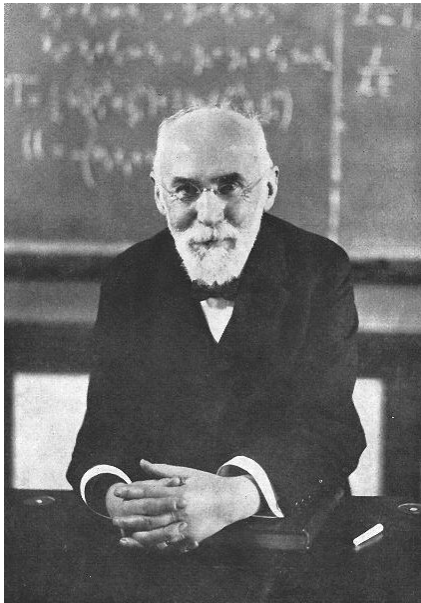
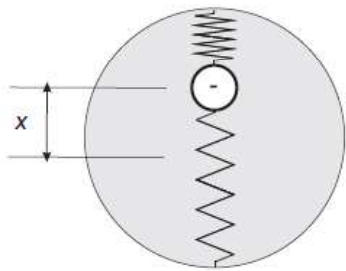
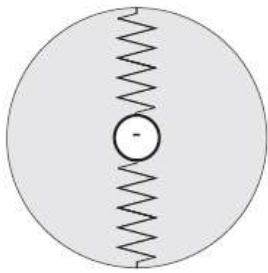


Interakce světla s látkou



H. A. Lorentz



Lorentzův model

$$\vec{P} = N \vec{p}.$$

$$p = q x.$$

$$m \ddot{x} + m \gamma \dot{x} + \kappa x = q E.$$

$$\tilde{E}(t) = E_0 \exp(-i \omega t).$$

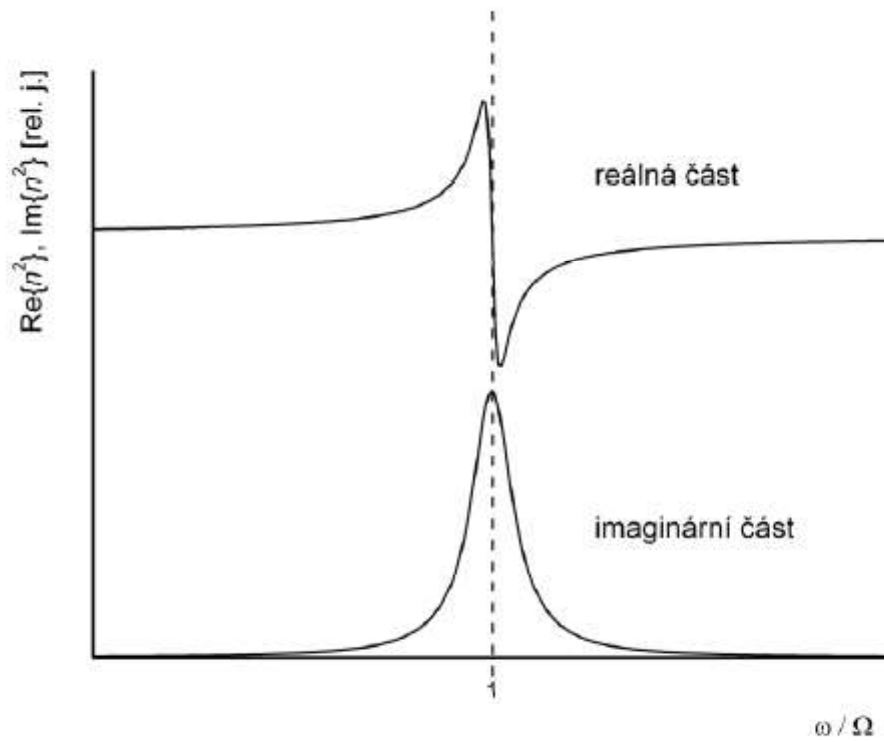
$$\tilde{x}(t) = \tilde{x}_0 \exp(-i \omega t).$$

$$\tilde{x}_0 = \frac{q E_0}{m} \frac{1}{\Omega^2 - \omega^2 - i \omega \gamma}.$$

$$\tilde{P}(t) = \frac{N q^2 E_0}{m} \frac{\exp(-i \omega t)}{\Omega^2 - \omega^2 - i \omega \gamma}.$$

$$\tilde{\varepsilon}_r = 1 + \tilde{\chi} = \tilde{n}^2 = 1 + \frac{Nq^2}{\varepsilon_0 m} \frac{\Omega^2 - \omega^2 + i\omega\gamma}{(\Omega^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\gamma^2}.$$

$$n_R = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\varepsilon_R + (\varepsilon_R^2 + \varepsilon_I^2)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad n_I = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-\varepsilon_R + (\varepsilon_R^2 + \varepsilon_I^2)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}}.$$



$$n^2 = 1 + A \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_r^2} \quad \text{pro } \gamma \approx 0$$

Sellmeierův vzorec

$$\omega \ll \Omega$$

$$\frac{1}{\Omega^2 - \omega^2} = \frac{1}{\Omega^2} \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\Omega^2}} = \frac{1}{\Omega^2} \left(1 + \frac{\omega^2}{\Omega^2} + \frac{\omega^4}{\Omega^4} + \dots \right)$$

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$$

$$n^2 = A' + B' \frac{1}{\lambda^2} + C' \frac{1}{\lambda^4} + \dots$$

Cauchyho vzorec

Tento tvar řady je historický. V praxi se ovšem používají analogické rozvoje, zejména podobný tvar zavedený firmou Shott: $n^2 = A_0 + A_1 \lambda^2 + A_2 \lambda^{-2} + A_3 \lambda^{-4} + A_4 \lambda^{-6} + A_5 \lambda^{-8} + \dots$. Hodnoty koeficientů je možné nalézt v tabulkách, například pro velmi běžné optické sklo BK7 mají hodnoty: $A_0 = 2,2718929$, $A_1 = -1,0108077 \times 10^{-2}$, $A_2 = 1,0592509 \times 10^{-2}$, $A_3 = 2,0816965 \times 10^{-4}$, $A_4 = -7,6472538 \times 10^{-6}$, $A_5 = 4,924099 \times 10^{-7}$.

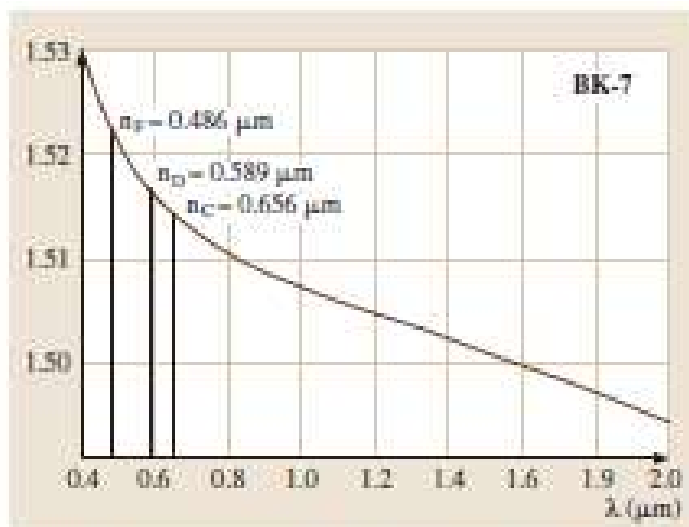


Fig. 5.9 Dispersion present in BK-7 optical glass. Common index of refraction measurement wavelengths are indicated

Wavelength (nm)	Designation	Spectral line
2325.4		Hg IR line
1970.1		Hg IR line
1529.6		Hg IR line
1013.98	i	H IR line
852.1101	s	Cs IR line
706.5188	r	He red line
656.2725	C	H red line
643.8469	C'	Cd red line
632.8		He-Ne laser line
589.2938	D	Na yellow line (center of doublet)
587.5618	d	He yellow line
546.074	e	Hg green line
486.1327	F	H blue line
479.9914	P	Cd blue line
435.8343	g	Hg blue line
404.6561	h	Hg violet line
365.0146	i	Hg UV line

Table 5.1 Indices of common materials at standard temperature and pressure at 587.56 nm (helium d line) [5.9]

Material	n_d	Material	n_d
Vacuum	1	Crown glass	1.52
Air	1.00029	Sodium chloride	1.54
Water	1.33	Polystyrene	1.55
Acetone	1.36	Carbon disulfide	1.63
Ethanol	1.36	Flint glass	1.65
Sugar solution (30 wt %)	1.38	Sapphire	1.77
Fused silica	1.46	Heavy flint glass	1.89
Sugar solution (80 wt %)	1.49	Diamond	2.42

Více rezonancí:

$$\tilde{n}^2 \approx 1 + \frac{Nq^2}{\epsilon_0 m} \sum_j f_j \frac{\Omega_j^2 - \omega^2 + i\omega\gamma_j}{(\Omega_j^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\gamma_j^2}$$

Sčítají se susceptibility

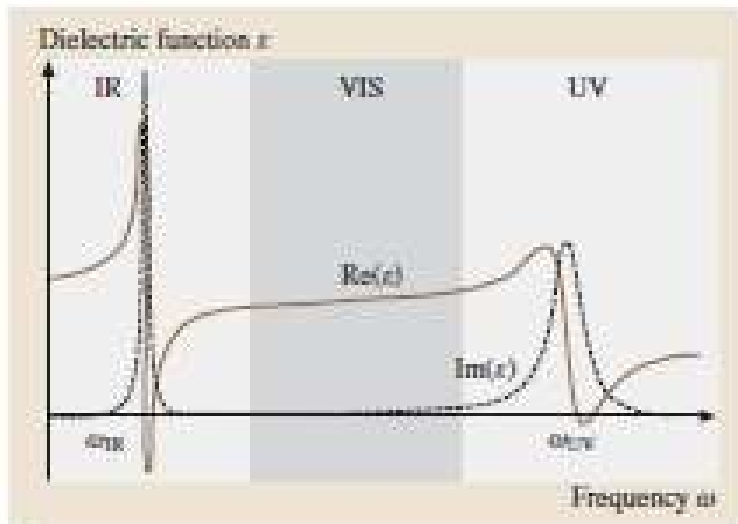


Fig. 5.3 Dielectric function $\epsilon(\omega)$ for the "model optical solid" with one generic absorption in the infrared ω_{IR} and a second one in the ultraviolet ω_{UV} . The dielectric function is plotted on a logarithmic energy scale. The *solid line* is the real part and the *dashed line* is the imaginary part of $\epsilon(\omega)$.

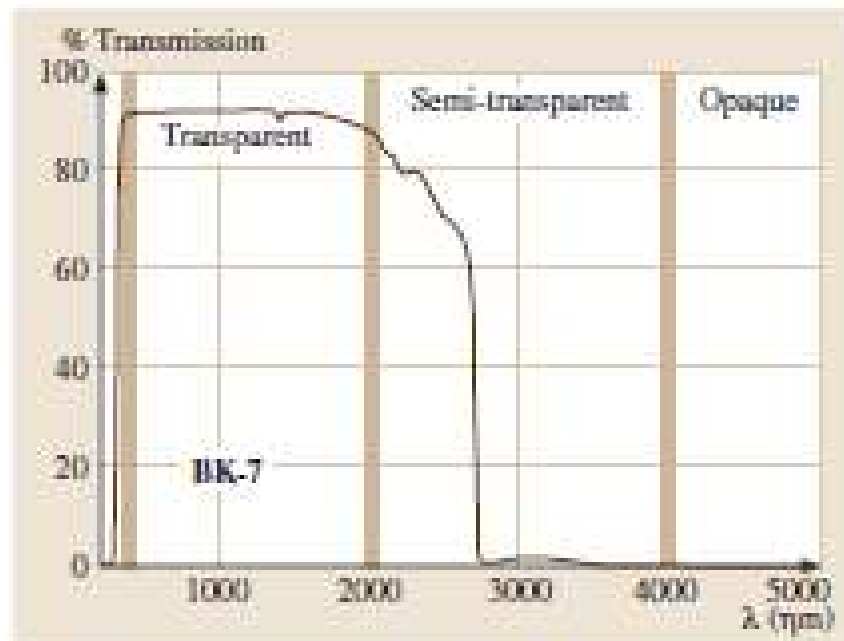


Fig. 5.11 Transmission through 10 mm thick BK-7 optical glass showing regions of transparency (visible), semi-transparency (near IR) and opacity (far IR).

Lokální pole

$$\vec{E}_{lok} = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0}$$

$$\vec{p} = \beta \vec{E}_{lok}$$

$$\vec{P} = \frac{N\beta}{1 - \frac{N\beta}{3\epsilon_0}} \vec{E}$$

$$\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} = \frac{N\beta}{3\epsilon_0} \quad \text{Claussiova- Mossottiho rovnice}$$

$$\tilde{n}^2 = \tilde{\epsilon}_r$$

$$\frac{\tilde{n}^2 - 1}{\tilde{n}^2 + 2} = \frac{N\beta}{3\epsilon_0} \quad \text{Lorentzova – Lorenzova rovnice}$$

$$n-1 \ll 1 \quad : \quad \tilde{n}^2 \approx 1 + \frac{N\beta}{\epsilon_0}$$

Clausius-Mossottiho rovnice byla formulována původně pro statické elektrické pole (O. F. Mossotti v roce 1850, R. Clausius v roce 1879). Rovnici pro komplexní index lomu získali poprvé nezávisle v téměř stejné době vědci podobného jména: H. A. Lorentz (1880) a L. Lorenz (1881).

Klasický model pro výpočet indexu lomu kovů

P. Drude (1900) – kovy



$$m \ddot{x} + m \gamma \dot{x} = q E . \quad (14.24)$$

$$\dot{\tilde{x}} = \frac{q E}{m} \frac{1}{\gamma - i \omega} . \quad (14.25)$$

$$\tilde{P} = q N \tilde{x} \quad (14.26)$$

$$\tilde{P} = \frac{\tilde{P}}{-i \omega} = \frac{q \tilde{x} N}{-i \omega} = \frac{i N q}{\omega} \frac{q}{m} \frac{1}{\gamma - i \omega} \tilde{E} . \quad (14.27)$$

$$\tilde{\epsilon}_r = 1 + \tilde{\chi} = 1 + \frac{i q^2 N}{\epsilon_0 m \omega} \frac{1}{\gamma - i \omega} .$$

$$\omega_p^2 = \frac{q^2 N}{\epsilon_0 m} \quad (14.29)$$

$$\tilde{\varepsilon}_r = 1 + \frac{i\omega_p^2}{\omega} \frac{1}{\gamma - i\omega}. \quad (14.30)$$

Kov	$N [10^{28} \text{ m}^{-3}]$	$\omega_p [10^{16} \text{ Hz}]$	$\lambda_p [\text{nm}]$
Cu	8.47	1.63	115
Ag	5.86	1.36	138
Au	5.90	1.37	138
Al	18.1	2.40	79
Zn	1.32	2.00	93

Tabulka 14.1 Plazmové frekvence a vlnové délky vybraných kovů

konstanta tlumení malá vůči frekvenci světla ($\omega \gg \gamma$),

$$\tilde{n}^2 = \tilde{\varepsilon}_r \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}. \quad (14.31)$$

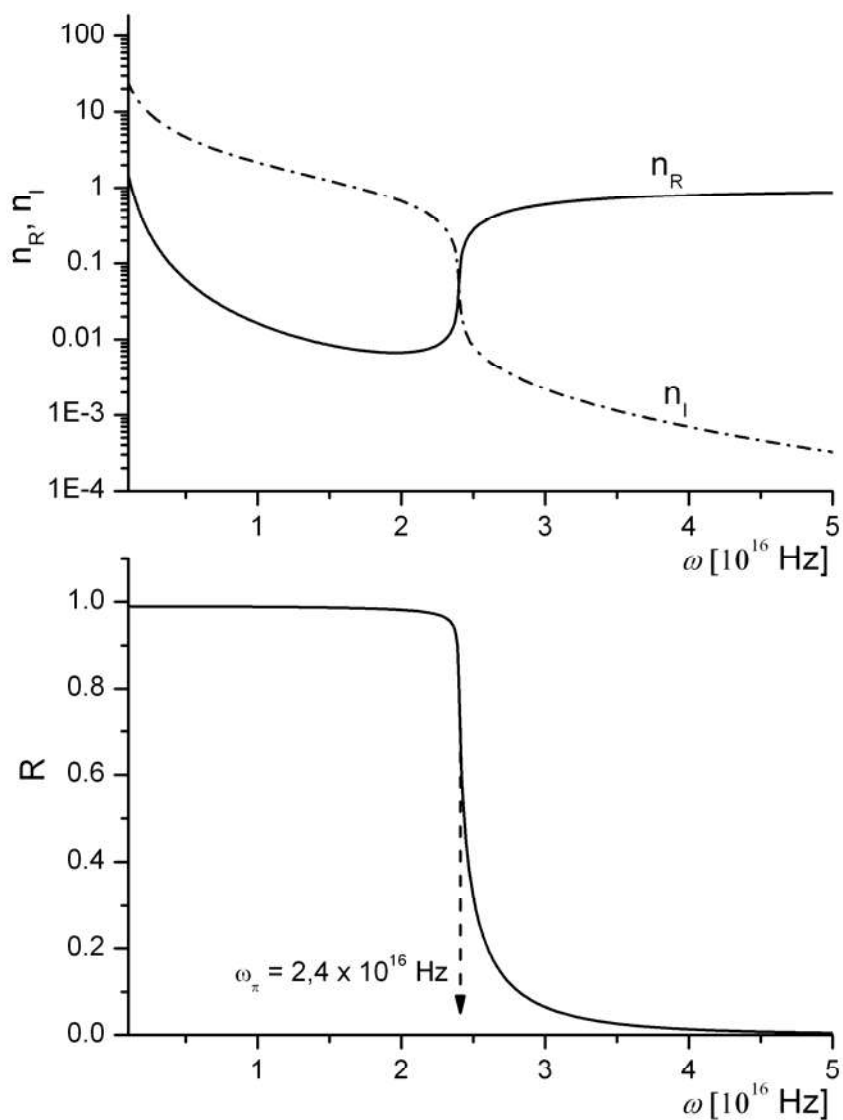
pro frekvence $\omega > \omega_p$ je pravá strana (14.31) kladná a index lomu je reálný.

pro $\omega < \omega_p$ je index lomu ryze imaginární.

Znamená to tedy, že světlo s frekvencí menší než plazmová frekvence je v kovu absorbováno, pro světlo s frekvencemi vyššími než plazmová frekvence je kov průhledný⁶. Ve skutečnosti se kromě odezvy volných nosičů náboje projevuje i odezva vázaných nábojů, proto je nutné k pravé straně rov. (14.31) přičíst odpovídající relativní permitivitu ε_∞ , která bývá ve frekvenčním intervalu v okolí plazmové frekvence konstantní. Podle Fresnelových vzorců je odrazivost pro kolmý dopad rovna

$$R = \left| \frac{\tilde{n} - 1}{\tilde{n} + 1} \right|^2 = \frac{(n_R - 1)^2 + n_I^2}{(n_R + 1)^2 + n_I^2}. \quad (14.32)$$

a pro oblast $\omega < \omega_p$, kdy je index lomu ryze imaginární, vychází $R = 1$. To znamená, že ve viditelné oblasti většina kovů velmi dobře odráží světlo (lesknou se).



Obr. 14.3 a) Spektrální závislost indexů lomu n_R a n_I vypočítaná pro volné elektrony v hliníku ($\omega_p = 2,40 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$, $\gamma = 1,25 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$). b) Spektrální závislost odrazivosti vypočítaná z n_R a n_I podle rov. (14.32).

