Světelné pole uvnitř a vně rezonátoru

Uvažujme laserový rezonátor, v němž obíhá světelný signál s intenzitou I ve směru osy z v kladném (I^+),resp. záporném (I^-)směru. Předpokládáme homogenně rozšířený přechod, který je satutrován celkovou intenzitou $I^+ + I^-$.Diferenciální rovnice popisující šíření signálu v aktivním prostředí je

$$\frac{dI^+}{dz} = \frac{g_0 I^+(z)}{1 + \frac{I^+(z)+I^-(z)}{I_s}} - aI^+(z) \tag{1}$$

$$-\frac{dI^-}{dz} = \frac{g_0 I^-(z)}{1 + \frac{I^+(z)+I^-(z)}{I_s}} - aI^-(z) \tag{2}$$

. Minus ve druhé rovnici odpovídá šíření v záporném směru. a je "absorpční" koeficient, vystihující ztráty při šíření. Vynásobíme první (druhou) rovnici I^- (I^+), a jejich sečtením dostaneme

$$\frac{d(I^+(z)I^-(z))}{z} = 0, \tag{3}$$

což znamená, že $I_G = \sqrt{I^+(z)I^-(z)} = konst.$, tj. zachovává se ve všech místech rezonátoru. U výstupního zrcadla ($z = L$)) platí

$$I^+(L)R_1 = I^-(L), \tag{4}$$

proto $I_G = I^+(L)\sqrt{R_1}$. Intenzita vycházející z laseru je rovna

$$I_{ven} = I^+(L) - I^-(L) = I^+(L)(1 - R_1) = I_G \frac{1 - R_1}{\sqrt{R_1}}. \tag{5}$$

Volba optimálního výstupního zrcadla

Pro kontinuální laser je hodnota inverze v v aktivním prostředí rovna prahové hodnotě inverze. Prahová hodnota inverze se zmenšuje s rostoucí hodnotou odrazivosti výstupního zrcadla. Ovšem pro hodnotu odrazivosti výstupního zrcadla rovnou jedné nevyjde žádné světlo ven. Naopak, pro jeho velmi nízkou odrazivost bude obtížné dosáhnout prahu laseru. Je otázkou, jak zvolit optimální hodnotu odrazivosti výstupního zrcadla a na čem závisí. Této úloze se v anglosaské odborné literatuře říká "optimal decoupling" (výstupní zrcadlo se nazává "output-coupler"). Budeme nadále předpokládat homogenně rozšířený přechod, a tzv. aproximaci středního pole, kdy geometrický průměr vyjadřující intenzitu světla v rezonátoru můžeme považovat za roven průměru aritmetickému. Pro ziskový koeficient máme

$$g(I_G) = \frac{g(0)}{1 + \frac{I_G}{I_s}}, \tag{6}$$

prahová podmínka

$$R_1 R_2 \exp\left[(g(I_G) - a)2l\right] = 1. \tag{7}$$

Dále předpokládáme, jak zpravidla platí, že je ziskový koeficien pro malý signál (tj. také nesaturovaná inverze) lineární funkcí čerpání vyjádřeného veličinou P, $lg(0) = K_P P$. Zřejmě

$$2lg(I_G) = -\ln(R_1 R_2) + 2al \tag{8}$$

$$1 + \frac{I_G}{I_s} = \frac{2K_P P}{-\ln(R_1 R_2) + 2al} \tag{9}$$

$$I_G = I_s \left[\frac{2K_P P}{-\ln(R_1 R_2) + 2al} - 1\right]. \tag{10}$$

Intenzita světla vystupujícího z laseru tak bude

$$I_{ven} = I_s \frac{1 - R_1}{\sqrt{R_1}} \left[\frac{2K_P P}{-\ln(R_1 R_2) + 2al} - 1\right]. \tag{11}$$

Optimální hodnota odrazivosti výstupního zrcadla odpovídá hodnotě, při níž je výstupní výkon maximální. Tu lze dostat snadno vykreslním uvedené funkce a nalezením maxima. Jinou možností je nalézt maximum pomocí derivace. Pro výpočet derivace se dělají zpravidla aproximace a proto je i výsledek přibližný. Můžeme používat propustnost zrcadla $T_1 = 1 - R_1$. Pak pro $R_2 = 1$a vysoké hodnoty odrazivosti výstupního zrcadla $\sqrt{R_1} = \sqrt{1 - T_1} \approx 1$a $ln\,(R_1 R_2) \approx -T_1$. Máme tedy nalézt maximum funkce

$$f(T_1) = T_1 \left(\frac{2K_P P}{T_2 + 2\alpha l}\right) \tag{12}$$

Nalezené maximum je

$$T_{1opt} \doteq \sqrt{2K_P P 2\alpha l} - 2\alpha l. \tag{13}$$

Optimální propustnost roste s odmocninou z výkonu čerpání.

Vztah (10) je základem metody experimentálního určení konstanty čerpání K_Pa ztrátového koeficientu α. Vzhledem k nezápornosti intenzity je jasné, že výraz ve hranaté závorce vztahu (10) musé být nezáporný, pro prahové čerpání P_{th}je roven nule. Proto

$$P_{th} = \frac{1}{2K_p}\left(-\ln(R_1 R_2) + 2al\right). \tag{14}$$

Tento vztah vyjadřuje lineární závislost prahové hodnoty čerpání jako funkce $-ln\,(R_1 R_2)$. Metoda spočívá v tom, že se určí prahová hodnota čerpání pro dvě hodnoty výstupního zrcadla a pomocí vztahu (14) se vypočítají hledané parametry laseru.