Kvazimonochromatické světlo

4. Fázová a grupová rychlost

Spektrální rozklad světla

Dosud jsme uvažovali o světle jako o rovinných vlnách oscilujících na jedné frekvenci, tedy o *monochromatickém světle*. V reálných situacích ovšem světlo mívá složitější spektrální průběh i prostorové rozložení. Nejprve se zaměříme na spektrální vlastnosti, prostorovým chováním se budeme zabývat později

Jak jsme připomněli v kapitole 1, šíření světla v prostředí popisují Maxwellovy rovnice s příslušnými materiálovými vztahy. Pokud je prostředí takové, že materiálové vztahy jsou lineární, platí princip superpozice.

Pokud má světlo složitější spektrální průběh, můžeme ho chápat jako složené z jednotlivých monochromatických složek. Pro časový průběh (tj. například v místě $z=0$) dvou složek

$$E(t) = E(\nu_1)\exp\{-2\pi\nu_1 t\} + E(\nu_2)\exp\{-2\pi\nu_2 t\}. \qquad (4\text{-}1)$$

Pokud se jedná o spojité rozložení frekvencí, je možné psát

$$E(t) = \int_{-\infty}^{\infty} E(\nu)\exp\{-2\pi\nu t\}d\nu\,, \qquad (4\text{-}2)$$

což je ovšem Fourierův rozklad časového průběhu pole. Jednotlivé spektrální složky pole lze získat inverzní Fourierovou transformací

$$E(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} E(t)\exp\{+2\pi\nu t\}dt\,. \qquad (4\text{-}3)$$

Experimentálně je možné rozklad světla do spektrálních složek realizovat poměrně jednoduše, všeobecně známý je rozklad bílého, například slunečního, světla skleněným hranolem (Newtonův experiment).

Pokud jsou spektrální komponenty nenulové jen v nějakém úzkém spektrálním intervalu šířky $\Delta\nu$, tak, že platí $\Delta\nu/\nu << 1$, mluví se o *kvaziminichromatickém světle.*

Fázová a grupová rychlost světla

Fázová rychlost i vlnový vektor rovinné vlny, jak jsme diskutovali v kapitole 1, závisí na indexu lomu prostředí, v němž se světlo šíří. Index lomu látek závisí obecně na frekvenci (vlnové délce) světla, tedy

$$n = n(\omega) \ . \tag{4-4}$$

Tato vlastnost indexu lomu se obvykle nazývá *disperzí materiálu*. Explicitní průběh závislosti (4-4) budeme probírat dále v souvislosti s jejím mikroskopickým mechanismem. Z (4-4) a z (1-10 a 1-12) je zřejmé, že

$$c = c(\omega) = c_0\, n(\omega) \ \text{a} \tag{4-5}$$

$$\vec{k} = \vec{k}(\omega) = \vec{k}_0\, n(\omega) \ . \tag{4-6}$$

Uvažujme nyní šíření kvazimonochromatického světla, které je tvořeno rovinnými vlnami postupujícími ve směru osy z, a jehož spektrální komponenty jsou nenulové na spektrálním intervalu $(\omega_0 - \Delta\omega/2, \omega_0 + \Delta\omega/2)$. Pro výsledné elektrické pole můžeme psát

$$E(z,t) = \int_{\omega_0 - \Delta\omega/2}^{\omega_0 + \Delta\omega/2} E(\omega) \exp\{-i(\omega t - k(\omega) z)\} d\omega \ . \tag{4-7}$$

Je vhodné zavést

$$\delta\omega = \omega - \omega_0 \ , \tag{4-8}$$

pak

$$E(z,t)=\int_{-\Delta\omega/2}^{\Delta\omega/2} E(\omega_0+\delta\omega)\exp\{-i(\omega_0+\delta\omega)t-k(\omega_0+\delta\omega)z)\}d(\delta\omega)\,. \tag{4-9}$$

Závislost velikosti vlnového vektoru na frekvenci můžeme pro frekvence blízké střední frekvenci ω_0 můžeme aproximovat Taylorovým rozvojem

$$k(\omega)=k(\omega_0)+k'(\omega_0)\delta\omega+\frac{1}{2}k''(\omega_0)\delta\omega^2+\dots\,, \tag{4-10}$$

zde derivace jsou v bodě ω_0 ,

$$k'=\frac{dk}{d\omega}(\omega_0)\,,\ k''=\frac{d^2k}{d\omega^2}(\omega_0)\,. \tag{4-11}$$

Omezíme-li se na lineární člen podle $\delta\nu$, dostaneme

$$E(z,t)=\exp\{-i(\omega_0 t-k(\omega_0)z)\}\int_{-\Delta\omega/2}^{\Delta\omega/2} E(\omega_0+\delta\omega)\exp\{-i(\delta\omega\, t-k'\,\delta\omega\, z)\}d(\delta\omega) \tag{4-12}$$

Vzhledem k tomu, že se jedná o kvazimonochromatické světlo, jsou časové a prostorové změny uvnitř integrálu podstatně pomalejší, než závislost faktoru před integrálem. Světlo se tedy v daném případě šíří jako rovinná vlna s frekvencí ω_0 a vlnovým vektorem $k(\omega_0)$, které odpovídají střední frekvenci („*nosná vlna*“), amplituda vlny je ovšem v čase a prostoru modulována, ale tato modulace je podstatně pomalejší. Aniž bychom explicitně prováděli integraci pro speciální rozložení spektrálních amplitud, je z (..) zřejmé, že obálka v prostoru postupuje s rychlostí

$$v_g=\frac{1}{k'}=\frac{d\,\omega}{d\,k}\,. \tag{4-13}$$

Šíření světla je tedy v daném případě charakterizováno dvěma rychlostmi: nosná vlna postupuje s fázovou rychlostí

$$c = \frac{\omega}{k}, \tag{4-14}$$

a amplituda s rychlostí v_g. Tato rychlost se nazývá *grupová rychlost*, protože popisuje šíření shluku (skupiny, grupy) vln, které se liší frekvencí.

Zajímavá je otázka, jak souvisí grupová rychlost s fázovou. Chceme-li přenášet například pomocí světla nějaké informace, musíme světlo modulovat, rychlost šíření pak bude popisovat grupová rychlost. Podle definice je

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(ck)}{dk} = c + k\frac{d(c)}{dk}. \tag{4-15}$$

Pomocí (1-10) , (1-12) lze grupovou rychlost vyjádřit pomocí disperze materiálu, tedy pomocí derivací indexu lomu na frekvenci či vlnové délce

$$v_g = c/(1 + \frac{\omega}{n}\frac{dn}{d\omega}) = c(1 + \frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda}). \tag{4-16}$$

Podle znaménka a velikosti disperze materiálu, $dn/d\lambda$, může být grupová rychlost menší nebo větší než rychlost fázová. V oblastech, kde jsou materiály průhledné, klesá index lomu s rostoucí vlnovou délkou $dn/d\lambda < 0$, pak se mluví o normální disperzi. Ve spektrální oblasti, kde látka absorbuje, je $dn/d\lambda > 0$, tedy disperze anomální. Vhodnou volbou disperzních vlastností lze proto dosáhnout v oblasti normální disperze značného zpomalení šíření světla, v poslední době byly experimentálně pozorovány velmi nízké hodnoty grupové rychlosti (řádově desítky metrů za sekundu), dokonce bylo dosaženo „zastavení světla“ na dobu stovek mikrosekund. Při rychlé závislosti indexu lomu na vlnové délce v oblasti anomální disperze může vycházet velikost grupové rychlosti větší než vakuová rychlost světla c_0 . Přestože se v minulosti vysvětlovalo, že takový případ není experimentálně realizovatelný vzhledem k silné absorpci ve spektrální oblasti anomální disperze, byly v poslední době skutečně experimentálně realizovány situace, kdy $v_g > c_0$. To vyvolává nové diskuse o platnosti speciální teorie relativity, podle které je maximální rychlost přenosu informace c_0, respektive o tom, jak může být ve skutečnosti světlem přenášena informace.