

ZPRÁVY

O DRUHÉM SJEZDU MATEMATIKŮ

ZEMÍ SLOVANSKÝCH

COMPTES-RENDUS

DU DEUXIÈME CONGRÈS

DES MATHÉMATIENS DES PAYS SLAVES

PRAHA 1934

ZVLÁŠTNÍ OTISK — TIRAGE À PART

PRAHA 1935

JEDNOTA ČESKOSLOVENSKÝCH MATEMATIKŮ A FYSIKŮ

restreint d'axiomes simples, qui semblent évidents à priori. Il se pose alors la question du rapport entre ces „solides parfaits“ et les „solides naturels“ qui existent réellement dans le monde. D'après la Relativité, ce rapport est une coïncidence; celle-ci serait donc le sens exacte des expériences qui sont à la base de la Relativité restreinte.

Dans mon travail „Grundlegendes zum axiomatischen Aufbau der spez. Relativitätsth.“ I et II (Publ. math. de l'Univ. de Belgrade, t. II et III) dont la seconde partie paraîtra prochainement, j'ai déduit les transformations de Lorentz dans le cas le plus simple, de deux „droites matérielles“ se mouvant l'une le long de l'autre, animées de vitesses constantes. La déduction est basée sur cinq „notions primitives“ (point matériel, événement instantané, avoir lieu, apparaître, et avant) et sur treize axiomes. Quant à la coïncidence des „solides parfaits“ avec les „solides naturels“, elle peut être décomposée en cinq éléments qui, dans le cas considéré, assurent théoriquement la validité des transformations de Lorentz pour les „solides naturels“.

Bemerkungen zur Diracschen Theorie.

V. Trkal, Praha.

Die Quantentheorie des relativistischen Einkörperproblems, die von Dirac herrührt, führt bekanntlich zur Existenz von Zuständen negativer kinetischer Energie (negativer Masse) der Elektronen. Da die Erfahrung niemals Teilchen mit negativer Masse zeigt, muß diese Konsequenz als ein Versagen der Theorie angesehen werden. Die bisher vorgeschlagenen Versuche zu einer Modifikation der Theorie können kaum als befriedigend angesehen werden. Zunächst hat Dirac selbst einen solchen Versuch unternommen; Pauli glaubt nicht, daß dieser Ausweg ernstlich in Betracht gezogen werden kann. Eine andere Modifikation der Theorie wurde von Schrödinger versucht. Da jedoch die relativistische und die Eichinvarianz der Theorie bei diesem Eingriff verlorengehen, hat Schrödinger selbst diesen Weg wieder verlassen. Wir müssen uns daher nach einer neuen Modifikation der Theorie umsehen.

Es möge hier kurz die Möglichkeit erwähnt werden, solche Gleichungen für das Elektron aufzustellen, welche bei jeder Drehung im gewöhnlichen Raum invariant bleiben und nur positive Werte der Energie zulassen, wobei die Eichinvarianz nicht verlorengeht.

Betrachten wir zunächst die klassische Theorie im kräftefreien Fall, so sehen wir, daß die positive kinetische Energie des Teilchens, oder genauer gesagt, ihre Hamiltonfunktion $H = c_0 p_0$, die durch $p_0 = (m_0^2 c_0^2 + \sum_1^3 p_k^2)^{1/2}$ gegeben ist, bei den speziellen Lorentztransformationen selbst nicht invariant ist. Das geht nämlich aus den bekannten Transformationsformeln $p'_1 = p_1 \operatorname{ch} \gamma - p_0 \operatorname{sh} \gamma$,

$p'_0 = -p_1 \operatorname{sh} \gamma + p_0 \operatorname{ch} \gamma$, $\operatorname{tgh} \gamma = v/c_0$, $\operatorname{ch} \gamma = (1 - v^2/c_0^2)^{-1/2}$, $\operatorname{sh} \gamma = (1 - v^2/c_0^2)^{-1/2} v/c_0$ hervor. Multiplizieren wir aber die vorige Gleichung $p_0 - \sqrt{m_0^2 c_0^2 + \Sigma p^2} = 0$ mit dem Ausdruck $p_0 + \sqrt{m_0^2 c_0^2 + \Sigma p^2}$, so erhalten wir die Gleichung $p_0^2 - m_0^2 c_0^2 - \Sigma p^2 = 0$, die eine relativistisch invariante Form hat, die also nicht nur gegenüber jeder Drehung im gewöhnlichen Raum (wie die Gleichung $p_0 - \sqrt{m_0^2 c_0^2 + \Sigma p^2} = 0$), sondern auch im Falle der allgemeinen Lorentztransformation invariant bleibt und sich daher bequemer als Grundlage einer relativistischen Theorie benutzen läßt, wie es auch Dirac selbst tatsächlich unternommen hat.

Halten wir aber an der Gleichung $p_0 = +\sqrt{m_0^2 c_0^2 + \Sigma p^2}$ fest, so können wir (außer der Eichinvarianz) nur die Invarianz der gesuchten Gleichungen (für das Elektron) gegenüber jeder Drehung im gewöhnlichen Raum fordern. Die gesuchten Gleichungen bilden dann, nicht ganz korrekt ausgedrückt, einen „Teil“ derjenigen Gleichungen, die der Beziehung $p_0^2 - m_0^2 c_0^2 + \Sigma p^2 = 0$ entsprechen.

Als Endresultat dieses soeben geschilderten Weges erhalten wir folgende symbolische Operatorrelation

$$A\psi = 0,$$

wo A eine gewisse (unendliche) schiefsymmetrische Operatormatrix bedeutet; wir treffen unter mehreren Möglichkeiten folgende Auswahl:

$$A = \begin{array}{c|cccc|cccc|cccc|cccc|cccc} \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -a \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ a \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ -a \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} a \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ -b \\ -c \\ -d \end{array} & \begin{array}{c} b \\ 0 \\ 0 \\ c \end{array} & \begin{array}{c} c \\ d \\ 0 \\ -b \end{array} & \begin{array}{c} d \\ -c \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} 0 \\ -b \\ -c \\ -d \end{array} & \begin{array}{c} b \\ 0 \\ -c \\ c \end{array} & \begin{array}{c} c \\ d \\ 0 \\ -b \end{array} & \begin{array}{c} d \\ -c \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \alpha \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \alpha \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ -\alpha \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} -\alpha \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ b \\ c \\ d \end{array} & \begin{array}{c} -b \\ 0 \\ d \\ -c \end{array} & \begin{array}{c} -c \\ d \\ 0 \\ -b \end{array} & \begin{array}{c} -d \\ c \\ -b \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ b \\ c \\ d \end{array} & \begin{array}{c} -b \\ 0 \\ d \\ -c \end{array} & \begin{array}{c} -c \\ d \\ 0 \\ -b \end{array} & \begin{array}{c} -d \\ c \\ -b \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \alpha \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ -\alpha \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ b \\ c \\ d \end{array} & \begin{array}{c} -b \\ 0 \\ d \\ -c \end{array} & \begin{array}{c} -c \\ d \\ 0 \\ -b \end{array} & \begin{array}{c} -d \\ c \\ -b \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \\ \hline \end{array}$$

in infin.

mit diesen Werten für die a, a^*, α, b, c, d :

$$a = p_0 - m_0 c_0, \quad a^* = -(p_0 + m_0 c_0), \quad \alpha = a + a^*, \quad b = p_3, \quad c = p_2, \\ d = p_1.$$

Auch können wir jetzt erkennen, in welcher Weise diese Gleichungen mit den Diracschen $B\psi = 0$ zusammenhängen. Es ist nämlich

$$B = \left| \begin{array}{cccc|cccc} 0 & 0 & 0 & a & 0 & b & c & d \\ 0 & 0 & -a & 0 & -b & 0 & d & -c \\ 0 & a & 0 & 0 & -c & -d & 0 & b \\ -a & 0 & 0 & 0 & -d & c & -b & 0 \\ \hline 0 & b & c & d & 0 & 0 & 0 & -a^* \\ -b & 0 & d & -c & 0 & 0 & a^* & 0 \\ -c & -d & 0 & b & 0 & -a^* & 0 & 0 \\ -d & c & -b & 0 & a^* & 0 & 0 & 0 \end{array} \right|$$

Zur relativistischen Mechanik.

V. Varićak, Zagreb.

In der klassischen Mechanik werden die Impulskomponenten dargestellt als Ableitungen der kinetischen Energie nach den entsprechenden Geschwindigkeitskomponenten. Das geht in der Relativitätstheorie, wie sie gewöhnlich ausgelegt wird, nicht an. Bei der Darstellung der Relativitätstheorie im Lobačevskij-schen Raume aber bleibt auch in diesem Punkte vollständige Analogie mit der klassischen Mechanik bewahrt.

Elektromagnetické vlny na dielektrických trubiciích.

Ladislav Zachoval, Praha.

Trubice má stěny o dielektrické konstantě ε_2 (permeabilita = μ_2), vně i uvnitř trubice je prostředí o dielektrické konstantě ε_1 (μ_1). Vnější poloměr trubice je ϱ_2 , vnitřní ϱ_3 . Složky elektrické i magnetické síly jsou vyjádřeny (v cylindrických souřadnicích) cylindrickými funkcemi a vypočítají se z Maxwellových rovnic na základě předpokladů: 1. v poli není elektrostatických nábojů; 2. děj je časově ryze periodický; 3. závislost elektrické i magnetické síly na souřadnici z (osa Z v ose trubice) je dána exponentiáloou; 4. vyšetřují se jen ty vlny, které vyhovují Sommerfeldově definici vln na drátech.

Z podmínek na rozhraní vyplývá rovnice pro délku L vlny na trubici příslušnou k frekvenci ω . Kdyby trubice nebylo, šířila by se prostředím při frekvenci ω vlna o délce $l = \frac{2\pi c}{\omega}$. Rovnice pro L jest

$$\begin{aligned} \frac{I_0(\xi) K_0(x)}{K_0(\xi) I_0(x)} \cdot \frac{\nu I'_0(\xi)/\xi I_0(\xi) - I'_0(\eta)/\eta I_0(\eta)}{I'_0(\eta)/\eta I_0(\eta) - \nu K'_0(\xi)/\xi K_0(\xi)} = \\ = \frac{\nu I'_0(x)/x I_0(x) - H'_{10}(y)/y H_{10}(y)}{H'_{10}(y)/y H_{10}(y) - \nu K'_0(x)/x K_0(x)} \end{aligned}$$

$$\eta = \sqrt{p_1 - \lambda^2} \cdot \varrho_3; \quad y = \sqrt{p_1 - \lambda^2} \cdot \varrho_2; \quad p = \varepsilon \mu \left(\frac{2\pi}{l} \right)^2; \quad \nu = \varepsilon_2 : \varepsilon_1;$$