UFY007
9. Vířivé (Foucaultovy) proudy

Statické magnetické pole ($\partial B_0 / \partial t = 0$) proniká do objemu nemagnetického vodiče téměř beze změny. Časově proměnné magnetické pole vyvolá díky elektromagnetické indukci ve vodiči indukované elektrické pole E_1

$$\text{rot}\,\vec{E}_1 + \frac{\partial \vec{B}_0}{\partial t} = 0\,,$$

které dá vzniknout indukovanému proudu s hustotou $\vec{i}$

$$\vec{i}_1 = o\vec{E}_1\,.$$

Do válcového vodiče, jehož osa je shodná s osou z, proniká homogenně pole $\vec{B}_0 = B_0(t).\vec{e}_z$.
Indukovaná hustota proudu leží v rovině kolmé na osu z

$$\vec{i}_1 = \sigma\vec{E}_1(\rho, t).\vec{e}_\phi\,,$$

použijeme-li válcové souřadnice. Indukované proudy tečou v soustředných kružnicích. Jednu z nich, o poloměru ρ si vybereme jako dráhu cirkulace v Maxwellově – Faradayově rovnici. Vznikající elektromotorické napětí e je dáno vztahem

$$e = \int_C \vec{E}_1.d\vec{r} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}_0.\vec{n}dS\,.$$

Protože $\vec{n} = \vec{e}_z$ platí, že

$$\vec{E}_1.2\pi\rho = -\frac{dB_0}{dt}\pi\rho^2$$

a odtud

$$\vec{E}_1 = -\frac{1}{2}\rho\frac{d\vec{B}_0}{dt} \qquad \text{a} \qquad \vec{i}_1 = -\frac{\sigma}{2}\rho\frac{dB_0}{dt}\vec{e}_z\,.$$

Indukované (vířivé) proudy tečou v soustředných kružnicích v rovině kolmé na osu z a jejich intenzita je úměrná ρ, jsou největší na okraji vodiče. Povšimněte si, že jejich smysl je takový, že pole $\vec{B}_1$, které vytvářejí, kompenzuje podle Lenzova pravidla změnu pole $\vec{B}_0$. Při harmonické časové změně pole $B_0 = B_{0m}\cos\omega t$ je

$$\vec{i}_1 = \frac{\sigma\omega}{2}\rho B_{0m}\sin\omega t.\vec{e}_\varphi\,.$$

Intenzita vířivých proudů roste s frekvencí střídavého magnetického pole. Povšimněte si, že indukované proudy a tedy i jimi vyvolané indukované magnetické pole je fázově posunuté ($-\pi/2$) oproti budícímu střídavému magnetickému poli.

Vířivé proudy mají za následek disipaci energie ve vodiči ve formě Jouleova tepelného příkonu. Element příkonu absorbovaný v elementu objemu je

$$\frac{\delta P}{dV} = \frac{i_1^2}{\sigma}\,.$$

Po integraci přes celý objem vodiče dostaneme příkon absorbovaný nositeli náboje ve vodiči

$$P = \frac{1}{\sigma}\int_V i_1^2 dV = \frac{\sigma\omega^2}{4}B_{0m}^2.h.\sin^2\omega t\int_0^a \rho^2 2\pi\rho d\rho\,.$$

Objem vodiče je $V = \pi a^2 h$ a tedy

$$P = \frac{\pi}{8}.\sigma.\omega^2.B_{0m}^2.a^4.h.\sin^2\omega t = \frac{1}{8}\sigma.\omega^2.B_{0m}^2.a^2.V.\sin^2\omega t\,.$$

Časová střední hodnota Jouleova příkonu na jednotku objemu je

$$\left\langle \frac{P}{V} \right\rangle = \frac{1}{8}\sigma\omega^2 B_{0m}^2 .a^2 \left\langle \sin^2 \omega t \right\rangle = \frac{1}{16}\sigma.\omega^2 B_{0m}^2 .a^2 ,$$

poněvadž $\left\langle \sin^2 \omega t \right\rangle = 1/2$. Tepelný příkon je tedy tím větší, čím je vodič masivnější (velký rozměr a), čím lépe vede elektrický proud (větší σ) a čím je vyšší frekvence ω střídavého magnetického pole. Pro přesnější výpočet, zejména při vyšších frekvencích střídavého magnetického pole, je třeba uvážit i vliv pole $\vec{B}_1$ vyvolaného indukovanou hustotou proudu $\vec{i}_1$ a dále polem $\vec{B}_1$ indukovaného proudu $\vec{i}_2$ a tak dále. Výsledkem jsou výrazy s Besselovými funkcemi.

Rozdělíme-li masivní vodič do tenkých desek nebo vláken, navzájem izolovaných, ve směru působícího magnetického pole, lze výrazně snížit tepelný příkon vířivých proudů. Místo vodiče ve tvaru válce o poloměru a použijeme svazek vodivých drátů s poloměrem b = a/n tak, aby celkový objem byl zachován.

$$\left\langle \frac{P'}{V} \right\rangle = \frac{1}{16}\sigma.\omega^2 .B_{0m}^2 .b^2 = \frac{1}{n^2}\left\langle \frac{P}{V} \right\rangle$$

Jha transformátorů a tlumivek a také jádra cívek se proto konstruují složená z izolovaných plechů, navinutých pásků nebo lisovaných feromagnetických prášků. Jádra s feritů mají malou elektrickou vodivost, proto také účinně potlačují ohřev vířivými proudy. Vířivé proudy se naopak využívají k ohřevu v indukčních pecích, v nichž lze tavit i kovy s vysokou teplotou tání. Stejný princip využívá i mikrovlnná trouba.