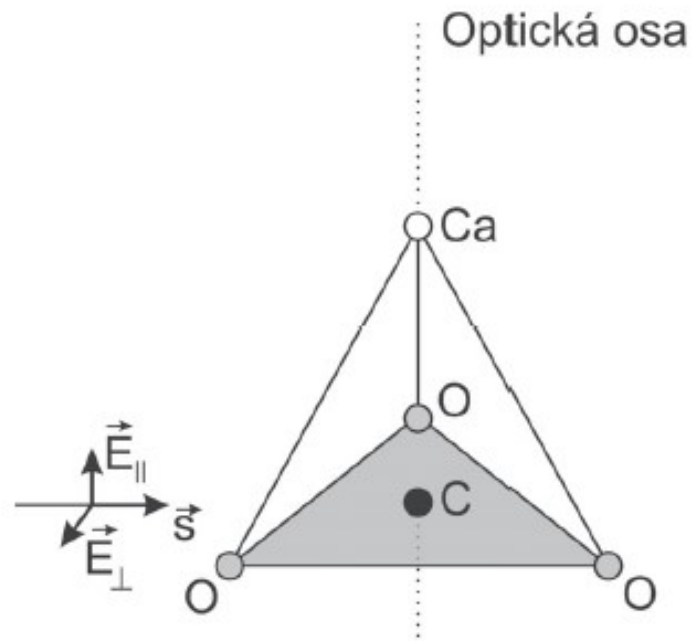


Šíření světla v anizotropních prostředích

Symetrie některých materiálů je taková, že nejsou izotropní a jejich vlastnosti závisí na směru. Například index lomu světla může záviset na směru šíření světelné vlny a na její polarizaci. Může se tak stát, že se při lomu světla v takovém materiálu lámou pod různými úhly různě polarizované svazky. Tento jev, někdy ovšem obecněji závislost indexu lomu na směru a polarizaci, se nazývá *dvojlomem*. Příkladem známé dvojlomné



(CaCO₃)

D_{3d} (tj. $\bar{3}m$) Trigonální soustava

pro 590 nm je $n_{\perp} = 1,658$ a $n_{\parallel} = 1,486$

Optická osa : přímka ve směru, ve kterém nezávisí index lomu na polarizaci vlny

Lze ukázat: látky jednoosé (jeden směr ...)

látky dvojosé (dva směry ...)

látky isotropní (ve všech směrech nezávisí na polarizaci světla)

V dalším budeme předpokládat, že látka je *magneticky izotropní*, tedy že její magnetické vlastnosti na směr nezávisí. Dále budeme uvažovat *prostředí homogenní a nevodivé* ($\sigma=0$), v němž nedochází k absorpci světla.

Vlastnosti tenzoru permitivity

$$\vec{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{bmatrix}$$

$$\epsilon_{ik} = \epsilon_{ki}$$

Lze ukázat, že tenzor je symetrický a lze ho převést do hlavních os na diagonální tvar (viz učebnice, nejedná se o „povinnou část“)

$$\vec{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix}$$

Pak $D_i = \epsilon_i E_i$

Nesčítá se přes i !

$$\varepsilon_x \neq \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$$

Látky dvojosé

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$$

Látky jednoosé

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z$$

Látky izotropní

Světelné vlny v anizotropním prostředí

$$\vec{\tilde{E}}, \vec{\tilde{D}}, \vec{\tilde{H}}, \vec{\tilde{B}} \propto \exp[-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})]$$

$$\vec{s} = \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|}$$

Fázová rychlost

$$\vec{c} = \frac{c_0}{n} \vec{s}$$

$$\vec{k} = k \vec{s} = \frac{\omega n}{c_0} \vec{s}$$

$$\vec{t} = \frac{\vec{S}}{|\vec{S}|}$$

Paprskový vektor

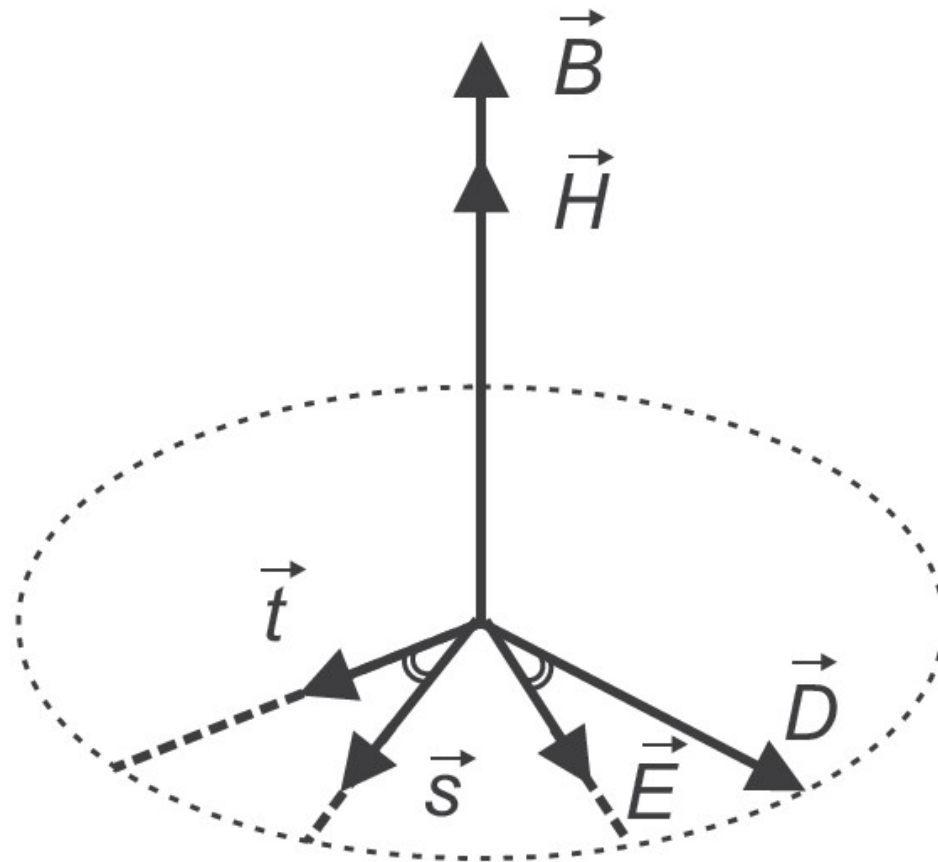
$$\vec{t} \perp \vec{E}, \vec{H}$$

Poyntingův vektor

Maxwellovy rovnice

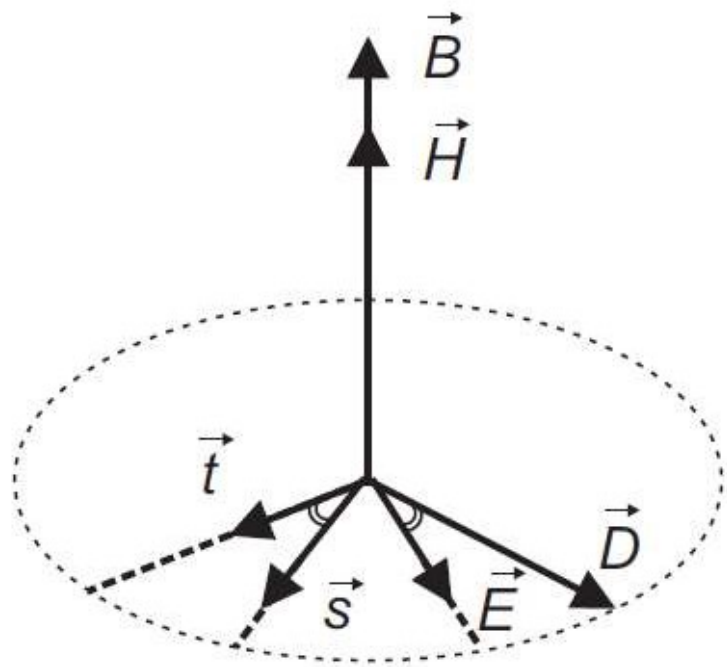
$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -i\omega, \quad \frac{\partial}{\partial x} \rightarrow ik_x, \quad \frac{\partial}{\partial y} \rightarrow ik_y, \quad \frac{\partial}{\partial z} \rightarrow ik_z.$$

$$\begin{aligned} \frac{n}{c_0} \vec{s} \times \vec{E} &= \mu \vec{H} & \vec{B} = \mu \vec{H} & \rightarrow \vec{H} \parallel \vec{B} \\ & & \vec{H} \perp \vec{s}, \vec{E}; & \\ \frac{n}{c_0} \vec{s} \times \vec{H} &= -\vec{D} & \vec{D} \perp \vec{s}, \vec{H} & \\ & & \vec{t} \perp \vec{E}, \vec{H} & \end{aligned}$$



Úhel α mezi vektory \vec{t} , \vec{s} dán materiálovým vztahem

$$D_i = \varepsilon_i E_i$$



$$\frac{n}{c_0} \vec{s} \times \vec{E} = \mu \vec{H}$$

$$\frac{n}{c_0} \vec{s} \times \vec{H} = -\vec{D}$$

$$\vec{D} = -\frac{n^2}{\mu c_0^2} \vec{s} \times (\vec{s} \times \vec{E})$$

$$\varepsilon_k E_k = \frac{n^2}{\mu c_0^2} \left[E_k - s_k (\vec{E} \cdot \vec{s}) \right] \text{ pro } k = 1, 2, 3. \quad D_i = \varepsilon_i E_i$$

Tři uvedené rovnice lze psát jako soustavu tří homogenních lineárních rovnic pro složky elektrického pole

$$a_{k1} E_1 + a_{k2} E_2 + a_{k3} E_3 = 0, \quad k = 1, 2, 3. \quad (13.26)$$

Zde

$$a_{kk} = \varepsilon_k - \frac{n^2}{\mu c_0^2} + s_k^2 \frac{n^2}{\mu c_0^2}, \quad (13.27)$$

$$a_{ki} = \frac{n^2}{\mu c_0^2} s_k s_i, \quad \text{pro } k \neq i. \quad (13.28)$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} & (\varepsilon_{1r} - n^2)(\varepsilon_{2r} - n^2)(\varepsilon_{3r} - n^2) + (\varepsilon_{1r} - n^2)(\varepsilon_{2r} - n^2)n^2 s_3^2 + (\varepsilon_{2r} - n^2)(\varepsilon_{3r} - n^2)n^2 s_1^2 \\ & + (\varepsilon_{1r} - n^2)(\varepsilon_{3r} - n^2)n^2 s_2^2 = 0. \end{aligned} \quad (13.30)$$

Fresnelova rovnice

$$\varepsilon_{1r} = \varepsilon_{2r} \neq \varepsilon_{3r}$$

Jednoosý materiál

$$\begin{aligned} & (\varepsilon_{1r} - n^2) \left[(\varepsilon_{1r} - n^2)(\varepsilon_{3r} - n^2) + (\varepsilon_{1r} - n^2)n^2 s_3^2 + (\varepsilon_{3r} - n^2)n^2 s_1^2 + \right. \\ & \left. + (\varepsilon_{3r} - n^2)n^2 s_2^2 \right] = 0 \end{aligned}$$

Řešení: $(n^2)_1 = \varepsilon_{1r} = n_o^2$

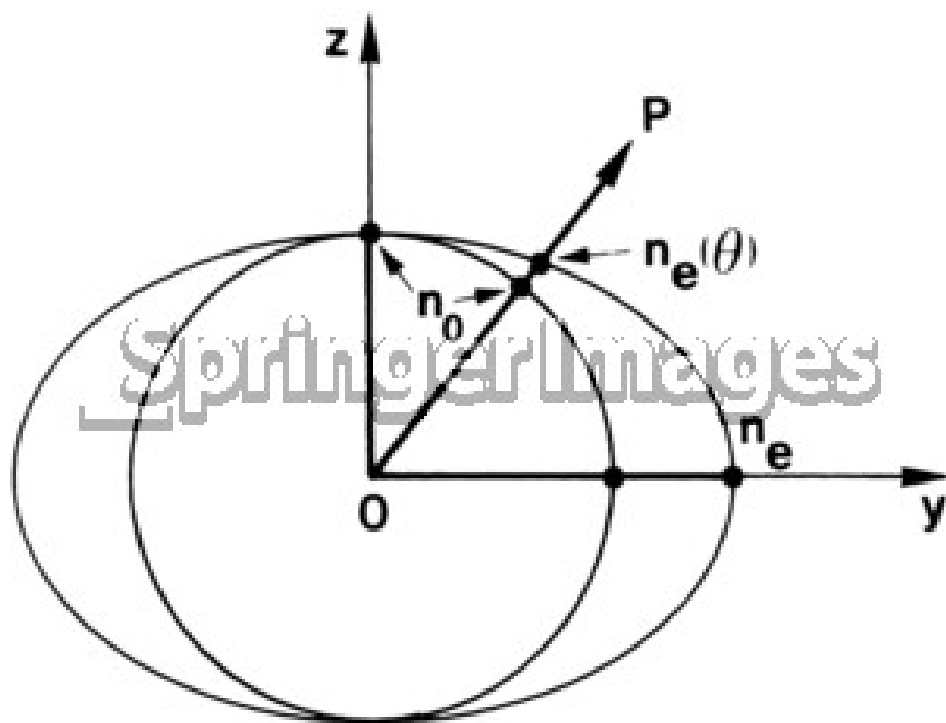
Řádný index lomu

Mimořádný index lomu

$$\vec{s} = (0, s_2, s_3) \quad s_2 = \sin \vartheta, \quad s_3 = \cos \vartheta$$

$$(n^2)_2 = \frac{\varepsilon_{1r} \varepsilon_{3r}}{\varepsilon_{1r} \sin^2 \vartheta + \varepsilon_{3r} \cos^2 \vartheta} = [n_e(\vartheta)]^2$$

Pokud je směr šíření ve směru osy z , je $\mathcal{G}=0^\circ$ a $n^2_e(0)=\varepsilon_{1r}=n_o^2$.
V případě směru kolmého k optické ose, $\mathcal{G}=90^\circ$, je $n^2_e(90)=\varepsilon_{3r}=n_e^2$.
Veličiny n_o, n_e se nazývají *hlavními indexy lomu* (řádný a mimořádný).



normálové plochy.

$$(n^2)_1 = \varepsilon_{1r} = n_o^2$$

$$(n^2)_2 = \frac{\varepsilon_{1r} \varepsilon_{3r}}{\varepsilon_{1r} \sin^2 \vartheta + \varepsilon_{3r} \cos^2 \vartheta} = [n_e(\vartheta)]^2$$

Tabulka 13.1 Vlastnosti a indexy lomu (pro $\lambda = 589,3$ nm) vybraných jednoosých krystalů

Látka	Složení	Symetrie	Typ	n_o	n_e
křemen	SiO ₂	trigonální	pozitivní	1,544	1,553
vápenec	CaCO ₃	trigonální	negativní	1,658	1,486
safír	Al ₂ O ₃	trigonální	negativní	1,768	1,760
led	H ₂ O	trigonální	pozitivní	1,309	1,313
KDP	KH ₂ PO ₄	tetragonální	negativní	1,507	1,467

Tabulka 13.2 Vlastnosti a indexy lomu (pro $\lambda = 589,3$ nm) vybraných dvouosých krystalů

Látka	Soustava	n_x	n_y	n_z
sádrovec	monoklinická	1,520	1,523	1,530
slída	monoklinická	1,522	1,582	1,588
topaz	monoklinická	1,619	1,620	1,627

Tabulka 13.3 Vlastnosti a indexy lomu (pro $\lambda = 589,3$ nm) vybraných izotropních krystalů (kubické krystaly jsou izotropní pokud jde o jejich lineární optické vlastnosti, nelineární optické vlastnosti mohou být anizotropní)

Látka	Symetrie	n
diamant	kubická	2,417
NaCl	kubická	1,544
GaAs	kubická	3,40

$$\vec{D} = -\frac{n^2}{\mu c_0^2} \vec{s} \times (\vec{s} \times \vec{E}) \quad \varepsilon_k E_k = \frac{n^2}{\mu c_0^2} \left[E_k - s_k (\vec{E} \cdot \vec{s}) \right] \text{ pro } k=1,2,3.$$

poměr $E_1 : E_2 : E_3$ reálný

Lineárně polarizované světlo !!!!

vektor \vec{s} obecný:

řešení $n = n_o$ pro řádný index lomu $\varepsilon_{1r} = n_o^2$

$$k=1,2 \quad s_k (\vec{E} \cdot \vec{s}) = 0 \quad \begin{array}{ll} \text{i) } \vec{s} = (0,0,1) & \text{šíření je ve směru optické osy} \\ \text{ii) } \vec{E} \cdot \vec{s} = 0 & \vec{E} \perp \vec{s} \end{array}$$

Z rov. pro komponentu 3 plyne $E_3 = 0$

Řádná vlna polarizována lineárně ve směru kolmém k rovině hlavního řezu, nebo postupuje s libovolnou lin. polarizací ve směru opt. osy

platí $\vec{E} \parallel \vec{D}$

Mimořádná vlna

$$n = n_e(\vartheta) \quad E_k = -\frac{n^2 / \mu c_0^2}{\varepsilon_k - n^2 / \mu c_0^2} s_k (\vec{E} \cdot \vec{s}), k=1,2.$$

Mimořádná vlna

$$n = n_e(\mathcal{G}) \quad E_k = -\frac{n^2 / \mu c_0^2}{\varepsilon_k - n^2 / \mu c_0^2} s_k (\vec{E} \cdot \vec{s}), k=1,2.$$

$$\varepsilon_{1r} = \varepsilon_{2r} \neq n^2$$

$$\text{tedy } \frac{E_1}{E_2} = \frac{s_1}{s_2}$$

\vec{E} leží v rovině hlavního řezu

vektory \vec{E} , \vec{D} nejsou kolineární

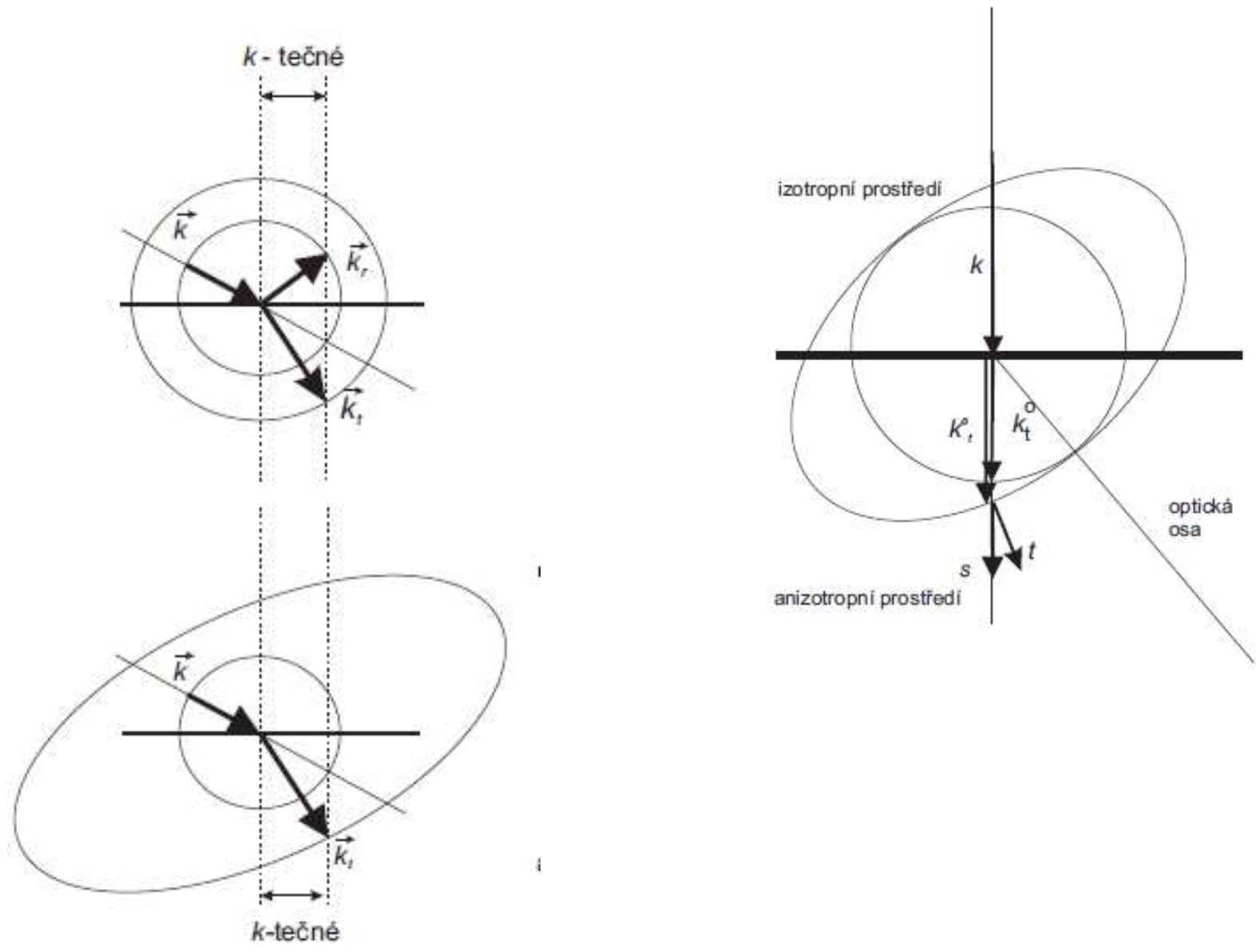
$$n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t$$

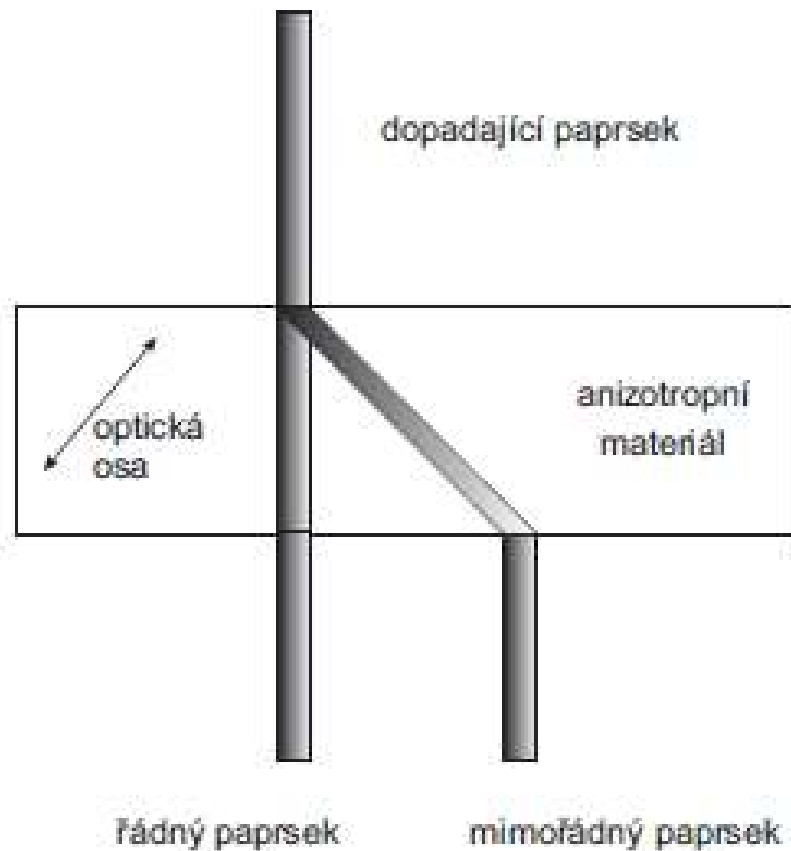
$$\mathcal{G} = \mathcal{G}(\theta_t) \quad n_t = n_e(\theta_t)$$

$$(n^2)_2 = \frac{\varepsilon_{1r} \varepsilon_{3r}}{\varepsilon_{1r} \sin^2 \mathcal{G} + \varepsilon_{3r} \cos^2 \mathcal{G}} = [n_e(\mathcal{G})]^2$$

Lom světla: izotropní – anizotropní prostředí

Lom světla



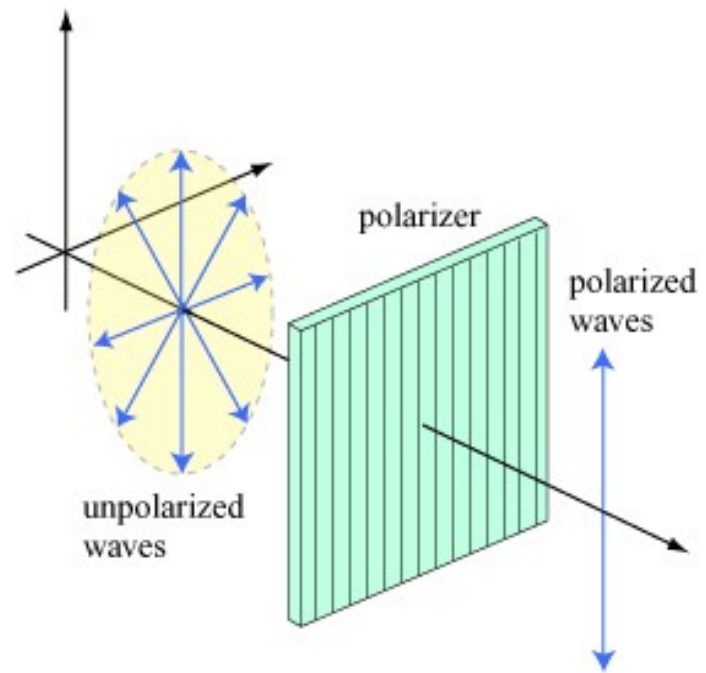


in to the more general case in § 1.7.
 with eqns (1.5) the Maxwell equations (1.3)
 straightforwardly to
 current, the wave equations

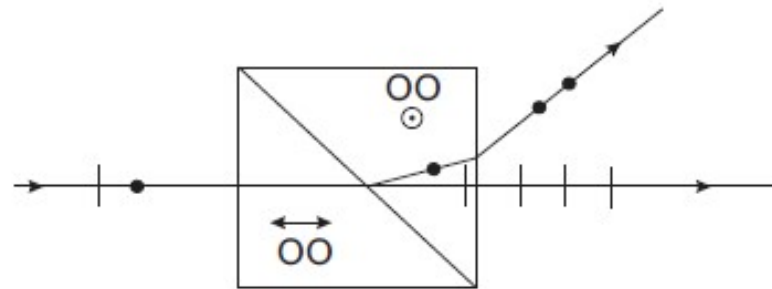
$$\nabla^2 E = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2}$$

$v =$ phase v
 the refractive index

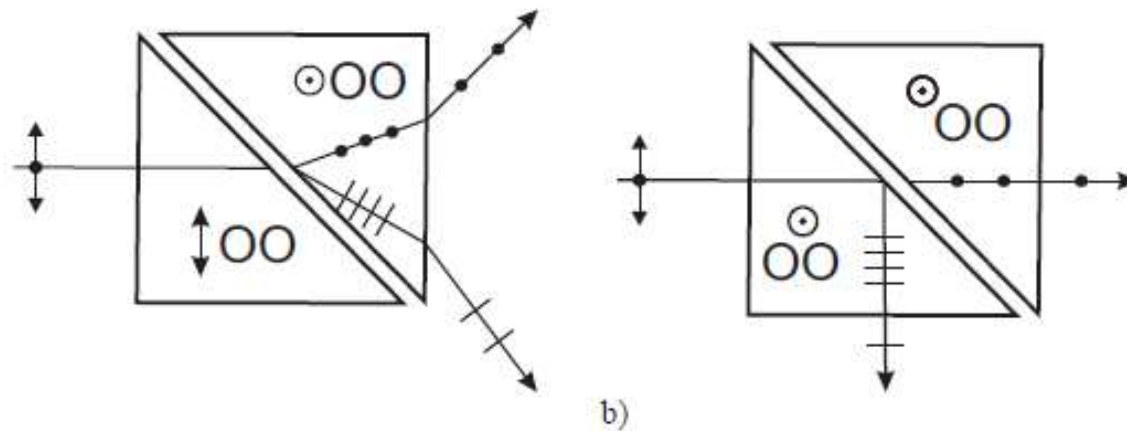
$$n^2 = (c/v)^2 = \mu_r \epsilon_r$$



polarizátory



Rochonův



Obr. 13.11 Další typy polarizačních hranolů: a) Wollastonův, b) Glan-Thompsonův; OO označuje orientaci optické osy v jednotlivých částech hranolu, na čarách znázorňujících paprsky označují symboly směr lineární polarizace vln: čárky v rovině obrázku, tečky kolmo k rovině obrázku

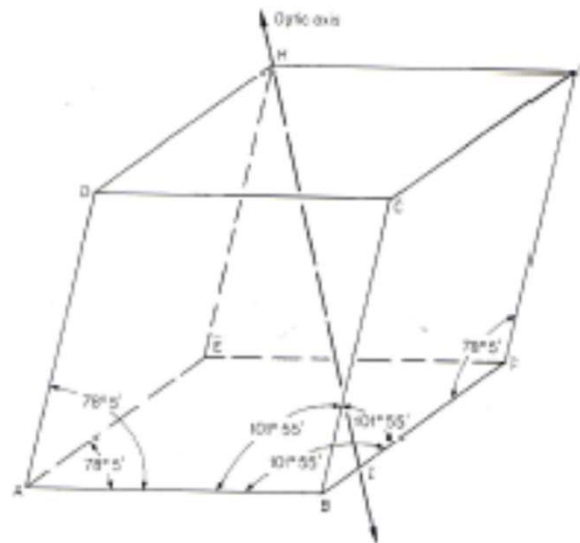


FIGURE 1 Schematic representation of a rhombohedral calcite crystal showing the angles between faces. The optic axis passes through corner H and point I on side BF.

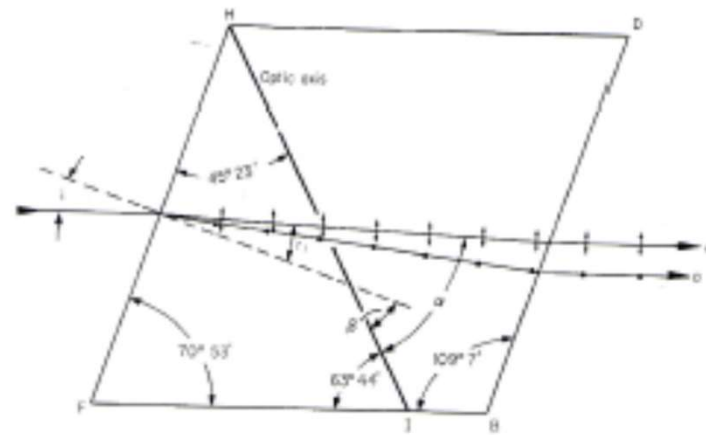
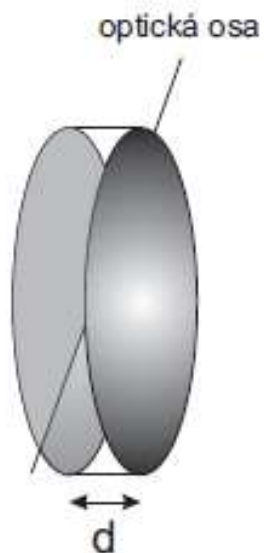


FIGURE 2 Side view of a principal section for the calcite rhomb in Fig. 1. The direction of the optic axis and the direction of the crystal faces are shown.



kompensátor

Rozdíl fázového náběhu

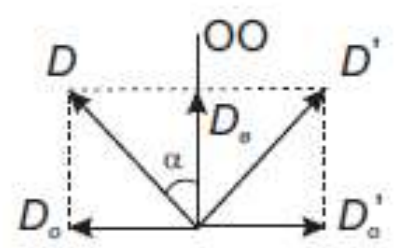
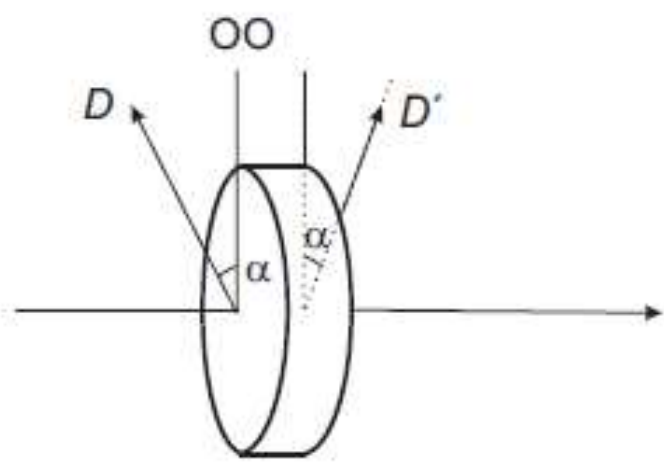
$$\varphi_o = k_o d = \frac{\omega}{c_0} n_o d$$

$$\varphi_e = k_e d = \frac{\omega}{c_0} n_e d$$

$$\Delta\varphi = |\varphi_e - \varphi_o| = \frac{\omega}{c_0} |n_e - n_o| d = \frac{2\pi}{\lambda_0} |n_e - n_o| d$$

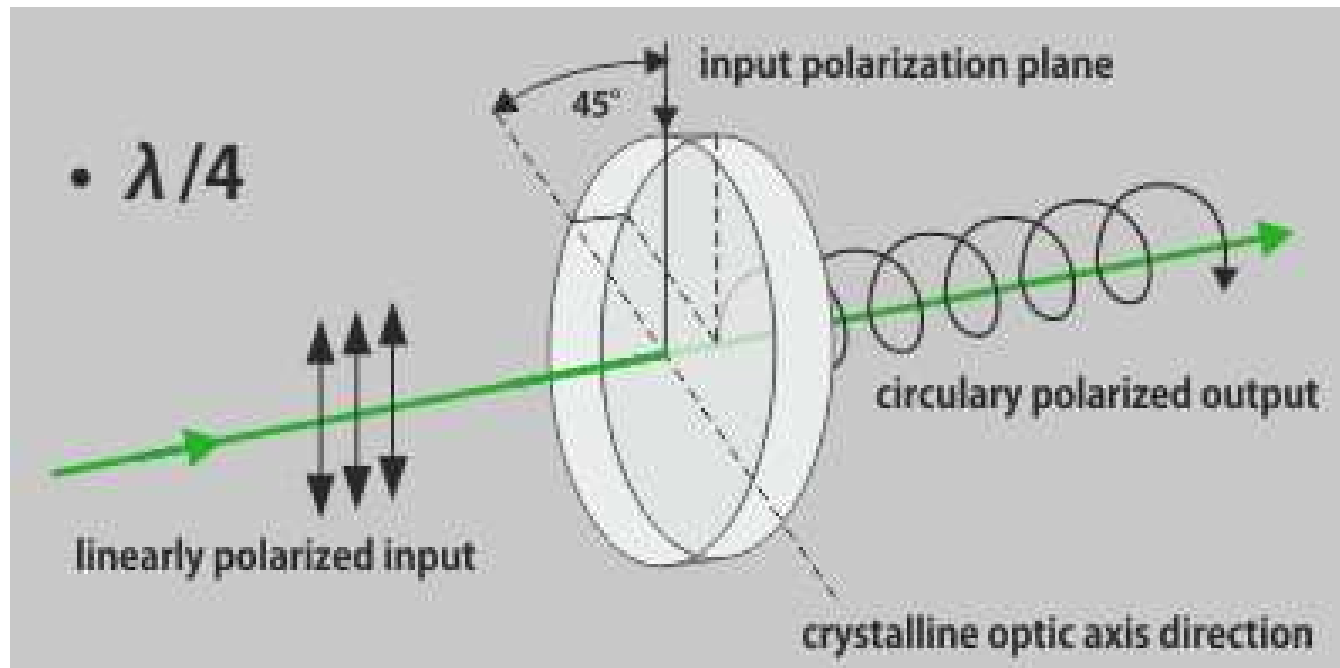
$\Delta\varphi = \pi$ polovlnová destička

$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ čtvrtvlnová destička



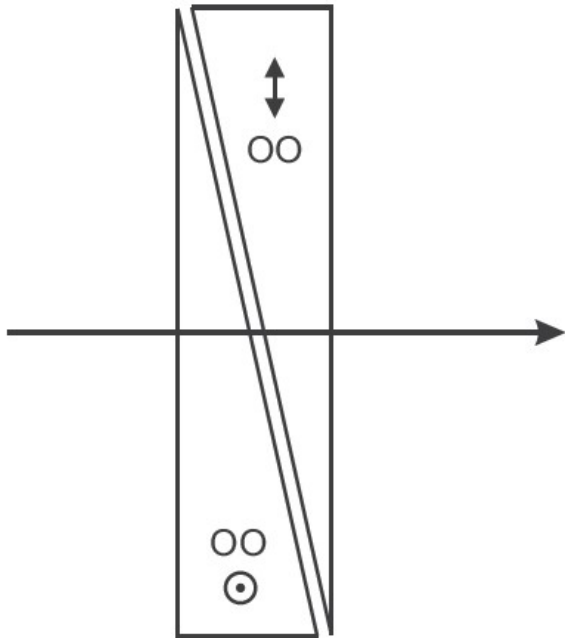
Polovlnová destička

Čtvrtvlnová destička

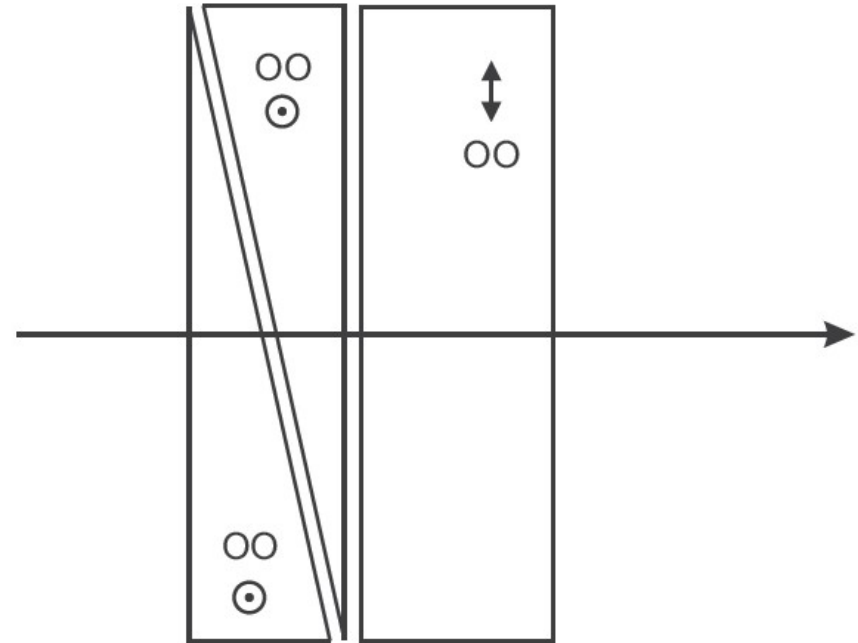


$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$$

Kompensátory

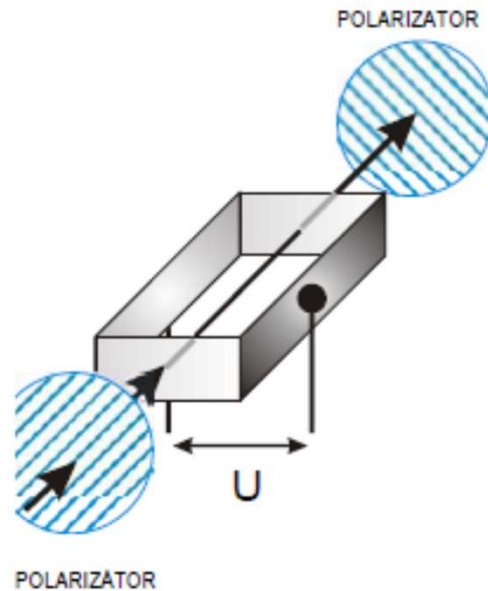


Obr. 13.14 Schéma Babinetova kompenzátora (OO označuje orientaci optické osy)



Obr. 13.15 Schéma Soleilova kompenzátora (OO označuje orientaci optické osy)

Kerrův jev



$$\Delta n = K \lambda \left(\frac{U}{d} \right)^2$$

Látka	Kerrová konstanta K [cm V ⁻²]
Nitrobenzén	$2,4 \times 10^{-10}$
Voda	$4,4 \times 10^{-12}$
Sklo	$10^{-14} - 10^{-23}$

Interference polarizovaných svazků

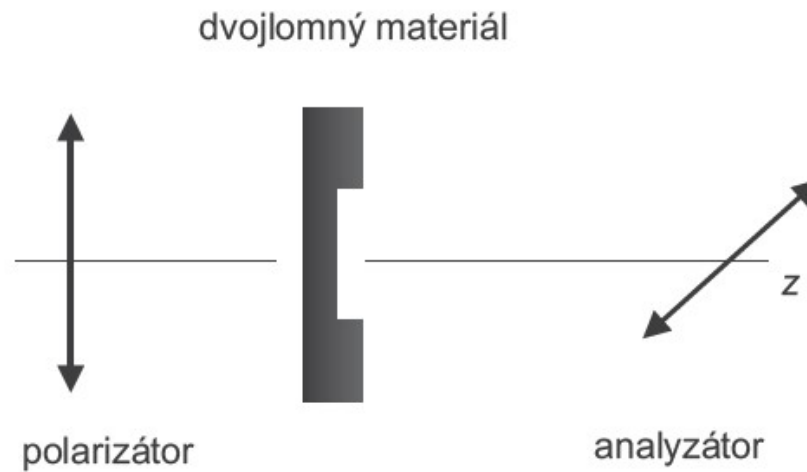
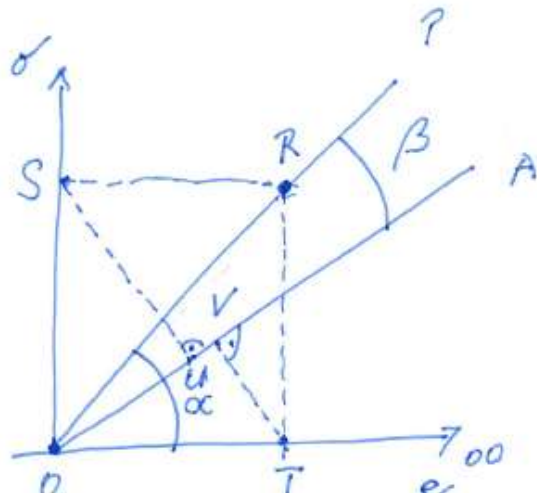
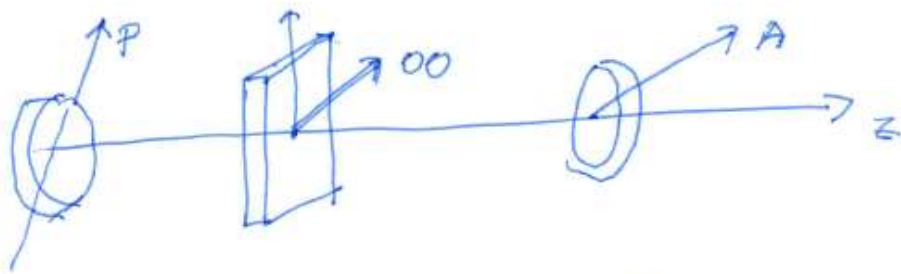


Schéma experimentu k pozorování tzv. interference polarizovaného světla



Příklad

$$OS = OR \sin \alpha \quad OT = OR \cos \alpha$$

$$OV = OT \cos(\alpha - \beta) = OR \cos \alpha \cos(\alpha - \beta)$$

$$OU = OS \sin(\alpha - \beta) = OR \sin \alpha \sin(\alpha - \beta)$$

$$E_A = E_A = (OU e^{i\delta_\sigma} + OV e^{i\delta_e}) \quad \delta = \delta_e - \delta_\sigma$$

$$E_A = OR e^{i\delta_\sigma} (e^{i\delta} \sin \alpha \sin(\alpha - \beta) + \cos \alpha \cos(\alpha - \beta))$$

$$I = I_0 e^{E_A E_A^*} \left[(\cos \alpha \cos(\alpha - \beta) + e^{i\delta} \sin \alpha \sin(\alpha - \beta)) (\cos \alpha \cos(\alpha - \beta) + e^{-i\delta} \sin \alpha \sin(\alpha - \beta)) \right]$$

$$I = I_0 \epsilon^2 E_A E_A^* \left[(\cos \alpha \cos(\alpha - \beta) + e^{i\delta} \sin \alpha \sin(\alpha - \beta)) (\cos \alpha \cos(\alpha + \beta) + e^{-i\delta} \sin \alpha \sin(\alpha + \beta)) \right]$$

$$I = I_0 \left[\cos^2 \alpha \cos^2(\alpha - \beta) + \sin^2 \alpha \sin^2(\alpha - \beta) + \sin \alpha \cos \alpha \sin(\alpha - \beta) \cos(\alpha - \beta) (e^{i\delta} + e^{-i\delta}) \right]$$

$$\underbrace{[\cos \alpha \cos(\alpha - \beta) + \sin \alpha \sin(\alpha - \beta)]^2}_{\cos^2 \beta} - \underbrace{\sin \alpha \cos \alpha \sin(\alpha - \beta) \cos(\alpha - \beta)}_{\frac{1}{4} \sin 2\alpha \sin 2(\alpha - \beta)} \underbrace{[2 - 2 \cos \delta]}_{\frac{4 \sin^2 \frac{\delta}{2}}{2}} \underbrace{2 \cos \alpha \sin \alpha}_{2 \cos \alpha \sin \alpha}$$

$$I = I_0 \left[\cos^2 \beta - \sin 2\alpha \sin 2(\alpha - \beta) \sin^2 \frac{\delta}{2} \right]$$

AIP  $\beta = 0$

$$I = I_0 \left[1 - \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\delta}{2} \right]$$

max: $\alpha = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \dots$

min: $\alpha = \frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi, \dots$

$$I_{\min} = I_0 \underbrace{[1 - \sin^2 \frac{\delta}{2}]}_{\cos^2 \frac{\delta}{2}}$$

$$I_{\min} = 0 : \frac{\delta}{2} = (2p+1) \frac{\pi}{2}$$

$$\delta = (2p+1) \pi$$

$$I = I_0 \left[\cos^2 \beta - \sin 2\alpha \sin 2(\alpha - \beta) \sin^2 \frac{\delta}{2} \right]$$

AHP  $\beta = 0$

$$I = I_0 \left[1 - \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\delta}{2} \right]$$

max: $\alpha = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \dots$

min: $\alpha = \frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi, \dots$

$$I_{\min} = I_0 \left[\underbrace{1 - \sin^2 \frac{\delta}{2}}_{\cos^2 \frac{\delta}{2}} \right]$$

$$\begin{aligned} \therefore I_{\min} = 0 &: \frac{\delta}{2} = (2p+1) \frac{\pi}{2} \\ &\delta = (2p+1)\pi \end{aligned}$$

AP  $\beta = \frac{\pi}{2}$

$$I = I_0 \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\delta}{2}$$

max: $\alpha = \frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi, \dots$

min: $\alpha = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$

} komplementum'k AHP

$$\therefore I_{\min} = 0 \quad \frac{\delta}{2} = p \cdot \pi$$