsilon_0.\left(\vec{E} - \vec{E}_p\right) = \varepsilon_0\vec{E} - \varepsilon_0\left(\dfrac{-\vec{P}}{\varepsilon_0}\right)$

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}}$$

Gaussova věta v dielektriku

$$\int_V div\vec{D}dV = \oint_S \vec{D}.\vec{n}dS = \int_V \rho dV$$

platí lokální vztah $div\vec{D} = \rho$

pro hustotu volného náboje (platí v látkovém prostředí i ve vakuu)

obecně platí: $rot\vec{E} = 0$ $\vec{E} = -grad\varphi$ (obecně neplatí $rot\vec{D} = 0$)

Hustota energie pole: ve vakuu $\varepsilon_p = \varepsilon_0.E^2$

v lineárním izotropním dielektriku $\varepsilon_p(\vec{r}) = \frac{1}{2}\vec{E}(\vec{r}).\vec{D}(\vec{r})$

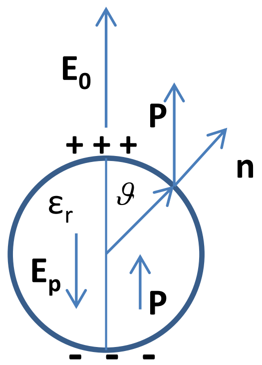
Pole bodového náboje v homogenním dielektriku $\oint_S \vec{D}.\vec{n}dS = Q$

S je uzavřená kulová slupka $4\pi r^2.D = Q$ $\Rightarrow \vec{D} = \frac{Q}{4\pi r^3}\vec{r}$ $\vec{D} = \varepsilon_0.\varepsilon_r.\vec{E}$

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{Q}{r^3}\vec{r}}$$

pole bodového náboje *Q* v počátku vnořeného do dielektrika

Dielektrická koule v homogenním vnějším elektrickém poli



Rotační elipsoid se polarizuje homogenně s polarizací $\vec{P}$
v homogenním vnějším elektrickém poli $\vec{E}_0$
vnitřní *pole* $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_p$
vázaný náboj na povrchu koule $\sigma_p = \vec{P}.\vec{n} = P.\cos\vartheta$
Výpočet $\vec{E}_p$ se provádí pro střed koule integrací přes kulové vrstvy

$$\vec{E}_p = -\frac{\vec{P}}{3\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 - \frac{\vec{P}}{3\varepsilon_0} = \frac{3}{\varepsilon_r + 2}\vec{E}_0$$

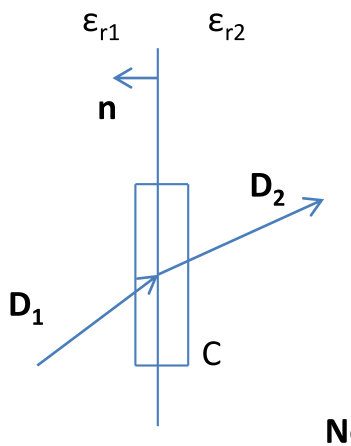
Depolarizační faktor: N = 1/3 (koule)
N = 1 (kolmo na vrstvu)
N = 0 (v ose dlouhého válce)
N = ½ (kolmo na osu válce)
$N_a + N_b + N_c = 1$ (podél tří hlavních os a, b, c rotačního elipsoidu)

$$\boxed{\vec{E}_p = -\frac{1}{\varepsilon_0} N.\vec{P}}$$

polarizační pole je vyvoláno rozdělením vázaného náboje na povrchu dielektrika

$$\vec{E} = \frac{1}{1 + N(\varepsilon_r - 1)}\vec{E}_0$$

Rozhraní dvou dielektrik



bez přítomnosti volných nábojů (vodičů) → div **D** = 0

$$0 = \int div\vec{D}dV = \oint_S \vec{D}.\vec{n}dS$$

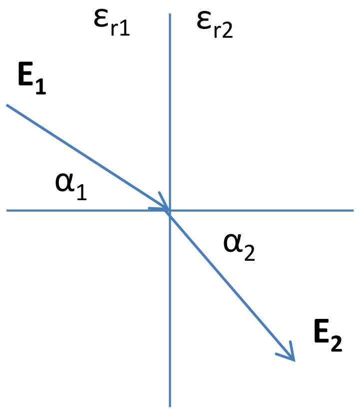
$$\Rightarrow \left(\vec{D}_1 - \vec{D}_2\right).\vec{n} = 0 \qquad \rightarrow \quad D_{n1} = D_{n2}$$

Normálové složky elektrické indukce $\vec{D}$ se při průchodu rozhraním nemění.

Platí obecně: $\int_S \left(rot\vec{E}\right).\vec{n}dS = \oint_C \vec{E}.d\vec{r} = 0 \qquad \rightarrow \quad E_{t1} = E_{t2}$

Tečné složky intenzity pole $\vec{E}$ jsou spojité

Zákon lomu siločar elektrického pole $\vec{E}$ (bez přítomnosti volných nábojů)



$$tg\alpha_i = \frac{E_{ti}}{E_{ni}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_i E_{ti}}{D_{ni}} \qquad \Rightarrow \frac{tg\alpha_1}{tg\alpha_2} = \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}$$

spolu se zákonem lomu magnetických siločar
vede na Snellův zákon lomu elektromagnetických vln

Piezoelektrický jev

1880 Pierre a Jacques Curie

schopnost krystalu generovat elektrické napětí při deformaci
v krystalech, které nemají střed symetrie
při stlačení dojde k posunutí těžišť kladných a záporných iontů

Příklad: monokrystal křemene, Seignettova sůl (vinan sodno-draselný),
keramické materiály se strukturou perovskitu (smíšené krystaly $PbZrO_3$ a $PtTiO_3$)

Použití: gramofonová přenoska, mikrofon, zapalovač

Opačný jev: elektrostrikce

použití: mikroposuv, generátor ultrazvuku, sonar