

Fyzikální metody a technika v biomedicině

Jakub Čížek – katedra fyziky nízkých teplot

Tel: 221 912 788

jakub.cizek@mff.cuni.cz

Doporučená literatura:

- W.R. Leo: Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments, Springer-Verlag, Berlin (1987)
- P.Hautojärvi: Positrons in Solids, Topics in Current Physics, Springer-Verlag (1979)
- A. Dupasquier, A.P. Mills, Jr. (eds.): Positron Spectroscopy of Solids, IOS Press, Amsterdam (1995)

Fyzikální metody a technika v biomedicíně

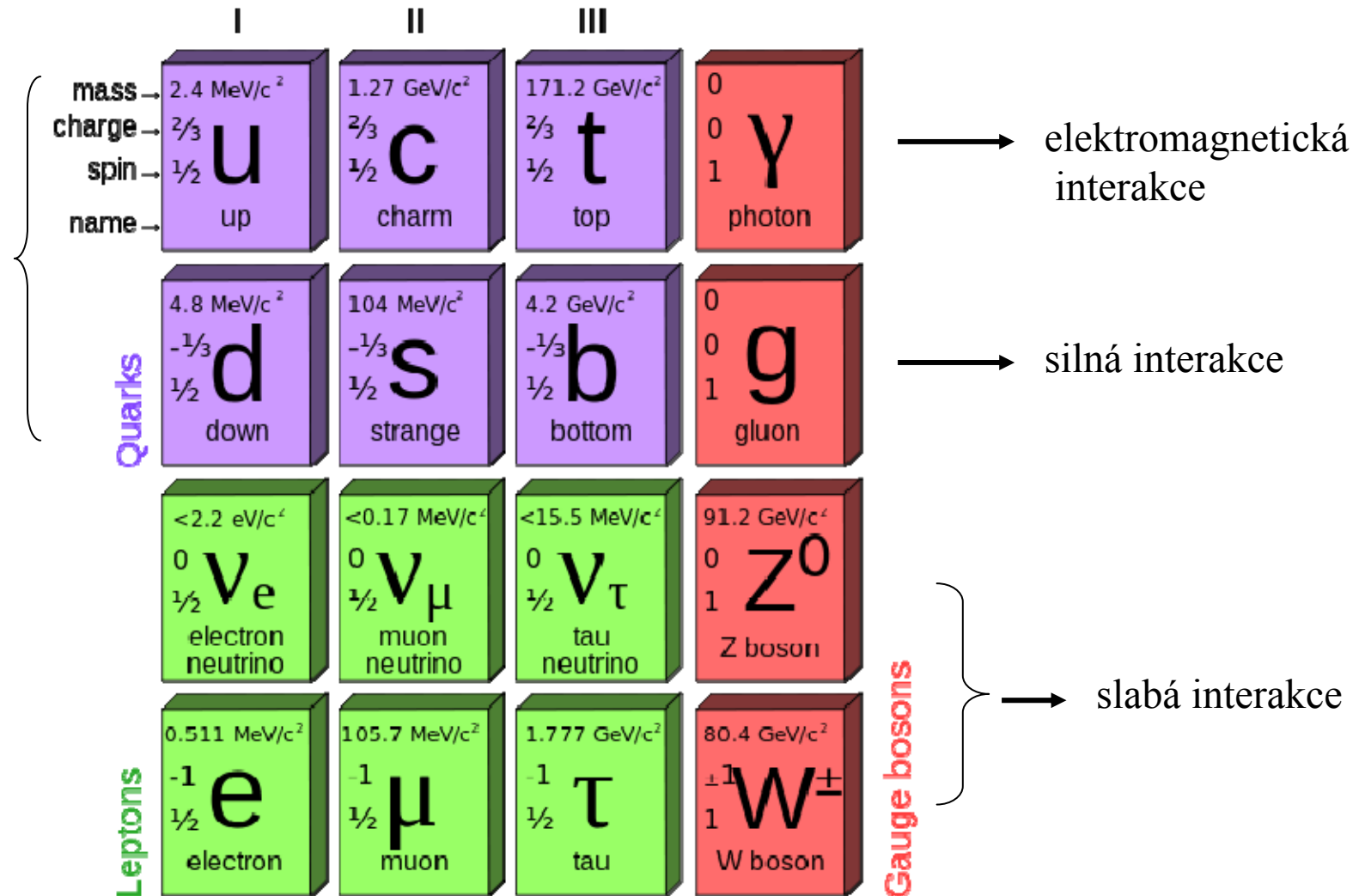
Obsah:

- Interakce částic a záření s živou tkání
- Zobrazovací systémy využívající rtg. záření
- Anihilace pozitronů
- Pozitronová emisní tomografie
- Další nukleární zobrazovací systémy

Elementární částice (standardní model)

Three generations of matter (fermions)

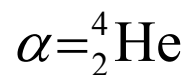
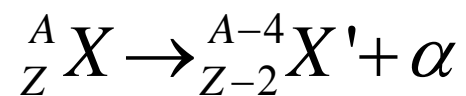
tvoří hadrony
protony, neutrony,
mesony, baryony



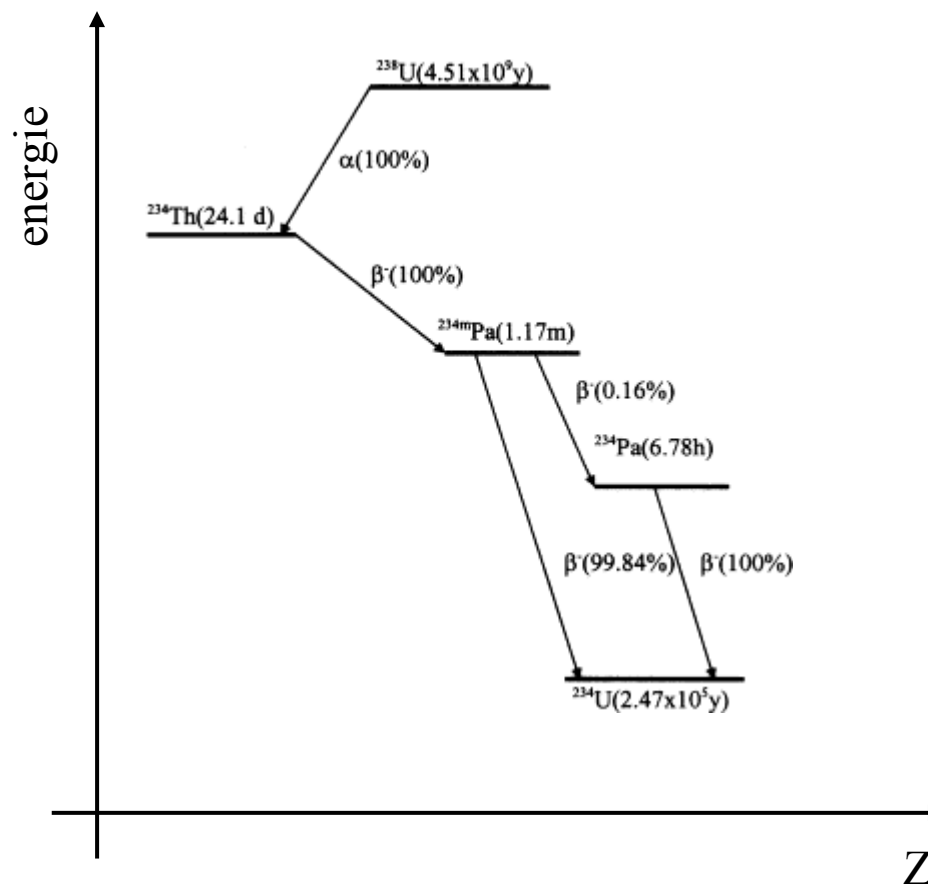
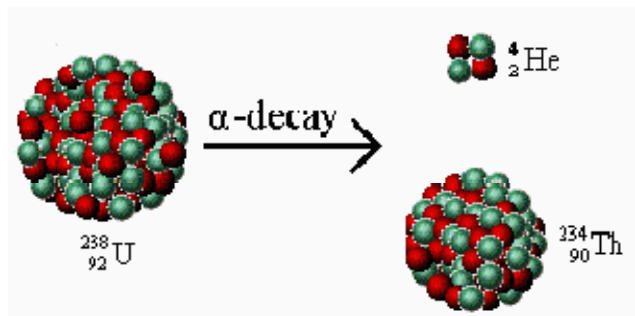
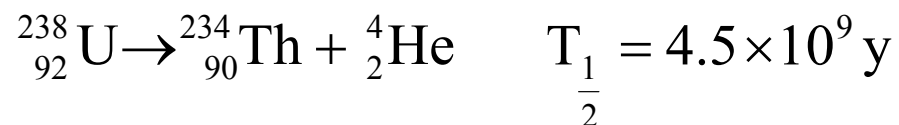
Jaderné záření

typ záření	původ	fyzikální proces	náboj	m_0c^2 (MeV)	energetické spektrum
α -částice ${}^4\text{He}$	jádro	jaderný rozpad / reakce	+2	3727.33	diskrétní (MeV)
β^- elektrony	jádro	jaderný rozpad	-1	0.511	spojité (keV - MeV)
β^+ pozitrony	jádro	jaderný rozpad	+1	0.511	spojité (keV - MeV)
γ záření	jádro	de-exitace jádra	0	0	diskrétní (keV - MeV)
X záření	elektronový obal	de-exitace atomu	0	0	diskrétní (eV - keV)
konverzní e^-	elektronový obal	de-exitace jádra	-1	0.511	diskrétní (keV)
Augerovy e^-	elektronový obal	de-exitace atomu	-1	0.511	diskrétní (eV - keV)
neutrony	jádro	jaderná reakce	0	939.57	diskrétní / spojité (keV - MeV)

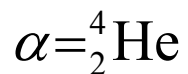
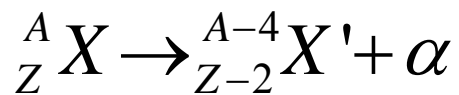
α rozpad



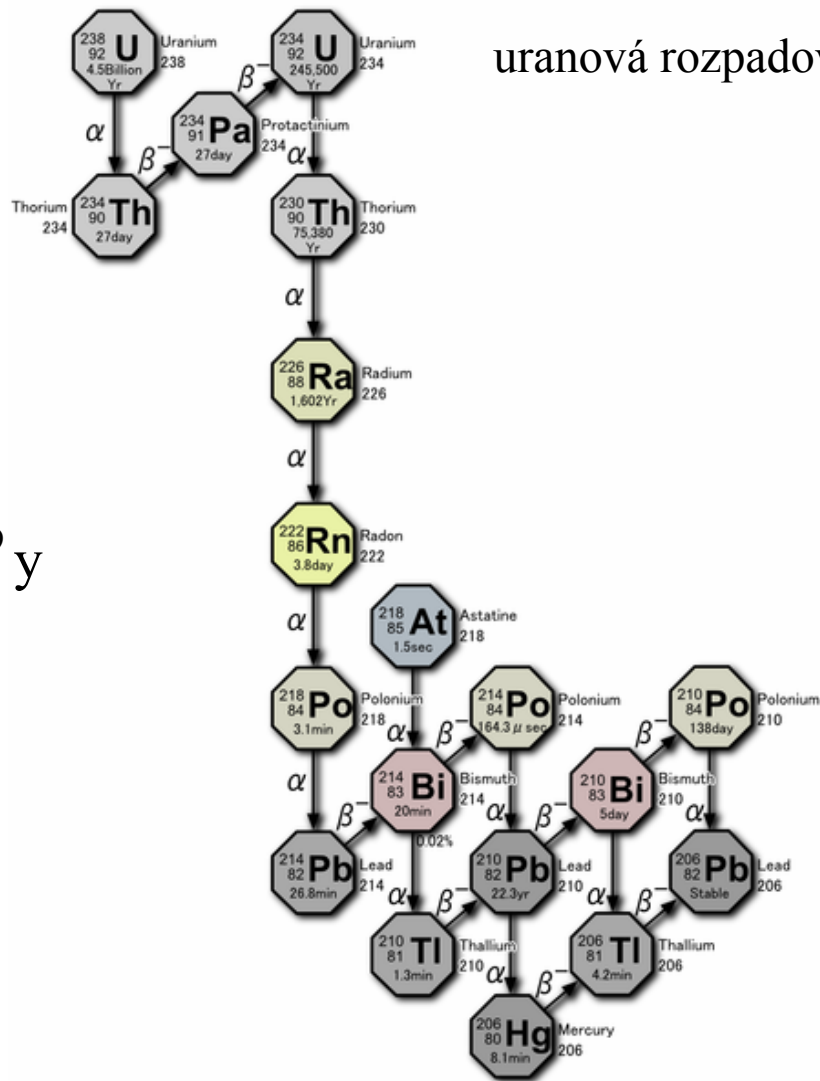
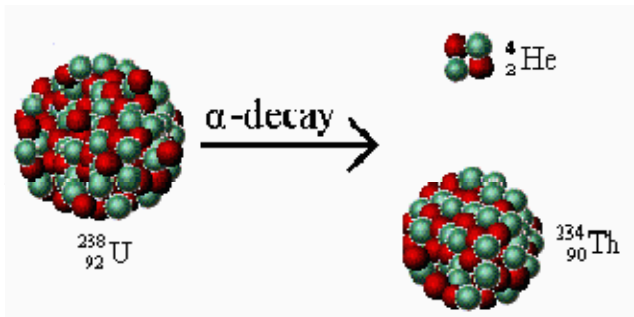
- diskrétní energetické spektrum



α rozpad



- diskrétní energetické spektrum

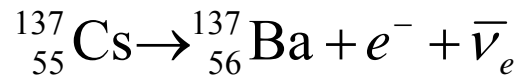


uranová rozpadová řada

β rozpad

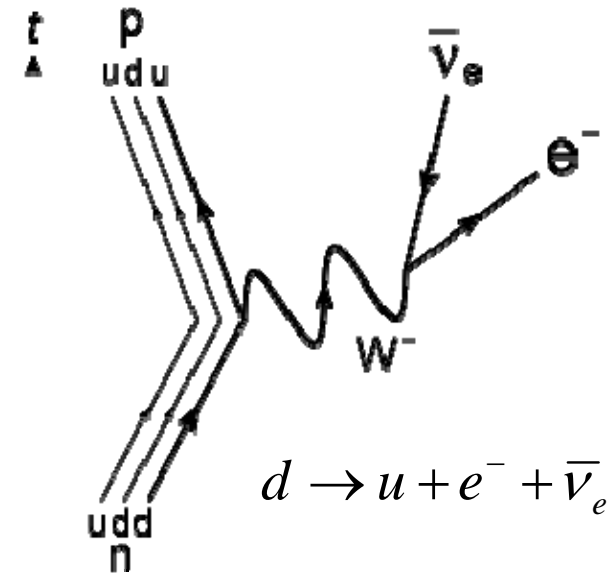
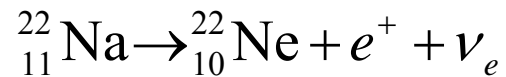
β^- rozpad: ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} X' + e^- + \bar{\nu}_e$

$$n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$$

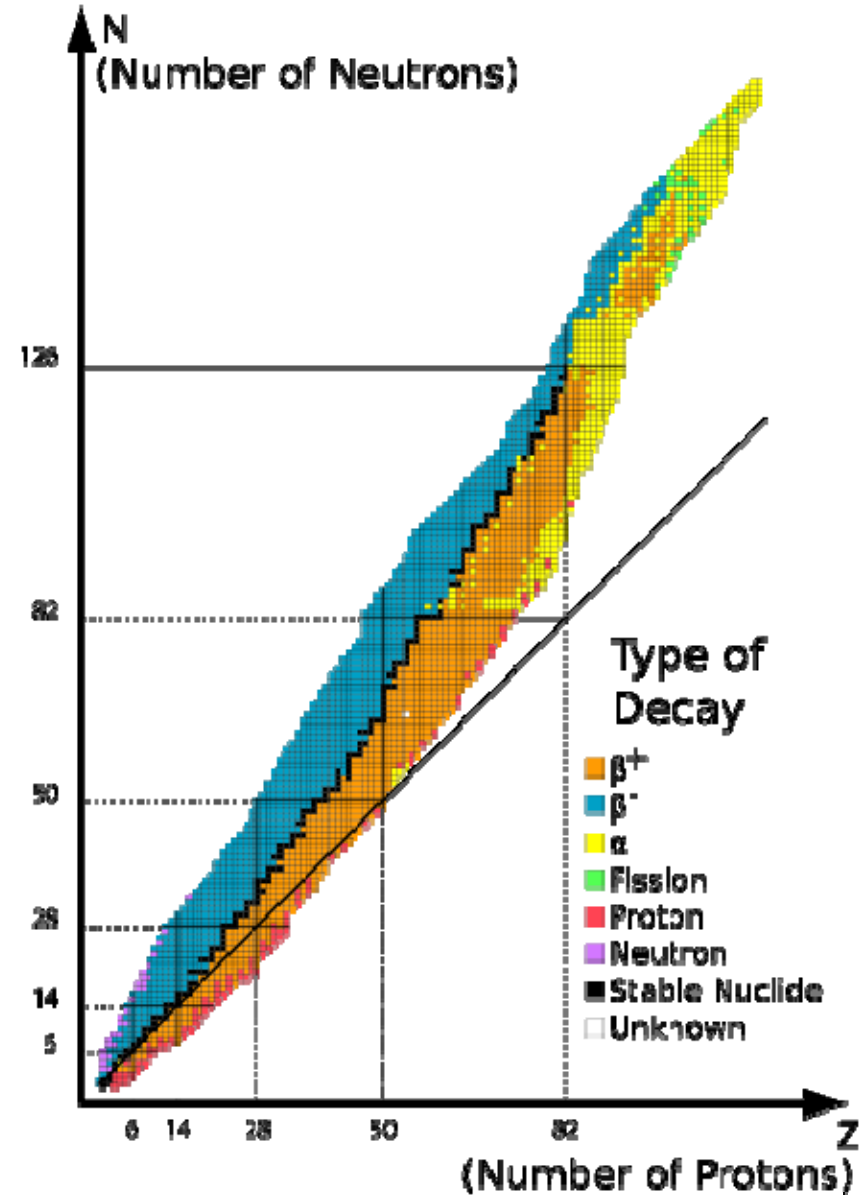
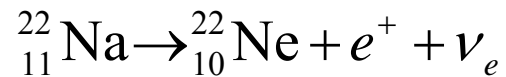
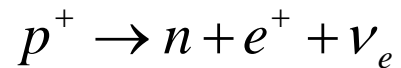
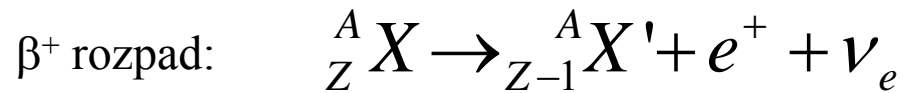
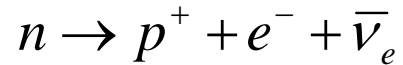
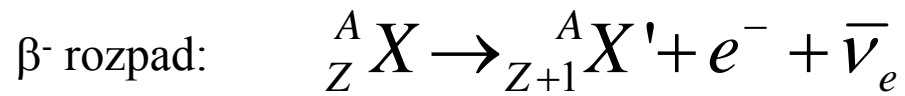


β^+ rozpad: ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z-1} X' + e^+ + \nu_e$

$$p^+ \rightarrow n + e^+ + \nu_e$$

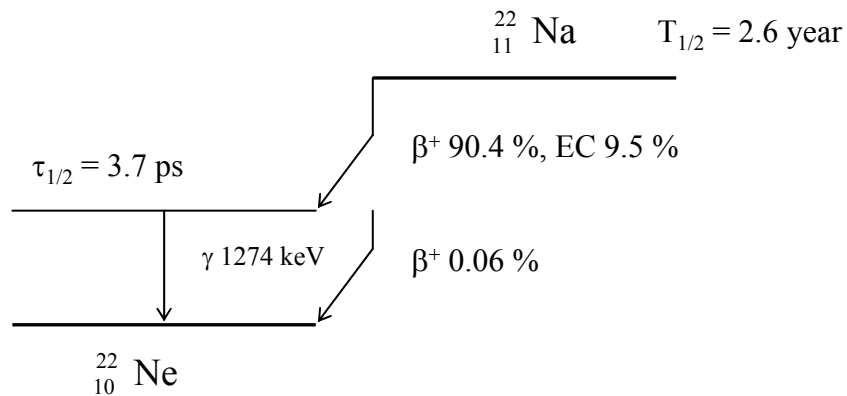
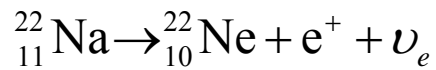
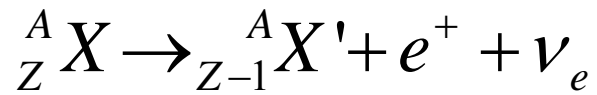


β rozpad

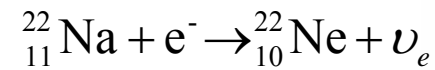
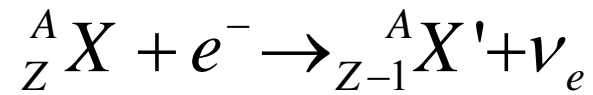


β rozpad

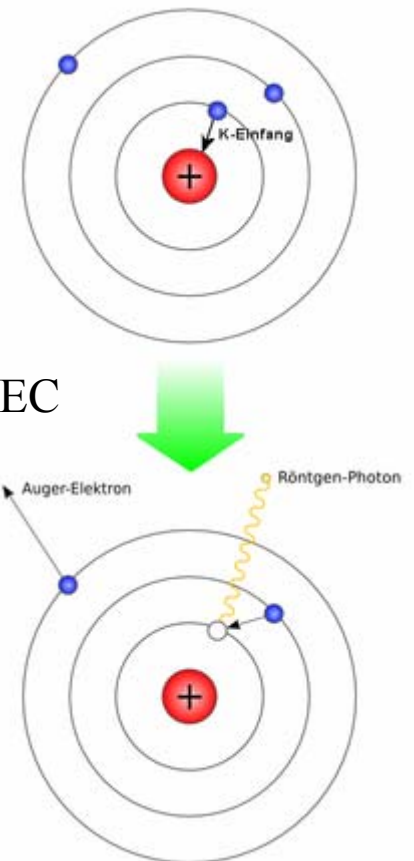
β^+ - rozpad



záchyt e^-

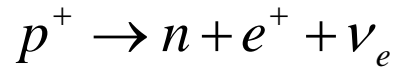
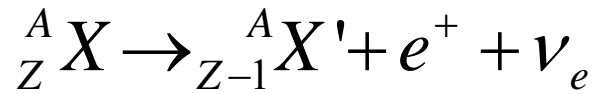


• pro $Q < 2m_e c^2$ pouze EC



β rozpad

β^+ - rozpad

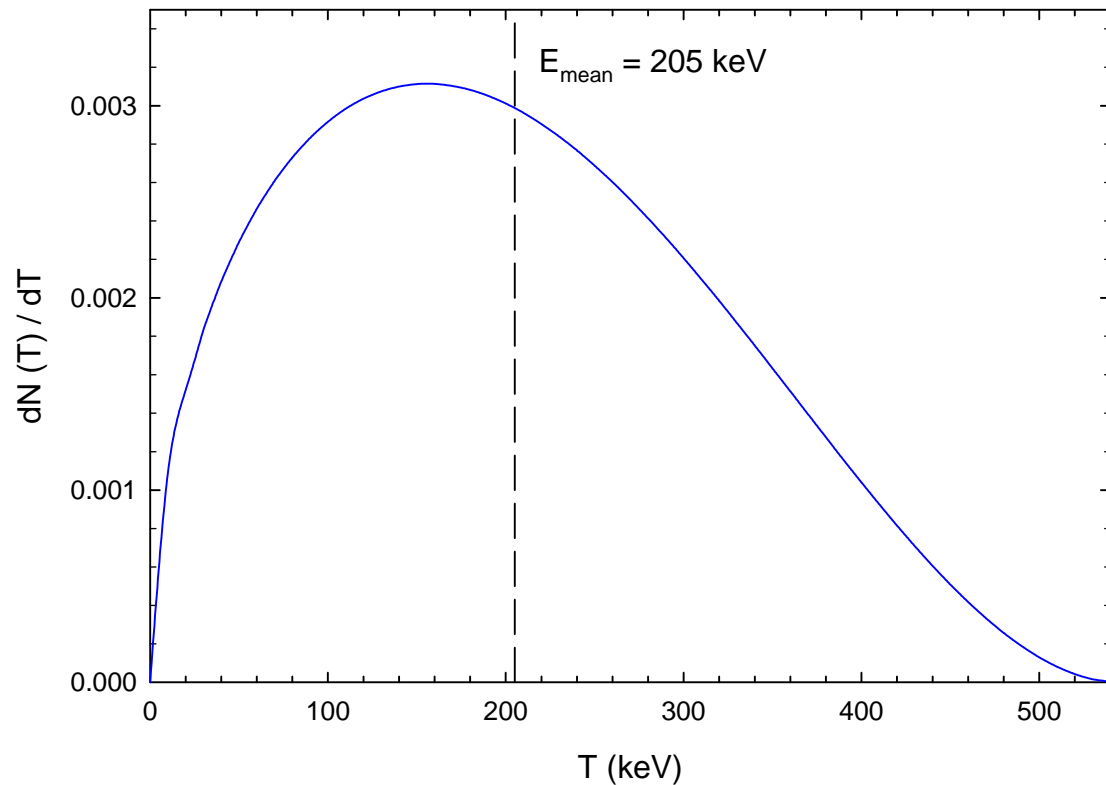


$$E_{\text{mean}} = 205 \text{ keV}$$

$$Q = E_{\text{max}} = 545 \text{ keV}$$

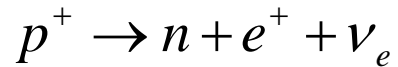
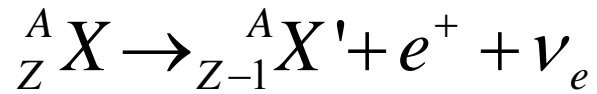
$$\frac{dN}{dT} = D(Z, Q) \sqrt{T(T + 2mc^2)} (T + mc^2) (Q - T)^2$$

energetické spektrum e^+ emitovaných ${}^{22}\text{Na}$



β rozpad

β^+ - rozpad

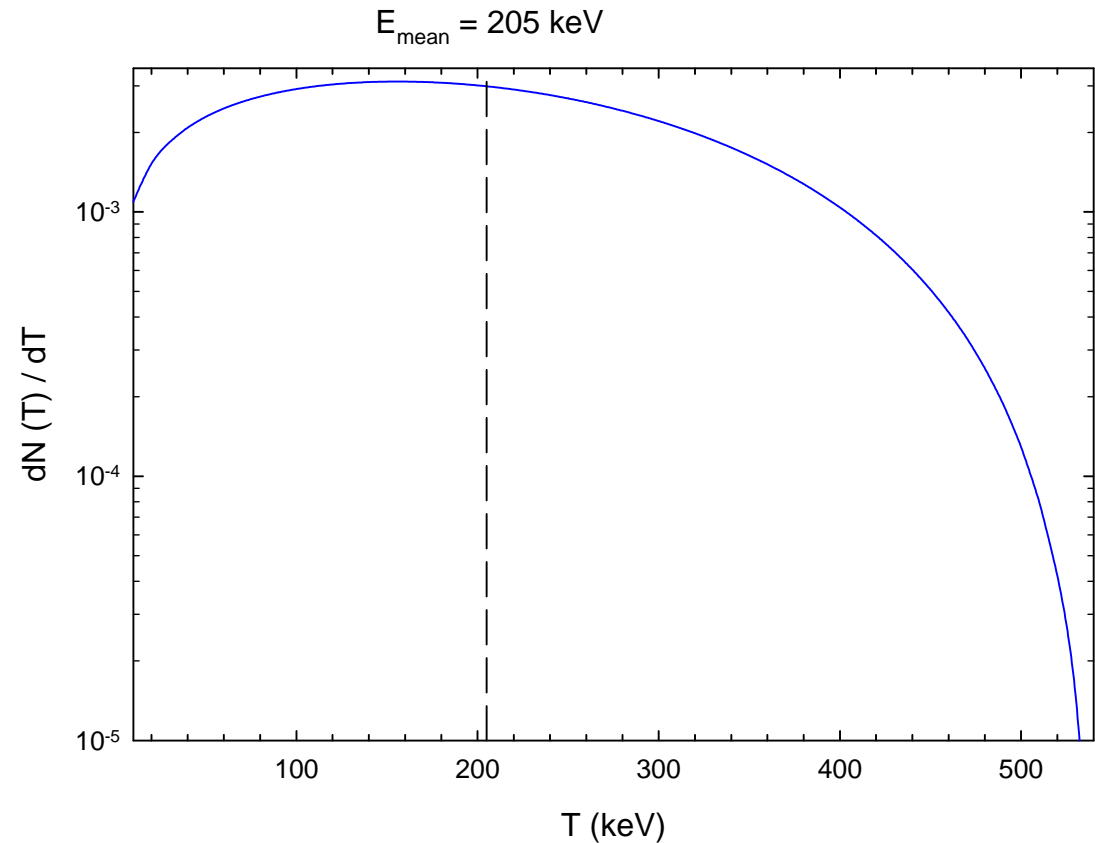


$$E_{\text{mean}} = 205 \text{ keV}$$

$$Q = E_{\text{max}} = 545 \text{ keV}$$

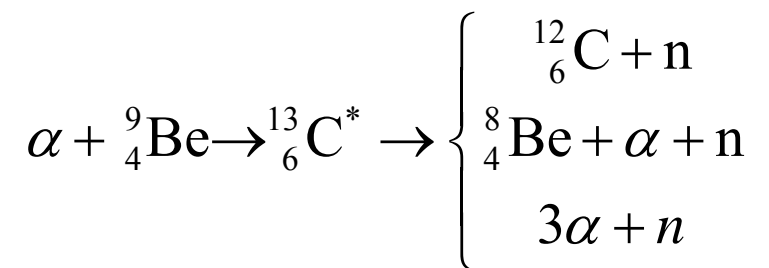
$$\frac{dN}{dT} = D(Z, Q) \sqrt{T(T + 2mc^2)} (T + mc^2) (Q - T)^2$$

energetické spektrum e^+ emitovaných ${}^{22}\text{Na}$



neutrony

reakce (α, n)



- energetické spektrum n diskrétní
- rozmazání Dopplerovým posuvem

Aktivita

počet rozpadů za jednotku času

- Curie (Ci) = 3.7×10^{10} rozp.s⁻¹
- 1 Ci = aktivita 1g ²²⁶Ra
- 1 Becquerel (Bq) = 1 rozp. s⁻¹ = 2.7×10^{-11} Ci = 27 pCi
- 1 MBq = 27 μCi

Dávka

množství radiace absorbované objektem

- Gray (Gy) = 1 J / kg
- energie absorbovaná jednotkou hmotnosti

velikost poškození způsobeného radiací absorbovanou objektem

- 1 Sievert (Sv) = 1 Gy \times Q
- Q = quality factor \rightarrow míra nebezpečnosti daného typu záření $Q \sim \frac{dE}{dx}$

	γ	β	p	α	rychlé n	termalizované n
Q	1	1	10	20	20	3

Dávka

množství radiace absorbované objektem

- Gray (Gy) = 1 J / kg
- energie absorbovaná jednotkou hmotnosti

velikost poškození způsobeného radiací absorbovanou objektem

- 1 Sievert (Sv) = 1 Gy \times Q
- Q = quality factor \rightarrow míra nebezpečnosti daného typu záření

$$Q \sim \frac{dE}{dx}$$

jedorázové ozáření	<i>d</i> (mSv)
rtg. skaner na letiši	0.25×10^{-3}
rtg. zubů	$5-10 \times 10^{-3}$
Mammogram	0.4-0.6
CT skan celého těla	10-30
Fukushima – max. dávka na obyvatele evakuované z místa	68

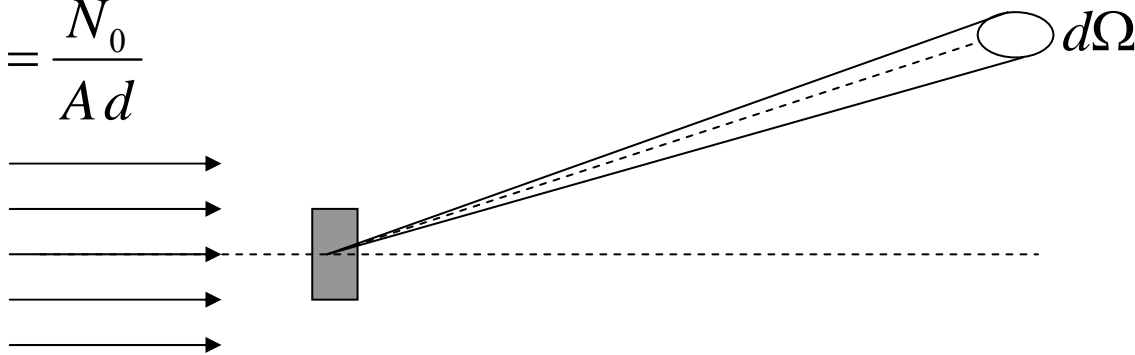
opakované ozařování	<i>d</i> (mSv / rok)
kosmické záření	2.8
přirozené pozadí	2.4
radioizotopy v těle	2.8
přirozené pozadí na palubě letadla	24
Fukushima – místo s nejvyšším zamořením	9×10^7

Účinný průřez

F = počet částic dopadajících
na jednotku plochy za jednotku času

N_s počet částic detekovaných
za jednotku času

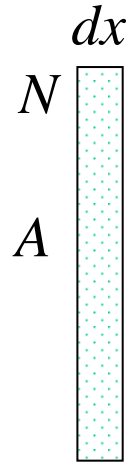
$$F = \frac{N_0}{Ad}$$



diferenciální účinný průřez $\frac{d\sigma}{d\Omega}(E, \Omega) = \frac{1}{F} \frac{dN_s}{d\Omega} \quad [\text{m}^2 \text{srad}^{-1}]$

celkový účinný průřez $\sigma(E) = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \quad [\text{m}^2] \quad [1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2 = 100 \text{ fm}^2]$

Střední volná dráha



N - počet atomů na jednotku plochy

A - plocha terčíku

$$N_s(\Omega) = FAN \frac{d\sigma}{d\Omega} dx$$

$$N_{tot} = FAN\sigma dx$$

$P(x)$ - pravděpodobnost, že částice urazí dráhu x **bez jakékoliv interakce**

$w dx$ - pravděpodobnost, že částice **bude interagovat na úseku** $x, x + dx$

$$P(x + dx) = P(x)(1 - w dx) \longrightarrow \frac{dP}{dx} = -wP \longrightarrow P(x) = e^{-wx}$$

Střední volná dráha

- pravděpodobnost, že částice urazí dráhu x a pak bude interagovat na úseku $x, x + dx$:

$$F(x) dx = e^{-wx} w dx$$

- průměrná dráha, kterou částice urazí než dojde k interakci:

$$\lambda \equiv \int_0^{\infty} x F(x) dx = \int_0^{\infty} x w e^{-wx} dx = \frac{1}{w}$$

- pravděpodobnost, že částice interaguje při průletu terčíkem o tloušťce dx :

$$P_{\text{int}} = 1 - P(dx) = 1 - e^{-w dx} = 1 - e^{-\frac{1}{\lambda} dx} = 1 - \left(1 - \frac{dx}{\lambda} + \dots \right) \approx \frac{dx}{\lambda}$$

$$P_{\text{int}} = N \sigma dx$$

$$\text{střední volná dráha} \quad \lambda = \frac{1}{N \sigma}$$

Interakce nabitých částic s látkou

- 1. nepružné srážky s elektrony v elektronovém obalu atomů a molekul**
2. elastický rozptyl na jádrech atomů
3. emise Čerenkovova záření
4. jaderné reakce
- 5. brzdné záření (Bremsstrahlung)**

Interakce nabitých částic s látkou

I. Těžké částice (těžší než elektron): p^+ , α , ionty ..

- nepružné srážky s elektrony, $\sigma = 10^7 - 10^8$ barn
- měkké srážky: excitace
- tvrdé srážky: ionizace
- rychlost úbytku energie (stopping power): $\frac{dE}{dx}$

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e v^2} N_e \ln \frac{\gamma^2 m v^3}{z e^2 \bar{v}}$$

(N. Bohr)

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

N_e – elektronová hustota, m_e – klidová hmotnost elektronu, \bar{v} - střední orbitální rychlost elektronů

m – hmotnost částice, $z e$ – náboj částice, v – rychlost částice

- např. 10 MeV p^+ ztratí všechnu svoji kinetickou energii na $x \approx 0.25$ mm

Interakce nabitých částic s látkou

I. Těžké částice (těžší než elektron): p^+ , α , ionty ..

- nepružné srážky s elektrony, $\sigma = 10^7 - 10^8$ barn
- měkké srážky: excitace
- tvrdé srážky: ionizace
- rychlost úbytku energie (stopping power): $\frac{dE}{dx}$

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{2m_e \gamma^2 v^2 W_{\max}}{I^2} \right) - 2\beta^2 - \delta - 2\frac{C}{Z} \right] \quad (\text{Bethe - Bloch})$$

r_e – klasický poloměr e^- 2.817×10^{-13} cm, m_e – klidová hmotnost elektronu, N_a – Avogadrovo číslo

I – střední excitační potenciál, Z – protonové číslo materiálu, A – hmotnostní číslo materiálu

ρ – hustota materiálu, z – náboj částic (v jednotkách e)

$$\beta = v/c, \gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$$

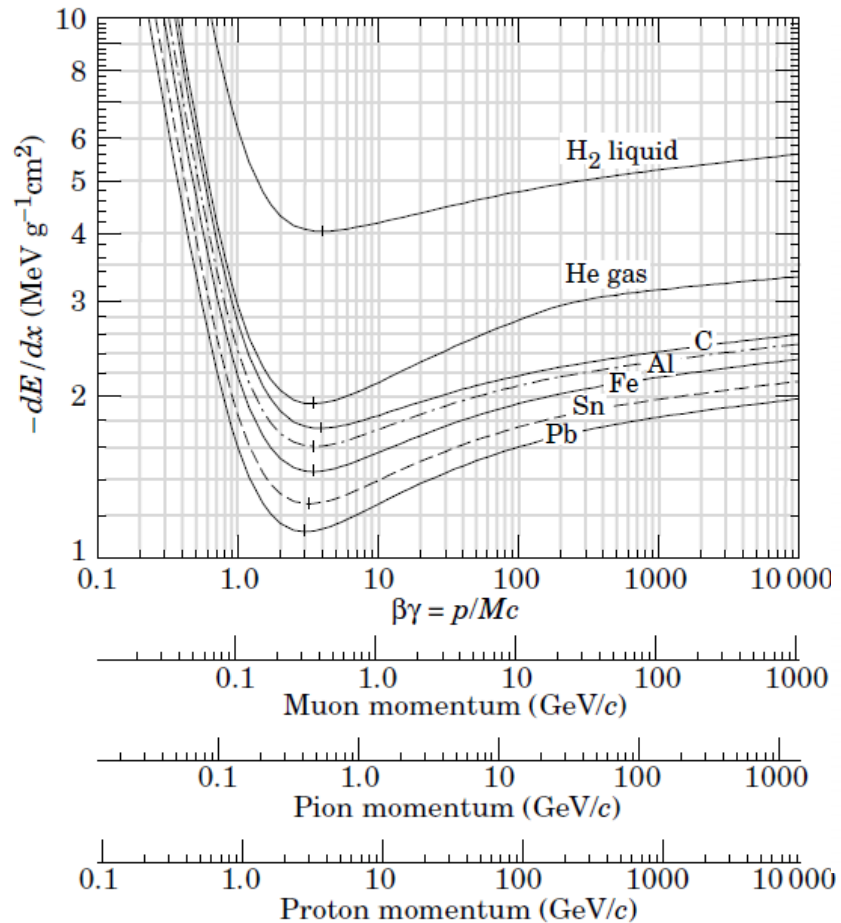
δ – korekce na hustotu, C – korekce na orbitání rychlost e^- v elektronovém obalu

W_{\max} maximální transfer energie v jedné srážce

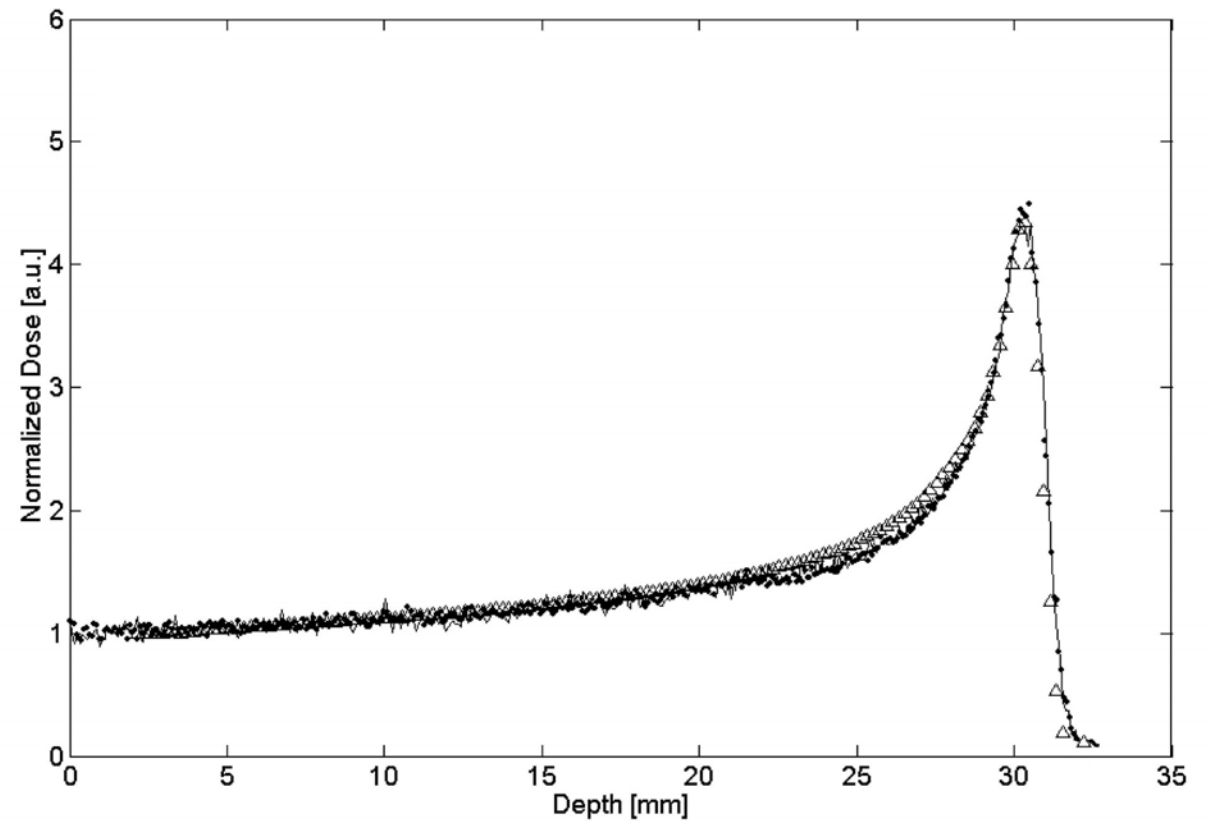
Interakce nabitých částic s látkou

I. Těžké částice (těžší než elektron): p^+ , α , ionty ..

Bethe - Bloch



Braggova křivka



Interakce nabitých částic s látkou

II. Lehké částice: e^- , e^+

- nepružné srážky s elektrony
- brzdné záření (Bremsstrahlung)

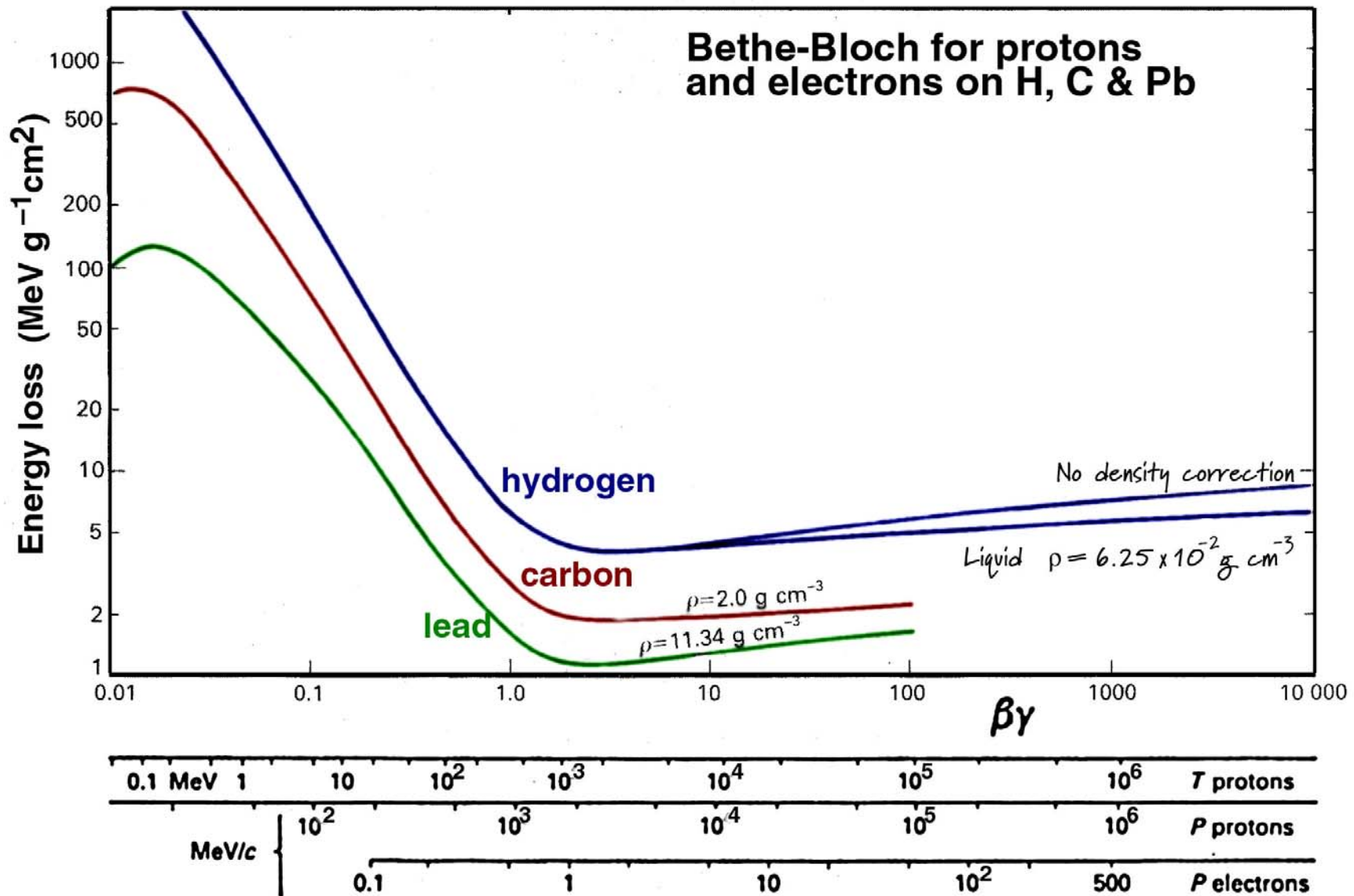
$$\frac{dE}{dx} = \left(\frac{dE}{dx} \right)_{col} + \left(\frac{dE}{dx} \right)_{rad}$$

(Bethe - Bloch)

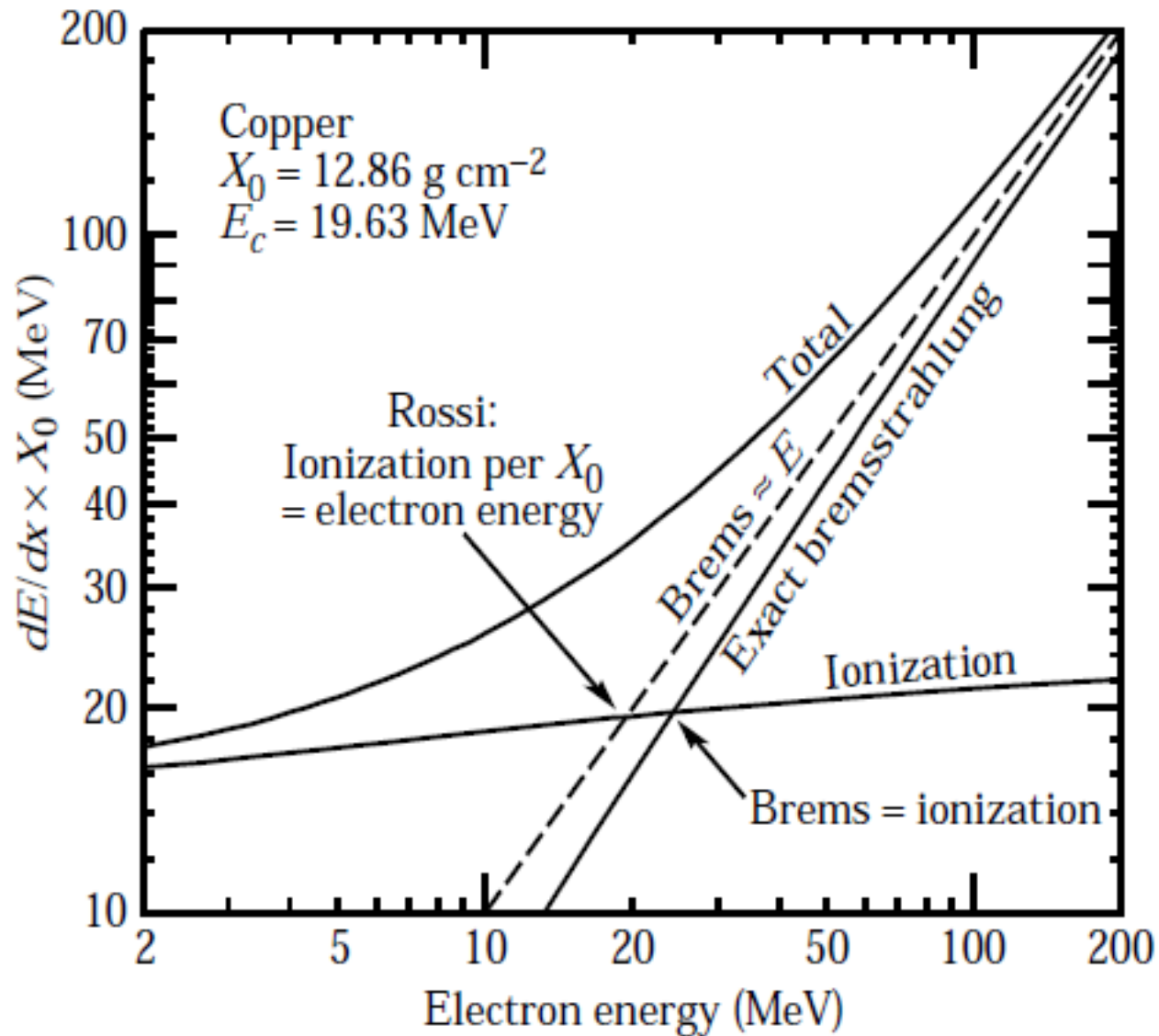
$$\propto E Z^2$$

$$\frac{\left(\frac{dE}{dx} \right)_{rad}}{\left(\frac{dE}{dx} \right)_{col}} \approx \frac{E Z}{800}$$

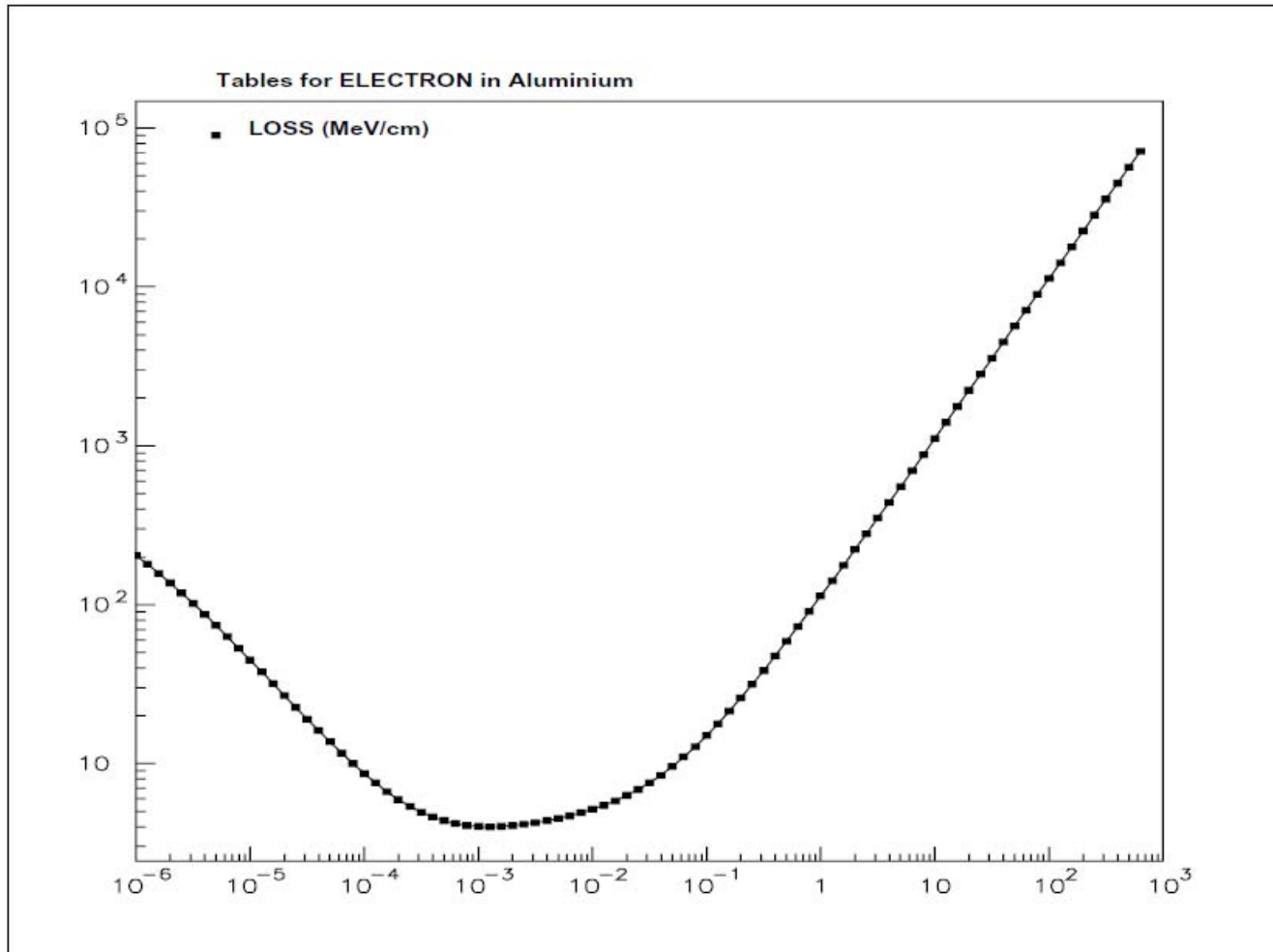
Interakce nabitých částic s látkou



Interakce nabitých částic s látkou

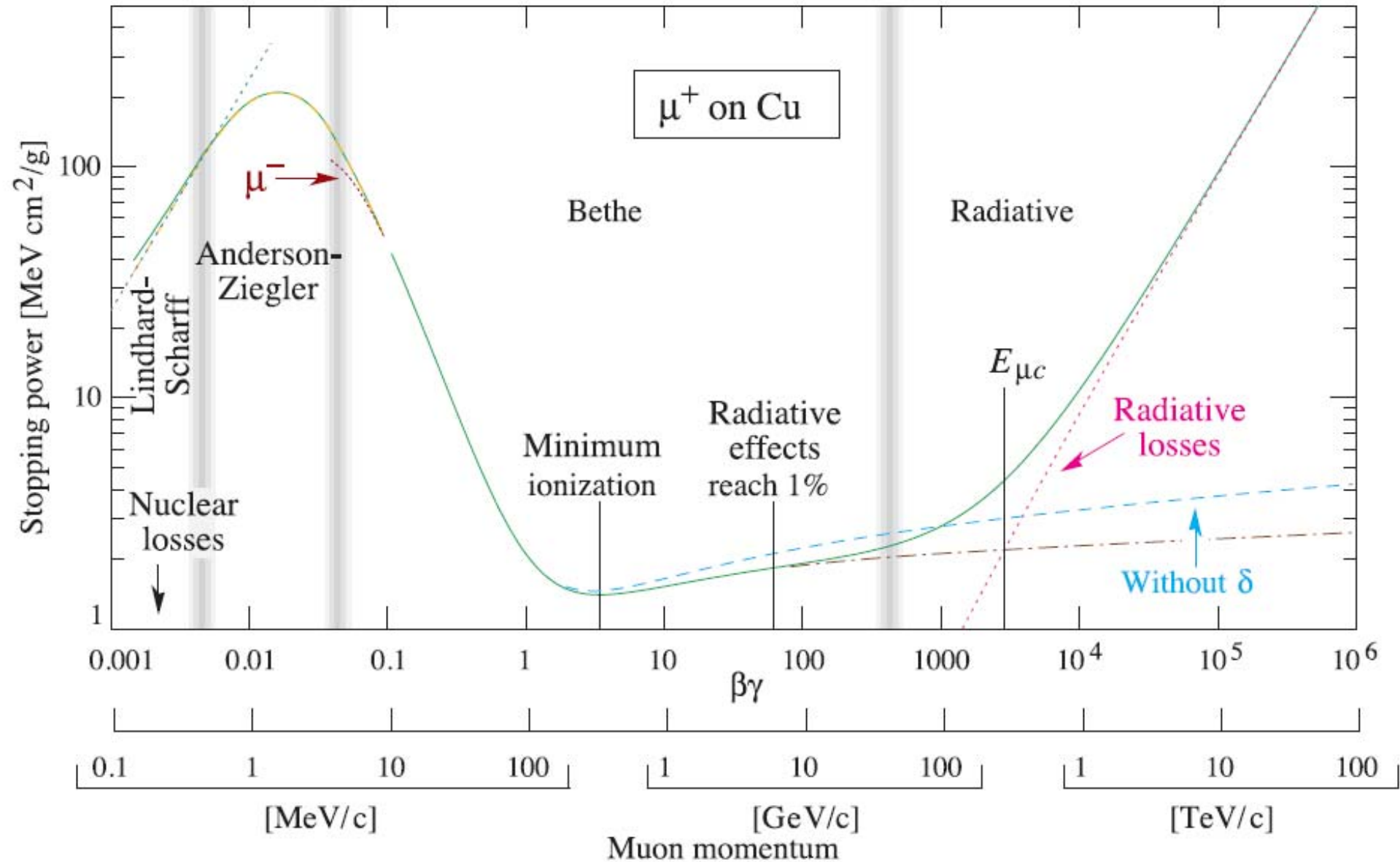


Interakce nabitých částic s látkou



electron kinetic energy (GeV)

Interakce nabitých částic s látkou



Interakce fotonů látkou

1. fotoelektrický jev (fotoefekt)

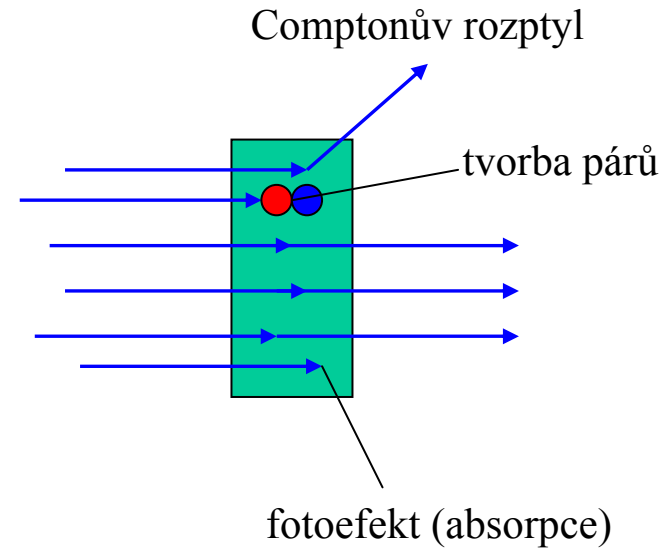
2. Comptonův rozptyl

3. tvorba párů

4. jaderné reakce např. (γ , n)

základní odlišnosti od nabitých částic:

- podstatně větší pronikavost (menší σ)
- při průchodu svazku fotonů terčíkem dochází k zeslabení intenzity, ale ne ke změně energie
- zeslabení intenzity po průchodu terčíkem o tloušťce x : $I(x) = I_0 e^{-\mu x}$
- μ – absorpční koeficient

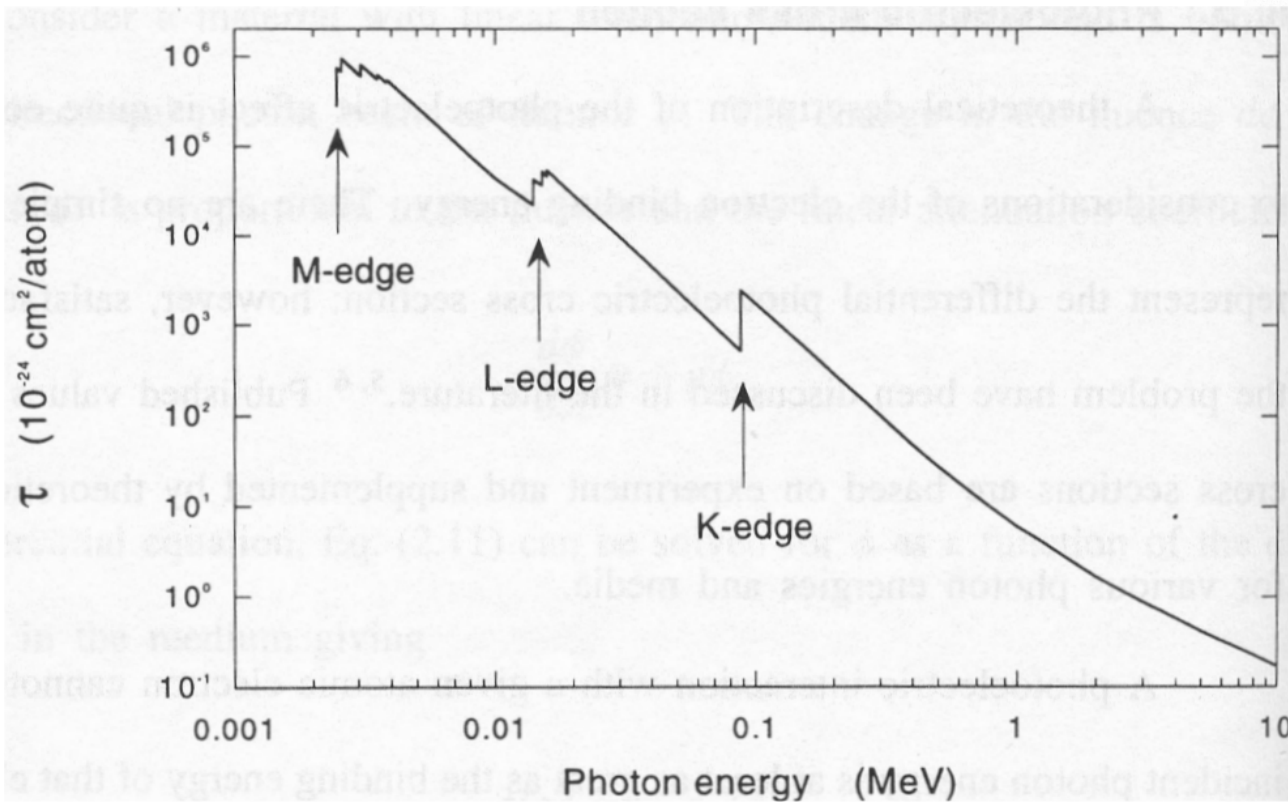
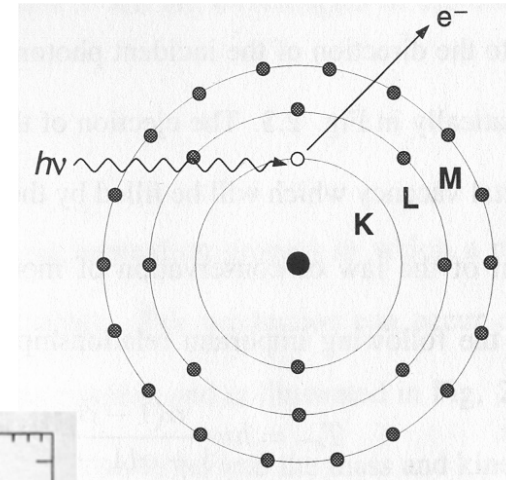


Fotoefekt

energie vyraženého elektronu: $E = h\nu - E_B$

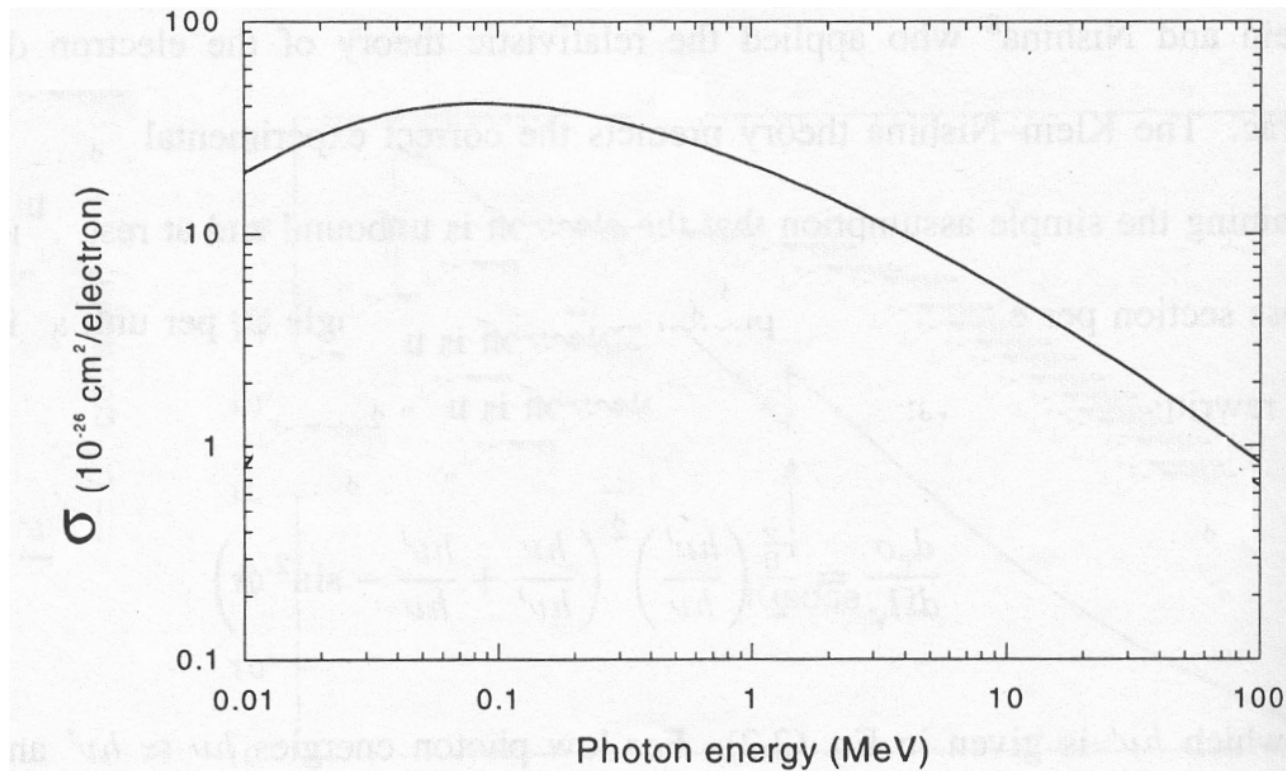
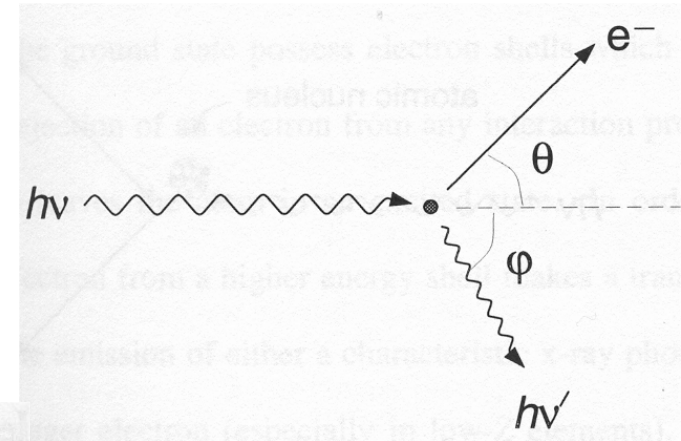
$h\nu$ - energie absorbovaného fotonu

E_B - vazebná energie elektronu



Comptonův rozptyl

energie rozptýleného fotonu:
$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \varphi)}$$



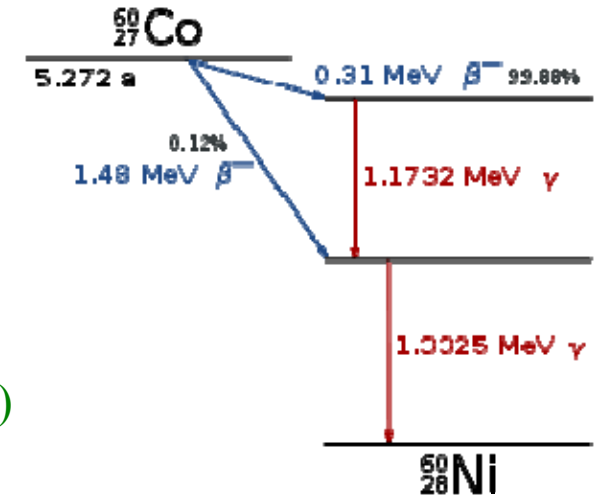
maximální energie elektronu:
($\varphi = 180^\circ$)

$$T = h\nu \frac{2\gamma}{1 + 2\gamma} \quad \text{Comptonova hrana}$$

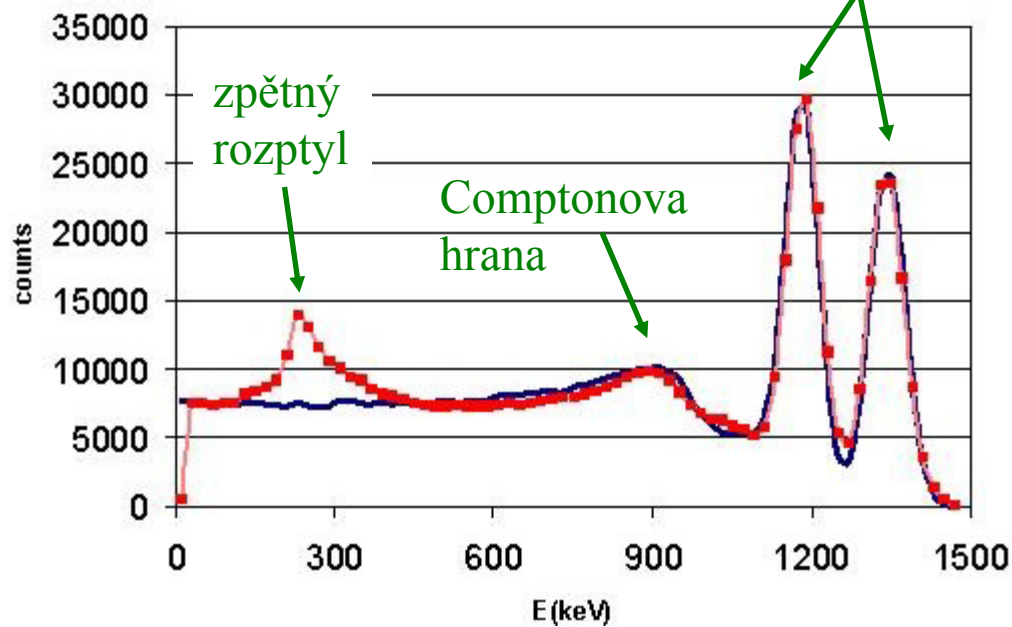
$$\gamma = \frac{h\nu}{m_e c^2}$$

Comptonův rozptyl

energie rozptýleného fotonu:
$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \varphi)}$$



^{60}Co spektrum (NaI scintilátor) fotepeaky (1173, 1333 keV)



maximální energie elektronu:
($\varphi = 180^\circ$)

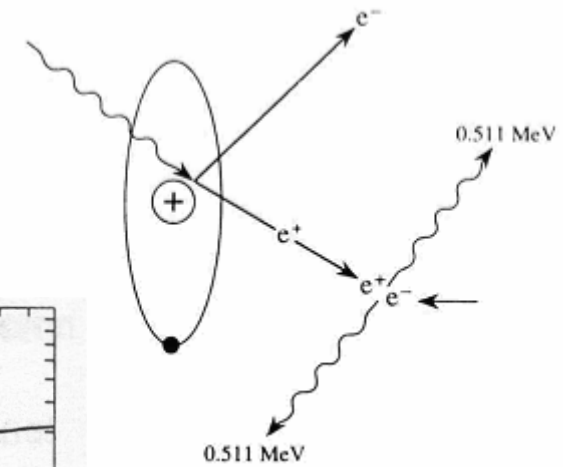
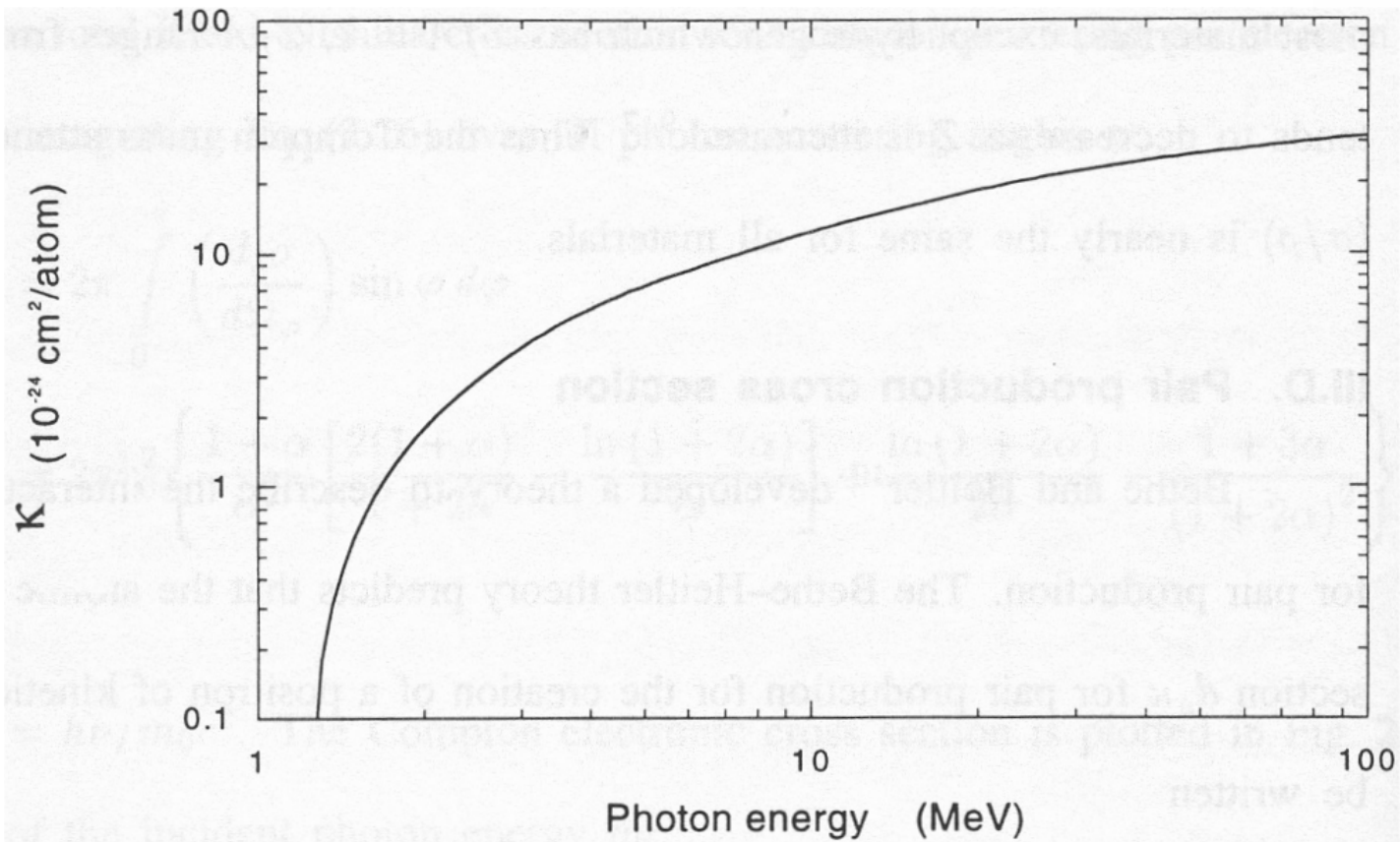
$$T = h\nu \frac{2\gamma}{1 + 2\gamma} \quad \text{Comptonova hrana}$$

$$\gamma = \frac{h\nu}{m_e c^2}$$

Tvorba párů

účinný průřez $\sigma \propto Z^2$

$$h\nu > 2m_e c^2 = 1022 \text{ keV}$$



Interakce fotonů s látkou

