Synchronizace módů laseru

V laserovém rezonátoru může oscilovat více módů. Vzhledem k saturaci (viz dříve) by v ideálním homogenně rozšířeném laseru měl oscilovat pouze jediný mód, který se nachází v oblasti maxima čistého zisku (zisk minus ztráty) v laseru. Jakmile totiž začne laserovat, saturuje inverzi i pro ostatní módy na úroveň "své" prahové inverze a ostatní módy se už proto nemohou dostat nad práh. Jiná je situace pro lasery s nehomogenně rozšířeným ziskovým profilem, kdy módy mohou oscilovat nezávisle. V reálných laserech je ovšem vždy přechod částečně rozšířen i nehomogenně ("klasické" nehomogenní rozšíření nebo různé prostorové rozložení různých podélných i příčných módů v rezonátoru). Pokud tyto módy oscilují nezávisle, mluví se režimu volných oscilací a výstup z laseru může být neuspořádaný. Pokud je v kontinuálním laseru vybrán mód jediný, je naopak výstup laseru dobře definován, v ideálním případě se se blíží sinové vlně s konstantní amplitudou. Módy je ovšem možné také synchronizovat. Synchronizace podélných módů je režim, který se používá pro generaci ultrakrátkých světelných pulsů.

Předpokládejme, že v rezonátoru osciluje $N = 2n + 1$ podélných módů, které odpovídají základnímu příčnému módu. Frekvence j-tého módu je $\omega_j = \omega_0 + j\Delta\omega$, kde $j = -n$, ..., 0, ..., n. $\Delta\omega$je mezimódová vzdálenost, $\Delta\omega = 2\pi\frac{c}{2L}$. Pro jednoduchost budeme předpokládat, že fáze všech módů je rovna nule a jejich amplitudy jsou stejné (pro režim synchronizace módů ovšem stačí v čase konstantní amplitudy a fázové rozdíly). Elektrické pole j-tého módu v určitém místě je

$$E_j(t) = E_0 \exp\left(-i\omega_j t\right). \tag{1}$$

Celkové pole

$$E(t) = \sum_{k=-n}^{n} E_0 \exp\left(-i\omega_k t\right) = E_0 \exp\left(-i\omega_0 t\right) \sum_{k=-n}^{n} \exp\left(-ik\Delta\omega t\right). \tag{2}$$

Po sečtení geometrické řady dostáváme po úpravě

$$E(t) = E_0 \exp\left(-i\omega_0 t\right) \frac{\sin(\frac{1}{2}N\Delta\omega t)}{\sin(\frac{1}{2}\Delta\omega t)}. \tag{3}$$

Intenzita je úměrná

$$I(t) \sim E_0^2 \frac{\sin^2(\frac{1}{2}N\Delta\omega t)}{\sin^2(\frac{1}{2}\Delta\omega t)}. \tag{4}$$

Tato funkce má maxima pro časy

$$\frac{1}{2}\Delta\omega t = p\pi. \tag{5}$$

Vzdálenost dvou následujících maxim je

$$\Delta t = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{1}{\Delta\nu} = \frac{2L}{c} \tag{6}$$

rovna oběhu světla v rezonátoru. Interferencí jednotlivých modů, které svítí kontuinuálně, tak vzniká světelný puls obíhající uvnitř rezonátoru. Jeho časovou šířku t_pmůžeme odhadnout jako časovou vzdálenost maxima pulsu od první nuly profilu, tj. například od času $t = 0$do času, kdy čitatel nabyde poprvé nulové hodnoty, tedy

$$\frac{1}{2}N\Delta\omega t_p = \pi, \tag{7}$$

$$t_p = \frac{2\pi}{N\Delta\omega} = \frac{1}{N\Delta\nu} = \frac{1}{\delta\nu}. \tag{8}$$

Šířka pulsu je tedy dána reciprokou hodnotou celkové spektrální šířky synchronizovaných módů (konstanta úměrnosti je řádu 1, její přesná hodnota záleží na tvaru pulzů). Tento závěr ovšem plyne obecně z Fourierovy transformace,

$$t_p\delta\nu \approx 1. \tag{9}$$

Pokud uvážíme, že střední nosná frekvence pulsu je $\nu_0 = \frac{1}{T_0}$, může být maximální šířka spektrálního pásu být $\delta\nu \approx (2)\nu_0$a délka pulsu $t_p \approx T_0$. Ve viditelné spektrální oblasti je $T_0 \approx 2\,\mathrm{fs}$, proto se mluví o femtosekundové bariéře.