

# Práce a p-V diagram

- práce vykonaná při změně objemu  $dV$ :  $dW' = p dV$   $pV = NkT \rightarrow p = \frac{NkT}{V}$
- celková práce:  $W' = \int_{V_1}^{V_2} p dV$
- $T$  konstantní:  $W' = \int_{V_1}^{V_2} NkT \frac{dV}{V} = NkT \ln \frac{V_1}{V_2}$
- závisí na „cestě“ v  $p$ - $V$  diagramu

## • konvence

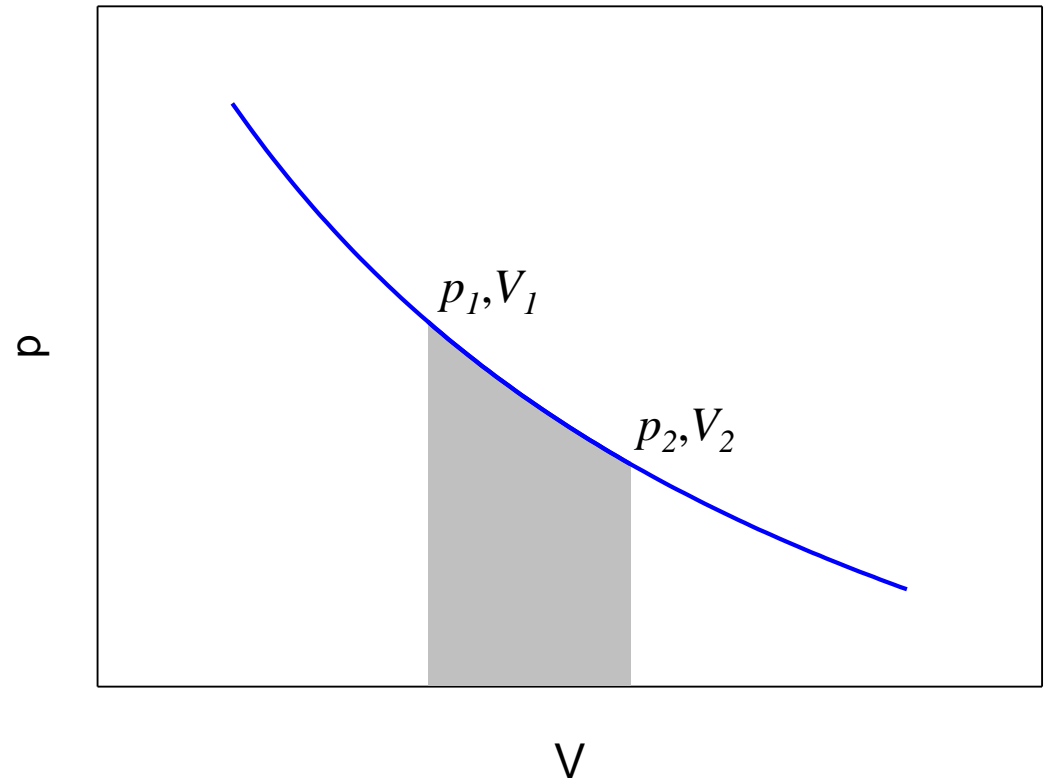
$W$  – práce, kterou vykonají vnější síly na soustavu

$W'$  – práce, kterou vykoná soustava

- rovnovážný děj  $W' = -W$

$Q > 0$  – teplo, které soustava přijme

$Q < 0$  – teplo, které soustava odevzdá



# Termodynamické zákony

- **1. věta termodynamická** (zákon zachování energie)

$$Q + W = \Delta U$$

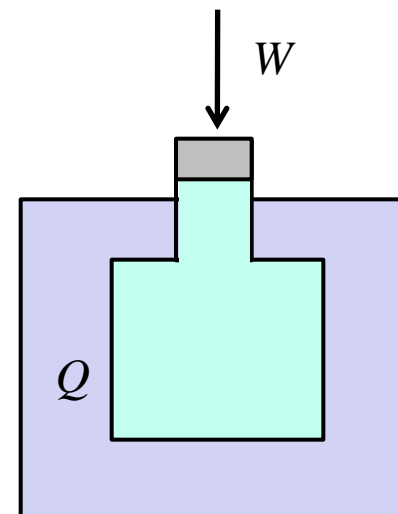
( $W$  je práce vykonaná na systém)

- teplo  $Q$  dodané systému a práce  $W$  vykonaná na systém zvyšují vnitřní energii systému  $U$

$$Q = \Delta U + W'$$

( $W'$  je práce vykonaná systémem)

- teplo  $Q$  dodané systému se rovná přírůstku její vnitřní energie a práci  $W'$  kterou systém vykoná
- *izolovaná soustava*  $Q = 0, W = 0 \rightarrow \Delta U = 0$ , vnitřní energie se nemění
- *adiabaticky izolovaná soustava*  $Q = 0 \rightarrow W' = -\Delta U$   
koná práci na účet své vnitřní energie
- *kruhový děj*  $\Delta U = 0 \rightarrow Q = W'$   
teplo přijaté soustavou je rovno práci, kterou soustava vykoná



# Tepelná kapacita

• teplo, které je nutné dodat tělesu aby se jeho teplota zvýšila o 1 K:  $C = \frac{dQ}{dT}$

• molární tepelná kapacita:  $C_m = \frac{1}{n} \frac{dQ}{dT}$

• měrná tepelná kapacita:  $c = \frac{1}{m} \frac{dQ}{dT}$

• 1. věta termodynamická (diferenciální tvar):  $dQ = dU + dW' = dU + pdV$

• stav systému určen  $V, T$ :  $U(V, T)$   $p(V, T)$

$$dQ = \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV + \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + pdV$$

•  $V = \text{konst.}$ , tepelná kapacita při konstantním objemu:  $C_v = \left( \frac{dQ}{dT} \right)_V = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$

•  $p = \text{konst.}$  tepelná kapacita při konstantním tlaku:  $C_p = \left( \frac{dQ}{dT} \right)_p = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V + \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$

$$C_p - C_v = \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$

$$V = nRT/p$$

Ideální plyn:  $\left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = nR/p$   $\left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = 0$

$$C_p - C_v = nR$$

# Tepelná kapacita

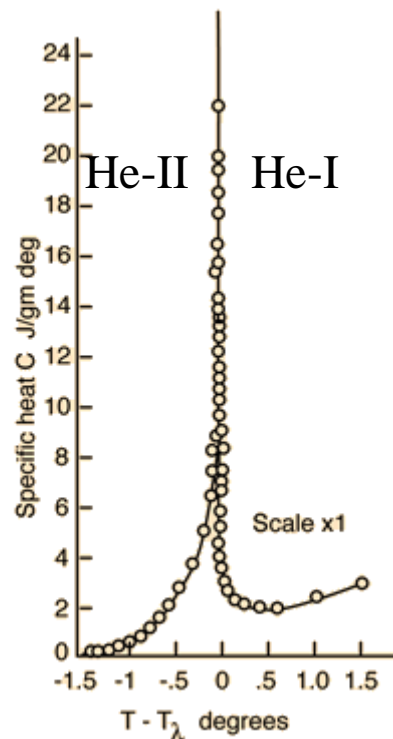
- molární tepelná kapacita :

voda:  $c_{p,m} = 4.18 \text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$  (při  $T = 25^\circ\text{C}$ )

ethanol:  $c_{p,m} = 2.44 \text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$  (při  $T = 25^\circ\text{C}$ )

led:  $c_{p,m} = 2.05 \text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$  (při  $T = -10^\circ\text{C}$ )

- kapalné He



# Termodynamické zákony

- **1. věta termodynamická** (zákon zachování energie)

$$Q = \Delta U + W'$$

( $W'$  je práce vykonaná systémem)

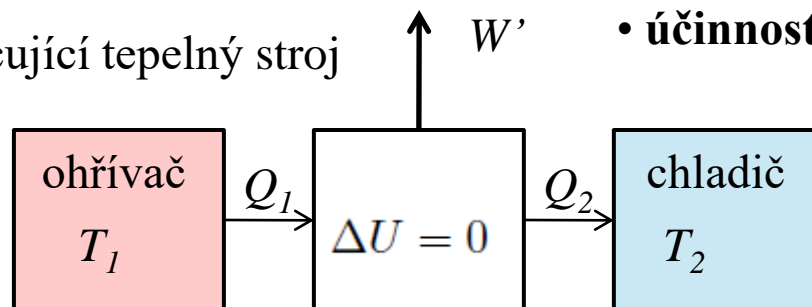
- teplo  $Q$  dodané systému se rovná přírůstku její vnitřní energie a práci  $W'$  kterou systém vykoná

- **2. věta termodynamická**

- není možné sestavit *periodicky pracující stroj*, který by nedělal *nic jiného* než že by přeměňoval teplo na práci za konstantní teploty

- teplo nemůže *samo od sebe* přejít z chladnějšího na teplejší místo

- periodicky pracující tepelný stroj

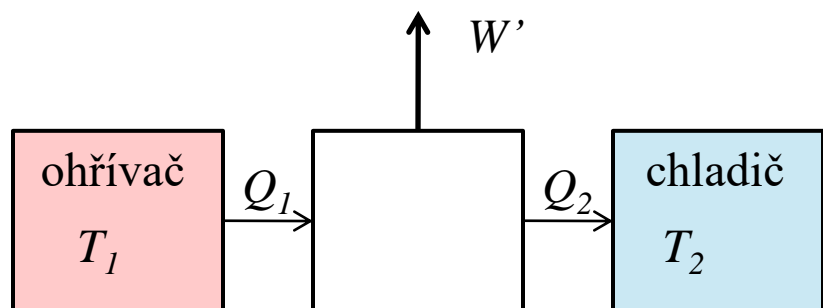


- **účinnost stroje:**  $\eta = \frac{W'}{Q_1}$

$$Q_1 = W' + Q_2$$

# Tepelný stroj

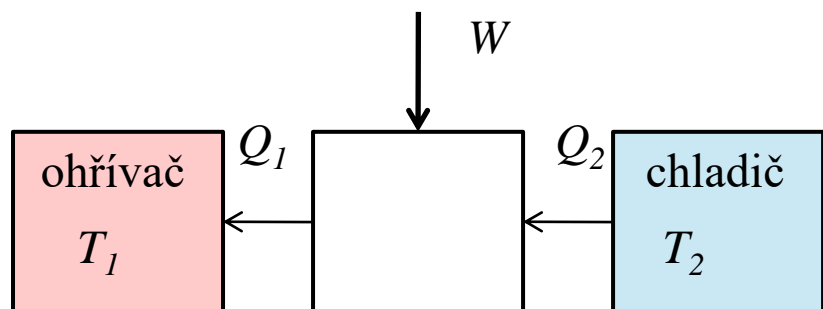
- tepelný stroj (motor)



$$Q_1 = W' + Q_2$$

$$T_1 > T_2$$

- tepelné čerpadlo

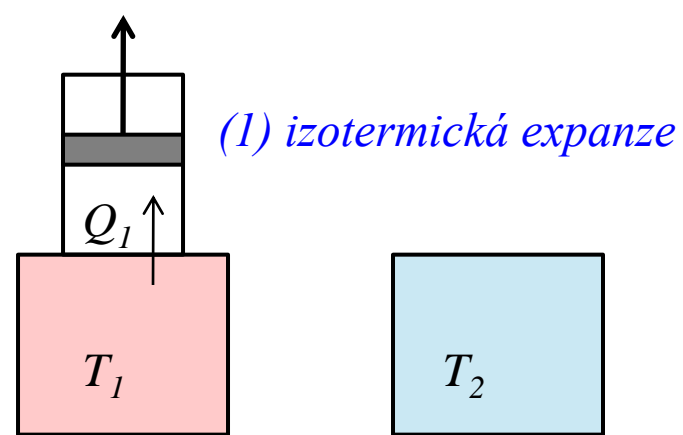
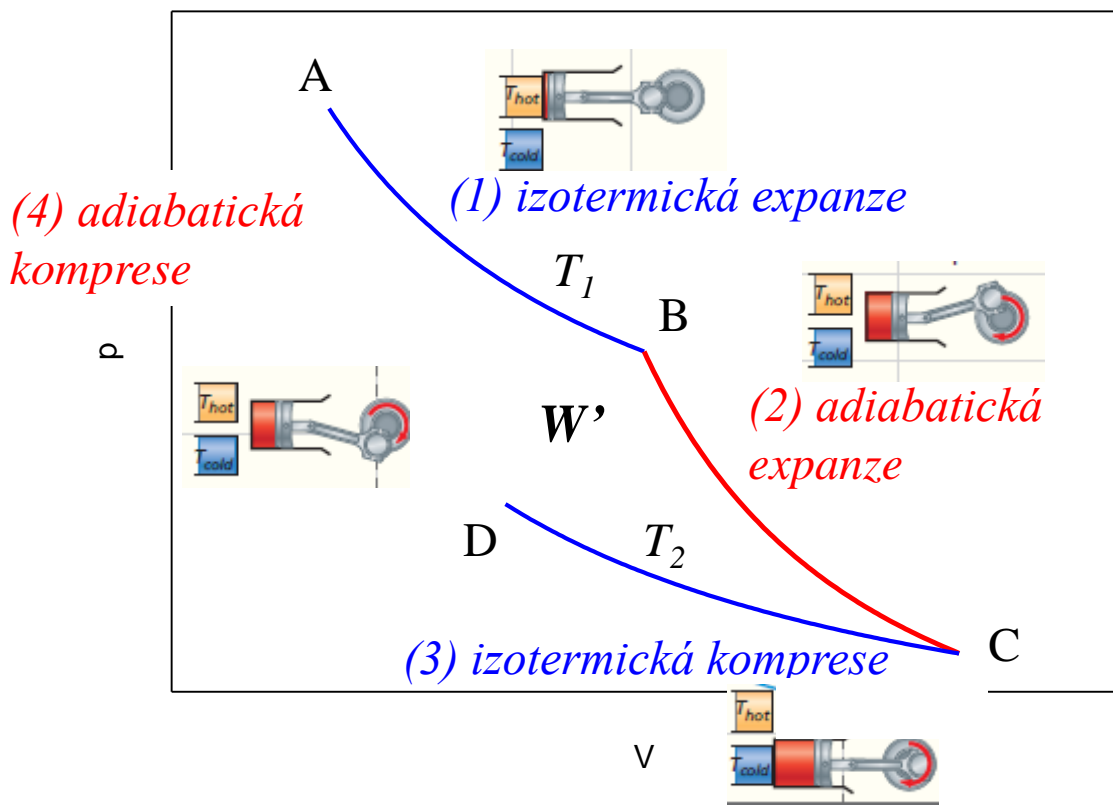


$$Q_1 + W = Q_2$$

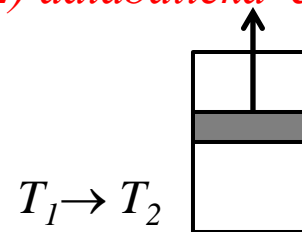
$$T_1 > T_2$$

# Carnotův cyklus

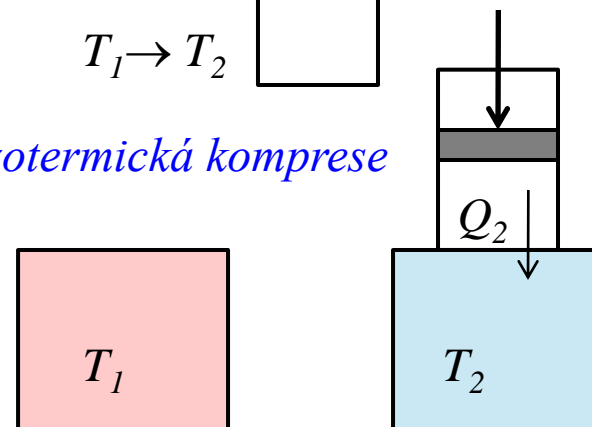
- vratný tepelný stroj



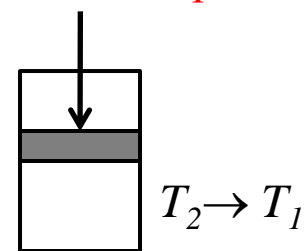
(2) *adiabatická expanze*



(3) *izotermická komprese*



(4) *adiabatická komprese*



# Účinnost ideálního stroje

- Carnotův cyklus

- necht' je pracovní látkou stroje ideální plyn

- (1) izotermická expanze:  $W' = \int_{V_A}^{V_B} p dV = Q_1 \rightarrow Q_1 = NkT_1 \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V} = NkT_1 \ln \frac{V_B}{V_A}$

$$pV = NkT_1$$

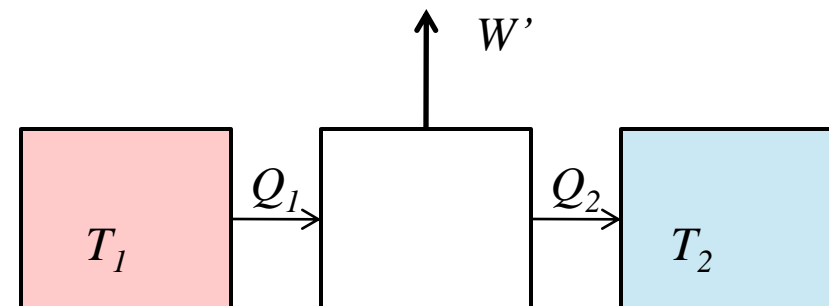
- (2) adiabatická expanze:  $T_1 V_B^{\gamma-1} = T_2 V_C^{\gamma-1}$

- (3) izotermická komprese:  $Q_2 = -NkT_2 \int_{V_C}^{V_D} \frac{dV}{V} = -NkT_2 \ln \frac{V_D}{V_C} = NkT_2 \ln \frac{V_C}{V_D}$

- (4) adiabatická komprese:  $T_2 V_D^{\gamma-1} = T_1 V_A^{\gamma-1}$

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D} \rightarrow$$

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

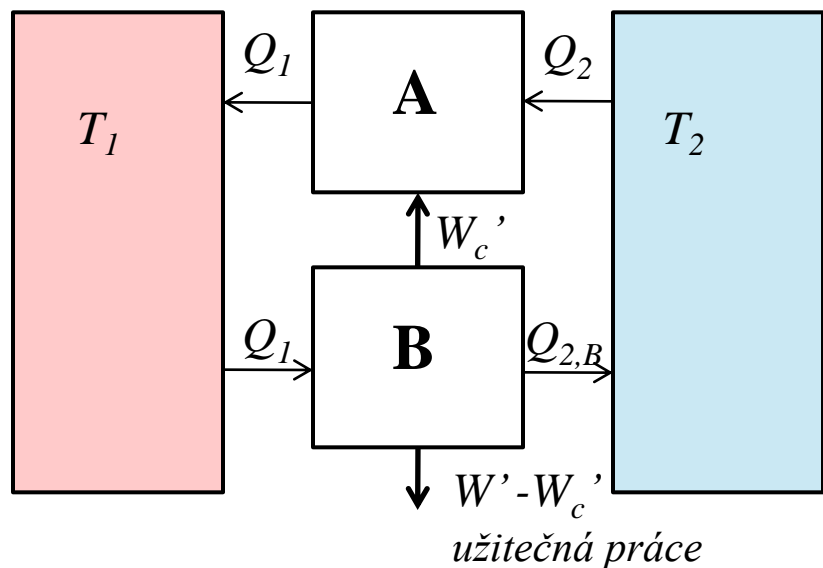




# Vratné stroje

- **A** – Carnotův stroj, který odebere teplo  $Q_1$  při  $T_1$  a odevzdá  $Q_2$  při  $T_2$  a vykoná práci  $W_c$
- **B** – vratný nebo nevratný stroj, který odebere teplo  $Q_1$  při  $T_1$  a odevzdá  $Q_2$  při  $T_2$  a vykoná práci  $W'$
- potom musí být  $W' \leq W_c$
- pokud je stroj B vratný  $W' = W_c$

Práce, kterou vykoná *libovolný* vratný stroj pracující mezi teplotami  $T_1, T_2$  je stejná jako u Carnotova stroje



$$Q_2 + W_c = Q_1$$

$$Q_1 = W' + Q_{2,B}$$

## Účinnost ideálního stroje

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} \longrightarrow Q_2 = Q_1 \frac{T_2}{T_1}$$

- vykonaná práce:  $W' = Q_1 - Q_2 = Q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$

- účinnost stroje:  $\eta = \frac{W'}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

# Entropie

- při vratných procesech je absorbováno tolik  $Q/T$  kolik se odevzdá  $\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$

- **entropie:**  $dS \equiv \frac{dQ}{T}$

- **při vratných procesech zůstává entropie konstantní**

- entropie je stavová veličina  $S(V, T)$

- změna entropie mezi stavem  $A$  a  $B$ :  $\Delta S = S(V_B, T_B) - S(V_A, T_A) = \int_A^B \frac{dQ}{T}$

## 3. věta termodynamická (Nernstův teorém)

při absolutní nule ( $T = 0$  K) je entropie nulová

- **při nevratných procesech entropie vždy narůstá**

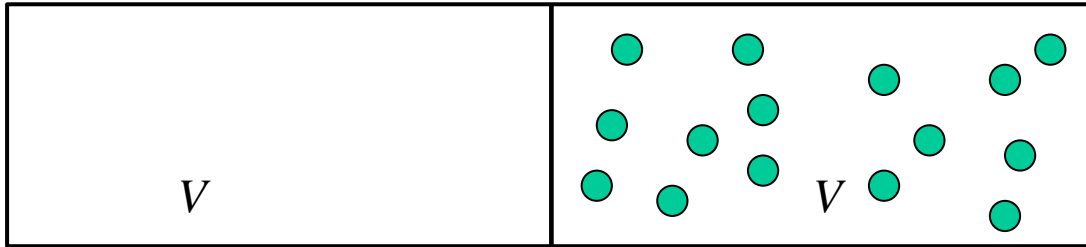
- např. když spojíme tělesa s teplotami  $T_1, T_2$ , ( $T_1 > T_2$ ), teplo  $\Delta Q$  teče z teplejšího na chladnější

- změna entropie bude:  $\Delta S = \frac{-\Delta Q}{T_1} + \frac{\Delta Q}{T_2} > 0$

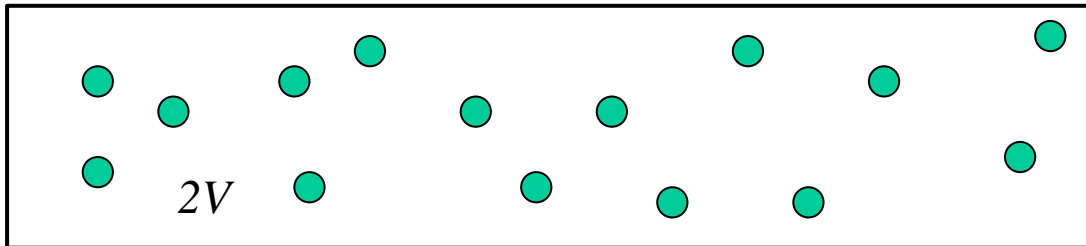
# Entropie ideálního plynu

- 1. termodynamický zákon:  $dQ + dW = dU$   
 $dW = -pdV$   
 $\gamma - 1 = \frac{2}{f}$      $dU = \frac{f}{2} Nk dT$      $dQ = \frac{1}{\gamma - 1} Nk dT + pdV$
- stavová rovnice ideálního plynu:  $pV = NkT \rightarrow dQ = \frac{1}{\gamma - 1} Nk dT + NkT \frac{dV}{V}$
- entropie:  $dS = \frac{dQ}{T} = \frac{1}{\gamma - 1} Nk \frac{dT}{T} + Nk \frac{dV}{V}$
- změna entropie ideálního plynu:  $\Delta S = \frac{1}{\gamma - 1} Nk \ln \frac{T_2}{T_1} + Nk \ln \frac{V_2}{V_1}$

# Entropie a neuspořádanost



$T = \text{konst.}$



$T = \text{konst.}$

počet způsobů jak rozmístit molekuly

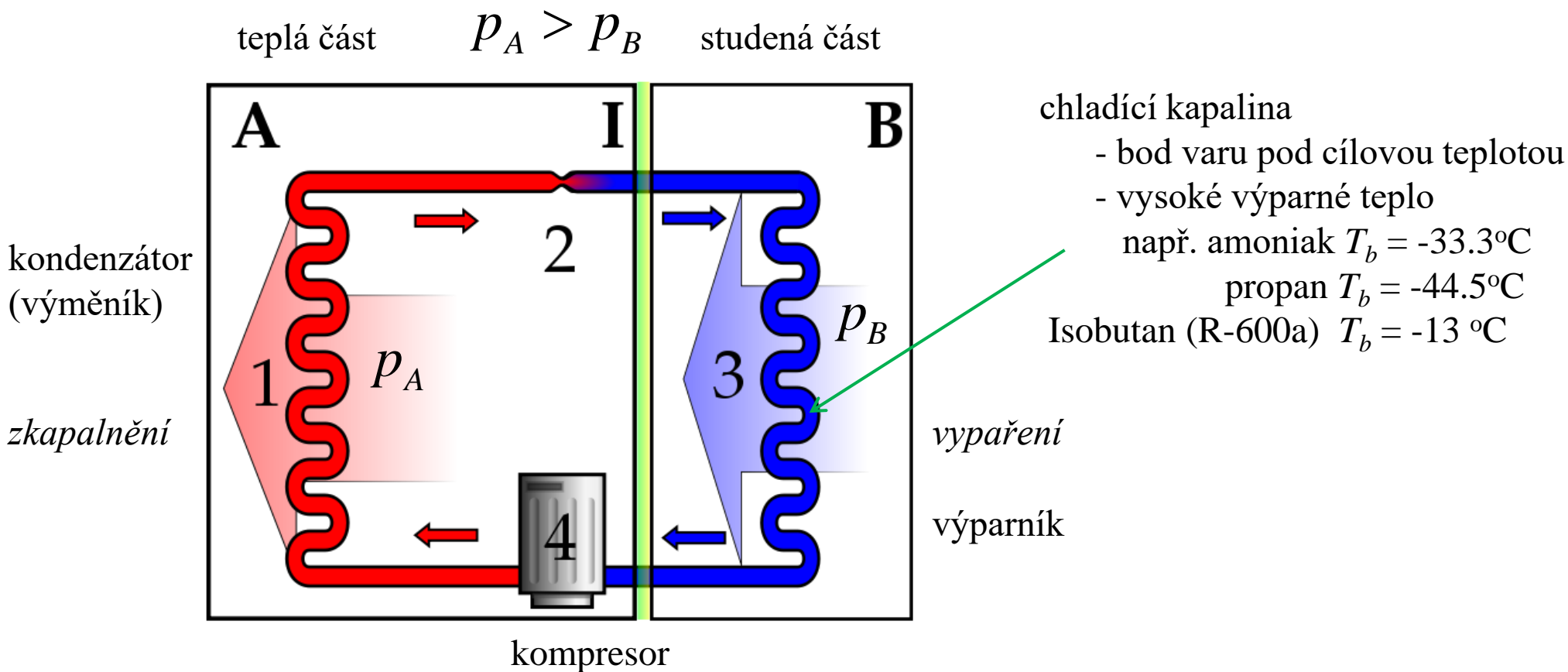
$V \rightarrow 2V$  nárůst entropie:  $\Delta S = Nk \ln \frac{2V}{V} = Nk \ln 2 = k \ln 2^N$

$$\Delta S = k \ln \Omega$$

- entropie je míra neuspořádanosti systému
- $\Omega$  - počet mikrostavů, kterými lze realizovat daný makroskopický stav
- $\Delta S \geq 0$  určuje šipku času

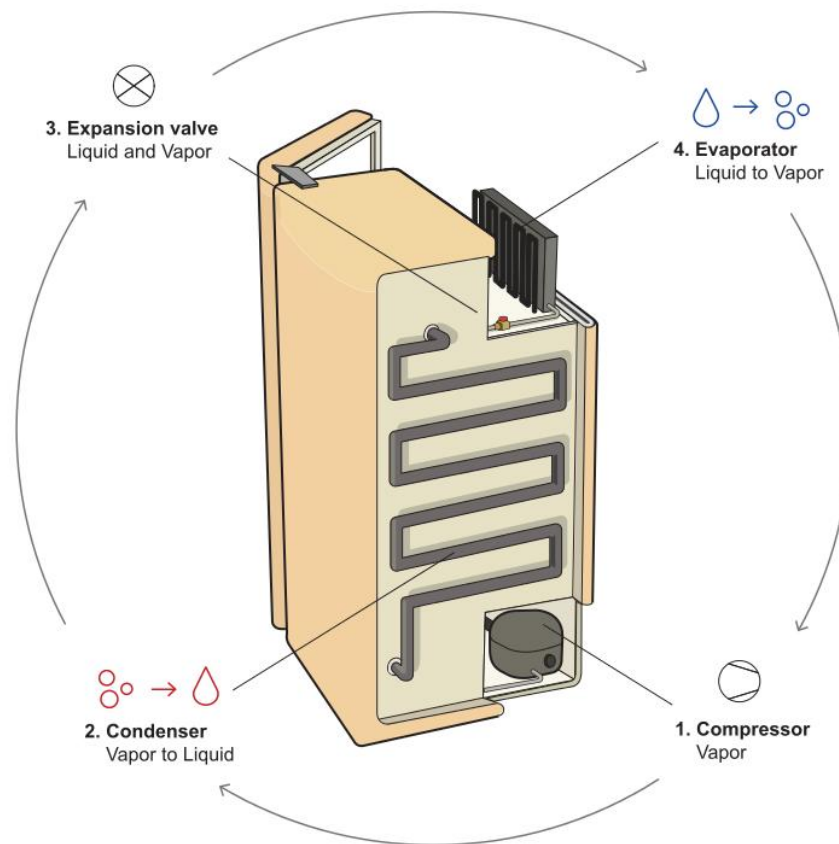
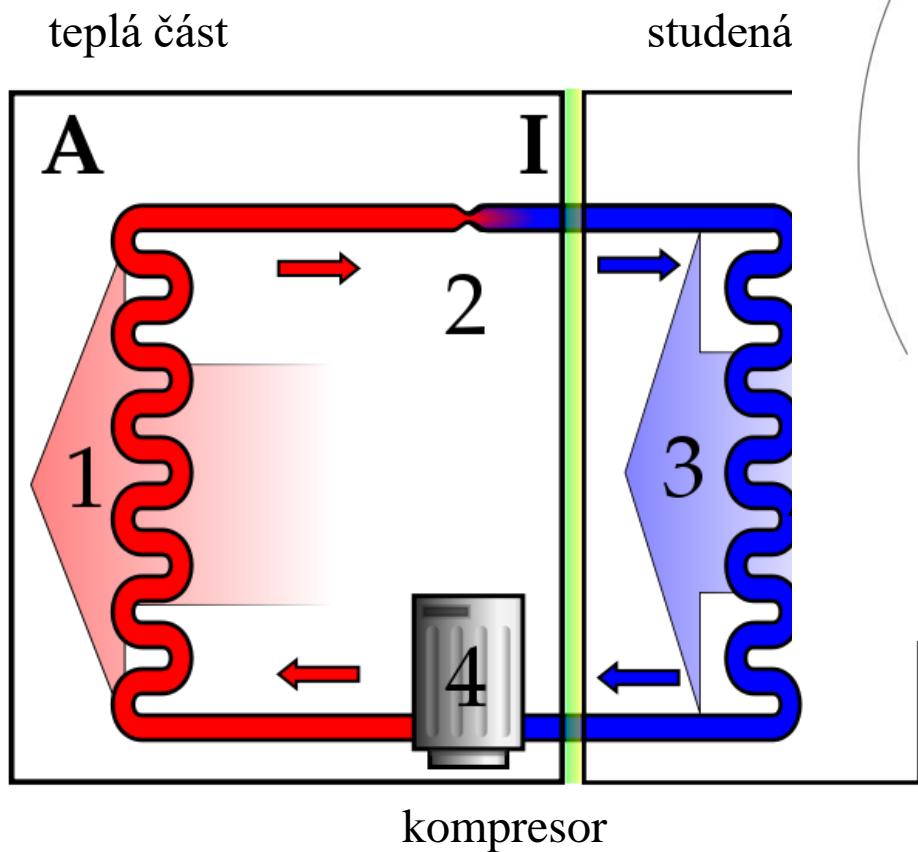
# Tepelné čerpadlo

- kompresorová lednička



# Tepelné čerpadlo

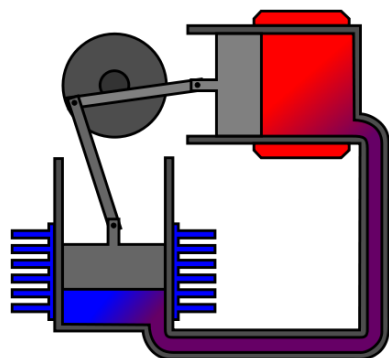
- kompresorová lednička



# Stirlingův motor

## • Stirlingův motor $\alpha$ -typu (dva válce)

1. expanze v obou válcích



*teplý válec*

*práci koná plyn*

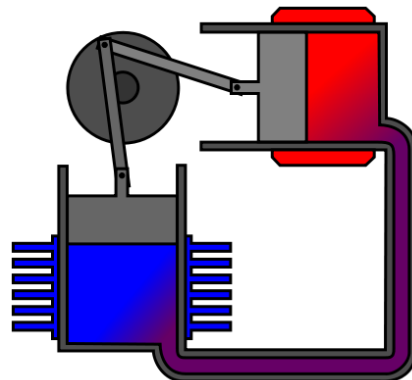
$$W'_1 = NkT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

*izotermická expanze*

*studený válec*

*píst ve studeném válci  
je o 90° pozadu*

2. píst teplého válce začíná klesat



*izochorické  
ochlazení*

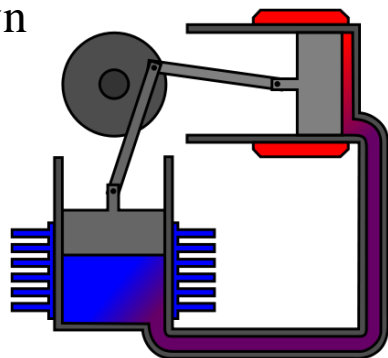
• uzavřený cyklus

• vnější spalování

•  $\eta \approx 40\%$   
(s regenerátorem)

Stlačování plynu  
při nízké teplotě  
a expanze  
při vysoké teplotě

3. studený píst začíná stlačovat ochlazený plyn



*izotermická komprese*

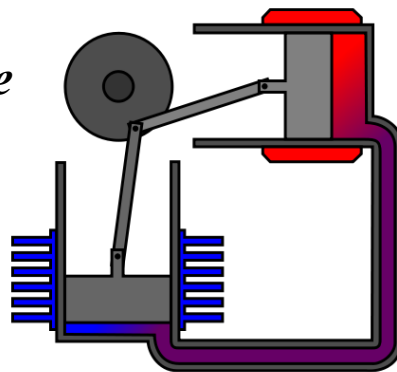
*práci koná píst*

$$W_2 = NkT_2 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

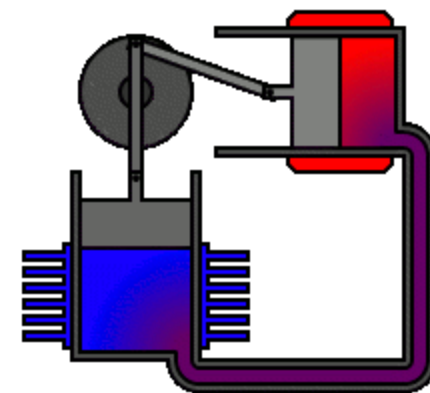
$$T_1 > T_2$$

$$W'_1 > W_2$$

4. plyn dosáhl minimálního objemu a bude se ohřívat v teplém válci a expandovat



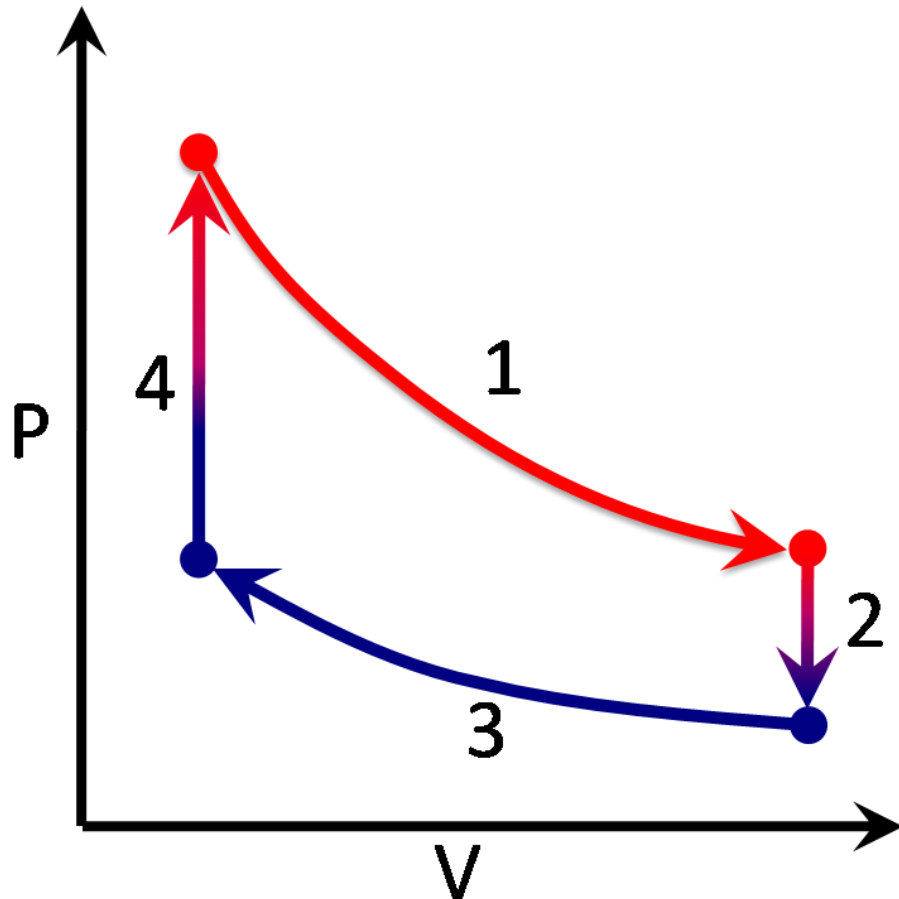
*izochorický ohřev*





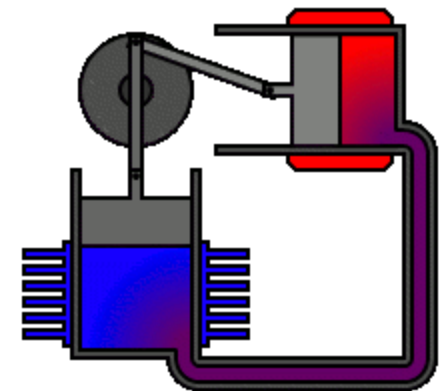
# Stirlingův motor

- stavový diagram ideálního Stirlingova motoru



- uzavřený cyklus
- vnější spalování
- $\eta \approx 40\%$   
(s regenerátorem)

Stlačování plynu  
při nízké teplotě  
a expanze  
při vysoké teplotě



# Stirlingův motor

- Stirlingův motor  $\beta$ -typu (jeden válec)

*práci koná plyn*

$$W'_1 = NkT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

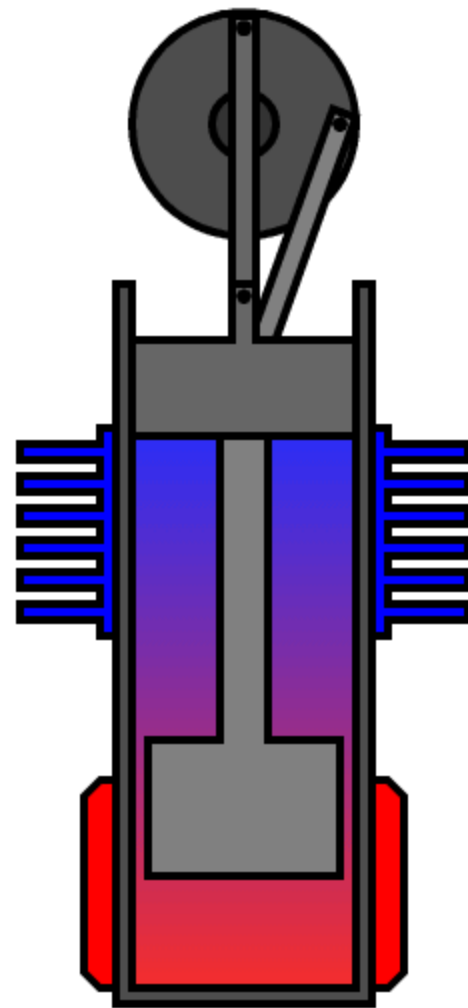
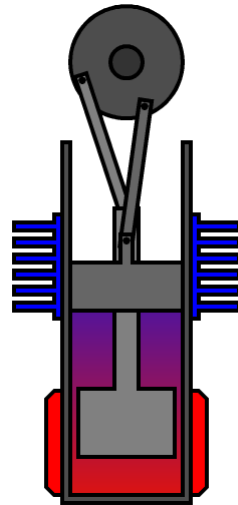
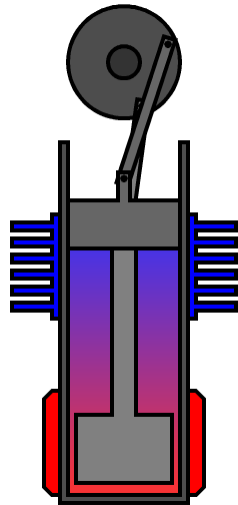
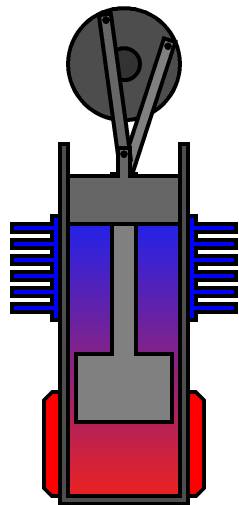
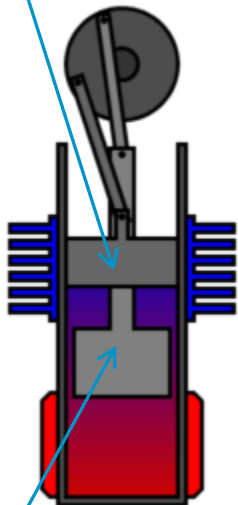
$$T_1 > T_2$$

$$W'_1 > W_2$$

*práci koná píst*

$$W_2 = NkT_2 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

*pracovní píst*



*přenašeč*

1. píst stlačil plyn  
přenašeč přesunul  
plyn na teplý konec

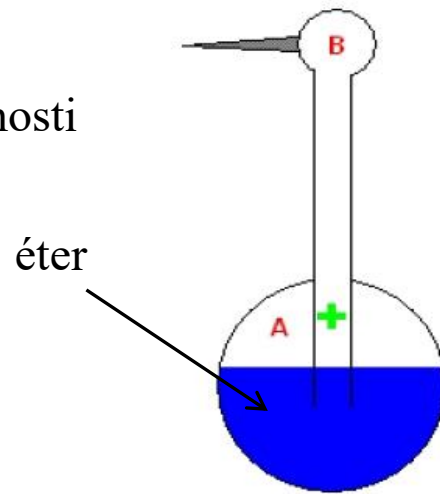
2. ohřátý plyn  
expanduje  
píst provedl  
pracovní zdvih

3. přenašeč  
přesunul plyn  
na studený konec

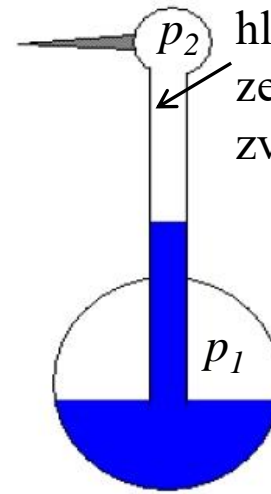
4. plyn je  
stlačován  
pístem

# Termodynamický ptáček

Tepelný stroj  
ohřívač: vzduch v místnosti  
chladič: voda v nádobě



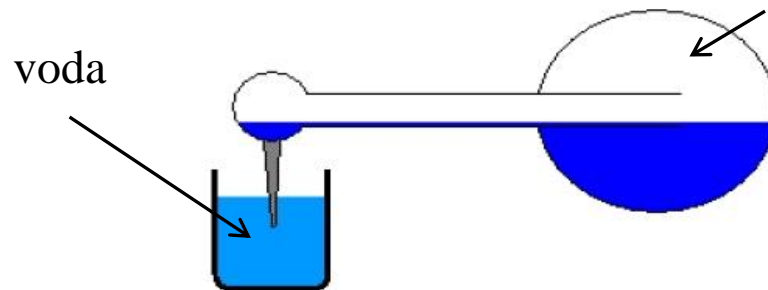
**1**



hlava se ochladí kvůli odpaření vody ze zobáku a → tlak poklesne  
zvýší se poloha těžiště, pták se skloní

$$p_2 < p_1$$

**2**



tlaky se vyrovnají → éter vyteče  
pták se zvedne

**3**