

útvár by mohl sloužití modelem heliového jádra, neodkryje-li ovšem přesné propočítání tohoto modelu rozpor se skutečností. Také touto otázkou se hodlám podrobněji zabývatí později.

V Praze, v ústavu pro teoretickou fysiku Karlovy university, 16. září 1922.

*

Remarque au sujet du récent modèle (de Born) de la molécule de l'hydrogène.

(Extrait de l'article précédent.)

Le modèle de Born de la molécule de l'hydrogène ne peut être que schématique: en effet, une preuve fait voir que les orbites circulaires ou elliptiques, ou, plus généralement, planes, ne sont pas, pour des raisons de statique, possibles. Les noyaux ne peuvent pas être situés dans les plans des électrons, qui doivent, selon Born, faire un angle de 60° . Il est vraisemblable que les noyaux oscillent autour de certaines positions d'équilibre.

On pourrait, en combinant le modèle de Born pour la molécule de l'hydrogène avec celui de Bohr pour l'atome de l'hélium, et en faisant l'inversion, aboutir à un nouveau modèle du noyau de l'hélium ayant la forme schématique que voici:

Autour de l'électron comme centre, les deux noyaux d'hydrogène décrivent, chacune, à peu près un cercle, les plans de ces deux cercles faisant un angle de 120° ; sous ce système se trouve un second système de la même structure, parfaitement semblable et homothétique au premier, tandis que la droite des deux électrons est l'axe de ce nouveau système, de sorte que cette figure possède un degré considérable de symétrie.

Poznámka k nejnovějšímu (Bornovu) modelu vodíkové molekuly.

Napsal Viktor Trkal.

1. V 31. sešitě (ze 4. srpna 1922) letošního ročníku přírodovědeckého týdeníku „Die Naturwissenschaften“ (str. 677–678) podrobuje *M. Born* kritice model vodíkové molekuly, který navrhl *A. Eucken* (tamtéž, seš. 23, str. 533–534), totiž takovou konfiguraci, kde oba elektrony kmitají mezi oběma jádry skoro přímočaře a nespíží se s jádry jen proto, že jádra rotují kolem společného těžiště, a dospívá k přesvědčení, že model *Euckenův* nutno zavrhnouti, ježto odporuje zásadám theorie kvant. Z citovaného článku *Bornova* pro lepší porozumění dalšího vyjímám toto:

Born případně poznamenává, že doba, kdy fantasii badatele se otvíralo široké pole vymýšletí modely atomů a molekul dle libosti, dnes již minula; nyní pomocí pravidel kvantových jsme s to s jakousi, třeba ne naprostou, jistotou sestavovati takovéto modely. Pro výstavbu molekuly přichází v úvahu na prvním místě *Ehrenfestův* princip „adiabatické transformability“. Představme si dva nějak v prostoru ležící normální, jednokvantové atomy vodíku a sblížíme velice pomalu jejich jádra tak dlouho, až oba atomy začnou na sebe poněkud znatelněji působiti. V tomto okamžiku máme před sebou volně spřažený systém, jehož vzájemné působení dalo by se vypočítati dle method theorie poruch, k čemuž se zvláště dobře hodí přibližný způsob počtu, který upravili pro potřeby kvantové theorie *M. Born* a *W. Pauli jun.* (*Ztschr. für Physik* 10, str. 137, 1922). Při tom nutno míti na zřeteli, že systém obou vodíkových atomů jest „zvrhlý“; jsou totiž úhlové rychlosti obou elektronů kolem jejich jader stejné. Dále *Born* naznačuje velmi stručně a jen v hlavních rysech cestu, kterou by se tu bylo bráti, a dospívá k výsledku, že existují jen čtyři typy drah s jednoduchými vlastnostmi periodickými. Tyto čtyři typy drah liší se vespolek tím, že kladný směr uzlové čáry (průsečnice rovin dráhy elektronu s rovinou jdoucí jádrem k tomuto elektronu příslušejícím a kolmou ke spojnici jader, kladná v místě výstupného uzlu) u obou atomů může býti buď stejný anebo právě opačný, a že elektrony se mohou nalézati buď na místech sobě odpovídajících anebo na místech protilehlých. Pro úhel normály k rovině dráhy elektronu kolem jádra se spojnici obou jader nalézá *Born* (pro oba vodíkové atomy tvořící molekulu) jedinou pro theorii kvant a stabilitu modelu přijatelnou hodnotu 60° . Z těchto čtyř typů drah jenom jeden může býti dle *Borna* stabilní a to ten, kde obě uzlové čáry mají kladný

směr (výše definovaný) právě opačně namířen a elektrony se nacházejí na protilehlých (homologických) místech, t. j. jejich fázová difference jest 180° , a to jest právě model vodíkové molekuly, (viz obr. 1.), který považuje *Born* za pravděpodobně správný, neodkryje-li přesné propočítání tohoto modelu spor se zkušeností. *Born* také soudí, že dissociační energie při tomto modelu vyjde větší než u modelu *Bohr-Debyeova*,¹⁾ který jest mechanicky nestabilní a proto *Bohrem* samým již dávno byl opuštěn. Další důvod, který se zdá svědčiti pro správnost tohoto modelu, vidí *Born* v principu, jehož s úspěchem užívá *Bohr* ve svých pracích o modelech atomů všech prvků periodické soustavy (*Ztschr. für Physik*, 9, str. 1–67, 1922),²⁾ že se totiž nevyskytují ony dráhy, jichž roviny splývají, a z ostatních že normálnímu stavu odpovídá dráha s nejmenším momentem, což vede k zmíněnému modelu *Bornovu*. A dále: Sblížíme-li poněkud obě jádra, až splynou, dospějeme k modelu atomu parhelium v normálním stavu, jak jej udal *Bohr*, a který z mnoha důvodů bude asi pravděpodobnější konfigurací helia. Dle *Bohra* (*Ztschr. f. Phys.*, 9, str. 32, 6. ř. zdola, 1922) v normálním stavu heliového atomu pohybují se oba elektrony v ekvivalentních jedнокvantových (dle *Bohrova* označení 1_1) drahách, které jsou v prvním přiblížení kruhy.

2. V jednom ze srpnových čísel letošních anglického přírodovědeckého týdeníku „Nature“ (č. 2755, vol. 110, ze dne 19. srpna 1922, str. 247) sděluje *L. Silberstein* v článku „Some Spectrum Lines of Neutral Helium derived theoretically“ tuto překvapující novinku: Více než čtyřicet spektrálních čar neutrálního helia (atomové číslo = 2) (a *Silberstein* soudí, že pravděpodobně celé spektrum neutrálního helia) dá se vyjádřiti vzorcem:

$$\nu = 4R \left(\frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{m_1^2} - \frac{1}{m_2^2} \right)$$

kde ν jest vlnčet (reciproká délka vlny) světla spektrální čáry vyjádřený v cm^{-1} , $R = 109730$ Rydbergova konstanta a konečně m_1, m_2, n_1, n_2 celá čísla; v lehce pochopitelné symbolice píše *Silberstein* kratěji hořejší formuli takto:

$$\nu = \left(\frac{m_1 \cdot m_2}{n_1 \cdot n_2} \right).$$

Porovnáme-li to se vzorcem vyjadřujícím spektrum vodíku (atomové číslo = 1), resp. ionisovaného helia (atomové číslo = 2), t. j.

¹⁾ Model *Bohr-Debyeův*: Obě jádra tvoří osu molekuly a jsou v klidu; oba elektrony krouží vzájemně diametrálně kolem této osy v rovině souměrnosti obou jader.

²⁾ Vyšlo též jakožto třetí kapitola knížky: *N. Bohr, Drei Aufsätze über Spektren und Atombau. Sammlung Vieweg 56, Braunschweig 1922.*

$$\nu = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \text{ resp. } \nu = 4R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right),$$

můžeme říci, že se věci mají tak, jako kdyby oba elektrony heliového neutrálního atomu si nezpůsobovaly znatelných vzájemných poruch v drahách, které tedy jsou skoro přesně kruhy anebo ellipsy. Pro parhelium uvádí *Silberstein* tyto čáry:

Spektrální čára	ν vypočtené	ν pozorované	A. Fowler: Report on Series in Line Spectra (London 1922), p. 94; Helium, Singlet System:	
$\left(\frac{9.27}{6.7} \right)$	14968	14970	Diffuse $1P - mD$, $m = 2$	$mD = 12205.09$
$\left(\frac{6.10}{4.7} \right)$	19807	19805	Sharp $1P - mS$, $m = 3$	$mS = 7369.82$
$\left(\frac{14.14}{5.8} \right)$	19935	19932	Principal $1S - mP$, $m = 2$	$mP = 12100.56$
$\left(\frac{7.11}{5.5} \right)$	22527	22529	Sharp $1P - mS$, $m = 4$	$mS = 4646.52$
$\left(\frac{7.18}{4.8} \right)$	23977	23980	Sharp $1P - mS$, $m = 5$	$mS = 3195.17$
$\left(\frac{22.24}{5.7} \right)$	24843.9	24843.96	Sharp $1P - mS$, $m = 6$	$mS = 2331.21$
$\left(\frac{7.19}{5.5} \right)$	24939	24 35	Diffuse $1P - mD$, $m = 6$	$mD = 2240.00$
$\left(\frac{11.22}{5.6} \right)$	25313	25215	Principal $1S - mP$, $m = 3$	$mP = 6817.21$
$\left(\frac{9.18}{4.8} \right)$	25822	25820	Diffuse $1P - mD$, $m = 8$	$mD = 1354.68$
$\left(\frac{13.20}{5.6} \right)$	26053	26047	Sharp $1P - mS$, $m = 9$	$mS = 1127.91$

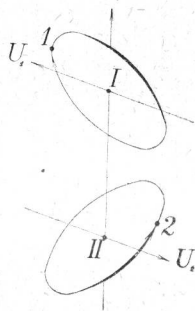
Také u lithia (atomové číslo = 3) se podařilo najít *Silbersteinovi* prozatím osm čar spektrálních, jejichž vlnčet se dá analogicky vyjádřit vzorcem:

$$\nu = 9R \left(\frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2} + \frac{1}{n_3^2} - \frac{1}{m_1^2} - \frac{1}{m_2^2} - \frac{1}{m_3^2} \right).$$

Silberstein se domnívá, že obecně u prvku, jehož atomové číslo jest Z , podaří se prokázat platnost vzorce:

$$\nu = Z^2 R \sum_{i=1}^Z \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{m_i^2} \right).$$

3. Zdá se tudíž lákavé zkusit, zda by se nedalo s úspěchem užít také při *Bornově* modelu vodíkové molekuly podobného předpokladu o nepatrnosti poruch v drahách elektronů. Kdybychom



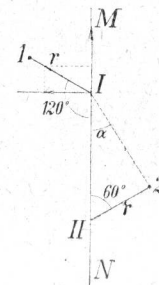
Obr. 1.

tedy připustili, že elektrony nejen v atomech, nýbrž i v molekulách nezpůsobují sobě značnějších poruch v drahách, a dále, že také jádro nepůsobí nijakých ztelnějších poruch v (rovině) dráze jemu nepříslušejícího elektronu, mohli bychom soudit, že dráhy elektronů v modelu vodíkové molekuly jsou buď (skoro) čistě kruhové, (jak předpokládá *Bohr* u parhelie³⁾) a jak by se dalo soudit ze schematického obrazce *Bornova*, kde jádra stojí ve středu a v rovině dráhy elektronů, kterýžto obrazec jest zde reprodukován v obr. 1., anebo (skoro) čistě elliptické.

Avšak jednoduchý počet nás přesvědčí, že model *Bornův* nemůže být tak jednoduchý, jak ukazuje schematický obrazec 1., neboť pak by nevyhovoval staticky.

³⁾ Helium má dvě rozličná spektra; jedno nazývá se dle Bohra spektrem orthohelia, druhé zove se spektrem parhelie a bylo původně připisováno jinému prvku než heliu. Serie orthohelia sestávají z uzoučkých dvojíých čar, kdežto čary parhelie jsou jednoduché.

Za předpokladu kruhových drah obou elektronů, v jejich středu sedí jádra, bude v jistém okamžiku konfigurace *Bornova* modelu vodíkové molekuly taková, jak ukazuje obr. 2. Spojnice elektronu 1 resp. 2 s jádrem I resp. II bude svírat se spojnicí jader úhel 60°. Ježto dle předpokladu dráhy obou elektronů jsou kruhové a jádro leží v rovině dráhy příslušné hojmu elektronu, bude $II = II2 = r =$ poloměru kruhové dráhy jednoho i druhého elektronu. Jaké síly působí na jádro I? — Předně odpudivá síla od jádra II velikosti $e^2 : c^2$, kde $II = c$, a směru $\overrightarrow{IM}$, za druhé přitažlivá síla od elektronu 1 velikosti $e^2 : r^2$ a směru $\overrightarrow{II}$ a za třetí přitažlivá síla od



Obr. 2.

elektronu 2 velikosti $e^2 : (r^2 + c^2 - rc)$ a směru $\overrightarrow{II2}$. Označíme-li úhel $\overrightarrow{II2}$ písmem α , bude

$$\sin \alpha = \frac{r \sqrt{3}}{2 \sqrt{r^2 + c^2 - rc}}, \quad \cos \alpha = \pm \frac{r - 2c}{2 \sqrt{r^2 + c^2 - rc}}.$$

Rozložíme-li složky síly působící ve směru $\overrightarrow{II}$ resp. $\overrightarrow{II2}$ ve složky padající jednak do směru IM , jednak do směru k němu kolmého, obdržíme:

$$\frac{e^2}{2r^2}, \quad \frac{e^2 \sqrt{3}}{2r^2}, \quad \text{resp. } \pm \frac{e^2 (r - 2c)}{2 (r^2 + c^2 - rc)^{\frac{3}{2}}}, \quad \frac{e^2 r \sqrt{3}}{2 (r^2 + c^2 - rc)^{\frac{3}{2}}},$$

kde e jest náboj jádra a $-e$ náboj elektronu.

Má-li zůstat jádro v klidu, musí platit tyto vztahy:

$$\frac{e^2}{2r^2} + \frac{e^2}{c^2} = \pm \frac{e^2 (r - 2c)}{2 (r^2 + c^2 - rc)^{\frac{3}{2}}},$$

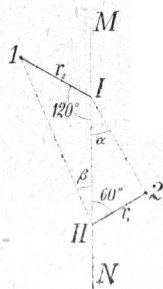
$$\frac{e^2 \sqrt{3}}{2r^2} = \frac{e^2 r \sqrt{3}}{2 (r^2 + c^2 - rc)^{\frac{3}{2}}}.$$

Z druhé rovnice obdržíme $c = r$ a dosazením do první přijdeme k tomuto sporu

$$\frac{3}{r^2} = \pm \frac{1}{r^2}$$

což znamená, že jádro I nemůže být v klidu. Zcela podobně vyšetříme, že jádro II nemůže zůstat v klidu. Tudiž dráha kruhová jak u elektronu I , tak i u elektronu 2 jest nemožná. Analogicky se mají věci v každém dalším okamžiku, kdy $\widehat{IIM} = \widehat{II2} = \psi > 60^\circ$.

Toliko v případě $\widehat{IIM} = \widehat{II2} = 90^\circ$ mohou být obě jádra v klidu a to vyžaduje $c = r$, jak se lehce přesvědčíme.



Obr. 3.

Byla by tudíž na snadě myšlenka zkusiti, zda snad ellipsa (anebo nějaká jiná křivka rovinná, v jejíž rovině leží jádro) může být považována za dráhu jednoho i druhého elektronu, za *Bornova* předpokladu, že obě uzlové čáry jsou antiparalelní a svírají se spojnicí jader úhel 60° resp. 120° , při čemž fázová difference obou elektronů činí 180° .

V tomto případě bude v jistém okamžiku konfigurace modelu vodíkové molekuly taková, jak ukazuje obr. 3. Úvahou zcela podobnou jako prve obdržíme tyto vztahy (viz obr. 3)

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{r_1 \sqrt{3}}{2 \sqrt{r_1^2 + c^2 - r_1 c}}, & \cos \alpha &= \pm \frac{r_1 - 2c}{2 \sqrt{r_1^2 + c^2 - r_1 c}}; \\ \sin \beta &= \frac{r_2 \sqrt{3}}{2 \sqrt{r_2^2 + c^2 + r_2 c}}, & \cos \beta &= \pm \frac{r_2 + 2c}{2 \sqrt{r_2^2 + c^2 + r_2 c}}; \\ (A) \quad \frac{e^2}{2r_1^2} \sqrt{3} &= \frac{e^2 r_1 \sqrt{3}}{2 (r_1^2 + c^2 - r_1 c)^{\frac{3}{2}}}, \end{aligned}$$

$$(B) \quad \frac{e^2}{c^2} + \frac{e^2}{2r_2^2} = \pm \frac{e^2 (r_1 - 2c)}{2 (r_1^2 + c^2 - r_1 c)^{\frac{3}{2}}},$$

$$(C) \quad \frac{e^2}{2r_1^2} \sqrt{3} = \frac{e^2 r_2 \sqrt{3}}{2 (r_2^2 + c^2 + r_2 c)^{\frac{3}{2}}},$$

$$(D) \quad \frac{e^2}{c^2} = \frac{e^2}{2r_1^2} \pm \frac{e^2 (r_2 + r_2 c)}{2 (r_2^2 + c^2 + r_2 c)^{\frac{3}{2}}},$$

při čemž znamení jsou na sobě nezávislá.

Z rovnice (A) obdržíme

$$(E) \quad (r_1^2 + c^2 - r_1 c)^{\frac{3}{2}} = r_1 r_2^2$$

a dosazením (B) najdeme

$$(F) \quad r_2^2 = \frac{c^2}{2r_1} [-r_1 \pm (r_1 - 2c)].$$

Podobně z rovnice (C) plyne

$$(G) \quad (r_2^2 + c^2 + r_2 c)^{\frac{3}{2}} = r_1^2 r_2$$

a dosazením do (D) nalezneme

$$(H) \quad r_2 = \frac{\pm 2c^3}{c^2 (1 \pm 1) - 2r_1^2}.$$

Porovnáním (F) a (H) přicházíme ke sporu, že kladné číslo má se rovnati zápornému:

$$(K) \quad [c^2 (1 \pm 1) - 2r_1^2]^2 \cdot [-r_1 \pm (r_1 - 2c)] = 8r_1 c^4.$$

Z toho vidíme, že jádra nemohou ležeti v rovinách drah elektronů, které dle spolu *Borna* mají svíratí úhel 60° . Pravděpodobně jádra budou vykonávati kmity kolem jistých rovnovážných poloh. Bližší diskusse tohoto problému vedla by nás zde příliš daleko; doufám, že se budu moci k tomuto problému vrátiti na jiném místě podrobněji.

Ke konci ještě v krátkosti dovolím si poznamenati, že kombinací tohoto modelu vodíkové molekuly s *Bohrovým* modelem heliového atomu a inverzí mohli bychom dospěti k novému modelu heliového jádra v tomto schematickém tvaru: Kolem elektronu jakožto středu opisuje každé ze dvou vodíkových jader přibližně kruh, úhel rovin těchto dvou kruhů jest 120° ; pod tímto systémem nalézá se zcela podobný a podobně položený systém druhý téže struktury, při čemž spojnice obou elektronů jest osou takto vzniklého nového útvaru, tak že celý tento útvar má značný stupeň souměrnosti. Souhrn těchto dvou systémů tvoří tedy jeden celek a tento