Vypsání cen za řešení úloh.

Studujícím středních škol, kteří jsou odběrateli „Časopisu“ nebo „Přílohy“, budou letos opět uděleny ceny za správná řešení úloh v „Příloze“:

A. Z **fondu Jaromíra Mareše**, abiturienta reálky v Praze III., jednoročního dobrovolníka-desátníka pěšího pluku, který po zranění v desáté sočské bitvě dne 4 června 1917 u S. Giovanni skonal dne 13. června 1917 v nemocnici ve Štýrském Hradci ve věku 19 let, obdrží letos po druhé dvě ceny (knihy v ceně 16 K) nejlepší řešitelé úloh, a to jednu cenu řešitelé z české reálky v Praze III., druhou cenu řešitelé z české reálky v Čes. Budějovicích; třetí cenu (8 K) dostane nejlepší počtář z české obecné školy v Čes. Budějovicích, v Dlouhé ulici. Kdyby nebylo řešitelů z jmenovaných ústavů ani z českého gymnasia v Čes. Budějovicích, udělí se ceny ty jiným řešitelům.

B. Z **mathematiky**: 1. Ceny první. *Studnička*, Úvod do nauky o determinantech (Sborník, sv. III.), *Koloušek*, Mathematická theorie důchodů jistých a půjček annuitních (Sborník, sv. VIII.), 3 ročníky *Přílohy*. 2. Ceny druhé. *Koloušek*, Mathematická theorie atd. (Sborník VIII.), *Studnička*, Základové nauky o číslech, 2 ročníky *Přílohy*. 3. Ceny třetí. *Řehořovský*, Základové vyšší algebry, díl I., *Studnička*, O kvaternionech, 1 ročník *Přílohy*.

C. Z **deskriptivní geometrie**: 1. Ceny první. *Sobotka*, Deskriptivní geometrie promítání parallelního (Sborník, sv. X.). 2. Ceny druhé. *Weyr Ed*, Projektivná geometrie základných útvarů prvního řádu (Sborník, sv. I.).

D. Z **fysiky**: 1. Ceny první. *Strouhal*, Akustika (Sborník, sv. V.). 2. Ceny druhé. *Čubr*, O měření země, *Kučera*, Tajemství dalekonosných děl, *Krkoška*, Základy pohybového příčinosloví, *Seydler*, Izák Newton a jeho principia.

O kontaktním odporu.

Dr. **Viktor Trkal**.

Při zapínání a vypínání proudu, obzvláště v praksi elektrotechnické užíváme t. zv. „kontaktů“, t. j. zjednáváme si (resp. přerušujeme) uzavřený vodivý kruh buď přitlačením (resp. odsunutím) jedné vodivé plochy na druhou (tlakový kontakt) anebo posunováním jedné vodivé plochy po druhé (klouzavý, posuvný kontakt). Následkem okysličování těchto vodivých ploch tlakový kontakt bývá zcela spolehlivý jen tehda, když kontakty jsou postříbřeny anebo pokryty jiným vzácným kovem (platinou), a proto technické přístroje se hotoví téměř vždy s posuvnými kontakty. Mezi posuvné kontakty lze zařaditi všemožné tvary vypínačů užívané v tak širokém měřítku v elektrotechnice, kde máme co činiti se dvěma po sobě klouzajícími posuvnými plochami. Přednost posuvného kontaktu před ostatními záleží v tom, že okysličené vrstvy při posunování ploch se stírají a plochy se k sobě přibrušují, což zlepšuje jakost kontaktu.

Mezi oběma na sebe přiléhajícími plochami kontaktu povstává vždy t. zv. *kontaktní odpor*, o jehož existenci svědčí ta okolnost, že při neracionální konstrukci kontaktu teplo, které se vyvíjí na místech styku, může jej částečně roztaviti ba i spáliti. Ačkoliv vypínače jsou všeobecně rozšířeny, máme dosud pouze prvé pokusy přiblížení k podrobnějšímu vyšetření jich činnosti jak s hlediska experimentálního tak i theoretického.

Účelem těchto řádek jest najíti zákon, kterému podléhá kontaktní odpor, a to tak, aby byl dostižen co možná nejlepší souhlas s měřeními, která byla dosud v tomto směru provedena.

I.

Kontaktním odporem rozumíme poměr potenciálního rozdílu mezi dotýkajícími se plochami k intensitě proudu kontaktem procházejícího.

Tento odpor nemůže býti příliš nepatrný z těchto příčin:

1. Plochy kontaktu nebývají nikdy následkem krystallické struktury kovů ideálně hladké, tudíž nedotýkají se ve všech bodech; to zmenšuje příčný průřez vodivého materiálu kontaktu a zvětšuje délku dráhy proudu.

2. Plochy kontaktu nebývají nikdy ideálně čisté, nýbrž vždy jsou pokryty tenkou vrstvou kysličníku nebo jiných sloučenin, jichž specifická vodivost je nepatrná.

Na čem závisí kontaktní odpor? — Především na tlaku, kterým k sobě obě plochy kontaktu tlačíme. Předpokládejme zatím pro jednoduchost, že obě plochy kontaktu tlačíme k sobě všude stejným tlakem P a že velikost tlačené plochy jest f; potom tlak na plošnou jednotku bude $p = \frac{P}{f}$. Odpor, který vzniká zde na ploše f, můžeme si pak představiti jako f paralelně zařazených stejných odporů. Jest jasno, že s rostoucím tlakem na plošnou jednotku ceteris paribus bude klesati odpor r jednotky tlačené plochy, ovšem nevíme, dle jakého zákona. Učiňme předpoklad, že odpor

$$r = \frac{a}{p^n},$$

kde a jest zatím konstanta a exponent $n > 0$ dosud neznámý. Příslušná vodivost jednotky kontaktní plochy bude

$$\frac{1}{r} = \frac{p^n}{a};$$

celková vodivost kontaktní plochy f bude pak $\frac{f}{r} = \frac{fp^n}{a}$ a celkový odpor téže plochy

$$R = \frac{a}{fp^n} = \frac{a}{f\left(\frac{P}{f}\right)^n} \tag{1}$$

čili

$$R = \frac{a}{P^n} f^{n-1}. \tag{1'}$$

Při konstantním tlaku P bude R funkcí jediné proměnné f. V případě $n = 1$ byl by odpor R nezávislý na ploše f a v případě $n > 1$ by stoupal s rostoucí plochou f, což odporuje skutečnosti, jak patrno ze srovnání měření 1) a 3)*) provedených na témž materiálu. Tedy odtud plyne $0 < n < 1$.

Tatáž rovnice (1) dá se však napsati ve tvaru

$$R = \frac{a}{(fp)\,p^{n-1}} = \frac{a}{P} p^{1-n}. \tag{1''}$$

Při konstantním tlaku P bude R funkcí jediné proměnné p. Kdyby bylo $n = 1$, odpor R by vůbec nezávisel na tlaku p, jímž tlačíme na jednotku plochy; zvolíme-li $0 < n < 1$, jak vyplývá z předcházející úvahy, dospíváme k překvapujícímu výsledku, že při konstantním P s rostoucím tlakem na plošnou jednotku p bude odpor R vzrůstati, což však souhlasí s měřeními 1) a 3).*)

Zbývá ještě vyložiti fysikální význam koefficientu a, který charakterisuje materiál kontaktu a který jsme zatím považovali za konstantu. Ve skutečnosti daleko není konstantou, neboť kontaktní odpor jistě závisí ještě na řadě jiných činitelů. Nejbližším z nich by mohla býti ta okolnost, že se dotýkají pouze části ploch na sebe doléhajících následkem jich nerovnosti, čímž se průřez vodiče zkracuje; ale vliv této nerovnosti ploch, ostatně kontrolovatelný pokusem, nemůže býti příliš veliký.

Předně: by se musil projeviti t. zv. tepelným koefficientem odporu. Při většině kovů totiž odpor vzrůstá se stoupající temperaturou a to pro $1^0\,C$ přírustku temperatury přibližně o $4^0/_{00}$, čili krátce: tepelný koefficient odporu většiny kovů obnáší $+4^0/_{00}$. (Výjimku činí $Fe \sim 5$, $Pt \sim 2$, $tek.\,Hg \sim 1$, mosaz ~ 2, konstantan, manganin ~ 0.) Tedy při zahřátí o 100^0 by musilo nastati stoupnutí kontaktního odporu přibližně o $40^0/_0$, což jest zřejmě pravdě nepodobné.

Za druhé: dejme tomu, že kovy Cu-Cu na sebe doléhají co možná hladkou plochou velikosti $1\,cm^2$; pak není dobře myslitelno, že by nerovnosti ploch obnášely více než $0{\cdot}2\,mm$ do hloubky na každé z obou ploch. Tlačíme-li tyto plochy k sobě vahou na př. 25 kg, budou plošky, které nejdříve dolehnou na podložku, tlačeny silou 25 kg tak dlouho, dokud nepovstane protitlak 25 kg. Dejme tomu, že v nejnepříznivějším případě

*) Viz str. 296, 297.

19*

z celé plochy 1 cm^2 tlačí pouze jediná ploška 1 mm^2 na stejně velikou plošku druhého kovu. (Ale měď může sotva snésti tlak 25 kg/mm^2, spíše se rozdrtí.) Proud bude moci direktně přecházeti pouze kovovým sloupečkem 1 mm^2 v průřezu někde uprostřed obou přisunutých ploch. Odpor sloupečku Cu 1 $mm^2 \times 0{\cdot}2\,mm$ bude $0{\cdot}017\,.\,2.10^{-4}\,\Omega$. Odpor sloupečku Cu 100 $mm^2 \times 1\,cm$ byl by $0{\cdot}017\,.\,10^{-4}\,\Omega$, což značí, že kontaktní odpor takového místa může (následkem nerovnosti ploch) dosáhnouti *nejvýše* té velikosti jako odpor plného sloupečku Cu délky 2 cm; ve skutečnosti však kontaktní odpor dosahuje zpravidla hodnot daleko větších.

Za třetí: musil by kontakt Al-Al a Zn Zn míti kontaktní odpor téhož řádu jako Cu; naproti tomu pokus nás přesvědčí, že zmíněné odpory u obou kovů Al i Zn jsou řádu vyššího.

Z toho vidíme, že nerovnost ploch při rovnoměrném rozdělení daleko není hlavní příčinou kontaktního odporu.

Za to kontaktní odpor závisí velice mnoho na očištění ploch, t. j. pochází hlavně od špatně vodivé přechodné vrstvy, která povstává oxydací atmosféry. Abychom odpor mezivrstvy zmenšili, jest třeba plochy řádně očistiti, aby oxydační vrstva zmizela, je třeba je postříbřiti aneb ještě lépe pokrýti platinou. Plochy snadno oxydaci podléhající nutno častěji očistiti.

Je velmi pravděpodobné, že kontaktní odpor nemá buď vůbec aneb jen velmi malý tepelný koefficient. Dejme tomu, že kontaktní odpor má vlivem oxydační vrstvy záporný tepelný koefficient tak, že se při určité temperatuře oba vlivy navzájem ruší. Očistíme-li řádně obě plochy, musil by vystoupiti v popředí kladný tepelný koefficient mědi, kdežto při značnější vrstvě oxydační by se musil objeviti záporný tepelný koefficient. Pokus nám ukáže, že je tomu stěží tak, ale spíše, že se věci mají tak, jako kdyby tepelný koefficient byl stále blízko nully.

Z toho můžeme s jistotou usouditi, že, je-li kontaktní odpor dán tak jednoduchým výrazem (1), hlavní část koefficientu a pochází od oxydační vrstvy.

II.

Přesvědčili jsme se v § I., že R může jen zcela nepatrně záviseti na nerovnosti ploch v případě *rovnoměrného rozdělení tlaku*. Ale ve skutečnosti plochy nejsou nikdy ideálně hladké, což má za následek nerovnoměrné rozdělení tlaku. Tato nerovnoměrnost bude míti značný vliv při malých tlacích P, kdežto při značnějších bude míti vliv nepatrný.

Pokusíme-li se pomocí formule (1) zpracovati výsledky měření na př. 1) (viz str. 296), shledáme, že tato formule obsahující jednu konstantu nám nepostačí. Proto pokusíme se najíti formuli s dvěma konstantami. Za tím účelem učiníme předpoklad, že úhrnný kontaktní odpor skládá se ze dvou částí vřazených za sebou: jedna z nich pochází od mezivrstvy v případě, že by byly plochy absolutními rovinami, a je vyjádřena vzorcem

$$R^* = \frac{a}{fp^n}, \tag{2}$$

(kde $0 < n < 1$ je zatím ještě neznámé), druhá pak jest střední hodnota (prakticky) nekonečného množství všech možných kontaktních odporů mezivrstev pocházejících od vyvýšenin a prohlubin na plochách kontaktu; ježto uvedené vyvýšeniny a prohlubiny jsou umístěny vedle sebe, budou se věci míti tak, jako by jejich odpory byly vřazeny parallelně; lze pak je vyjádřiti takto:

$$R_1 = \frac{a_1}{f_1 p^{n_1}}, \quad R_2 = \frac{a_2}{f_2 p^{n_2}}, \quad R_3 = \frac{a_3}{f_3 p^{n_3}}, \ldots,$$

$$R_k = \frac{a_k}{f_k p^{n_k}}, \ldots \left\{ \begin{matrix} 0 < n_k < 1 \\ k = 1, 2, 3, \ldots \end{matrix} \right\},$$

kde $n_1, n_2, n_3, \ldots, n_k, \ldots$ jsou všechna možná čísla mezi 0 a 1, dále $f_1, f_2, f_3, \ldots, f_k, \ldots$ plošky jednotlivých vyvýšenin nebo prohlubin a p tlak na jednotku plochy. Součet vodivostí

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_k} + \ldots$$

dá tedy úhrnnou vodivost

$$\frac{1}{R^{**}}.$$

Označíme-li střední hodnotu všech koefficientů $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_k, \ldots$ písmenou b_0, můžeme psáti

$$\frac{1}{R^{**}} = \frac{f_1 p^{n_1} + f_2 p^{n_2} + f_3 p^{n_3} + \ldots + f_k p^{n_k} + \ldots}{b_0}.$$

Představíme-li si nyní $f_1, f_2, f_3, \ldots, f_k, \ldots$ jakožto základny a $p^{n_1}, p^{n_2}, p^{n_3}, \ldots, p^{n_k}, \ldots$ jakožto výšky úzkých obdélníků bude $f_1 p^{n_1} + f_2 p^{n_2} + f_3 p^{n_3} + \ldots + f_k p^{n_k} + \ldots$ rovno součtu ploch všech těch obdélníků, kterýžto součet rovná se ploše obdélníka majícího za základnu $f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_k + \ldots = f_0$ a za výšku jistou střední hodnotu $F(p)$ všech $p^{n_1}, p^{n_2}, p^{n_3}, \ldots, p^{n_k}, \ldots$ Předpokládáme-li stejnou pravděpodobnost pro všechna n v mezích od 0 do 1 a představíme-li si n jako abscissu a p^n jako ordinatu obdržíme křivku, jejíž plocha v intervallu (0, 1), pro který jest naše funkce definována jakožto p^n, bude dána výrazem

$$\int_0^1 p^n dn = \left[\frac{p^n}{\log p}\right]_0^1 = \frac{p-1}{\log p},$$

kde log značí přirozený logarithmus Tutéž plochu bude míti však obdélník o základně $= 1$ a výšce $(p-1) : \log p$, kterážto výška bude zároveň naší hledanou střední hodnotou $F(p)$ všech p^n v intervallu (0, 1), t. j.

$$F(p) = \frac{p-1}{\log p},$$

takže

$$R^{**} = \frac{b_0 \log p}{f_0 (p-1)} = \frac{b \log p}{f(p-1)} \tag{3}$$

a úhrnný kontaktní odpor

$$R = R^* + R^{**} = \frac{a}{fp^n} + \frac{b \log p}{f(p-1)};\ 0 < n < 1. \tag{4}$$

Vyloučíme-li p pomocí vztahu $P = fp$, obdržíme

$$R = \frac{a}{P^n f^{1-n}} + b\,\frac{\log P - \log f}{P - f}, \tag{4'}$$

a vyloučíme-li f pomocí téhož vztahu, najdeme

$$R = \frac{ap^{1-n}}{P} + \frac{bp \log p}{P(p-1)}. \tag{4''}$$

Z formule (4) plyne:

$$R = \infty \text{ pro } p = 0,$$
$$R = 0 \text{ pro } p = \infty,$$

což souhlasí s křivkou naměřených hodnot. Z rovnice (4'') jest patrno, že při $P =$ konst. bude R s rostoucím p růsti, jak to požadují měření 1) a 3).

Zbývá nyní určiti exponent n. Hodnota $n = \frac{1}{2}$ dává lepší souhlas s měřením než hodnoty jiné. Druhý člen (logarithmický) formule (4') jest symmetrický vzhledem k P a f; položíme-li $n = \frac{1}{2}$, což jest ostatně střední hodnota mezi 0 a 1, celá formule (4') bude symmetrická vzhledem k P a f. Obdržíme tudíž definitivně

$$R = \frac{a}{f\sqrt{p}} + \frac{b \log p}{f(p-1)} = \frac{a}{\sqrt{Pf}} + b\,\frac{\log P - \log f}{P - f}, \tag{5}$$

kde pro pohodlí značí $\log p$ značí obyčejný logarithmus briggický. Hodnoty koefficientů a, b lze při dané ploše lehko najíti ze dvou měření; na př. při $p = 100\ gr$ a $p = 1000\ gr$.

III.

F. Streintz a *A. Wesely**) měřili kontaktní odpor mosazných destiček a snažili se ustanoviti jeho závislost na tlaku, na intensitě proudu a na mezivrstvě mezi oběma tlačené ploše, na intensitě proudu a na mezivrstvě mezi oběma plochami (vzduch, olej). Přihlédněme, do jaké míry jejich experimentální výsledky potvrzují uvedený vzorec (5). Jejich měření byla provedena velmi pečlivě; bohužel provedli jen velmi málo měření, tak že na řadu otázek nelze dáti dosud zcela bezpečné odpovědi.

Závislost kontaktního odporu na tlaku. Uvedení autoři měřili kontaktní odpor dvou kruhových mosazných destiček tří různých průměrů:

$$2r = 1{,}95\ cm, \quad 2r = 2{,}6\ cm, \quad 2r = 1\ cm.$$

Níže uvedené tabulky obsahují v sloupci „R pozorované" jejich výsledky měření kontaktního odporu, v sloupci „R vypočítané" pak jsou uvedeny hodnoty kontaktního odporu vypočítané pomocí methody nejmenších čtverců ze vzorce (5).

*) Phys. Ztschr. *14*, 1913, p. 489.

Měření 1). $2r = 1{,}95\ cm$, $a = 3698$, $b = 7614$.

$P = fp$	p	R pozorované	R vypočítané	Rozdíl R vyp.—R poz.
46,4 gr	15,536 gr	521*) $\times 10^{-6}\Omega$	523 $\times 10^{-6}\Omega$	$+ 2 \times 10^{-6}\Omega$
584 »	195,54 »	134*) »	118 »	-16 »
1046 »	350,24 »	82*) »	84 »	$+ 2$ »
2046 »	685,08 »	46.5*) »	57 »	$+10{,}5$ »
3404 »	1139,8 »	36,6 »	43 »	$+ 6{,}4$ »
5046 »	1689,7 »	30,6 »	35 »	$+ 4{,}4$ »
8358 »	2798,7 »	29,0 »	26 »	$- 3$ »

Měření 2). $2r = 2{,}6\ cm$, $a = 5759{\cdot}3$, $b = 49284$ (jiný druh mosazi než v měř. 1).

$P = fp$	p	R pozorované	R vypočítané	Rozdíl R vyp.—R poz.
94,5 gr	17,8 gr	948 $\times 10^{-6}\Omega$	948 $\times 10^{-6}\Omega$	0
632 »		414**) »		
1094 »	206,1 »	180 »	180 »	0
2094 »	394,4 »	125 »	116 »	-9
5094 »	959,3 »	54 »	64 »	$+10$

Vidíme tedy celkem dobrý souhlas s měřeními.

Závislost kontaktního odporu na ploše styku. K tomu cíli kruhové plošky užité v měření 2) byly zmenšeny tak, že jich průměr byl nyní $2r = 1\ cm$. Při měření bylo shledáno, že jich kontaktní odpor kolísá během času, tak že toto měření není příliš spolehlivé. V každém případě však jest řádově správné. Výsledky pozorování byly:

$P = fp$	$R + R'$ pozor. v $10^{-6}\Omega$
81,7 gr	3320, 5430, 2950, 3310, 5230
619 »	737, 727, 724, 718
1082 »	396, 393, 396, 400, 391
2082 »	278, 281, 282,
5082 »	158, 158, 156, 153.

Od hodnot $R + R'$ pozor. nutno odečísti odpor mosazných destiček, který obnášel $R' = 63{,}5 \times 10^{-6}\Omega$, tak že obdržíme,

*) Střední hodnota při 0,8 Amp. (viz měř. 5, 6, 7, 8).
**) Hodnota nespolehlivá.

vymýtíme-li první úplně nespolehlivou hodnotu,

P gr	R pozor. v $10^{-6}\Omega$
619	663
1082	332
2082	217
5082	93

Dosadíme-li do vzorce (5)

$$a = 5759{\cdot}3, \quad b = 49284, \quad 2r = 1\ cm$$

a vypočteme-li odtud R, obdržíme tabulku:

Měření 3).

$P = fp$	p	R pozorované	R vypočítané	Rozdíl R vyp. – R poz.
619 gr	788,2 gr	663 $\times 10^{-6}\Omega$	492 $\times 10^{-6}\Omega$	-171
1082 »	1410 »	332 »	340 »	$+ 8$
2082 »	2651 »	217 »	225 »	$+ 8$
5082 »	6471 »	93 »	128 »	$+ 35$

Tato tabulka potvrzuje znova nespolehlivost tohoto měření, ačkoliv **R** vyp. dává výsledky téhož řádu jako R poz. Obě střední hodnoty ještě ukazují dosti dobrý souhlas formule s pozorováním. Provedeme-li zde podobně jako při měř. 1) a 2) výpočet pomocí methody nejmenších čtverců, obdržíme

$$a = -2994, \quad b = 269990,$$

t. j. obdržíme pro koefficient a hodnotu zápornou, což ukazuje znova na nespolehlivost tohoto měření, jak vidno z následujícího:

Předešlá dvě měření na různých druzích mosazi dokazují, že lze psáti při konstantní ploše

$$R = \frac{A}{\sqrt{p}} + \frac{B \log p}{p-1}, \quad A > 0,\ B > 0.$$

Ať je tedy závislost na f jakákoli, musíme tím spíše při témž druhu mosazi jako ve měření 2) obdržeti $A > 0$, $B > 0$, kdežto v našem případě nacházíme $A < 0$, $B > 0$. Jestliže dosadíme $a = -2994$, $b = 269090$, $2r = 1\ cm$, obdržíme tabulku velmi málo uspokojivou:

$P = fp$	p	R pozorované	R vypočítané	Rozdíl R vyp.—R poz.
619	788,2 gr	663 $\times 10^{-6}\Omega$	642 $\times 10^{-6}\Omega$	-21
1082	1410 »	332 »	379 »	$+47$
2082	2651 »	217 »	198 »	-19
5082	6471 »	93 »	77 »	-16

Narýsujeme-li diagram (P, R) z dat měření 2) a 3), obdržíme dosti přibližně $R_3 : R_2 = f_2 : 2f_3 = 7 : 4$, kdež index 2 resp. 3 se vztahuje k měřením 2), 3). Tento vztah jest patrně nahodilý, neboť na diagrammu (P, R) narýsovaném z dat měření 3) a nového měření 4) kontaktního odporu kruhových destiček o průměru $2r = 1{,}95$ *cm* zhotovených z téhož materiálu jako destičky užité při měření 2) a 3) podobného vztahu nikde nevidíme. Bohužel číselných dat měření 4) autoři nikde neuvádějí, jen křivka měření 4) jest narýsována v původním pojednání uvedených autorů (obr. 5 na str. 493, křivka B)

Můžeme tedy s dostatečnou jistotou říci, že kontaktní odpor ze vyjádřiti dosti přibližně vzorcem *)

$$R = \frac{a}{f\sqrt{p}} + \frac{b \log p}{f(p-1)} = \frac{a}{\sqrt{Pf}} + b\,\frac{\log P - \log f}{P-f}, \qquad (5)$$

jestliže se řídí zákonem Ohmovým, t. j. nezávisí-li na intensitě proudu. Při malých tlacích, jak vyčíslení ukazuje, má značný vliv druhý člen (logarithmický) a při velkých tlacích převládá člen prvý, kdežto druhý téměř mizí.

Že souhlas výpočtu s měřením není takový, jak by si bylo přáti, lze jistě aspoň částečně vysvětliti tím, že při značnějších tlacích plochy kontaktu se deformují a tím se mění také konstanty a, b. Ostatně, jak již výše bylo uvedeno, měření provedeno bylo velmi málo, než abychom mohli otázku kontaktního odporu definitivně uzavříti. Nicméně souhlas formule s měřeními je asi takový jako souhlas formule Nernst-Lindemannovy (z theorie spec. tepla) s měřeními týchž autorů (viz Phys. Ztschr. *13*, (1912), p. 309 a Phys. Ztschr. *14*, (1913), p. 871).

IV.

Závislost na intensitě proudu. Ve skutečnosti však, jak F. Streintz a A. Wesely ukázali, kontaktní odpor závisí do jisté míry na intensitě proudu i a to tak, že při malých tlacích R dosahuje jistého maxima; při větších toto maximum mizí a R nabývá slabého minima, jak dokazuje následující měření:

*) který můžeme v každém případě považovati aspoň za formuli empirickou pro praktické potřeby dostačující.

Měření 5). $P = fp = 46{,}4$ *gr*, $2r = 1{,}95$ *cm*, materiál týž jako v 1)

				max.					
i v Amp.	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,8
$R + R'$ v $10^{-6}\Omega$	554	561	571	585	592	578	555	547	546
	553	556	575	586	589	573	554	550	549

$R' =$ vlastní odpor $33.10^{-6}\,\Omega$.

R dostihuje maxima při $i = 0{,}43$ Amp.

Měření 6). $P = fp = 584$ *gr*, $2r = 1{,}95$ *cm*, materiál týž jako v 1). Dat číselných autoři neuvádějí. Diagram ukazuje minimum R při $i = 6$ Amp. (Viz orig. pojedn. obr. 4 na str. 492.)

Měření 7). $P = fp = 1046$ *gr*, $2r = 1{,}95$ *cm*, materiál týž jako v 1)

		min.		
i v Amp.	2,5	4,96	5,95	10.9
$R + R'$ v $10^{-6}\Omega$	113	111	111	113

Měření 8). $P = fp = 2046$ *gr*, $2r = 1{,}95$ *cm*, materiál týž jako v 1)

		min.		
i v Amp.	0,8	6,05	7,8	10
$R + R'$ v $10^{-6}\Omega$	80	76	77	79
	79			
	79,5			

Měření 9). $P = fp = 3404$ *gr*, $2r = 1\ 95$ *cm*, materiál týž jako v 1)

		max.				
i v Amp.	3,01	4,01	4,08	6,1	8,0	10,0
$R + R'$ v $10^{-6}\Omega$	70,9	71,5	68,6	67,8	68,4	69,2

Co se tedy týče závislosti kontaktního odporu na intensitě proudu, vidíme, že variace jeho se pohybují v mezích differencí mezi formulí a měřeními s výjimkou velmi slabých proudů a tlaků a i tam vliv intensity proudu není přílišný, tak že možno tento vliv za obyčejných poměrů zanedbati.

V.

Závislost kontaktního odporu na mezivrstvě. Předcházející měření byla provedena na čistých destičkách, tak že mezivrstvu tvořil vzduch, eventuelně slabounká oxydační vrstva, která se vlivem vzduchu na destičkách utvořila. Autoři vyšetřovali ještě vliv kostěného oleje jakožto mezivrstvy a tu obdrželi užívajíce týchž deštiček jako v měření 4) čísla:

Měření 10). $2r = 1{,}95$ *cm*, materiál jako ve 3) a 4)

$P = fp$	$R + R'$
5085 *gr*	87,5
7400 »	58
10000 »	59

Vlastní odpor destiček $R' = 58{,}6 \times 10^{-6}\,\Omega$, tak že druhý řádek této tabulky dává hodnotu nespolehlivou. Takovým způsobem při velkých tlacích možno kontaktní odpor přivésti téměř k nulle, užijeme-li jako mezivrstvy tenké vrstvy kostěného oleje

Měření 11). $2r = 1{,}95$ *cm*, materiál jako v 3) a 4), tytéž destičky jako ve 3) s olejovou mezivrstvou. Dat číselných autoři neuvádějí, nýbrž měření znázorňují graficky (srv. křivku C' na str. 495, obr. 6 orig. pojed.).

Používajíce olejové mezivrstvy obdrželi autoři taktéž minimum pro R avšak již při poměrně malé intensitě proudu, jak ukazuje diagram (str. 495, obr. 7 orig. pojed.).

Vliv olejové mezivrstvy jeví se v silném zmenšení koefficientů a, b; následkem toho naše tvrzení, že hlavní část koefficientu a ve formuli $R = \frac{a}{fp^n}$ pochází od mezivrstvy, k němuž jsme v § I. úvahou došli, potvrzuje se pokusem a přirozeně se rozšiřuje i na oba koefficienty a, b formule

$$R = \frac{a}{f\sqrt{p}} + \frac{b \log p}{f(p-1)}.$$

VI.

Jak lze zmenšiti kontaktní odpor? — Síla $P = fp$ nemůže často překročiti určitou veličinu, neboť by jinak příliš velké tření nedovolovalo vypnutí kontaktu. Chceme-li kontaktní odpor učiniti co možná malým při dané síle P, musíme plochu f učiniti co možná velikou. Avšak zvětšení plochy f jest zisk relativně malý, poněvadž s rostoucím f klesá p při stálém P.

Abychom snížili odpor R, musíme se především snažiti docítiti co možná stejnoměrného rozdělení tlaku. Při velkých tlacích jest ale velmi nesnadno mechanickým způsobem takového

stejnoměrného rozdělení tlaku docíliti. Proto jest při přesnějších anebo větších kontaktech na př. v elektrotechnické praksi výhodná t. zv. konstrukce kartáčová, spočívající v tomto: Místo kontaktu, který by doléhal celou plochou na podložku, sváže se na př. na jednom konci parallelně aneb za sebou nebo oběma způsoby najednou několik lamellek, tak že tvoří jakýsi kartáč; při zapnutí kontaktu se jednotlivé lamelky od sebe rozestoupí a pomocí zvláštních per dolehnou, každá pro sebe velmi těsně k podložce. Tím se celá plocha rozdělí na části, z nichž každá se podrobí působení jednotlivých per. Jest patrno, že u jednoho „kartáče“ platí o jednotlivých jeho částech totéž, co o celém kartáči. Tudíž při jednom kartáči jest výhodné rozdělení pokud možno na mnoho částí a jednotlivé plíšky učiniti dosti tenké; kromě toho má býti specifický tlak plošný co možná veliký. Jestliže učiníme plíšky velmi tenké, bude buď prohnutí velmi silné aneb tlak velmi malý, z čehož jest patrno, že určitým poměrům bude nejlépe odpovídati určitá tloušťka plechu a určitá délka kartáče.

Hlavní požadavek k docílení malého kontaktního odporu jest dán výrazem (5). Má-li R býti malé, musí býti

1) a, b malé, t. j. řádně očistěné plochy potřeny olejem,
2) p co největší,
3) f co největší,
4) rozdělení tlaku P na ploše f co možná stejnoměrné.

1) *Hodnota* a, b. Jest nutno experimentálně vyšetřiti, jaká kombinace dvou dokonale očistěných a olejem potřených kovů (na př. *Ag*-*Ag*, *Ag*-*Cu*, *Cu*-*Cu*, *Cu*-mosaz etc.) bude nejlepší a za jakých podmínek.

2) *Tlak* P bude záviseti na mechanismu, jímž jej vyvinujeme. Jestliže tlak způsobujeme šroubem, jest jasno, že vzhledem k rovnoměrnému rozdělení tlaku (sub 4) bude lépe užíti menších malých šroubků na rozličných místech tlačené plochy než jednoho velkého.

Abychom docílili velkých tlaků poměrně malými silami, může býti výhodné užíti ploch klínovitých místo rovných, které na sebe budou velmi přesně doléhati, jestliže je vytvoříme týmž frésovacím přístrojem; vůbec podobným vhodným mechanickým zařízením lze značně tlak zvýšiti.

3) *Plocha f* bude také větší, na př. u ploch klínovitě do sebe zapadajících, než u ploch rovných při jinak stejných rozměrech.

4) *Rovnoměrného rozdělení tlaku* docílíme

a) přesným přihlazením ploch,

b) pokud možná rozdělením doléhající plochy na mnoho částí a značnou svobodou jednotlivých částí (kartáč),

c) pérovým zařízením, jímž tlačíme obě plochy k sobě,

d) vyrovnáním ploch rozmáčknutím. Užijeme li příliš velikého tlaku, přilehnou na sebe plochy následkem rozmáčknutí nerovností a hrbolků obou tlačených ploch.

Odpověď na otázku dimensování posuvného kontaktu dá nám vyšetření stupně jeho zahřátí při zapnutí neb vypnutí proudu, kterýžto výpočet, vedoucí k řešení jisté integrodifferenciální rovnice Volterrovy, v hlavních rysech byl předmětem mého pojednání v „Časopise fysicko-mathematické společnosti při Permské státní universitě“ pod záhlavím „O temperatuře posuvného kontaktu při zapnutí elektrického proudu“ r. 1918.*)

Poznámka k hydrodynamice vazkých tekutin.

Viktor Trkal.

I.

Navier-Poissonovy hydrodynamické rovnice v případě vazké stlačitelné tekutiny mají tvar **)

$$\left.\begin{aligned}\frac{Du}{Dt}&=X-\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{1}{3}\nu\frac{\partial\Theta}{\partial x}+\nu\Delta u\\ \frac{Dv}{Dt}&=Y-\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{1}{3}\nu\frac{\partial\Theta}{\partial x}+\nu\Delta v\\ \frac{Dw}{Dt}&=Z-\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{1}{3}\nu\frac{\partial\Theta}{\partial x}+\nu\Delta w\\ \frac{\partial u}{\partial x}&+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=\Theta,\end{aligned}\right\}\qquad(1)$$

*) Журналъ Физико-Математическаго Общества при Пермскомъ Государственномъ Университетѣ, I вып., 1918: »О температурѣ скользящаго контакта при вилюченіи электрическаго тока«.

**) H. Lamb, Hydrodynamics, 3. ed. (1906), p. 538.

kdež

$$\frac{Dq}{Dt}=\frac{\partial q}{\partial t}+u\frac{\partial q}{\partial x}+v\frac{\partial q}{\partial y}+w\frac{\partial q}{\partial z},\quad \Delta q=\frac{\partial^2 q}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 q}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 q}{\partial z^2}.$$

Při tom veličiny, vyskytující se v těchto rovnicích, mají tento fysikální význam: u, v, w jsou komponenty rychlosti q bodu (x, y, z) v čase t ve směru tří pravoúhlých os anglického systému souřadnic, X, Y, Z komponenty vnějších sil, ϱ konstantní hustota tekutiny, p hydrodynamický tlak ν poměr koefficientu vnitřního tření tekutiny k její hustotě.

Jsou-li síly X, Y, Z konservativni, t. j. mají-li potenciál Ω, výše uvedené rovnice (1) lze napsati ve tvaru

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t}-2v\zeta+2w\eta&=-\frac{\partial\chi'}{\partial x}+\frac{1}{3}\nu\frac{\partial\Theta}{\partial x}+\nu\Delta u\\ \frac{\partial v}{\partial t}-2w\xi+2u\zeta&=-\frac{\partial\chi'}{\partial y}+\frac{1}{3}\nu\frac{\partial\Theta}{\partial y}+\nu\Delta v\\ \frac{\partial w}{\partial t}-2u\eta+2v\xi&=-\frac{\partial\chi'}{\partial z}+\frac{1}{3}\nu\frac{\partial\Theta}{\partial z}+\nu\Delta w\\ \frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}&+\frac{\partial w}{\partial z}=\Theta,\end{aligned}\right\}\qquad(2)$$

kdež

$$\chi'=\frac{p}{\varrho}+\frac{1}{2}q^2+\Omega,\qquad q^2=u^2+v^2+w^2.$$

Při tom

$$\xi=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial z}\right),\quad \eta=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial x}\right),\quad \zeta=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right)\qquad(3)$$

jsou komponenty okamžité úhlové rychlosti ω elementu $d\tau$ naší tekutiny.

Derivujeme-li druhou rovnici systému (2) podle z a třetí rovnici téhož systému podle y a pak výsledky od sebe odečteme, (vyloučíme-li tak χ'), obdržíme prvou rovnici následujícího systému (a zcela podobně další dvě rov.):