

# Základy kryogeniky a nízkoteplotní termometrie

NFPL168

Fyzika a technika  
nízkých teplot  
KFNT 2009



# Vlastnosti kryogenních kapalin

kapalina	$T_b$ (K)	$T_{tr}$ (K)	$T_c$ (K)	L(kJ/l)	$V_g/V_l$
O <sub>2</sub>	90,188	54,35	154,38	245	800
N <sub>2</sub>	77,35	63,15	126,25	160	643
n-H <sub>2</sub>	20,38	13,95	33,19	3,8	788
He <sup>4</sup>	4,125	-----	5,20	2,56	700
He <sup>3</sup>	3,191	-----	3,31	0,48	437

$T_b$  - bod varu,  $T_{tr}$  - trojný bod,  $T_c$  - kritický bod, L - latentní teplo odpařování,  
 $V_g/V_l$  - poměr objemu páry a kapaliny

# Metody chlazení

Základní principy:

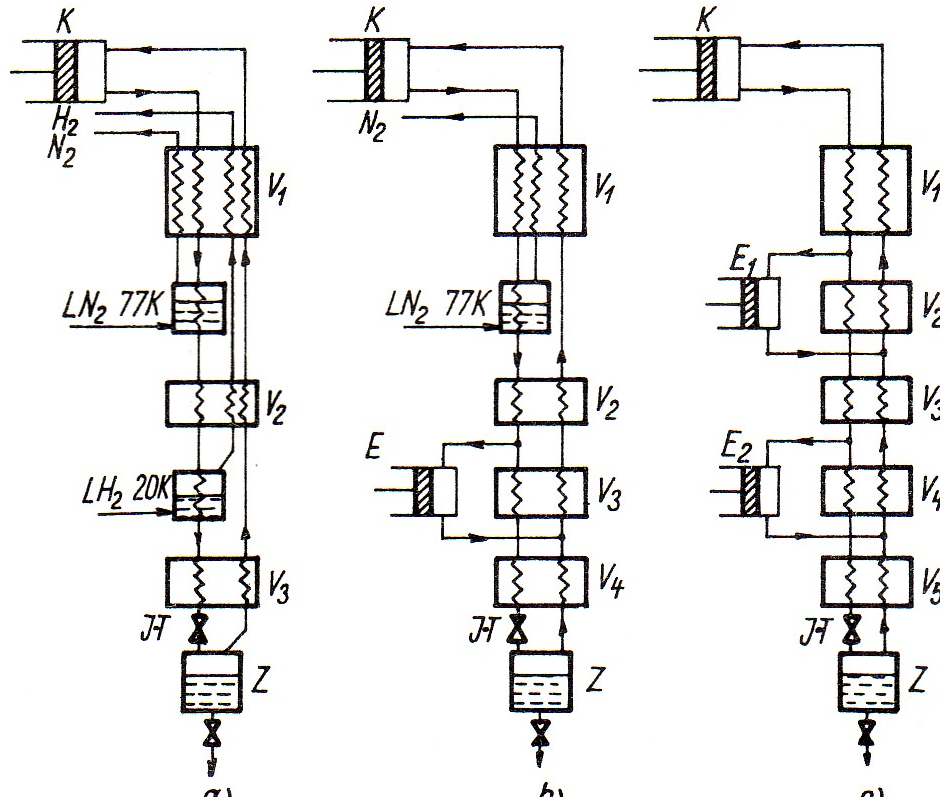
- kaskádní: čpavek – 240 K, ethylen – 169 K, methan – 112 K, dusík – 77 K (Keesom)  
- využití kryokapalin mezi  $T_{tr}$  a  $T_c$
- konání vnější práce – detandéry pístové, turbinové (Kapica, Collins)
- Joulův – Thomsonův jev (izoentalpická expanze)

plyn	O <sub>2</sub>	Ar	N <sub>2</sub>	Ne	H <sub>2</sub>	<sup>4</sup> He	<sup>3</sup> He	
T <sub>i</sub> (K)	770	725	620	250	204	46	39	

pro efektivní chlazení  $T < T_i/3$

# Schéma zkapalňovače helia

P. Kapitza 1934. S.C. Collins 1947



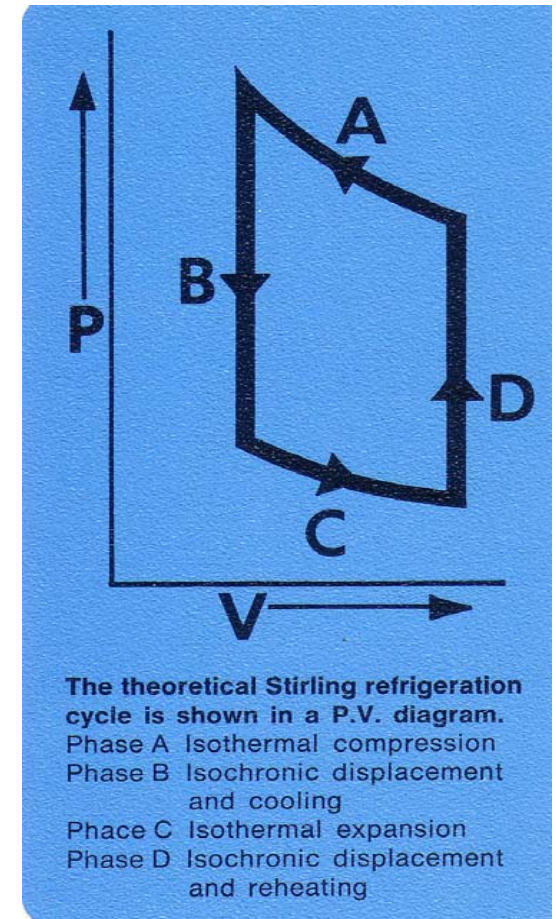
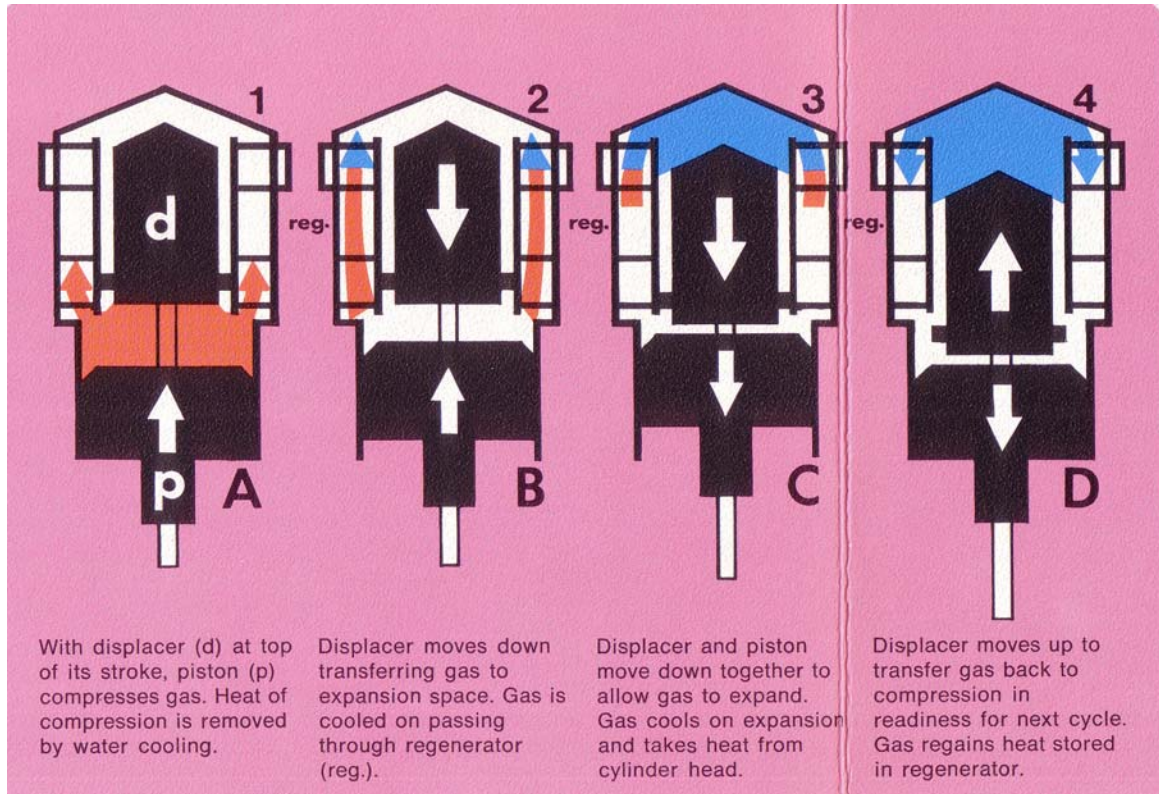
předchlazení LH<sub>2</sub>

1 detandér

2 detandéry

1895 tepelné výměníky – Linde (protiproudý), Hampson (spirálový)

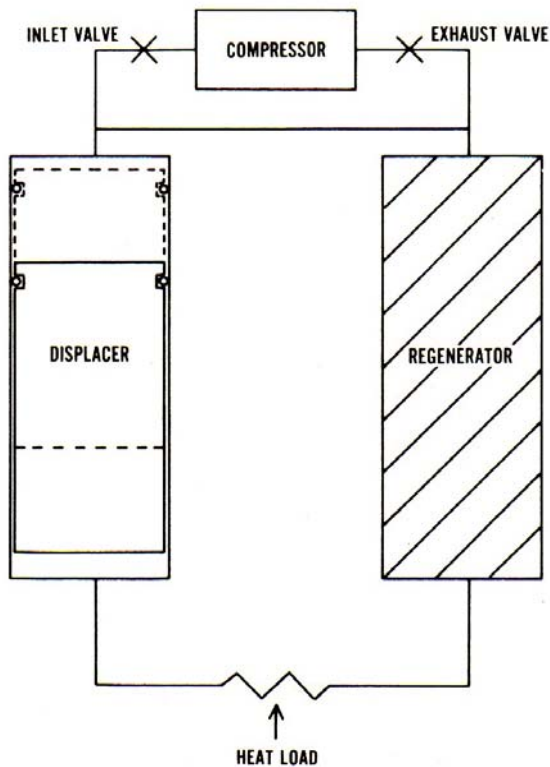
# 1827 Stirlingův tepelný stroj, reverzní Kirkův cyklus 1861



Používá se ke zkapalnění vzduchu, kyslíku nebo dusíku, pracovním plynem je vodík nebo helium tlaku 2 - 3 MPa



# Giffordův - MacMahonův kryogenerátor (W. E. Gifford, H. O. MacMahon 1961)

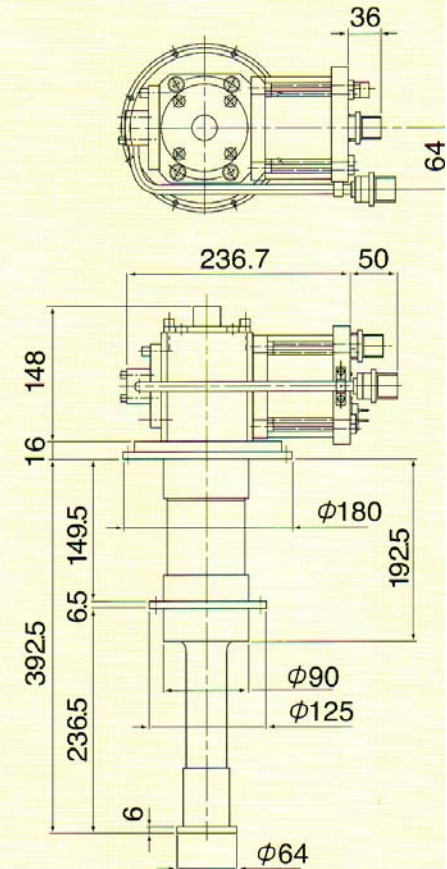


Chladicí výkon:  $dQ/dt = \Delta p \cdot V_d \cdot f$

regenerátory: Pb, bronzové šupiny,  
nově - slitiny nebo oxidy vzácných zemin

# Dvoustupňový kryogenerátor Sumitomo

**RDK-408D**

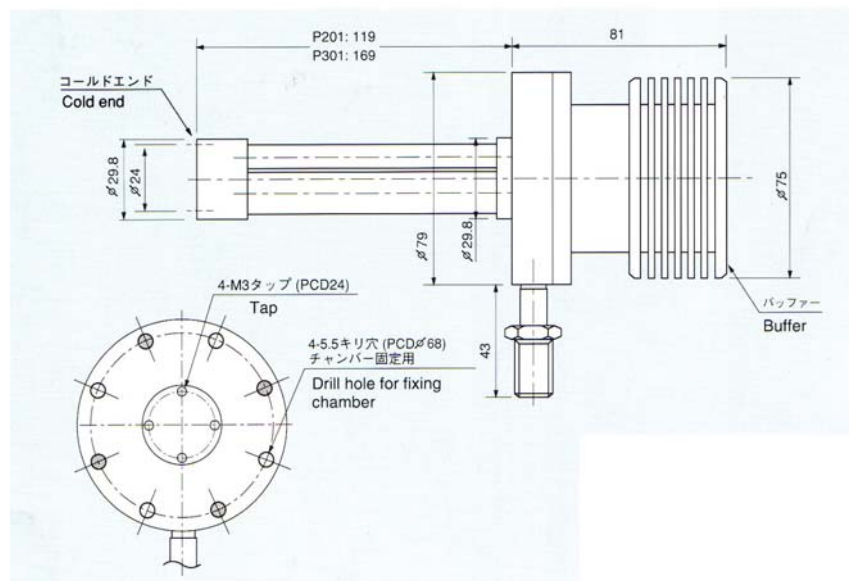


$T_{\min} = 3,2 \text{ K}$ ,

1. stupeň: 31 W/40 K

2. stupeň: 1 W/4,2 K

# Pulzní trubice

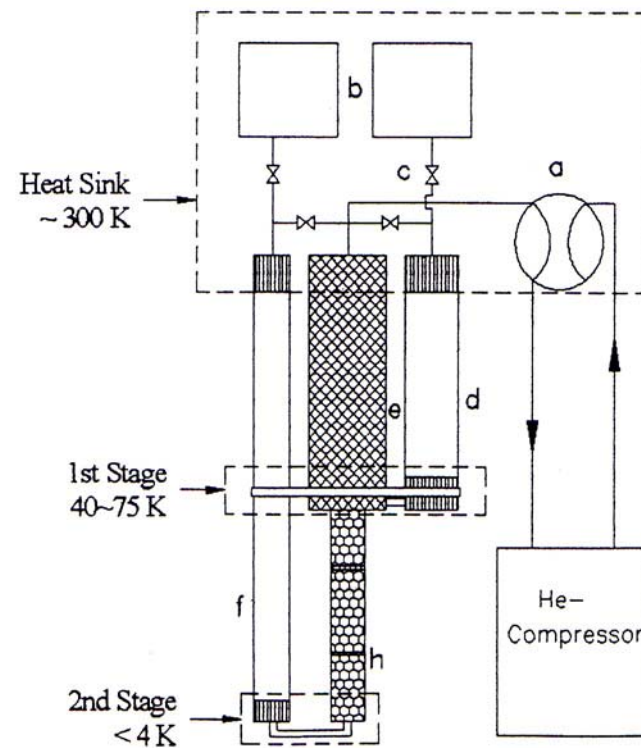


Regenerátory: slitiny a oxidy vzácných zemin

Jednostupňová trubice Iwatani

$T_{\min} = 55 \text{ K}$

chladicí výkon: 2 W/77 K



Dvoustupňová trubice

CryoMech (P. E. Gifford)

$T_{\min} = 2,8 \text{ K}$

1. stupeň: 18 W/65 K

2. stupeň: 0,57 W/4,2 K

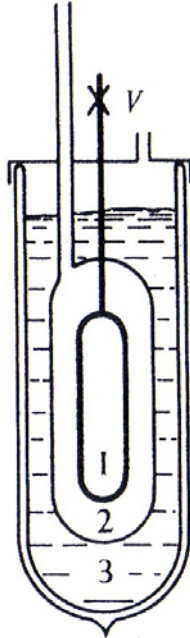


# Izoentropické chlazení

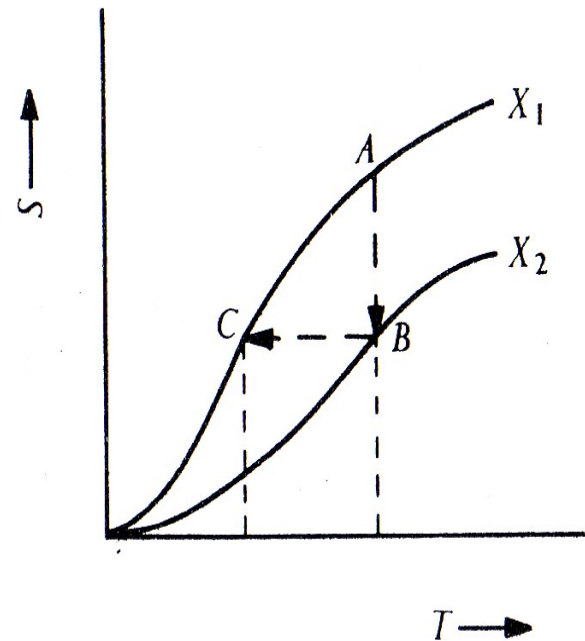
1926 F. E. Simon

1931 K. Mendelssohn – (0.5 MPa)

desorpce plynného helia z aktivního uhlí



- 1 – 10 MPa plynného He
- 2 – prostor pro výměnný plyn (He)
- 3 – LH<sub>2</sub> 15 K (snížený tlak)



A - B izotermické stlačení  
B - C adiabatická expanze

# Termoelektrické chlazení

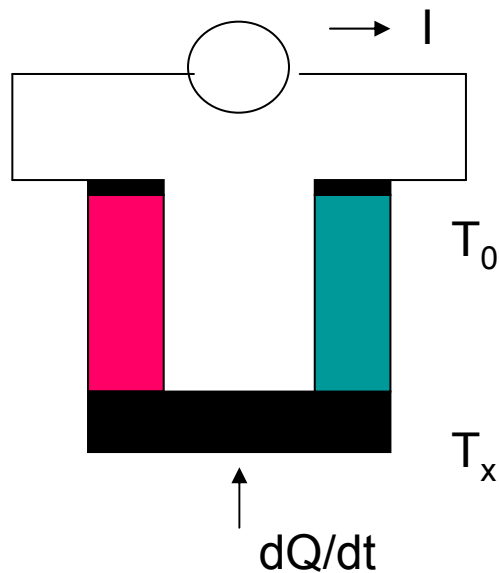
Peltierův jev

$$dQ/dt = \Pi \cdot I$$

$$\Pi = \alpha \cdot T$$

Seebeckův jev  
(termočlánek)

$$V = \alpha \cdot \Delta T$$



Parametr kvality

$$Z = \frac{\alpha^2}{\rho \cdot \kappa}$$

( $\rho$  měrný elektrický odpor,  
 $\kappa$  měrná tepelná vodivost)

nejvyšších hodnot  
 $Z = (1,5 - 4) \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$   
se dosahuje

v polovodičích  
Bi-Te, Sb-Te,  
BiSbTe-BiTeSe

Nejnižší dosahované teploty:

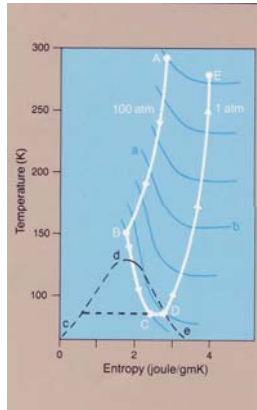
$$T_0 - T_x < 100 \text{ K},$$

v kaskádním zapojení do 100 K

# Miniaturní refrigerátory

## MicroMiniature Refrigerators (MMR)

### Využití Joulova-Thomsonova jevu



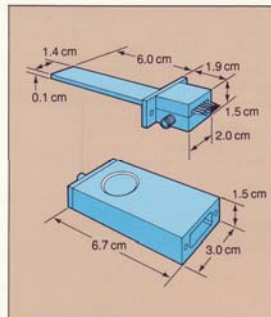
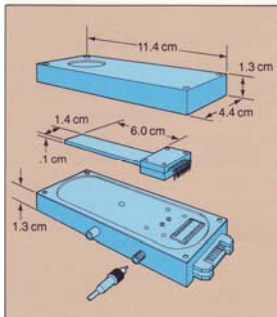
ab – konstantní entalpie

cde – koexistenční křivka

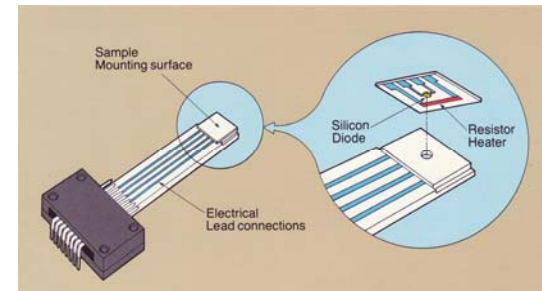
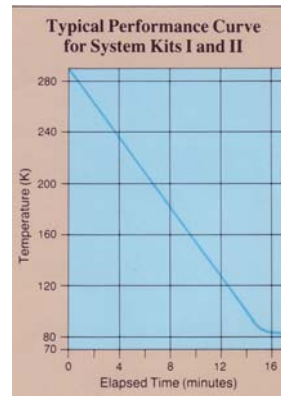
Chladicí výkon 250 mW (80 K)  
po dobu 50 hod. s použitím standardní  
tlakové láhve s plynným dusíkem



W. A. Little 1978



rozměry



regulace teploty

# Měření nízkých teplot

Teplota je intenzivní veličina, pro níž nelze vytvořit etalon (na rozdíl od délky nebo hmotnosti). Sestavují se teplotní stupnice s pevnými body, jejichž hodnoty se postupně zpřesňují. Mezi těmito body jsou stupnice udržovány pomocí určených čidel s předepsanými vlastnostmi.

# Vývoj mezinárodních teplotních stupnic

Table 2-2. The fixed points of ITS-27, IPTS-48, IPTS-68 and ITS-90.

Fixed points	ITS-27		IPTS-48		IPTS-68		ITS-90	
	$T_{27}/\text{K}^{\dagger\dagger}$	$t_{27}/^{\circ}\text{C}$	$T_{48}/\text{K}^{\dagger\dagger}$	$t_{48}/^{\circ}\text{C}$	$T_{68}/\text{K}$	$t_{68}/^{\circ}\text{C}$	$T_{90}/\text{K}$	$t_{90}/^{\circ}\text{C}$
e-H <sub>2</sub> t.p.					13.81	-259.34	13.8033	-259.3467
e-H <sub>2</sub> b.p. (25/76 atmos.)					17.042	-256.108		
e-H <sub>2</sub> n.b.p.					20.28	-252.87		
Ne t.p.							24.5561	-248.5939
Ne n.b.p.					27.102	-246.048		
O <sub>2</sub> t.p.					54.361	-218.789	54.3584	-218.7916
Ar t.p.*					83.789	-189.352	83.8058	-189.3442
O <sub>2</sub> n.b.p.†	90.18	-182.97	90.18	-182.97	90.188	-182.962		
Hg t.p.							234.3156	-38.8344
H <sub>2</sub> O f.p.	273.15	0	273.15	0				
H <sub>2</sub> O t.p.					273.16	0.01		
Ga m.p.							302.9146	29.7646
H <sub>2</sub> O n.b.p.	373.15	100	373.15	100	373.15	100	(373.124)†	(99.973)†
In f.p.							429.7485	156.5985
Sn f.p.*					505.1181	231.9681	505.078	231.928
Zn f.p.					692.73	419.58	692.677	419.527
S n.b.p.	717.75	444.6	717.75	444.6				
Al f.p.							933.473	660.323
Ag f.p.	1233.65	960.5	1233.95	960.8	1235.08	961.93	1234.93	961.78
Au f.p.	1336.15	1063	1336.15	1063	1337.58	1064.43	1337.33	1064.18
Cu f.p.							1357.77	1084.62

\* These were alternatives given in the scales.

† The O<sub>2</sub> b.p. was more closely defined in IPTS-68 as condensation point.

†† These values did not appear in ITS-27 or IPTS-48, and are here based upon  $t = T - 273.15$  K.

Absolutní termometr - chování nezávisí na volbě teploměrné látky  
sekundární termometry - je třeba kalibrovat

Table 2-4. Reference points of EPT-76 (s.c.t. = superconducting transition point).

Reference point	$T_{76}/\text{K}$
cadmium s.c.t.	0.519
zinc s.c.t.	0.851
aluminium s.c.t.	1.1796
indium s.c.t.	3.4145
$^4\text{He}$ n.b.p.	4.2221
lead s.c.t.	7.1999
e- $\text{H}_2$ t.p.	13.8044
e- $\text{H}_2$ b.p. at 25/76 standard atmosphere	17.0373
e- $\text{H}_2$ n.b.p.	20.2734
neon t.p.	24.5591
neon n.b.p.	27.102

Provizorní stupnice využívající přechodů kovů do supravodivého stavu - vyžaduje kalibrované zařízení SRM 767

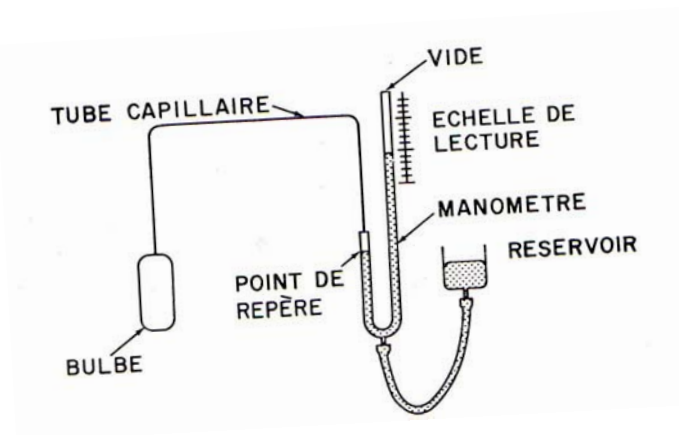
## Plynový teploměr

$$pV = nRT(1 + B_p(T)p + C_p(T)p^2 + \dots)$$

s rozvojem ve virialových koeficientech

$B_p$ ,  $C_p$

Není absolutním termometrem -  
 korekce na teplotní a výškový gradient,  
 gradient tlaku - molekulární režim, teplotní  
 závislost absorpce plynu





# Mezinárodní stupnice ITS-90

0,65 K – 5,0 K tlak par  $^3\text{He}$  a  $^4\text{He}$

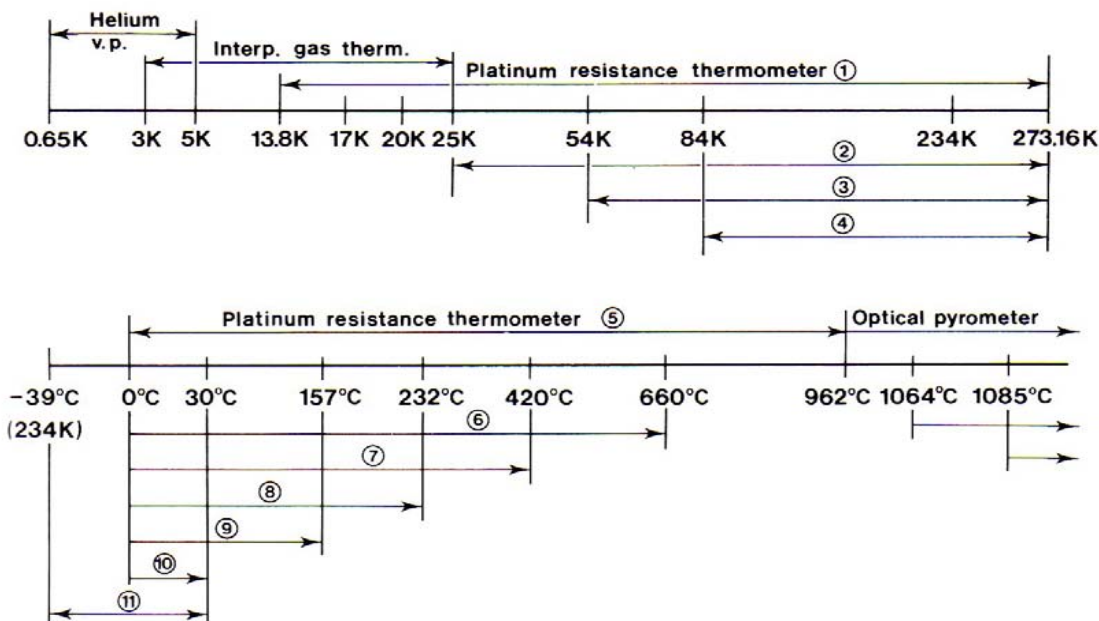
3,0 K – 24,5561 K heliový plynový teploměr kalibrovaný ve 3 pevných bodech

13,8033 K – 961,78 °C platinový odporový teploměr

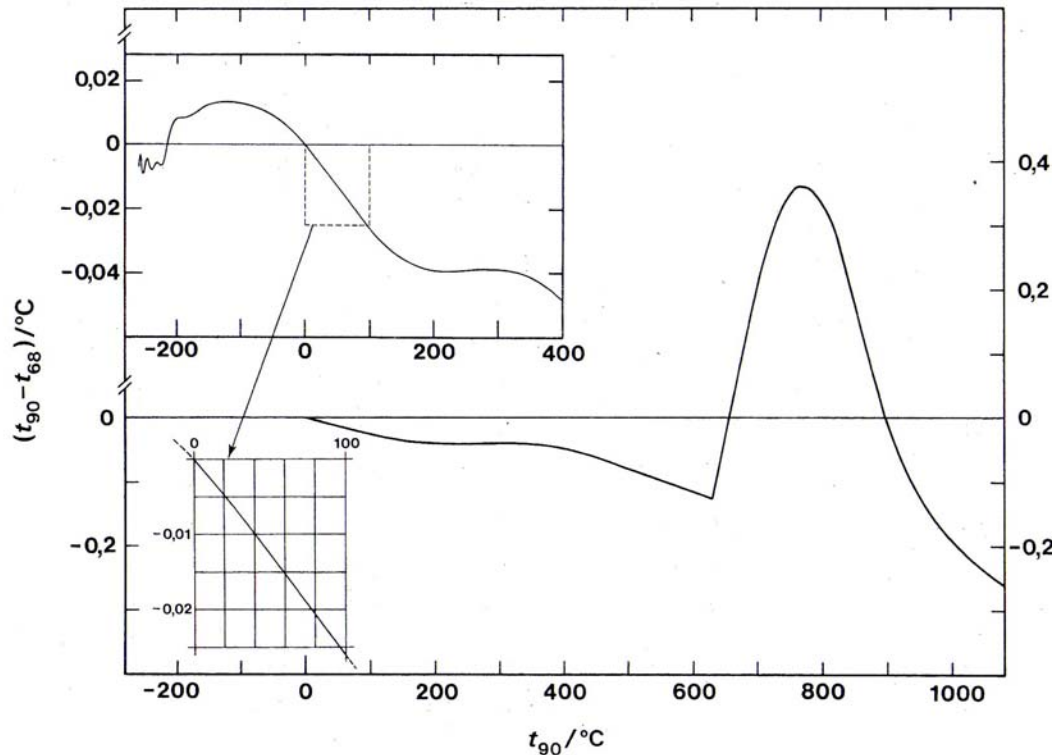
961,78 °C - Planckův vyzařovací zákon

The International Temperature Scale of 1990

Ranges, sub-ranges and defining instruments



## Srovnání stupnic IPTS-68 a ITS-90



Započtením teplotní závislosti absorpce plynu na stěnách teploměrné baňky plynového teploměru dochází ke korekci o -26 mK při 100 °C. Vztah 0 °C = 273,15 K byl v roce 1958 stanoven jako pevný.

# Platinový odporový teploměr

$$W(T_{90}) = R(T_{90}) / R(273.16K)$$

Musí vyhovovat alespoň jedné z těchto podmínek::

$$W(29.7646^\circ C) \geq 1.11807$$

bod tání Ga

$$W(-38.8344^\circ C) \leq 0.844235$$

trojný bod Hg

V podoboru 13,8033 K až 273,16 K platí referenční funkce:

$$\ln[W_r(T_{90})] = A_0 + \sum_{i=1}^{12} A_i \left[ \frac{\ln(T_{90} / 273.16K) + 1.5}{1.5} \right]^i \quad \text{s tabulkou 13 koeficientů } A_i$$

a deviační funkce spolu s kalibračními body podle příslušného podoboru

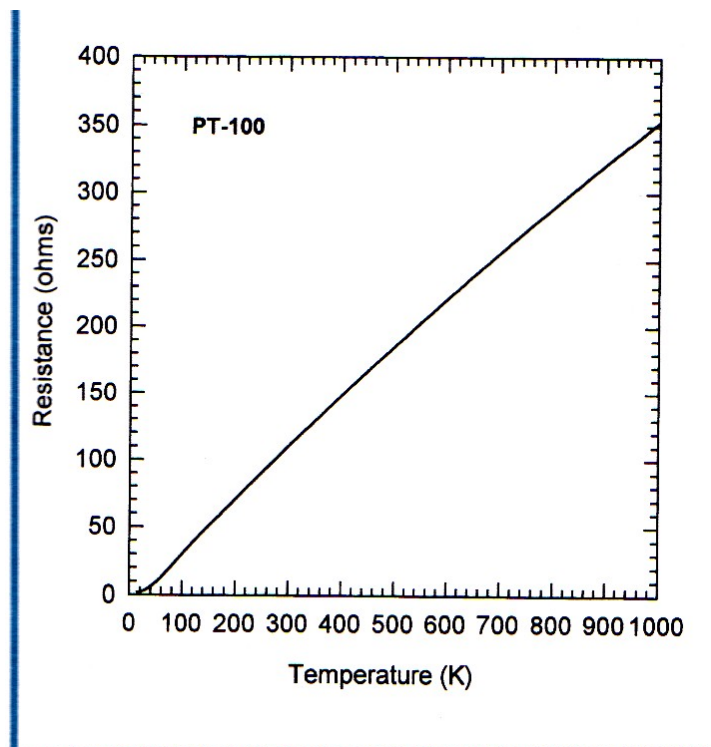
Inverzní funkce je s přesností na 0,1 mK stanovena jako:

$$T_{90} / 273.16 = B_0 + \sum_{i=1}^{15} B_i \left[ \frac{W_r(T_{90})^{1/6} - 0.65}{0.35} \right]^i \quad \text{s tabulkou 16 koeficientů } B_i$$

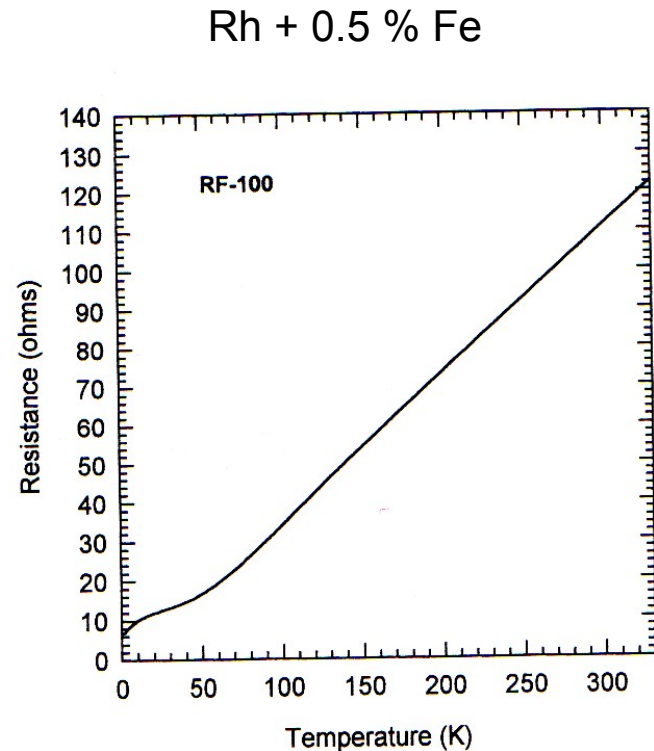
# Kovové odporové teploměry

Rozptyl na fononech  $T \ll \Theta_R$   $\rho \approx T^5, T^2$

V nízkých teplotách - rozptyl na příměsích - nezávisí na teplotě ( $T < 13$  K pro Pt)  
Mathiesenovo pravidlo



provozní platinový teploměr

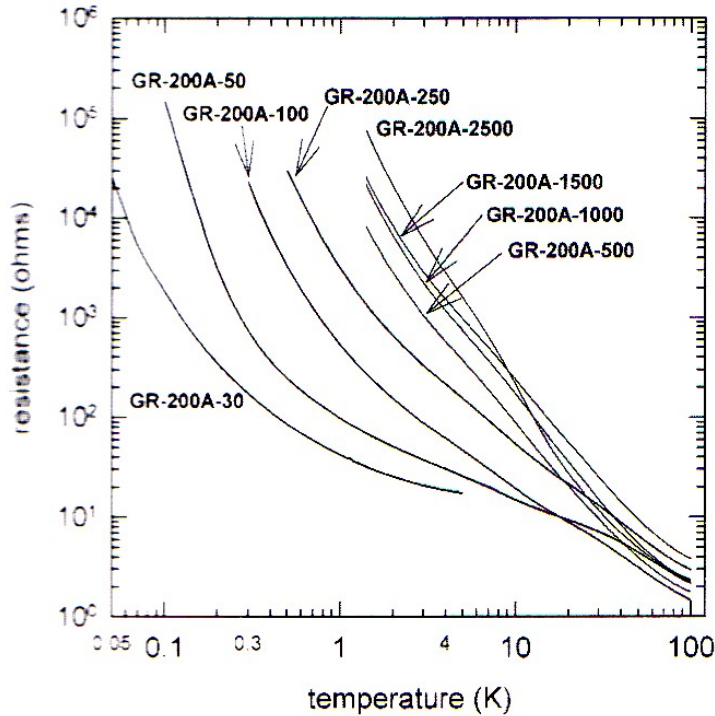


vliv Kondova jevu

# Polovodičové odporové teploměry

germaniové teploměry teoreticky

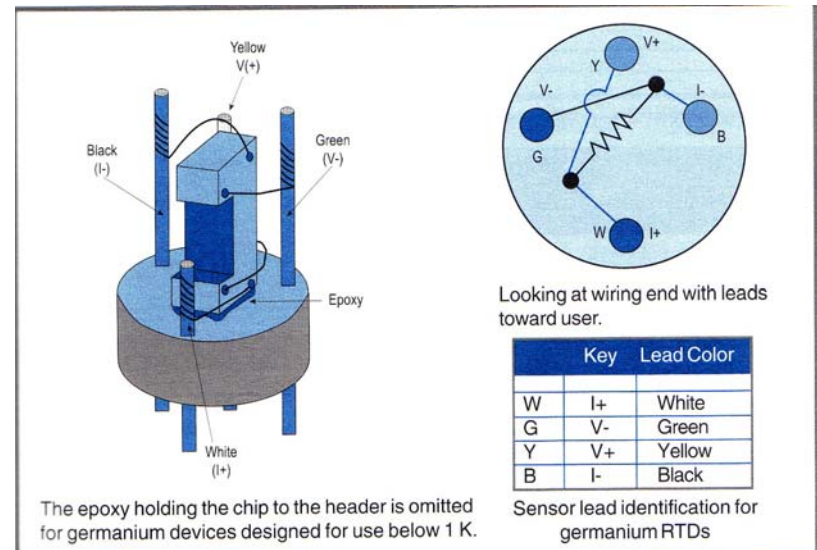
- excitace nositelů náboje  $\rho \approx A \exp(\Delta E / 2kT)$



tvár závislosti podle legujících příměsí

používané kalibrační formule:

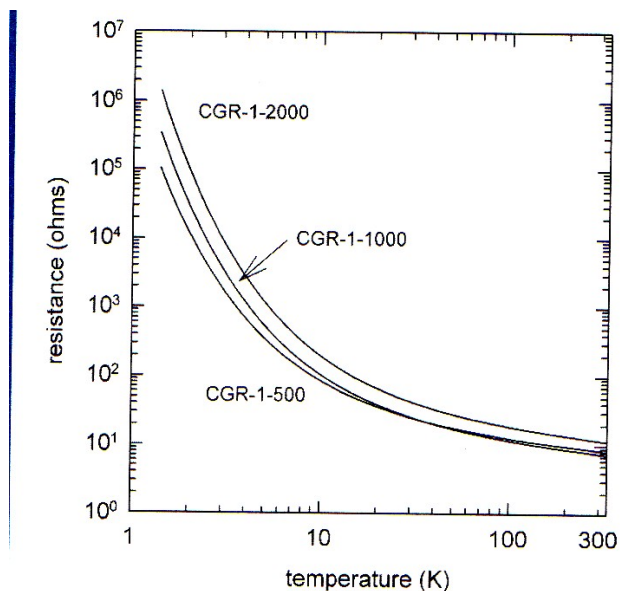
$$\ln R = \sum_{i=0}^m a_i (\ln T)^i$$



obvyklý typ zapouzdření - výměnný plyn (He)

# Uhlíkové odporové teploměry

Komerční radiotechnické hmotové rezistory  
(Allen-Bradley, Speer Carbon, Matsushita)



carbon glass - jemný grafit  
absorbovaný v porézním skle

Ke kalibraci se nejčastěji užívají  
Čebyševovy polynomy

$$T(X) = \sum_i a_i t_i(X)$$

Čebyševův polynom

$$t_i = \cos[i \cdot \arccos(X)]$$

může být vytvořen rekurzní relací

$$t_{i+1}(X) = 2t_i(X) - t_{i-1}(X), t_0 = 1,$$

$$t_1(X) = X$$

parametr X je normalizovaná proměnná

$$X = \left\{ \frac{(Z - Z_L) - (Z_U - Z)}{(Z_U - Z_L)} \right\}$$

Z = R nebo Z = log (R)

(Z<sub>L</sub> Z<sub>U</sub> jsou dolní a horní limity Z)



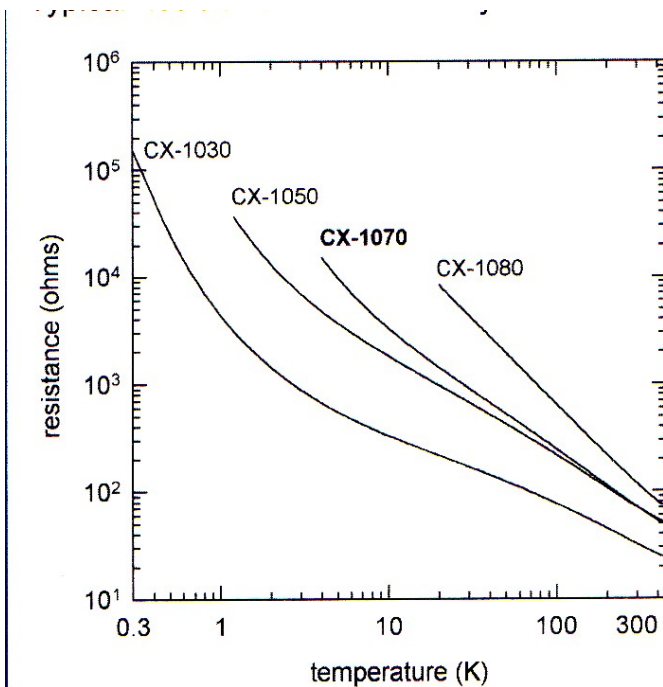
## Další nekovové odporové teploměry

Cernox

(tenké vrstvy oxi-nitridů zirkonu)

na podložce z  $\text{Al}_2\text{O}_3$

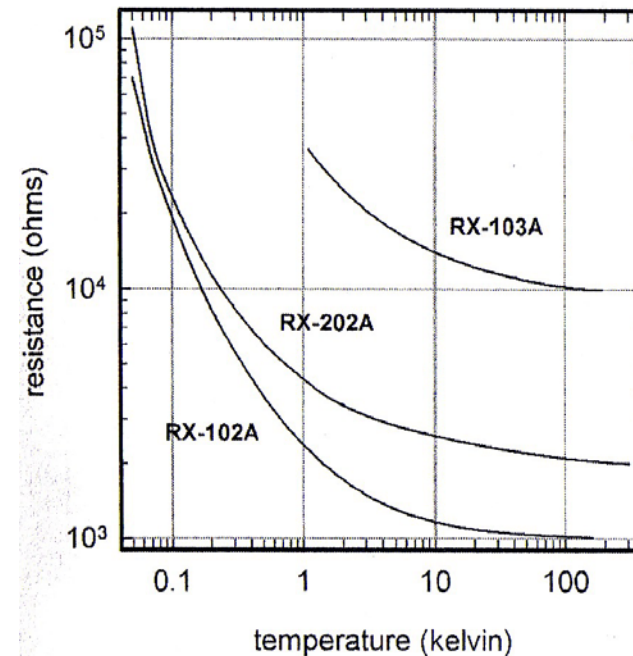
0,1 – 420 K



ROX  $\text{RuO}_2$   
(silná vrstva pasty)  
10 mK – 40K

$$R(T) = R_0 \exp\left[\left(\frac{T_0}{T}\right)^\alpha\right]$$

$$\alpha = 0,23 - 0,4$$



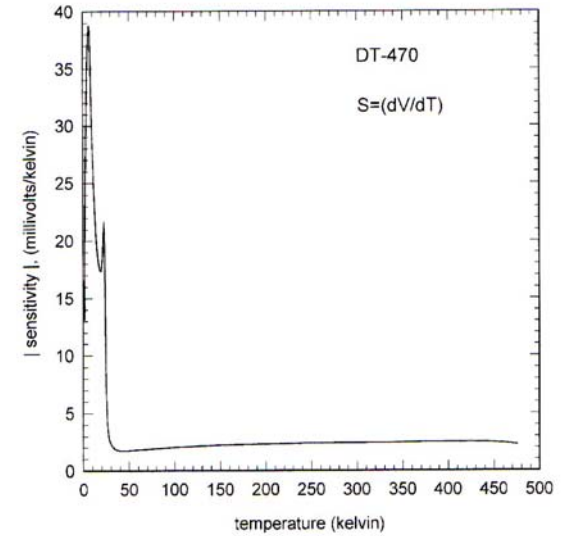
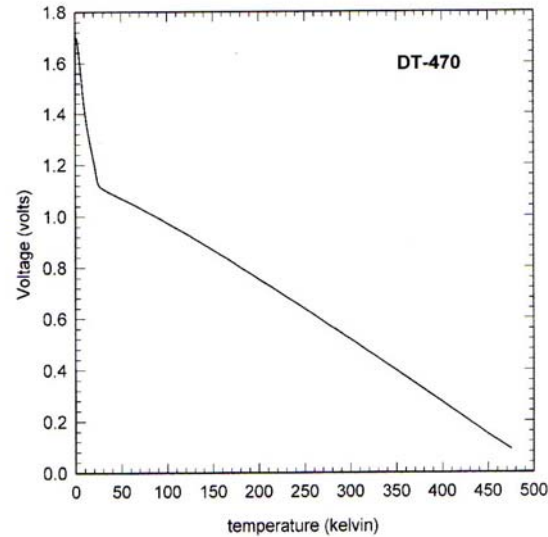
# Polovodičové diody

křemíkové diody

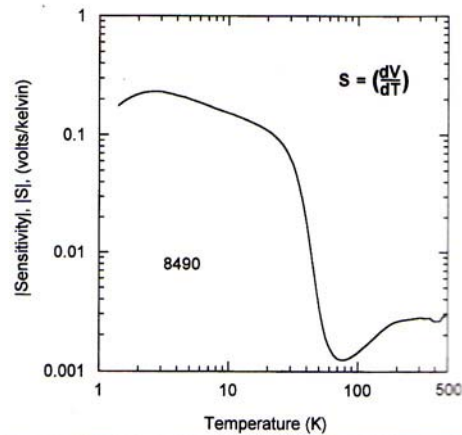
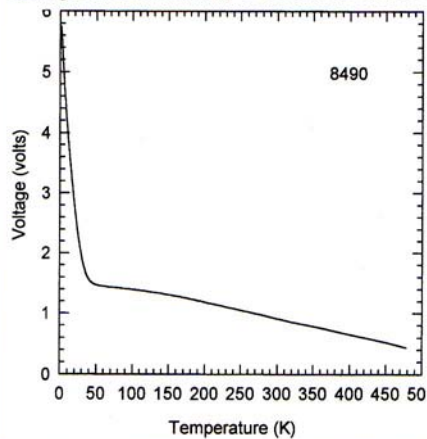
napětí na p-n přechodu

proud v propustném směru  
 $I = 10 \mu\text{A}$

Typical Voltage and Sensitivity Values for Silicon Diodes

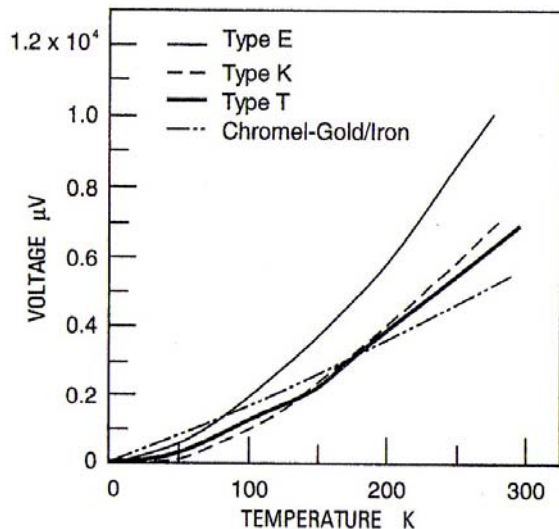


Voltage and Sensitivity Values for Sample GaAlAs Diodes



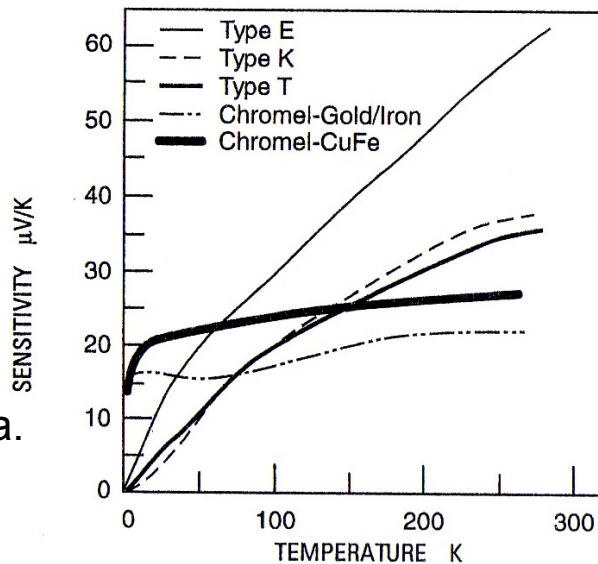
dioda GaAs

# Termočlánky

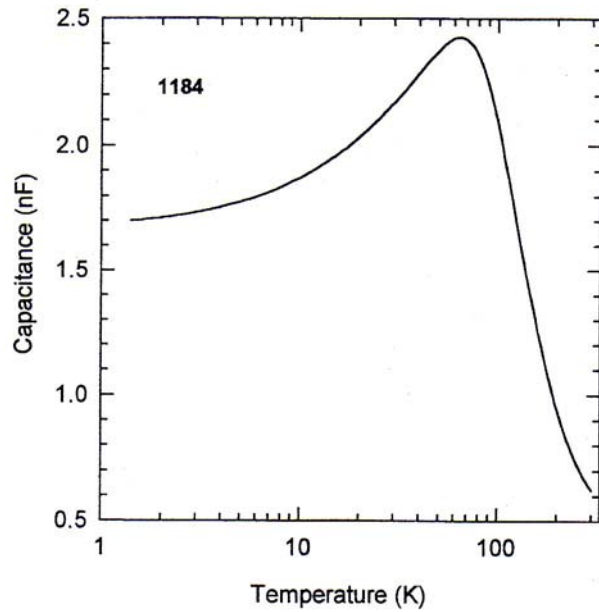


Typ E: chromel – constantan  
Typ K: chromel – alumel  
Typ T: měď – konstantan  
chromel-Au/Fe (0.07 %)  
chromel-Cu/Fe (0.15 %)

nevýhody: citlivost silně klesá s teplotou,  
vodič termočlánku představuje tepelný zkra.  
nehomogenita slitin - parazitní termo-emn

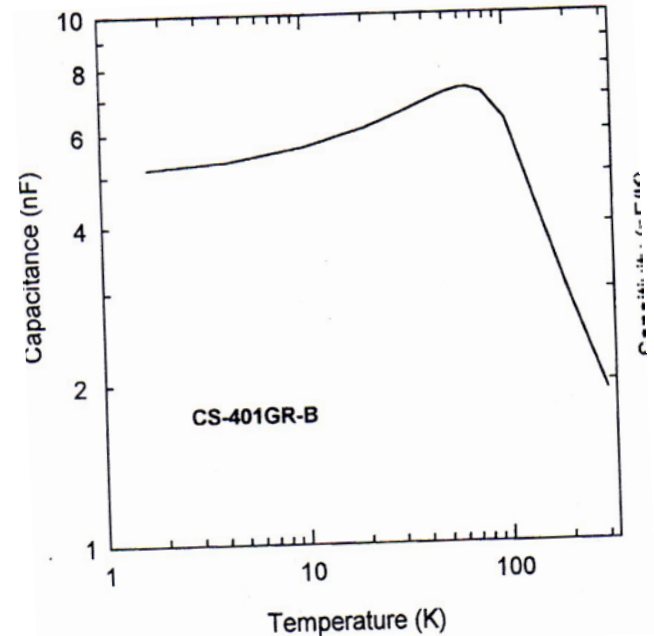


# Kapacitní teploměry



nezávisí na magnetickém poli,  
malá disipace elektrického příkonu

dielektrika BaTiO<sub>3</sub> apod.



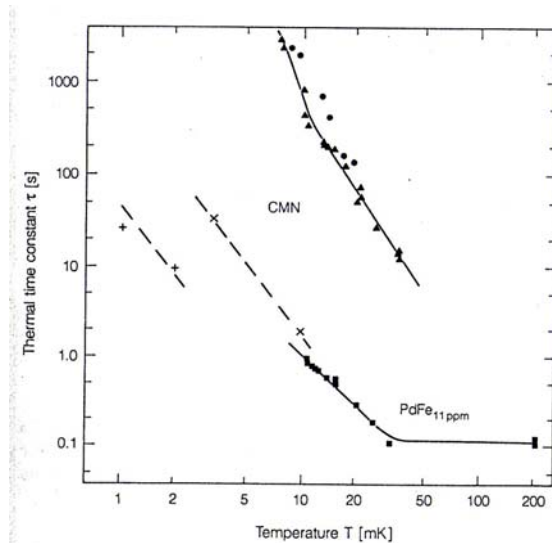
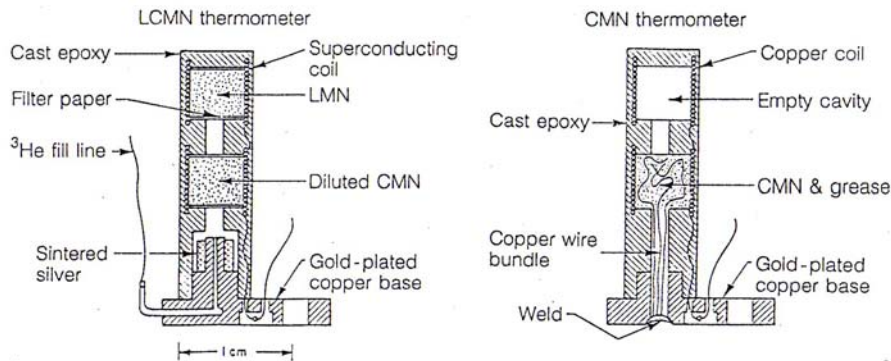
# Magnetická termometrie

## Paramagnetická susceptibilita

nitrat cerito-hořečnatý - CMN

Curieův zákon  $\chi = \frac{\lambda}{T}$   $\lambda = \frac{N_A J(J+1) \mu_0 \mu_B^2 g^2}{3kT}$

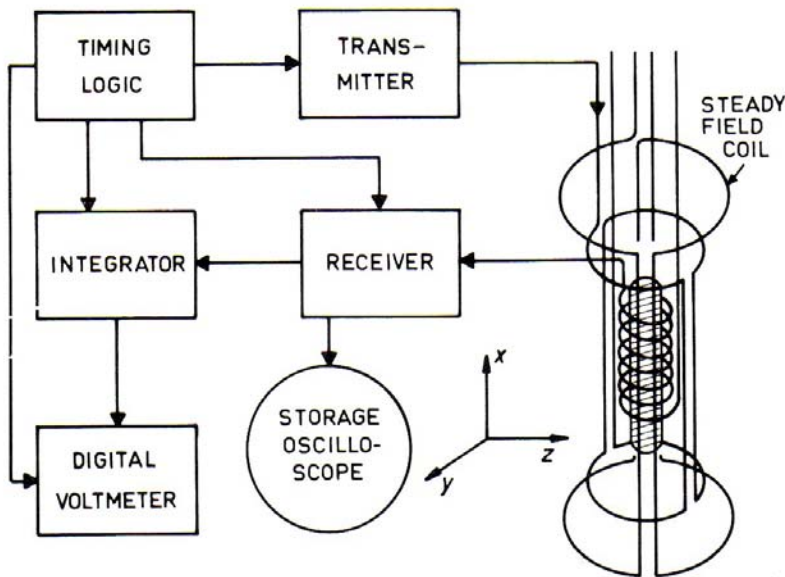
Pd + 11 ppm Fe



# Magnetická termometrie s jadernými magnetickými momenty

A – jaderná magnetická rezonance (NMR)

Blochovy rovnice – kontinuální detekce, příp. detekce skvidem  
pulzní excitace, spiové echo, “ tipping “ pulzy



jaderná susceptibilita

$$\chi_n = C/T$$

Korringův vztah

$$T_1 \cdot T_e = \kappa$$

nejčastěji užívaná jádra



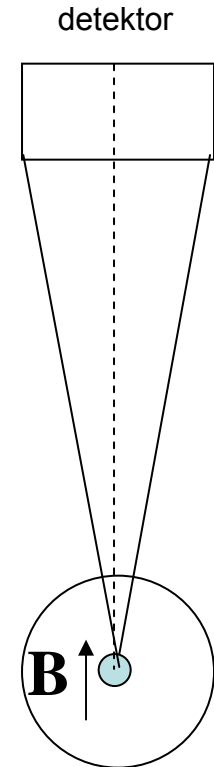
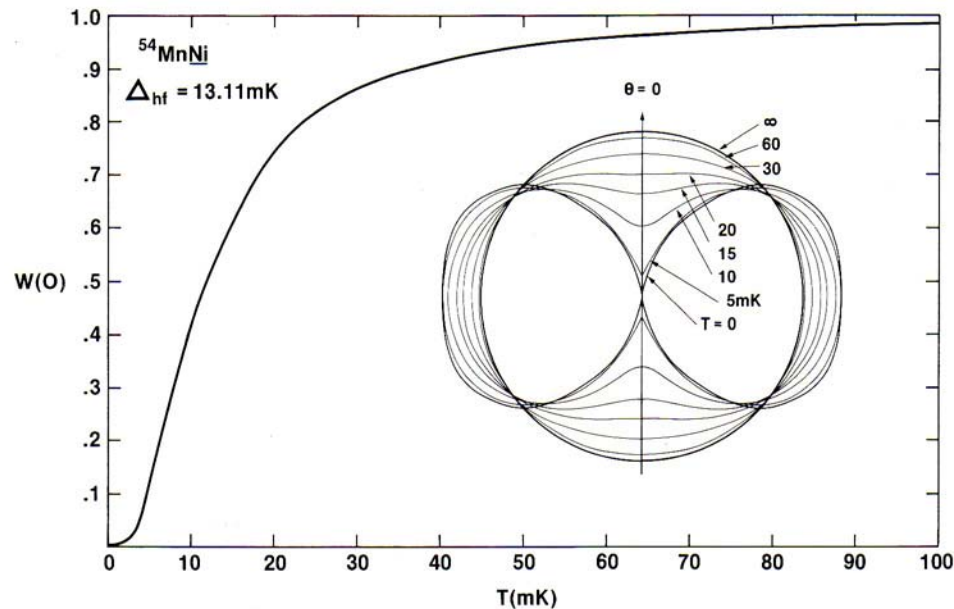


# Termometrie jaderné orientace

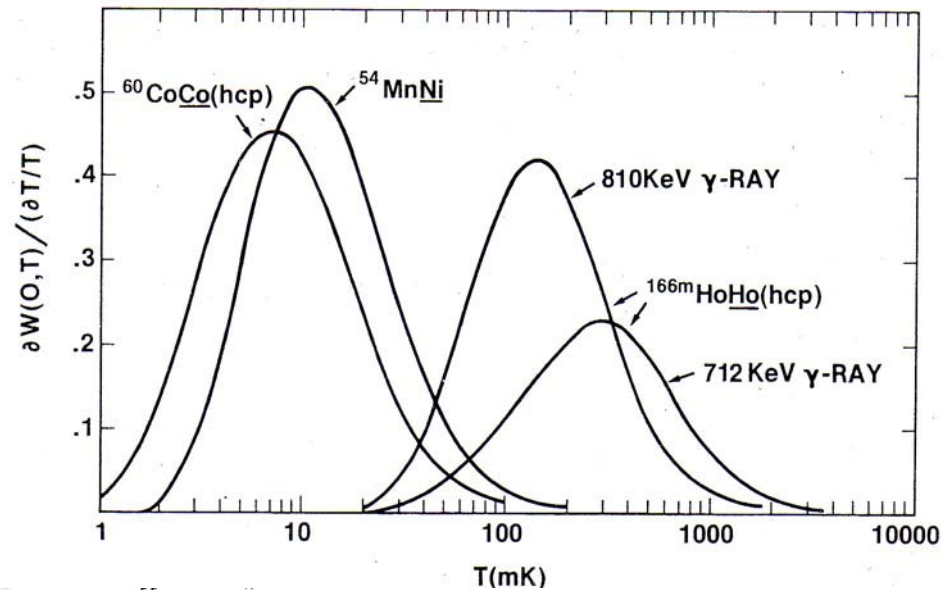
anizotropie záření  $\gamma$

$$W(T, \theta) = \sum_{k=0,2,4,\dots}^{k_{\max}} Q_k U_k F_k B_k(T, B_{\text{eff}}) P_k(\cos \theta)$$

$U_k$ -koeficient deorientace,  $A_k$ -faktor úhlového rozdělení,  
 $B_k$ - parametry orientace,  $P_k$ -Legendrovy polynomy



nejužívanější  
orientační termometry



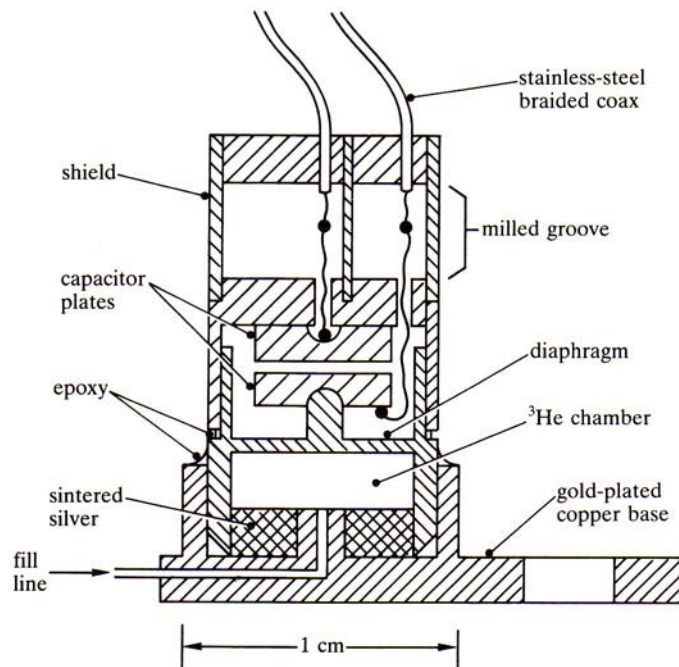
$\gamma$ -Ray thermometer	$\Delta_{hf}$ (mK)	$P/k$ (mK)	$E_\gamma$ (keV)	$T_L$ (mK)	$T_H$ (mK)	$T_{max}$ (mK)	$\dot{Q}_\beta$ (nW/ $\mu$ Ci)
$^{54}\text{MnFe}$	-9.119(14)	0	834.8	1.8	51	7.2	0.031
$^{54}\text{MnNi}$	-13.112(5)	0	834.8	2.6	74	10.4	
$^{57}\text{CoFe}$	-14.178(3)	0	122.1	6.5[4.0] <sup>a</sup>	40[76] <sup>a</sup>	16.3	0.10
			136.5	2.9	90	12.4	
$^{57}\text{CoNi}$	-5.922(19)	0	122.1	2.8[1.7] <sup>a</sup>	17[32] <sup>a</sup>	6.8	
			136.5	1.2	37	5.2	
$^{60}\text{CoFe}$	-7.967(2)	0	1173.2	1.8	66	9.0	0.57
			1332.5	1.8	66	9.0	
$^{60}\text{CoNi}$	-3.315(2)	0	1173.2	0.8	27	3.7	
			1332.5	0.8	27	3.7	
$^{60}\text{CoCo(hcp)}$	-6.0725(24)	-0.0022(4)	1173.2	1.3	50	6.9	
			1332.5	1.3	50	6.9	
$^{166m}\text{HoHo(hcp)}$	137.(5)	-0.6(6)	711.7	57	1250	300	0.25
			810.3	32	750	137	

$^{60}\text{CoCo}$  – hcp monokrystal nevyžaduje užití magnetického pole

# Termometr křivky tání pevného He<sup>3</sup>

Clausiova-Clapeyronova rovnice

$$\frac{dp_m}{dT} = \frac{(S_l - S_s)_m}{(V_l - V_s)_m}$$

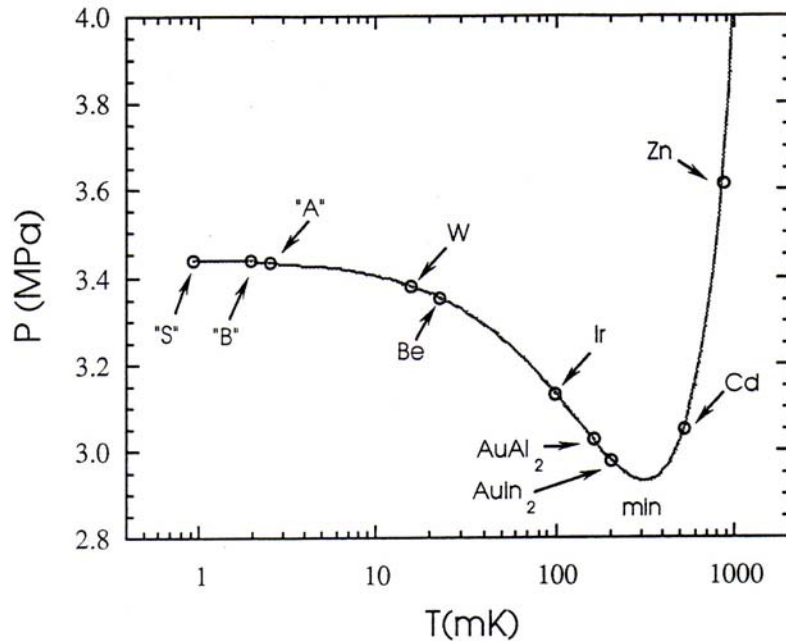


doporučená teplotní závislost tlaku tání

$$p = p_A + \sum_{i=-3}^5 a_i T^i$$

problémy s termalizací,  
hysterezí deformačního tlakoměru „in situ“  
a rychlostí odezvy

# PLTS-2000



navržená provizorní stupnice  
- problémy s navázáním na ITS-90

$$T_N = 0,902 \text{ mK}, \rho_N = 3,43934 \text{ MPa}$$

$$\rho_{\min} = 2,93113 \text{ MPa}$$

$$T_{\min} = 315,24 \text{ mK}$$

$T_c$	$P_{53}$ (MPa)	$P_{50}$ (MPa)	DP (ppm)	DT (%)
$P_{\min}$	2.9311884	2.9311796	+3.0	----
AuIn	2.9772379	2.9772239	+4.7	+0.008
AuAl	3.0260917	3.0260929	-0.4	-0.001
Ir	3.1315338	3.1315209	+4.1	+0.006
Be	3.3537511	3.3537369	+4.2	+0.017
W	3.3817293	3.3816347	+28.0	+0.155

# Superconducting reference points

SRD1000 (spolupráce PTB, NMI a NPL)

**Table 1:** Overview of the proposed PLTS-2000 reference temperatures and best results obtained.

Proposed reference temperature [mK]	Selected metal sample	Sample specification	Observed $T_c$ [mK]	Observed $W$ [mK]
1180	Al	4N7 Al foil	1164	8.0
850	Zn	melt 6N Zn shot	850.3	3.0
520	Cd	5N Cd foil	529.3	3.5
250 – 300	Ti/Au bilayer	to be measured	-	-
250 – 300	Mo/Au bilayer	to be measured	-	-
208	AuIn <sub>2</sub>	melt 5N4 Au, 6N In powder	208	0.4
160	AuAl <sub>2</sub>	melt 5N4 Au, 6N Al powder	161.3	0.2
100	Ir	melt 4N5 Ir powder	99.8	0.5
60	Ir <sub>92</sub> Rh <sub>08</sub>	melt 4N5 Ir, 4N Rh powder	61.3	0.5
35	Ir <sub>80</sub> Rh <sub>20</sub>	melt 4N5 Ir, 4N Rh powder	34.0	0.9
22	Ir <sub>73</sub> Rh <sub>27</sub>	melt 4N5 Ir, 4N Rh powder	20.5	1.5
15	W	4N single crystal	15.5	0.1

# Termometr Coulombovy blokace

tunelový přechod elektronů

diferenciální vodivost

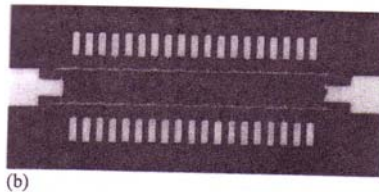
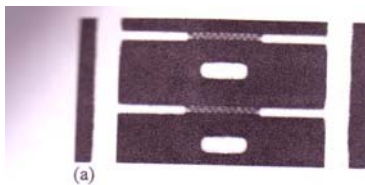
$$G/G_T = 1 - (E_C/kT)g(eV/NkT), \quad E_C = e^2/2C_{\text{eff}}$$

šířka křivky

$$V_{1/2} = 5.439 NkT/e$$

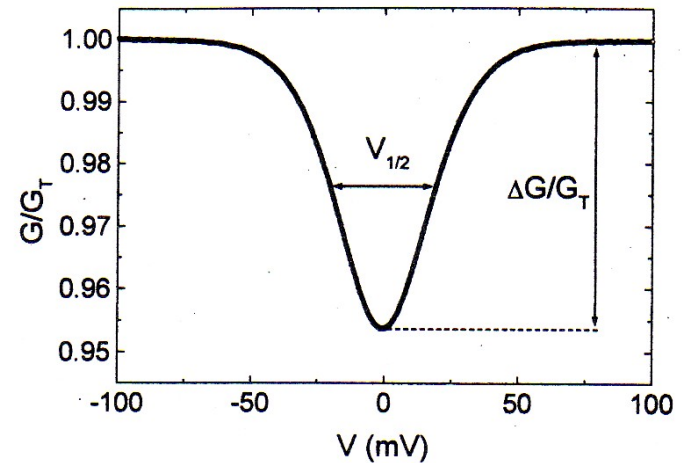
13  $\mu\text{m}$

1 K < T < 30 K



160  $\mu\text{m}$

T < 1.5 K



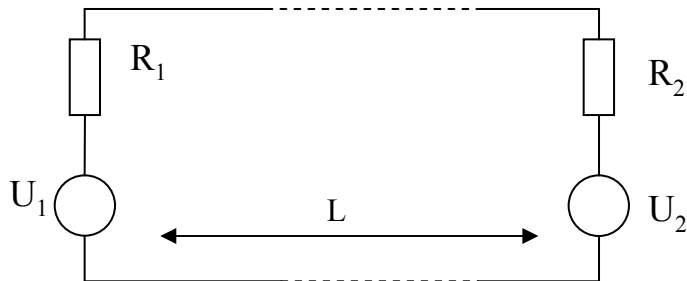


# Johnsonův šum

J. B. Johnson: Thermal agitation of electricity in conductors, Phys. Rev. 32 (1928), 97-109

H. Nyquist: Thermal agitation of electric charge in conductors, Phys. Rev. 32(1928) 110-113

Tepelný Brownův pohyb vodivostních elektronů v kovu vytváří statisticky fluktuující napětí u na svorkách rezistoru - střední hodnota v dostatečně dlouhém časovém intervalu je nulová



vlastní frekvence

$$\nu_n = \frac{nc}{2L} \quad n=1,2,\dots$$

pro velká  $n$

$$d\nu = \frac{c dn}{2L}$$

v tepelné rovnováze při teplotě  $T$  má každý mód elektrický a magnetický stupeň volnosti se střední energií  $1/2kT$

celková energie v intervalu  $d\nu$

$$\langle dQ \rangle = 2dnkT/2 = 2kTLd\nu/c$$

představuje energii  $Q$  přenášenou z  $R_1$  do  $R_2$  a naopak v čase  $t=L/c$

$$\langle d\dot{Q}_{12} \rangle = \langle d\dot{Q}_{21} \rangle = \langle dQ \rangle / 2t = kTd\nu$$



zvolíme-li  $R_1=R_2$  platí

$$\dot{Q}_{12} = R_2 I_1^2 = \frac{R_2 U_1^2}{(R_1 + R_2)^2} = \dots = \frac{U^2}{4R} = \dot{Q}$$

pak je kvadratická střední hodnota šumového napětí

$$\langle u^2(\nu) \rangle = 4\dot{Q}R = 4kT d\nu$$

v intervalu frekvencí  $(\nu, \nu + \Delta\nu)$

$$U_{rms}^2 = \langle u^2 \rangle = \int_{\nu}^{\nu+\Delta\nu} 4kTR d\nu = 4kTR\Delta\nu$$

$kT/2$  nahrazuje kvantový výraz

$$\frac{h\nu/2}{\exp(h\nu/kT)-1}$$

za předpokladu, že  $h\nu \ll kT$ , tj.  $\nu/T \ll 20$  GHz/K, což je prakticky vždy splněno

pro  $R = 1 \text{ k}\Omega$  a šířku pásma detekční trasy  $\Delta\nu = 1 \text{ kHz}$

pro  $T = 4 \text{ K}$       $U_{rms} \sim 10^{-8} \text{ V}$       $dQ/dt \sim 10^{-10} \text{ W}$

pro  $T = 10 \text{ mK}$       $U_{rms} \sim 10^{-10} \text{ V}$       $dQ/dt \sim 10^{-23} \text{ W}$

přesnost měření teploty závisí na době středování  $\tau$  šumového napětí u

$$\Delta T/T = 1/(2\tau \Delta\nu)^{1/2}$$

k dosažení  $\Delta T/T = 0,1 \%$  je třeba  $\tau \sim 1,5$  hod

# Použití stejnosměrného skvidu jako zesilovače proudu

J. Li et al.: Current sensing noise thermometry for millikelvin temperatures using a DC SQUID preamplifier, Physica B 208(2000), 544-545

šumový proud vstupní indukčností skvidu  
vztažený na jednotkovou šířku pásma

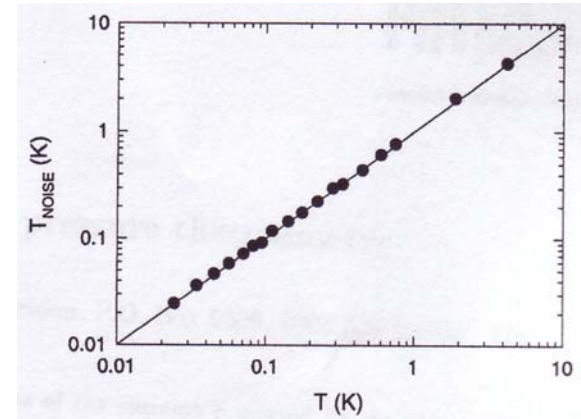
$$\langle I_n^2 \rangle = \frac{4kT}{R} \left( \frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2} \right) \quad \tau = (L_i + L_s) / R$$

ekvivalentní teplota šumu systému

$$T_N = \frac{\varepsilon_c}{2k\tau} \quad \text{kde } \varepsilon_c \text{ je vazebná energetická citlivost skvidu}$$

na výstup skvidu je aplikována rychlá Fourierova transformace  
a provedena kalibrace podle vztahu pro proud  $I_n$

Skvid: Quantum Design  $L_i = 109 \mu\text{H}$ ,  $\varepsilon_c = 500 \text{ h}$



srovnání s kalibrovaným Ge termometrem pro  $T > 300 \text{ mK}$  a s krystalizačním termometrem  $^3\text{He}$

$R = 0,29 \text{ m}\Omega$ ,  $T_N = 1,7 \mu\text{K}$   
(pro přesnost 1 % je třeba  $\Delta T = 145 \text{ s}$ )

## B Teorém fluktuace – disipace:

předpoklad, že v tepelné rovnováze je odezva systému na malé vnější poruchy táž,  
jako odezva na spontánní fluktuace

Vztah mezi dynamickými projevy nějakého systému (funkce odezvy)  
a jeho rovnovážnými vlastnostmi (fluktuace kolem základního stavu při  
nenulové teplotě)

autokorelační funkce  $C(t_w, t) = \langle M(t_w) \cdot M(t) \rangle$  proměnné veličiny  $M$  je střední hodnota  
součinu jejích hodnot, kterých nabývá ve dvou časech  $t_w$  a  $t$  přes celý soubor realizací této proměnné

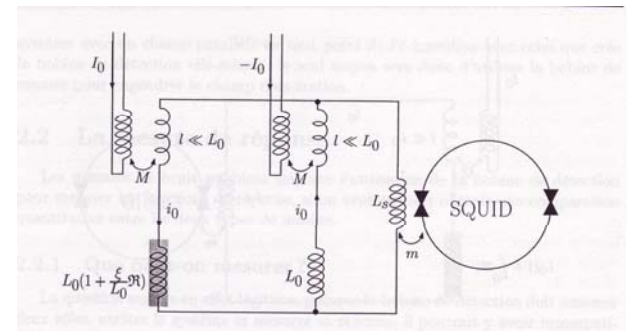
Odezva na impuls: 
$$R(t - t_w) = \beta \frac{\partial C(t - t_w)}{\partial t_w} \quad \beta = \frac{1}{kT}$$

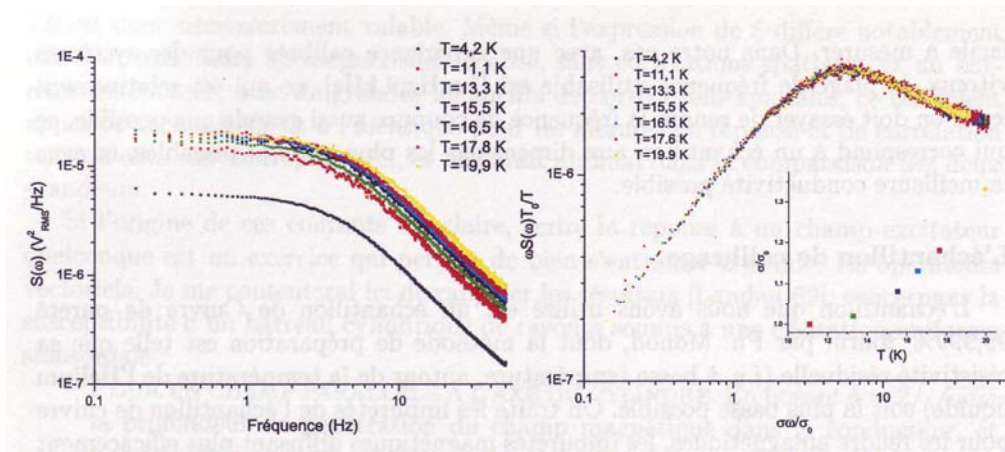
relaxační funkce: 
$$\sigma(t - t_w) = \beta C(t - t_w)$$

Vzorek - váleček z 5N mědi

odezva - vířivé proudy

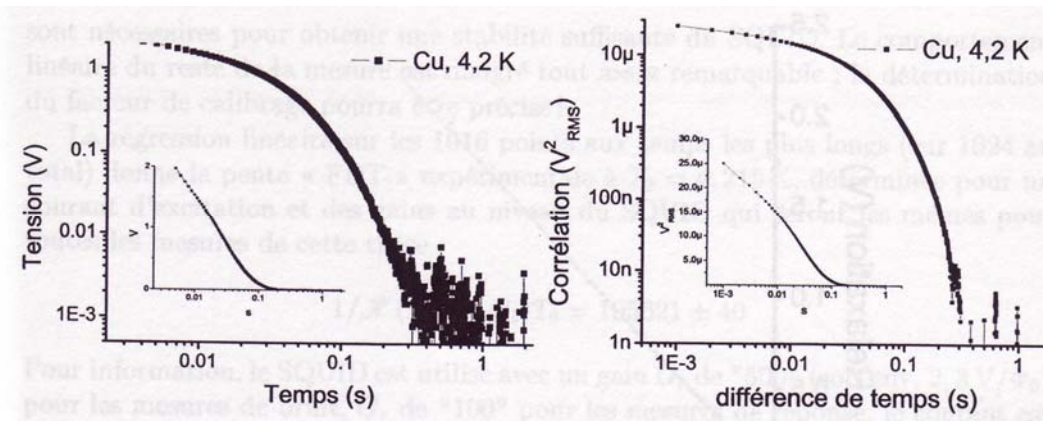
Fourierova transformace signálu skvidu





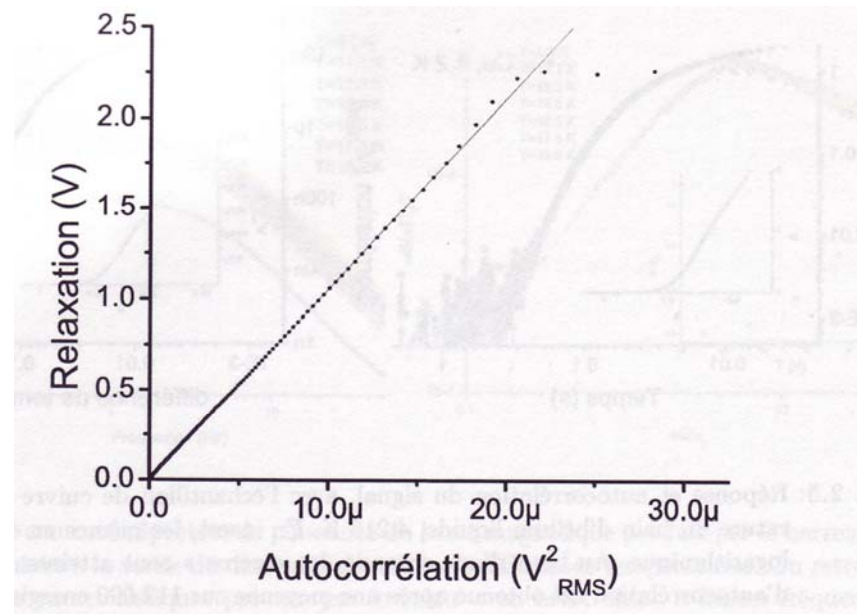
Výkonové spektrum šumu při různých teplotách

Redukovaný výkon



Odezva a autokorelace signálu při teplotě lázně  $^4\text{He}$

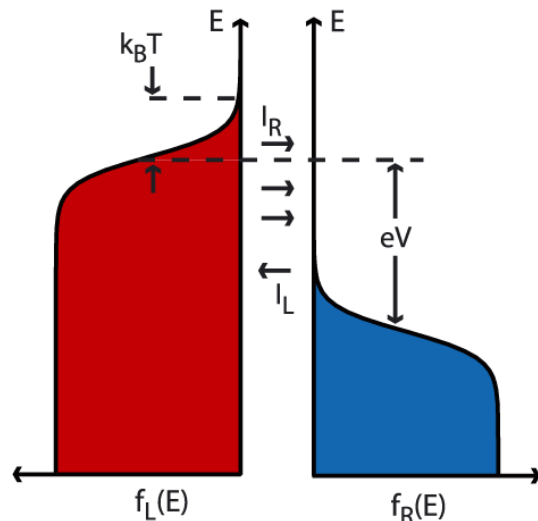
Kalibrace převodního faktoru mezi odezvou a autokorelační funkcí se provádí při teplotě lázně  $^4\text{He}$



D. Hérisson, M. Ocio: Fluctuation-Dissipation Ratio of a Spin Glass in the Aging Regime, Phys. Rev. Lett. 88(2002)134-137

## C Využití výstřelového šumu v tunelovém přechodu

Výstřelový šum (shot noise - Schottky 1918) se objevuje ve všech systémech, v nichž proud sestává z náhodných tunelových událostí - tunelový přechod (vaková dioda nebo proud fotonů)



Fermiho funkce na tunelovém přechodu s přiloženým napětím

četnost přechodu tunelovou bariérou  
z jednoho kovu do druhého - Fermiho zlaté pravidlo

$$\Gamma_{r \rightarrow l(l \rightarrow r)} = \frac{2\pi}{\hbar} \int \left| \langle l | M(E) | r \rangle \right|^2 D^2(E) f_{r(l)}(E) [1 - f_{l(r)}(E)] dE$$

v úzké a vysoké bariéře je hustota stavů  $D(E_F)$  konstantní

Pro  $(eV, kT) \ll E_{\text{bariéra}}$  je proud přechodem

$$I = I_r - I_l = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle l | M(E_F) | r \rangle \right|^2 D(E_F)^2 \int [f_r(E) - f_l(E)] dE = V / R$$

(chová se jako rezistor)

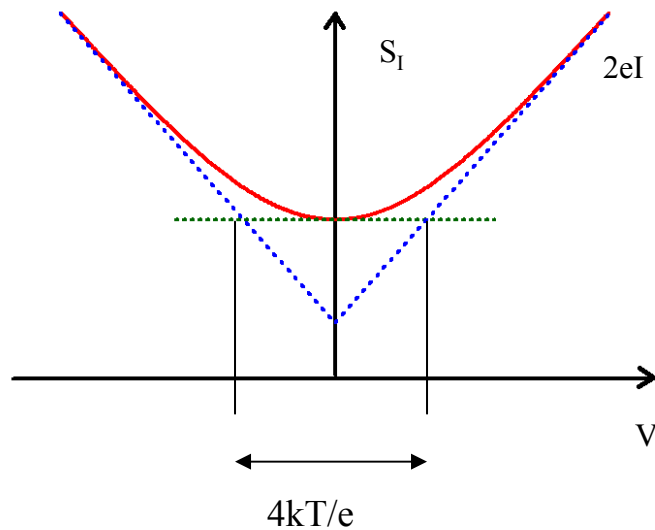
Spektrální hustota šumu - součet četností přechodů v obou směrech

$$S_I(V) = \frac{2}{R} \int \{ f_r(E)[1 - f_l(E)] + f_l(E)[1 - f_r(E)] \} dE = \frac{2eV}{R} \coth\left(\frac{eV}{2kT}\right) = 2eI \coth\left(\frac{eV}{2kT}\right)$$

Pro  $V = 0$  dostaneme výraz pro Johnsonův šum

V limitě  $eV \gg kT$

je  $S_I = 2eI$  standardní výstřelový šum

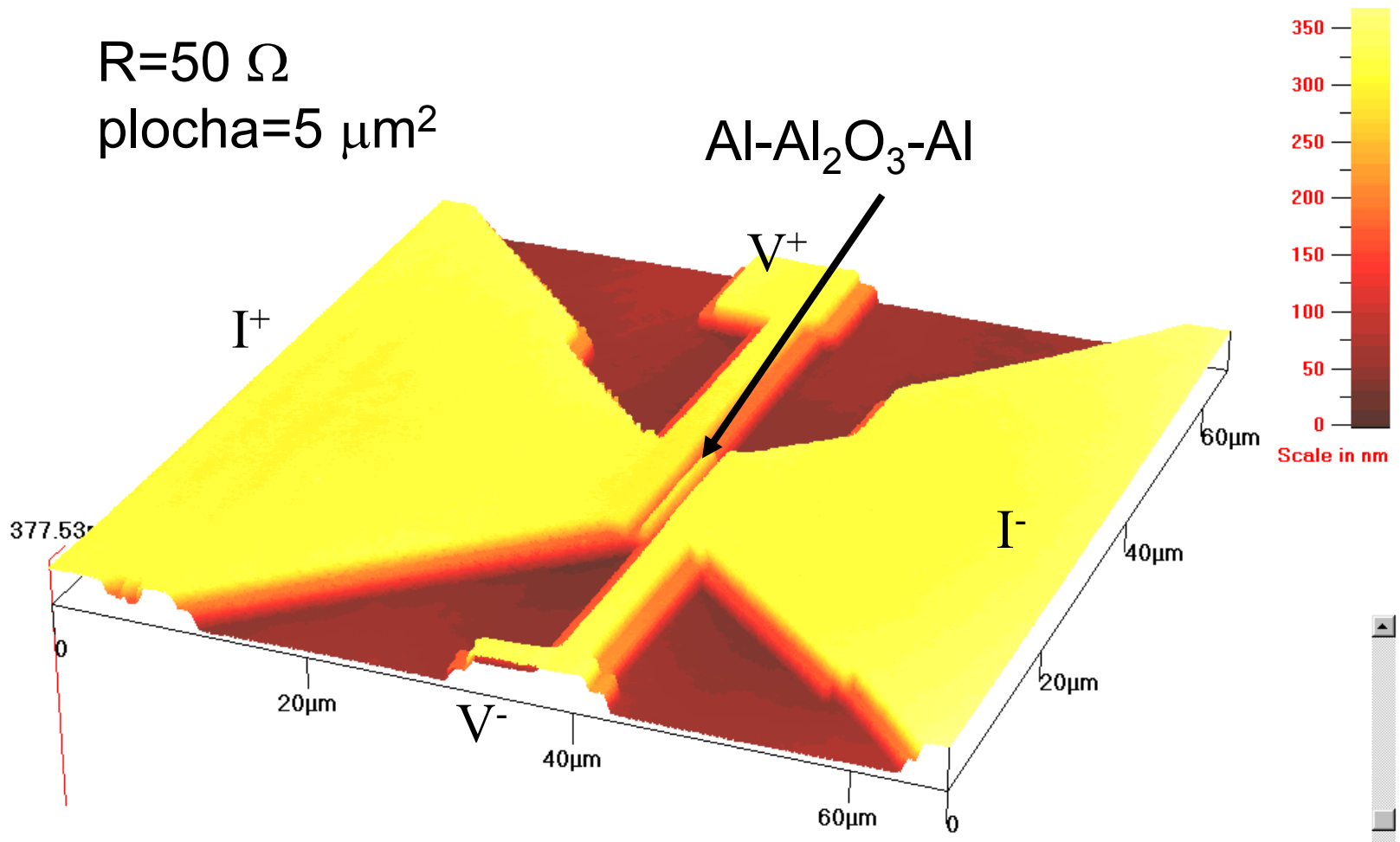


L. Spietz et al.: Primary Electronic Thermometry Using the Shot Noise of a Tunnel Junction, Science 300(2003)1929-1932

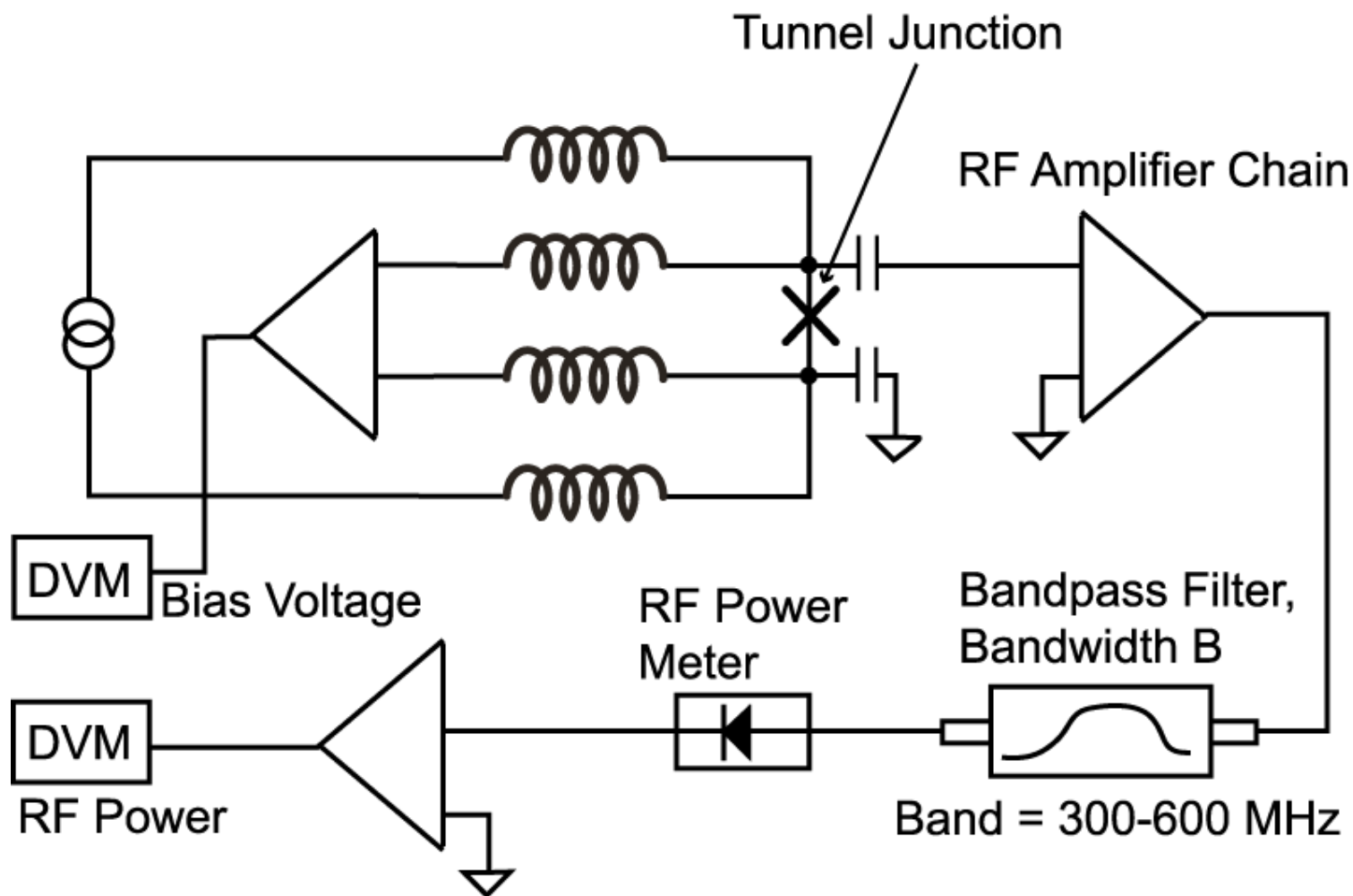


# Tunelový přechod (zobrazení AFM)

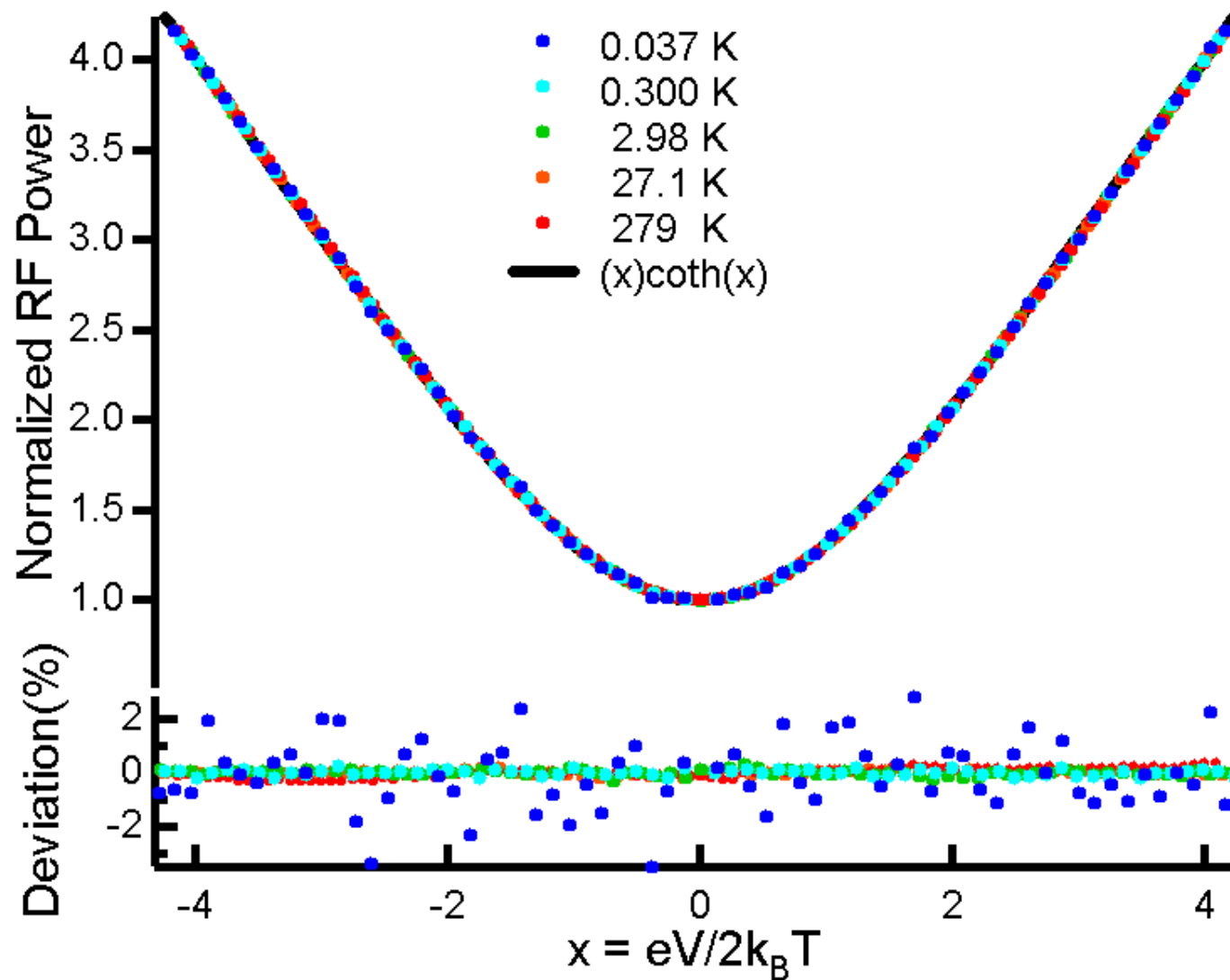
$R=50 \Omega$   
plocha= $5 \mu\text{m}^2$



Napájení tunelového přechodu, měření ss napětí na přechodu a detekce vysokofrekvenčního signálu



# Shoda ve čtyřech dekádách teploty



# Srovnání se sekundárními termometry

