Koherence světla

Úvod do skalární teorie koherence

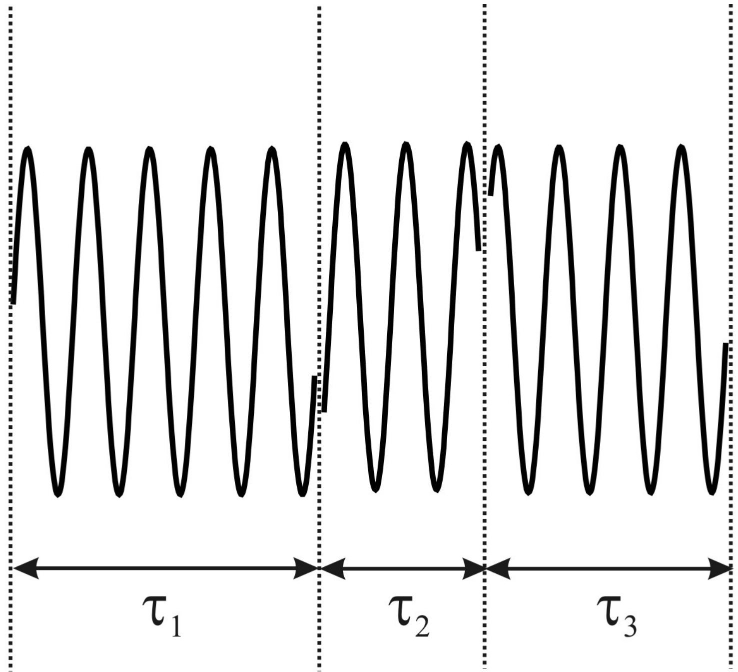
Koherence světla charakterizuje jeho statistické vlastnosti

Pojem koherence světla spojen historicky s intereferencí

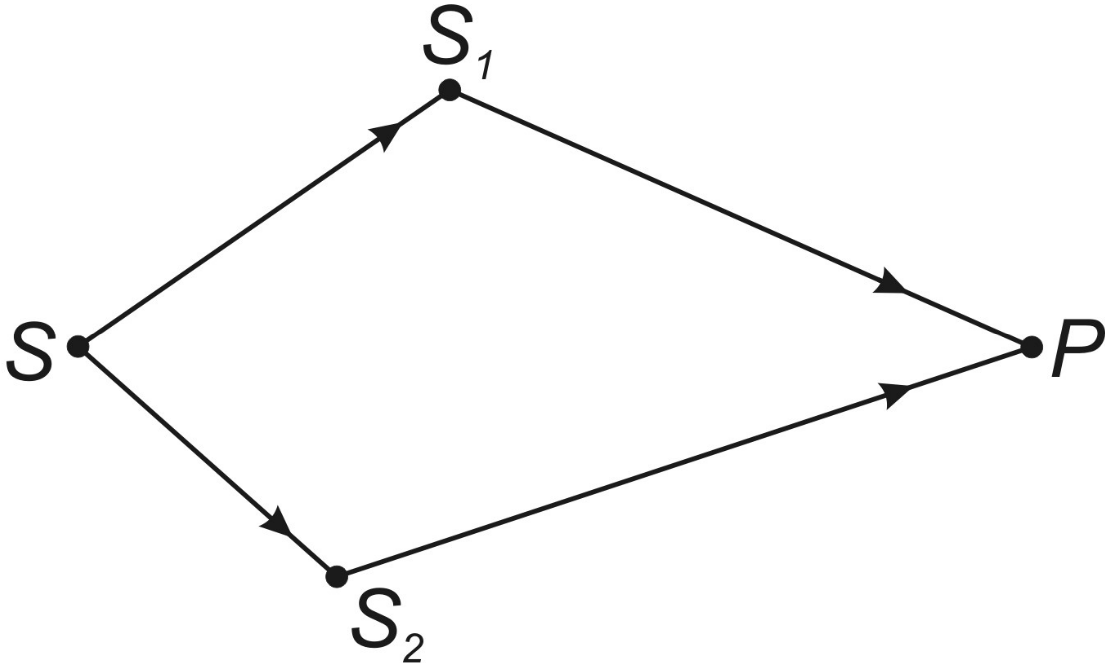
Popis pole skalární (například vhodná lineární polarizace světla)

Světlo se statistickými fluktuacemi – předpokládáme fluktuace fáze

Příklad



Vliv „skoků fáze“ na interferenci?



$$E_P(t) = E_1(t-\tau_1) + E_2(t-\tau_2)$$

τ - Doby průletu

Interferenční obrazec – intenzita = středování

Interferenční obrazec – intenzita = středování

Poznámka: definice intenzity středování v čase …
statistika … střední hodnoty přes soubor ….

pole jsou ergodická a středování přes soubor a čas jsou stejná.

$$E_P(t) = E_1(t-\tau_1) + E_2(t-\tau_2)$$

$$I_P = \left\langle \widetilde{E}_P \, \widetilde{E}_P^* \right\rangle = \left\langle \widetilde{E}_1(t-\tau_1)\widetilde{E}_1^*(t-\tau_1) + \widetilde{E}_2(t-\tau_2)\widetilde{E}_2^*(t-\tau_2) + \right.$$

$$\left. + \widetilde{E}_1(t-\tau_1)\widetilde{E}_2^*(t-\tau_2) + \widetilde{E}_1^*(t-\tau_1)\widetilde{E}_2(t-\tau_2) \right\rangle$$

$$I_P = I_1 + I_2 + 2\mathrm{Re}\left\{ \left\langle \widetilde{E}_1(t-\tau_1)\, \widetilde{E}_2^*(t-\tau_2) \right\rangle \right\}$$

Obvykle se setkáváme se světelnými poli, která jsou statisticky stacionární (charakter fluktuací se nemění s časem, tj. při časovém středování nezávisí na volbě časového počátku). Záleží proto jen na rozdílu zpoždění $\tau = \tau_1 - \tau_2$. Obvykle se také předpokládá,

Komplexní korelační funkce

$$\widetilde{\Gamma}_{12}(\tau) = \left\langle \widetilde{E}_1(t)\; \widetilde{E}_2^*(t+\tau) \right\rangle$$

Formální úpravy:

$$\widetilde{\Gamma}_{12}(\tau) = \left\langle \widetilde{E}_1(t)\ \widetilde{E}_2^*(t+\tau) \right\rangle$$

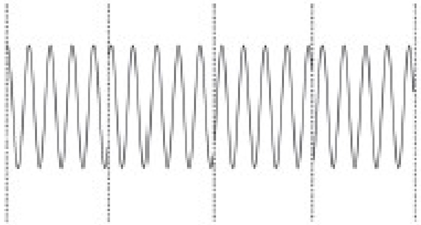
Normování: komplexní stupeň koherence

$$\widetilde{\gamma}_{12}(\tau) = \frac{\widetilde{\Gamma}_{12}(\tau)}{\sqrt{I_1 I_2}} .$$

$$I_P = I_1 + I_2 + 2\mathrm{Re}\left\{\left\langle \widetilde{E}_1(t-\tau_1)\, \widetilde{E}_2^*(t-\tau_2) \right\rangle\right\}$$

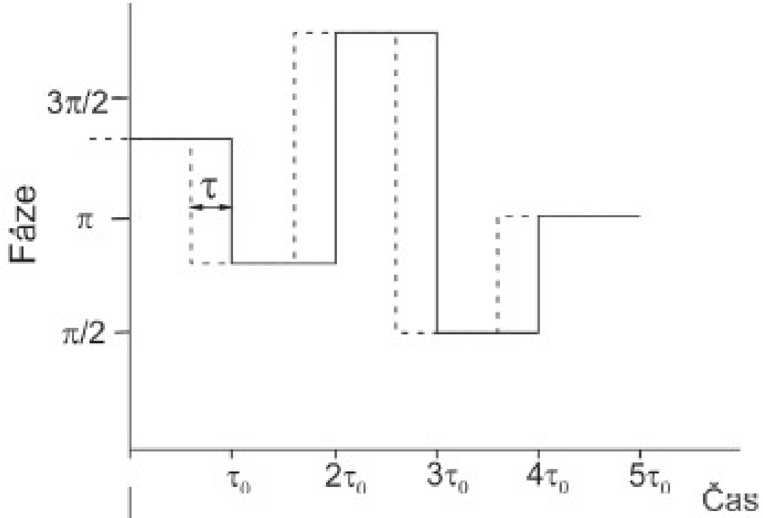
$$I_P = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\ \mathrm{Re}\left\{\widetilde{\gamma}_{12}(\tau)\right\}$$

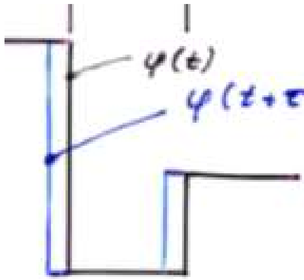
Model statistického chování světla pro objasnění fyzikálního významu stupně koherence

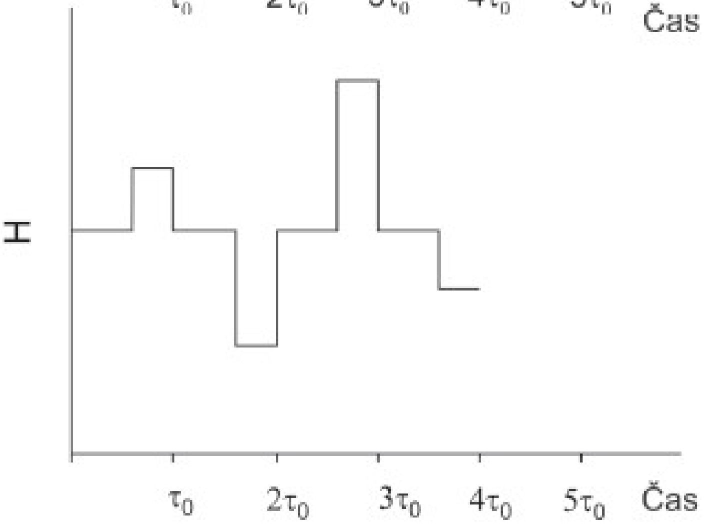


$$\widetilde{E}_1(t) = E_0 \exp\{-i[\omega t - \varphi(t)]\}$$

$$\widetilde{E}_2(t) = E_0 \exp\{-i[\omega(t+\tau) - \varphi(t+\tau)]\}.$$







Rozdíl fází

$$\varphi(t) - \varphi(t+\tau) = 0, \; 0 < t < (\tau_0 - \tau)$$
$$= H_1, \; (\tau_0 - \tau) < t < \tau_0$$

Výpočet stupně koherence

$$\tilde{\gamma}_{12}(\tau) = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{I} = \left\langle \exp\left\{-i\left[\omega t - \varphi(t)\right]\right\} \exp\left\{i\left[\omega(t+\tau) - \varphi(t+\tau)\right]\right\}\right\rangle =$$

$$= \exp\{i\omega\tau\}\left\langle \exp\left\{i\left[\varphi(t) - \varphi(t+\tau)\right]\right\}\right\rangle.$$

$$\tilde{\gamma}_{12}(\tau) = \exp(i\,\omega\,\tau)\frac{1}{T}\int_0^T \exp\left\{i\left[\varphi(t) - \varphi(t+\tau)\right]\right\} dt$$

Časové středování přes libovolný dlouhý interval T

volíme $T = N\,\tau_0$.

$$\tilde{\gamma}_{12}(\tau)=\exp(i\omega\tau)\frac{1}{N\tau_0}\left[\int_0^{\tau_0-\tau}\exp(i0)dt+\int_{\tau_0-\tau}^{\tau}\exp(iH_1)\,dt+\ldots\right],$$

$$\tilde{\gamma}_{12}(\tau)=\exp(i\omega\tau)\frac{1}{N\tau_0}\left[N(\tau_0-\tau)+\tau\sum_{k=1}^{N}\exp(iH_k)\right].$$

předpokládáme zcela náhodné hodnoty H_k :

$$\tilde{\gamma}_{12}(\tau)=\exp(i\omega\tau)\,\frac{\tau_0-\tau}{\tau_0}$$

$$\left|\gamma_{12}(\tau)\right|=1-\frac{\tau}{\tau_0}$$

$$\operatorname{Re}\{\tilde{\gamma}_{12}(\tau)\}=\left(1-\frac{\tau}{\tau_0}\right)\cos(\omega\tau).$$

Opět proužky, ale různá hloubka modulace!!!!!

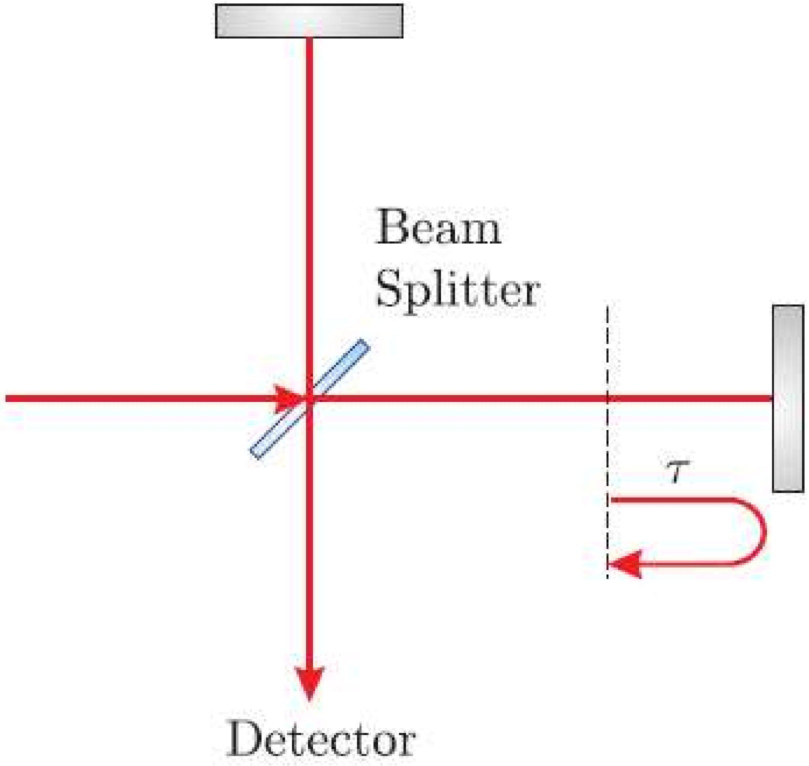
$$I_P = 2I + 2I\left(1 - \frac{\tau}{\tau_0}\right)\cos(\omega\tau)$$

Viditelnost (ostrost) interferenčních proužků V je dána výrazem

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}. \qquad V = \left|\tilde{\gamma}_{12}(\tau)\right|$$

V modelu má smysl uvažovat jen τ v intervalu od 0 do τ_0.

Máme návod, jak experimentálně měřit KOHERENCI SVĚTLA.

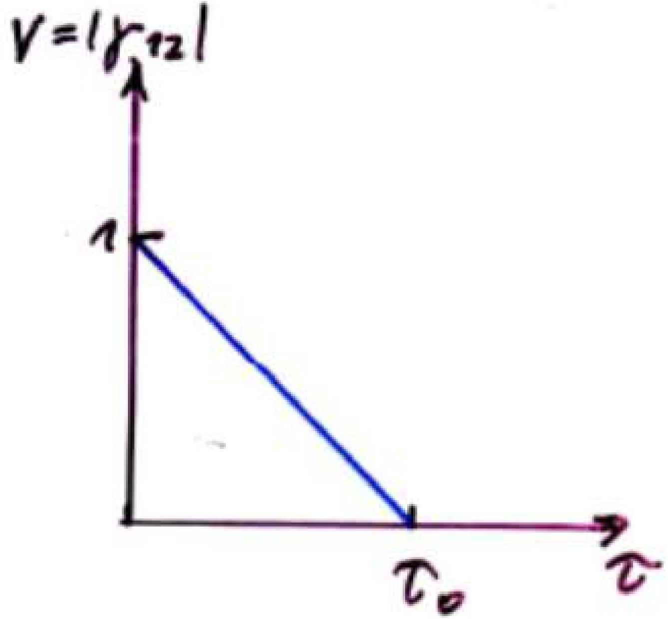


Michelsonův intereferometr – měření časové koherence

Zcela koherentnímu světlu odpovídá $\tau_0 \to \infty$, tedy $V = |\tilde{\gamma}_{12}| = 1$

světlo zcela nekoherentní

$\tau_0 \to \tau$ (pro libovolné zpoždění τ jsou fáze dvou vln nekorelované, velikost integračního intervalu $(\tau_0 - \tau)$, v němž je fázový rozdíl dvou vln nulový, je tedy nulová). Pro zcela *nekoherentní* světlo je proto $V = |\tilde{\gamma}_{12}| = 0$.



Pole jsme měli v různých časech v určitém prostorovém bodě

Často se nazývá **časová koherence**

Spojuje se také s vlastnostmi zdrojů světla.

V modelu skoky fáze vln s charakteristickou dobou τ_0

Podle Fourierovy transformace $$\Delta\nu \approx \frac{1}{\tau_0}$$

Spektrální šířka čáry souvisí s dobou τ_0

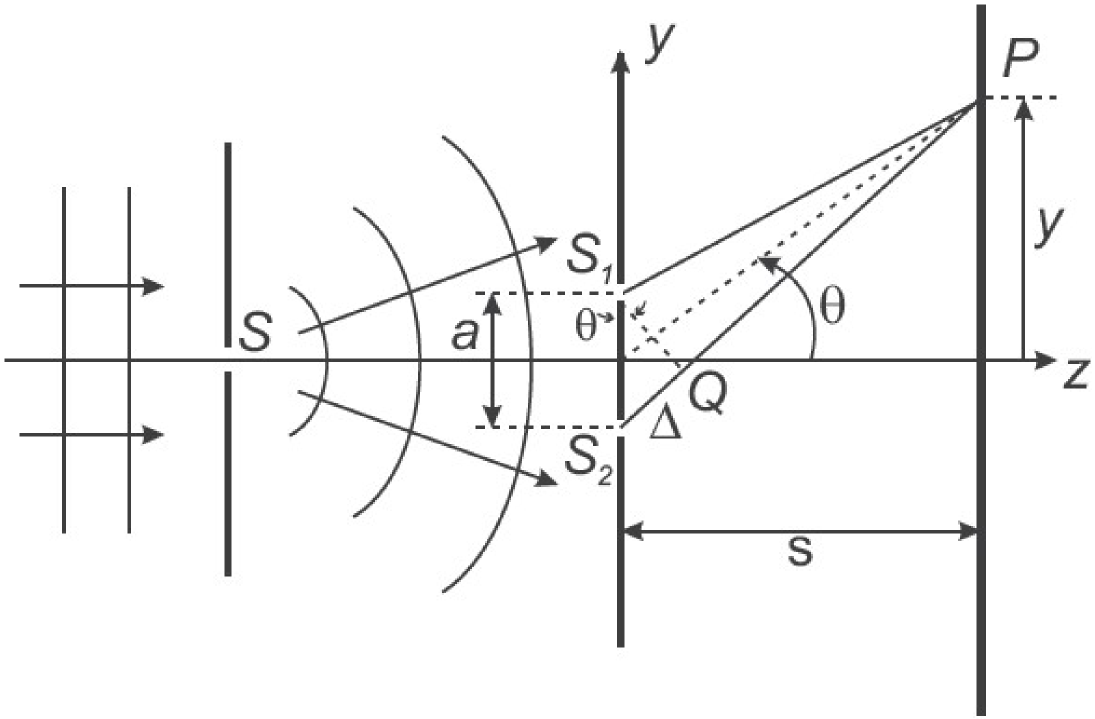
$$l_c = c\tau_0 \approx \frac{c}{\Delta\nu} \qquad\qquad l_c \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

Délka koherence

Pro bílé světlo (například svíčky) je $\Delta\lambda \approx 300\,\mathrm{nm}$, $\lambda \approx 500\,\mathrm{nm}$, odpovídající hodnota je $l_c \approx 800\ \mathrm{nm} \approx 2\lambda$. Čára rtuťové výbojky má vlnovou délku 546 nm, její šířka je 0,025 nm a výsledek je $l_c \approx 1\ \mathrm{cm}$. Pro některé lasery může být délka l_c rovna 10^5 km

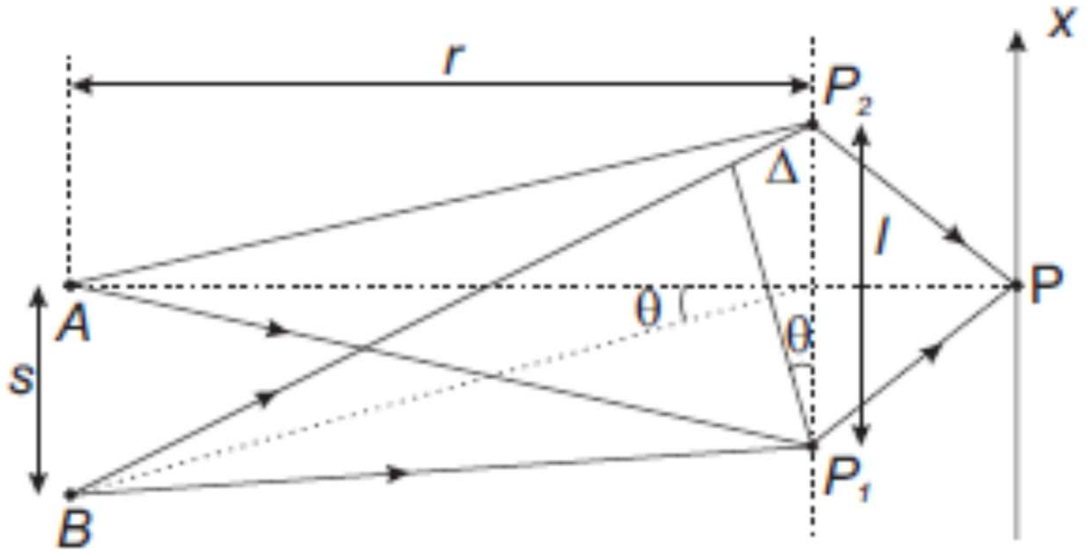
Prostorová koherence

Youngův experiment – dělení vlnoplochy



Obr. 5.3 Schéma Youngova experimentu

Vysvětlení prostorové koherence pomocí dvou nezávislých bodových zdrojů A, B

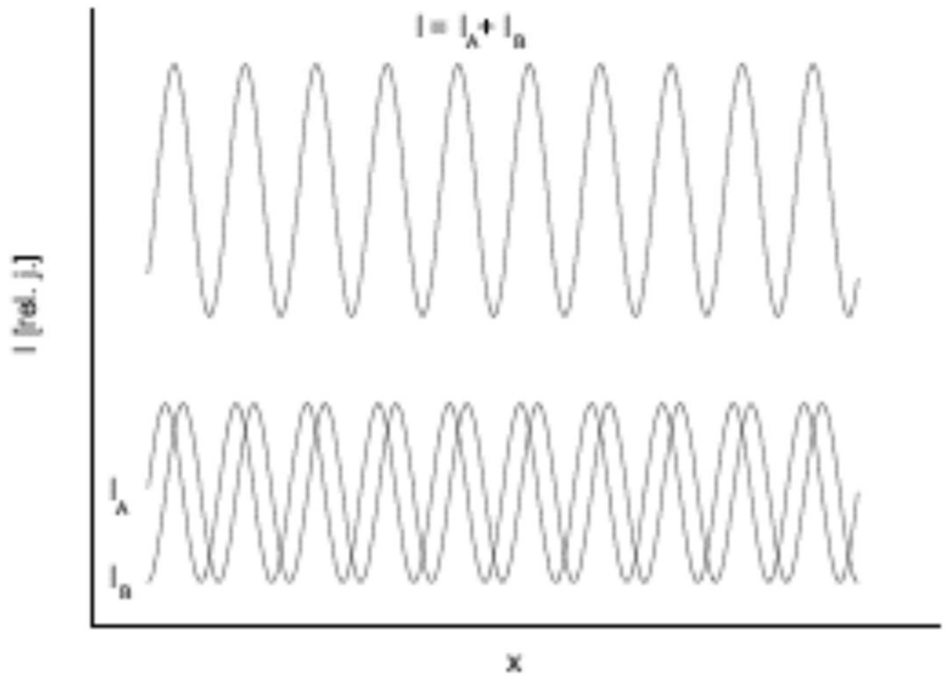


$$AP_1 - AP_2 = 0\,.$$

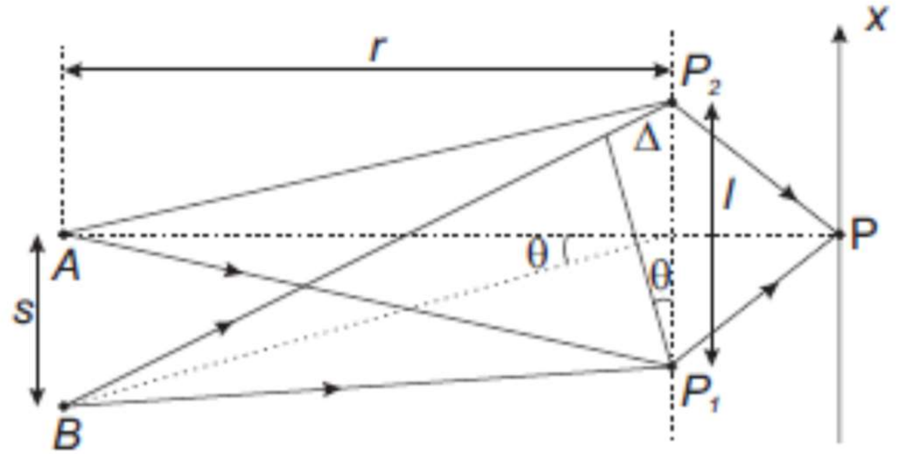
maximum

$$BP_2 - BP_1 = \Delta = \frac{\lambda}{2}\,.$$

minimum



geometrie



$$\theta \approx \frac{s}{r};$$

$$\Delta \approx l\theta$$

$$s \approx \frac{r\lambda}{2l}$$

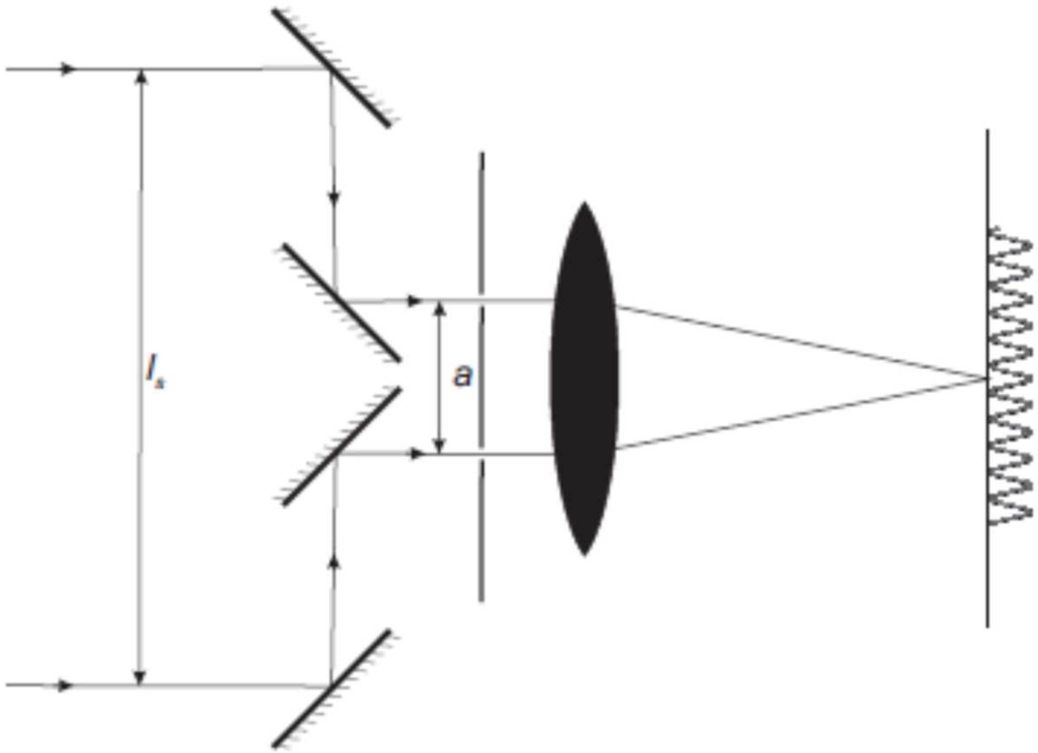
$$\Delta = \frac{\lambda}{2}.$$

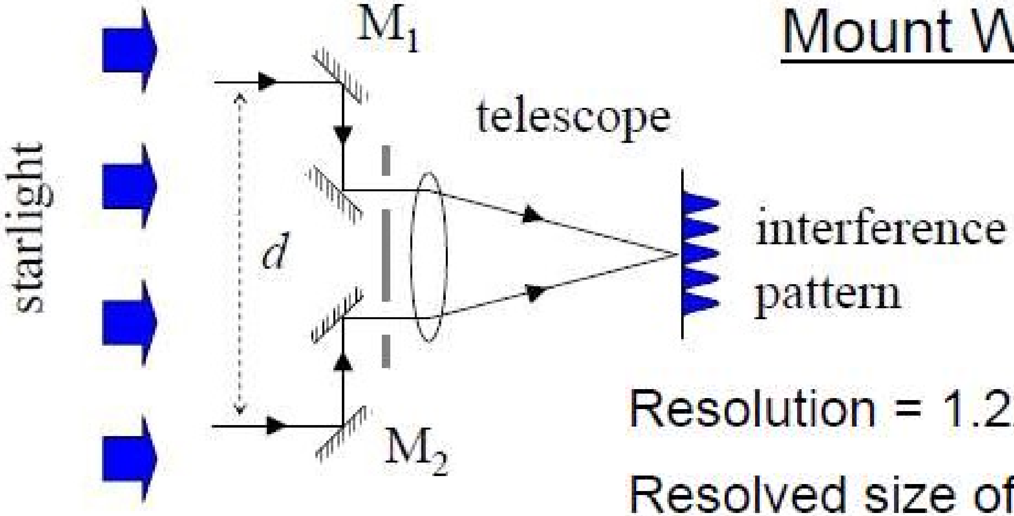
Koherentní, pokud $AB < s \approx \dfrac{r\lambda}{2l}$

šířku koherence

$$l_s < \frac{r\lambda}{s} \approx \frac{\lambda}{\theta}.$$

Michelsonův stelární interferometr





Mount Wilson, 1919

Resolution = 1.22 λ / d ~ 10^{-7} radians for d = 6m @ 500nm

Resolved size of Betelgeuse ($\delta\theta = 2.2\times10^{-7}$ radians)

Mount Wilson Observatory