SBORNÍK
JEDNOTY ČESKÝCH MATHEMATIKŮ
V PRAZE.

Číslo IV.

Č. STROUHALA

MECHANIKA.

V PRAZE.
NÁKLADEM JEDNOTY ČESKÝCH MATHEMATIKŮ.

MECHANIKA.

Sepsal

Dr. ČENĚK STROUHAL,
professor exp. fysiky na české universitě K. F.

Vydáno podporou č. akademie císaře Františka Josefa pro vědy, slovesnost a umění.

METEOROLOGICKÝ ÚSTAV
C.K. ČESKÉ UNIVERSITY.
218
č. inv.: 293

V PRAZE 1901.
NÁKLADEM JEDNOTY ČESKÝCH MATHEMATIKŮ.

X

Knihtiskárna B. Stýbla v Praze

Předmluva.

Mechanika jest, vedle nauky o elektřině, nejrozsáhlejším oborem fysiky. Z bohatého obsahu, majícího veliké pozadí historické, učiniti výběr věcí hlavních a při tom pamatovati, aby kniha nenabyla rozměrů velkých, není úkolem snadným. Proto každý autor řeší úkol ten dle své individualné povahy vědecké; nejsa vázán instrukcemi probírá mimovolně s větší obšírností a zálibou otázky, jež na př. sám více ovládá, v nichž sám více pracoval aneb jež dle soudu svého pokládá za důležitější neb zajímavější. Jsem si toho vědom, že takovou individualnost bude jeviti též spis, který naší veřejnosti vědecké tuto předkládám. Zanášeje se již dávno úmyslem, sepsati experimentalní fysiku, jež by repraesentovala niveau škol vysokých a byla i před cizinou svědectvím vědeckých snah našich, podobně, jak to své doby zamýšleli autorové K. V. Zenger a F. Čecháč, chtěl jsem, aby kniha byla základem studia hlavně studujícím mathematiky a fysiky na universitě i technice, budoucím odborníkům na školách středních; vedle toho však, aby byla přístupnou i širším kruhům intelligence naší, nejen v oborech spřízněných, v chemii, meteorologii, přírodopisu, lékařství, ale i v oborech vzdálenějších, v nichž všady fysika mívá své přátele. V souhlasu s tím založil jsem výklad celkově na mathematice nižší, a jen výjimečně, v několika málo odstavcích, užil jsem mathematiky vyšší k řešení úkolů, jež mají zvláštní důležitost ve fysice. Omezení na mathematiku nižší bylo již proto možno, že mechanika theoretická jest v literatuře naší zastoupena spisem Dra. A. Seydlera (Theoretické fysiky díl I). Také otázka obrazců řešena vzhledem k onomu rozšíření programmovému. Kdyby kniha byla jenom pro studující, bylo by se mohlo přestati na obrazcích schematických, poněvadž studující mají v přednáškách příležitost, fysikalní apparaty v originalech poznávati. Čtenáři však kruhů širších má obrazec nahraditi přímý názor. Bylo tudíž uznáno za nutné, připojiti také obrazy apparatů, a to, pokud možno, dle originalů na výši doby stojících. Originaly tyto poskytly sbírky c. k. ústavu fysikalního české university. Při tom pomýšleno původně na dřevoryty, kteréž i pro podrobnosti i pro celkový pohled jsou nejlepšími; k účelu tomu provedl mnohé přípravné nákresy dřívější assistent můj, prof. *J. Vykruta.* Z důvodů finančních ustoupeno však později od tohoto úmyslu a rozhodnuto, aby apparaty byly fotografovány a pak zinkograficky reprodukovány. Způsob tento, jehož zde, pokud mi známo, ve fysice ponejprv užito, má své výhody i své vady. V podrobnostech uspokojují obrazce měrou menší; v celkovém pohledu působí však dojmem dobrým, dávajíce daleko lépe obraz skutečnosti než dřevoryty. Zejména v těch případech, kde byl, abych tak řekl, fotografován experiment, anebo kde momentní fotografií podařilo se zobraziti zjevy na apparatech v pohyb uvedených, působí obrazce tak zjednané dojmem podobným jako pokus skutečný. Obrazce takové, jako na př. 158, 183, 185, 186, 190, anebo zase obr. 323, 332 a j. jsou unica, jichž dosud nemá žádná kniha cizojazyčná. Jen u skleněných přístrojů nebylo lze fotografie užiti, poněvadž četnými reflexy a neurčitostí kontur (i proti tmavému pozadí) fotografické reprodukce (jako na př. obrazce 20 a 21) se ukázaly býti nevýhodnými. Proto byly později dle fotografií takových raději pořízeny výkresy (jako na př. obrazce 222, 223 atd. anebo dle momentní fotografie obr. 239).

Práce fotografické prováděl assistent fysik. ústavu Dr. *Vlad. Novák* za pomoci druhého assistenta p. *K. Pecháčka.* Obrazce dle fotografií kreslil některé p. assist. *O. Brychta*; ostatní, jakož i všechny obrazce schematické i geometrické provedl dle mých náčrtků pečlivě p. Ing. C. *K. Friedl.* Reprodukci zinkografickou obstaral závod osvědčený *Unie-Vilím.* Všem zde jmenovaným vzdávám díky za péči, kterou práci té věnovali. Rovněž p. prof. *Aug. Pánkovi*, jenž s přátelskou ochotou mi při korrektuře byl nápomocen a ze své bohaté zkušenosti mnohými návrhy k formalní dokonalosti díla přispěl, vzdávám díky srdečné.

Co se obsahu knihy týče, který bude předmětem kritiky vědecké, nebudu šířiti slov. Čtenář nalezne nejen po stránce formalní ale i meritorní mnoho nového; sezná četné nové apparaty a pokusy, k nimž mne vedla dlouholetá zkušenost experimentalní; nalezne též mnoho nových diagrammů, jež jsem konstruoval, a tabulek, jež jsem propočítal. Kniha se vyznačuje také tím, že zde důsledně provedena absolutní soustava měr. Všechny vzorce jsou psány a propočítány v duchu této soustavy, při čemž ovšem přihlíženo všude také k měrám starším, jak toho žádá kontinuita vědeckých prací. Také postup výkladu byl uspořádán dle přirozeného rozvoje pojmů a definic, jak plyne z absolutní soustavy měr. Dvojím tiskem, garmondem a borgisem, mělo býti docíleno jednak úspory místa, jednak lepšího přehledu, aby věci hlavní se i oku rozlišovaly od věcí podřízenějších a od podrobností, jež při prvém studiu mohou býti vynechány.

Že pak jsem na mnohých místech s jistou zálibou přihlížel k astronomii a meteorologii, budiž na účet individuality dříve zmíněné vysvětleno tím, že jsem v mladších letech na hvězdárně Pražské i ve Würzburku vědami těmito se zanášel a že z let těchto jsem pro ně zachoval své sympathie.

Ke konci budiž mi dovoleno vysloviti díky především *Jednotě českých mathematiků*, kteráž obětavě, nelekajíc se finanč-

nich ztrát, jež s vydáním díla vědeckého u nás z pravidla jsou spojeny, náklad přejala, jakož i *Akademii císaře Františka Josefa pro vědy, slovesnost a umění*, kteráž Jednotě na vydání tohoto díla pěti sty zl. přispěla.

V SEČI, dne 9. září 1900.

Dr. **Č. Strouhal.**

OBSAH.

Úvod.

Postavení a úkol fysiky mezi vědami přírodními.

Stránka

VI. Síla, práce, energie.

VII. Rovnomocnost soustav sil jednotlivých a podvojných.

Síly v bodě.

Síly v přímce.

Síly v rovině.

Stránka

Síly v prostoru.

VIII. Tíže zemská.

IX. Jednoduché stroje.

X. Váhy a vážení.

XI. Tíže všeobecná.

Gravitační pole.

Příliv a odliv.

Stanovení konstanty gravitační čili průměrné hustoty země naší.

XII. Pád volný a po šikmé rovině.

XIII. Pohyb vrhem způsobený.

XIV. Pohyb středoběžný.

XV. Zákony oběhu těles nebeských kolem slunce.

XVI. Energie pohybu rotačního.

XVII. Pohyb periodický vůbec, harmonický a kyvadlový zvlášť.

Stránka

XVIII. Úkazy rovnováhy a pohybu kapalin.

Redukce vážení na prostor vzduchoprázdný.

Stanovení hmoty specifické.

Tělesa tuhá.

Kapaliny.

Pohyb kapalin.

Stránka

XIX. Úkazy rovnováhy a pohybu plynů.

Stránka

XX. Úkazy působením sil molekulových vznikající.

Úvod.

Postavení a úkol fysiky mezi vědami přírodními.

§ 1. **Roztřídění věd přírodních.**

Fysika*) náleží mezi *vědy přírodní*, t. j. vědy, jichž všeobecným úkolem jest poznání přírody. Základem tohoto poznávání jest zkušenost, empirie. Jsou tudíž vědy přírodní *vědami empirickými* a liší se tím podstatně od *věd exaktních*, jichž základem jest rozumování, spekulace.

Zkušenost seznamuje nás s jednotlivými předměty přírodními.

Studujíce tyto předměty hledíme především seznávati jich vlastnosti, vytknouti jich znaky, dle těchto pak rozmanité předměty přírodní k sobě přirovnávajíce, seřaďujeme je dle jich stejnosti neb podobnosti neb různosti v jednotlivé skupiny, tvoříme třídy nižší a vyšší, budujeme systém, klassifikujeme. Tímto směrem jdou vědy přírodní *popisné*, *systematické*, jde *přírodopis*.

Souhrn všech vlastností a znaků, jakéž na jistém předmětu přírodním pozorujeme, podmiňuje jeho stav. Avšak zkušenost učí, že stav tento není vždy stejný, ani dle místa ani dle času; pozorujeme, že předměty přírodní stav svůj mění. Každou takovouto změnu zoveme přírodním úkazem; studium pak

*) φύσις ἡ příroda; tudíž fysika ve smyslu původním a nejširším věda, jejíž úkolem bylo studium přírody vůbec.

úkazů přírodních kladou sobě za úkol vědy *přírodozpytné exaktní**), *přírodozpyt*.

Oba uvedené hlavní směry badání přírodního nejsou však protiběžné nýbrž souběžné; proto se často vespolek stýkají, proto se badání přírodní ve směru jednom často doplňuje a zdokonaluje badáním ve směru druhém.

Přírodozpytec musí všímati si vlastností předmětů přírodních, aby poznati mohl, kdy a jak se mění; na druhé straně i přírodopisec zkoumá velmi často úkazy přírodní, aby dle toho zjistiti mohl, které vlastnosti předmětů přírodních pro jich klassifikaci jakožto vlastnosti stabilní jsou rozhodujícími. Vzhledem k tomuto častému stýkání se obou směrů badání přírodního jest velmi nesnadno, ba nemožno, rozdíly obou vystihnouti formulací krátkou a stručnou. Formulace zde podaná souhlasí s věcí aspoň ve svém jádru. Vůbec lze říci, že přírodopis byl vědou čistě popisnou v prvních dobách svého rozvoje; za dob nynějších čím dále tím více i vědy přírodopisné osvojují sobě methody badání fysikalního.

Další roztřídění věd přírodních dáno jest oněmi dvěma velikými skupinami předmětů přírodních, jež obsahují tělesa *organická* a *anorganická*. Tím utváří se rozdělení věd přírodních v obraze následujícím:

Vědy přírodní:

Přírodopis těles — anorganických, organických (rostlin, zvířat: Morphologie)

Přírodozpyt těles — organických (rostlin, zvířat: Fysiologie), anorganických

Morphologie, Fysiologie: Biologie

anorganických: Fysika

§ 2. Úkol fysiky v širším i užším smyslu.

Dle tohoto roztřídění byla by tudíž *fysika* vědou zkoumající úkazy přírodní, jež se jeví na *tělesích anorganických*. Úkol tento náležel v skutku fysice v prvních dobách jejího rozvoje. Za dnů našich sledují tento úkol nikoli již fysika sama, v nynějším užším slova smyslu, nýbrž četné vědy spřízněné,

*) Označení: vědy přírodní „exaktní“ klade se oproti vědám přírodním „systematickým“ vzhledem k mathematické methodě, kteréž se u oněch věd užívá při theoretickém zpracování badání experimentalního; význam slova jest zde ovšem jiný než nahoře v označování věd exaktních.

jež bychom mohli tudíž zváti *vědami fysikalními*. Postupem času přejaly totiž část onoho úkolu vědy zvláštní, jež se staly znenáhla zcela samostatnými, rozvíjejíce se mohutně způsobem vlastním. Nehledíc k *astronomii*, kteráž již od dob nejdávnějších svou vlastní cestou se brala, jsouc dle povahy své vědou spíše mathematickou, jest to *astrofysika* a *geofysika*, od dob nedávných *elektrotechnika*, zejména pak jest to *chemie*. První dvě vědy, astrofysika a geofysika (tato obsahujíc též meteorologii a klimatologii), jsou charakterisovány specialním svým předmětem, zkoumáním totiž fysikalních zjevů na tělesích nebeských a na zemi naší. Elektrotechnika vznikla z nauky o elektřině, kteráž jest částí fysiky, vzhledem k důležitému významu této nauky pro účely praktické. Všechny vědy tyto užívají method v podstatě fysikalních a jsou tím fysice, jak jí nyní v užším slova smyslu rozumíme, velice blízkými; možno říci, že jsou applikací fysiky jednak na zvláštní předmět zkoumání, jednak na zvláštní účel. Podobného něco nelze však říci o chemii. I předmětem i účelem svým jest chemie právě tak jako fysika vědou obsahující celou přírodu neústrojnou; obě vědy jeví se býti přidruženými, jedna doplňuje druhou, jedna zasahá do druhé a není žádného určitého rozhraní mezi oběma, jak zejména rozvoj obou věd v dobách našich ukazuje. Jediný jen úkol jest chemii vlastní: studovati a realisovati podmínky, za kterýchžto nastává změna látky (slučování, synthese; rozklad, analyse). Jinak zkoumá fysik i chemik úkazy na hmotách, pokud nejsou žijícími organismy, jakož ovšem i vlastnosti s oněmi úkazy souvisící, při čemž fysik pracuje více povšechně, ve smyslu generelním, chemik pak více jednotlivě, ve smyslu specifickém.

Hustota těles jest na př. pojem fysikalní; o jejím významu jedná se ve fysice povšechně a stanoví se methody jejího určování; chemik pak, užívaje method těchto, určuje hustotu rozmanitých látek jednotlivě a soudí pak z hustoty na chemickou zvláštnost, po případě i na chemické složení látek. Změna skupenství těles jest rovněž úkaz, kterýž dle povšechného významu svého náleží do fysiky; ale i chemik studuje úkaz tento a jeho podmínky u látek jednotlivých a odvozuje z podmínek těchto důsledky chemické. Elektrolysa jest pochod fysikalní i chemický zároveň; fysik stanoví povšechné zákony elektrolytické, chemik pak používá jich v případech jednotlivých ke studiu chemické povahy látek. Z příkladů uvedených jest viděti, jak velice obě vědy, fysika i chemie, do sebe zasahají, sebe doplňují. Proto musí moderní chemik býti fysikem právě jako i fysik chemikem, tak dalece ovšem, jak to při velikém obsahu i rozsahu obou věd vůbec jest možno. Odtud i důležitý význam chemie fysikalní, vědy to v dobách našich vznikající a se rozvíjející, která však v budoucnosti svým významem dojista vynikne jakožto třetí souřaděná věda vedle fysiky i chemie nynější.

Methody badání fysikalního.

§ 3. Pozorování fysikalní.

Fysika jest vědou empirickou. V tom velkolepém rozvoji, jak se jeví za dnů našich, jest výsledkem dlouholetých zkušeností, výsledkem usilovné píle a práce. Rozvoj ten nedál se však soustavně, naopak, poznání fysikalní vzmáhalo se zkušenostmi, kteréž učiněny byly velice porůznu, brzy v tom, brzy v onom směru, mnohdy bez souvislosti, často náhodou. Část těchto zkušeností byla čerpána z úkazů, jakéž přímo v přírodě můžeme pozorovati; avšak část nepoměrně větší čerpána ze zdroje bohatšího, z badání experimentalního.

Fysika (incl. chemie) jest vědou experimentalní κατ' ἐξοχήν; v tom spočívá její mohutnost, v tom základ jejího rychlého rozvoje. Experimentem klade fysik přírodě jisté otázky a pozoruje, jak na ně odpovídá. K otázkám takovým bývá veden úkazy přírodními, nikoliv pouhým se na ně díváním, nýbrž jich bedlivým pozorováním; toto budí v jeho mysli jisté o věci myšlénky, domněnky, o jichž pravděpodobnosti se hledí experimentem poučiti. Jeho zrak nesmí ovšem býti zkalený nějakým míněním předpojatým; neboť příroda odpovídá svým způsobem zvláštním, velmi zřídka přímo, často na záhadu nějakou zase záhadou novou; někdy vězí odpověď v úkazu zdánlivě nepatrném, kterýž pozornosti povrchní ujde. Nutno tedy stopovati experiment do podrobností nejmenších, a co hlavním jest, nesmí se přestávati na poznání qualitativním, kteréž jest při experimentování stupněm prvým, nýbrž musí se pozorování vésti na stupeň vyšší, quantitativní, musí se konati fysikalní měření. Experimenty takové, ať již jen qualitativní anebo též quantitativní, provádějí se zvláštními fysikalními přístroji. Jde-li o první orientování se o průběhu nějakého úkazu, lze přístroje takové improvisovati; v dalším však postupu zkoumání vyžaduje se již přístrojů zvláštních pečlivě a vhodně sestrojených, po případě přístrojů velice jemných a přesných. V dokonalosti konstrukce praecisních přístrojů fysikalních učinil se zejména v letech posledních pokrok neobyčejný.

§ 4. Příčinnost a účelnost.

Předmětem badání fysikalního, pravili jsme, jsou přírodní úkazy na hmotě neústrojné; jich podstata změna stavu. Pozorujíce změnu takovou tážeme se, proč aneb k čemu nastává. Otázky takové kladouce díváme se na úkazy přírodní týmž okem jako v životě obecném na jednání lidské. Toto buď plyne z minulosti nebo hledí k budoucnosti; zde má jistý účel, tam jistou příčinu. Obě stanoviska, jak příčinnosti (kausalita) tak účelnosti (finalita) jsou také při posuzování úkazů přírodních stejně oprávněna, aneb, jak raději řekneme, stejně neoprávněna. Neboť co vlastně v přírodě neústrojné objektivně lze konstatovati, jest jediné závislost úkazu a tato jest vždy vzájemná; co do závislosti této vkládáme, zda-li účelnost nebo příčinnost, jest kusem naší vlastní povahy, jest subjektivní. Nicméně není třeba, tuto stránku subjektivní příkře zavrhovati; zejména stanovisko příčinnosti jest povaze naší přirozené a může jen za jiný výraz toho býti pokládáno, co objektivně zoveme závislostí neb podmíněností úkazů přírodních.

Mění-li se objem těles, mění se teplota, ale též naopak, mění-li se teplota, mění se i objem. Změnou proudu galvanického mění se magnetické pole; naopak změnou pole magnetického mění se galvanický proud. Co zde i onde nazveme příčinou, záleží na tom, jak po případě experimentujeme.

Rozhodnouti o tom, zda-li dva úkazy přírodní A a B vespolek jsou závislé, zda-li tedy na př. úkaz B jest podmíněn úkazem A, čili, jak říkáme, zda-li úkaz A jest příčinou úkazu B, vyžaduje vedle bedlivého pozorování též značnou míru opatrnosti a kritičnosti. Východištěm jest poznání, že, kdykoli nastane A, nastane též B (koincidence). Avšak positivní tento výsledek musí býti kontrolován též negativním, že totiž přestává úkaz B, kdykoli přestane úkaz A (opposice). Když pak obojím pozorováním se stává na nejvýš pravděpodobným, že úkaz B jest podmíněn úkazem A, zjedná se rozhodnutí definitivní a zároveň vnitřní názor do způsobu vzájemné závislosti postupem quantitativním. K cíli tomu zavádíme pro oba úkazy jisté fysikalní veličiny, jež činí jich podstatu, a studujeme, zda-li a jak veličina B se mění, když se mění veličina A; (parallelismus).

Oersted pozoroval (1820), že magnetka deklinační volně zavěšená se uchylovala (úkaz B), kdykoli drátem nad anebo pod ní rovnoběžně umístěném procházel proud; při tom experimentoval proudem silným, tak že se drát rozžhavil; i domníval se, že toto rozžhavení drátu jest příčinou (A) oné úchylky; (koincidence). V tomto smyslu pokračovalo se v experimentech (Muncke), k nimž dle onoho vysvětlení stavěny velké batterie. Avšak shledalo se, že úchylka magnetky nastává i tehdy, když drát není rozžhaven; (opposice); proto rozžhavenost drátu nebyla onou příčinou (A) ale ovšem proud sám, přes to že při jistém postavení drátu k magnetce proudem nenastala úchylka žádná. Vlastní rozhodnutí jakož i vniknutí v jádro celého úkazu způsobeno však (Ampère) rozborem quantitativním; (parallelismus).

§ 5. Fysikalní zákon.

Hlavním cílem badání fysikalního jest tudíž, jak z předešlého vysvítá, *quantitativní* prozkoumání závislosti úkazů přírodních. Výsledek práce v tomto směru vedené jest pak *fysikalní zákon*. Jakým způsobem si při hledání zákonů fysikalních dlužno vésti, možno zde, v úvodě, vylíčiti jen hlavními rysy způsobem všeobecným, schematicky. Příkladů konkretních, jimiž všeobecná taková skizza se objasní, udá se ve všech jednotlivých oborech fysiky veliké množství. Tam také bude na místě připojiti četné podrobnosti, jichž vyčítání by zde, kde jde o první orientaci, bylo unavujícím.

Předběžnou přípravou při hledání zákona fysikalního jest zavedení *fysikalních veličin*, jež při úkazech, o jichž závislost jde, jsou rozhodujícími. Vhodnou volbou jednotek lze pak veličiny tyto vyjádřiti *číslem*. Jednotka musí ovšem býti téhož druhu jako veličina, pro kterou jest zavedena; ale jinak jest úplně libovolnou. Obyčejně bývá volba její pro ponejprv více méně nahodilou a tím již provisorní. Později ovšem, když již zákon jest nalezen, stává se, že revidujeme celý úkol a že z důvodů soustavných nahrazujeme jednotky provisorní jednotkami definitivními. Vyčíslení veličiny jednotkou k cíli tomu volenou vyžaduje *fysikalního měření*, kteréž se provádí *fysikalními přístroji*.

Projednejmež případ nejjednodušší, při němž jde o vzájemnou závislost veličin pouze dvou, y a x, z nichž x pokládáme za podmiňující, y za podmíněnou. Po způsobu mathematickém pravíme pak i ve fysice, že veličina y jest *funkcí* veličiny x a tato její *argumentem*, a píšeme

$$y = f(x)$$

kladouce x do závorky a píšíce před závorku znamení funkční

písmeno f aneb, je-li třeba, jiné jemu podobné jako symbol slova funkce (Clairaut 1733).

Jde tedy o to, určiti, jaká to jest funkce, o niž v jistém určitém případě jde.

§ 6. Řešení numerické.

K cíli tomu volíme za veličinu x jisté zvláštní hodnoty

$$x_1, \ x_2, \ x_3, \ldots$$

a měříme odpovídající jim hodnoty

$$y_1, \ y_2, \ y_3, \ldots$$

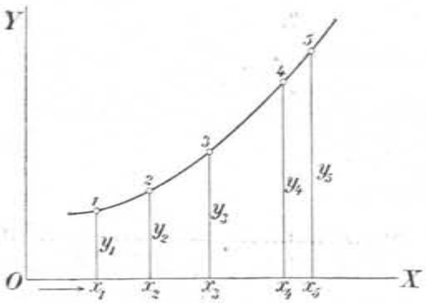
Tak zjednáme si řadu dvojných hodnot (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), . . . kteréž činí *číselný material* k vyšetření oné funkce. Přehledné sestavení tohoto materialu dává tabulku formy následující:

x	y
x_1	y_1
x_2	y_2
x_3	y_3
.	
.	.
.	.

Jest při tom výhodno, ač nikoli nutno, když hodnoty x_1, x_2, x_3 . . . atd. tvoří přibližně řadu arithmetickou, t. j. když jich difference jsou aspoň blízce konstantními, když jsou tedy hodnoty x *aequidistantními*; v tomto případě lze pak z differencí, jakéž mezi hodnotami y vytvoříme, velmi dobře průběh funkce y již přehlédnouti. Úkol daný jest pak řešen, jak říkáme, *numericky*.

§ 7. Řešení grafické.

Daleko však lépe než sestavením číselného materialu, zejména tehdáž, když veličiny x_1, x_2, x_3, . . . nejsou aequidistantními, přehlédneme výsledek všech měření *grafickým znázorněním*. Po způsobu analytické geometrie nanášíme totiž, od jistého bodu O (obr. 1.), jakožto počátku souřadnic vycházejíce, veličiny x za úsečky, abscissy (ve směru na př. vodorovném) a veličiny y k nim patřící za pořadnice, ordinaty (ve směru k prvému kolmém, tedy na př. svislém). Každá dvojice hodnot x a y určuje v rovině jistý bod; hodnoty x, y jsou jeho souřadnice, koordinaty. Obdržíme tedy řadu bodů (1), (2), (3), . . ., tolik, kolik dvojných hodnot (x, y) bylo měřením nalezeno. Tyto body druží se k sobě, naznačujíce svým uspořádáním průběh jisté čáry, kteráž jest z pravidla křivkou, zřídka přímkou. Obyčejně můžeme křivku tuto s velikou jistotou kresliti, přes to, že máme dány body po různu; jistota jest ovšem tím větší, čím těsněji tyto body k sobě se druží; takovým způsobem se pak doplňuje pásmo bodů mezi oněmi body danými scházejících. Tento postup se nazývá *grafická interpolace.* Mnohdy jest průběh křivky tak jednoduchý a význačný, že jest možno křivku přes vlastní obor pozorování i dále vésti. Tento postup zove se *grafická extrapolace.* Rozumí se samo sebou, že extrapolace vždy zůstává více méně nejistou; může však pro prvý počátek dobře orientovati o tom, co lze v dalším postupu asi očekávati; ale k závěrečnému potvrzení jsou vždy nutná aspoň některá pozorování kontrolní. Se stanoviska přísně vědeckého nelze extrapolaci grafickou připustiti. Ale také interpolaci grafickou nutno prováděti s jistou opatrností a kritičností, neboť křivka, interpolací zjednaná, podává více než pozorování. Chce-li pozorovatel při grafickém znázorňování zůstati jenom při tom, co pozoroval, pak spojuje body (1), (2), (3), . . . přímkami. Na místě křivky vznikne tím čára klikatá. Tím ovšem není míněno, že by funkce $f(x)$ ten průběh měla, nýbrž jest jen naznačena reserva s jakou pozorovatel chce zůstati na stanovisku faktickém.



Obr. 1.

§ 8. Řešení mathematické.

Vlastní, závěrečný cíl celého úkolu hledáme — pokud jen možno — v tom, abychom neznámou funkci $y = f(x)$ vystihli *výrazem mathematickým.* Podaří-li se to, pak jest výraz takový stručnou, praecisní formulací hledaného *zákona fysikalního,* kterou úkol sám nabude svého zakončení. Vodítkem zůstává při tom vždy ona křivka, ke kteréž vedlo grafické znázornění vykonaných pozorování; hledaný výraz mathematický jest *analytická rovnice této křivky.*

Často projeví se povaha takové křivky bedlivému oku nikoli nesnadno. Zkoušíme pak, zda-li by jednoduché algebraické výrazy nevyhověly daným pozorováním, jako na př. výrazy formy

$$y = a + bx$$
$$y = a + bx + cx^2$$
$$y = a + bx + cx^2 + dx^3$$

anebo u křivek periodicky se měnících

$$y = a \sin x + b \cos x$$

anebo jindy zase

$$y = a \, . \, e^x$$

neb všeobecněji

$$y = a e^{\alpha + \beta x} \text{ atd.}$$

Každá takováto rovnice obsahuje konstanty jako a, b, c, . . ., kteréž tak dlužno určiti, aby křivka onou rovnicí fakticky daná se kryla pokud možná s křivkou, jakouž z daných pozorování jsme obdrželi grafickou interpolací. Řešení úkolu děje se v konkretních případech podle jistého početního mechanismu, kterýž udává tak zvaná *methoda nejmenších čtverců**).

§ 9. Přednosti znázornění grafického.

Vylíčili jsme v předcházejícím přirozený postup, v jakém badání o jisté fysikalní otázce pokračuje. Seznali jsme, že jest postup tento dán řešením: numerickým, grafickým a mathematickým. Řešení numerické jest východištěm a zároveň základem

*) O methodě nejmenších čtverců, jakož i o její základech jest obšírně pojednáno ve Všeobecném úvodě k Theoretické Mechanice, kterouž sepsal Dr. *A. Seydler* (1880).

pro grafické znázornění; řešení mathematické zakončuje úkol, jak původně byl dán. Není pochybnosti, že formulí mathematickou jest výsledek vyjádřen co nejstručněji a nejpřesněji. Avšak mluva mathematická, má-li jí býti v plném smyslu rozuměno, předpokládá zvláštní předběžné vzdělání, jakéž v rozsahu větším možno jen u vlastních odborníků vyžadovati. Pro širší kruhy, kteréž se o výsledky badání fysikalního zajímají, bývají formule mathematické, vyjímajíc některé zcela jednoduché, velmi často méně přístupnými, mnohdy přímo odpuzujícími a tím méně hledanými. V takovýchto případech osvědčuje se methoda grafického znázornění měrou daleko větší; jest každému přístupnou, předpokládajíc k svému porozumění jenom některé základní definice, kteréž sobě osvojiti může snadno i neodborník. V postupu dalším pojednáme o těchto definicích a budeme při výkladech fysikalních užívati grafických znázornění měrou velmi hojnou.

§ 10. **Formule interpolační.**

Formule mathematické mají ostatně v četných případech skutečně význam podřízený; jsou totiž často jen *formulemi interpolačními*, k tomu sloužícími, abychom chyby v pozorovacím číselném materialu obsažené vyrovnali a tím nikoli pozorování *jednotlivá*, nýbrž jich *soubor* jakožto *celek* k platnosti přivedli. V číselných konstantách takovýchto formulí interpolačních, kteréž dle methody nejmenších čtverců jsou odvozeny, dlužno viděti výsledek, k němuž každé pozorování jednotlivé přičiňuje svou část. V případech takových používáme pak formulí těchto ke zvláštnímu způsobu řešení, jež zoveme *tabellarním*. Počítáme totiž z oněch formulí interpolačních hodnoty funkce y pro takové hodnoty argumentu x, kteréž přísně aequidistantně postupují. Tabulky takové jsou pro praktické upotřebení pozorovacích výsledků oproti formulím mathematickým nepoměrně pohodlnější a zavádějí se proto nyní hojně ve všech oborech fysiky.

Příkladů k tomu, co zde řečeno, nalezneme později veliké množství; zde buďtež k orientaci jen některé snadno přístupné uvedeny. Objem kapalin jest (za obyčejných poměrů tlakových) podmíněn jich teplotou. Jest tedy objem v funkcí teploty t, čili

$$v = f(t).$$

Pro jednotlivé kapaliny, jako na př. vodu, alkohol aethylnatý, sírouhlík, éther, atd. byl zjednán — pracemi četných pozorovatelů — hojný číselný material; měřen byl objem (na př. dilatometrem, jehož vlastní roztažlivost korrigována počtem), jakýž určité množství té neb oné kapaliny při jistých vhodně volených teplotách zaujímá. Grafické znázornění výsledků jest právě zde jak pro každou kapalinu zvlášť tak zejména pro různé kapaliny k přehlednému srovnání velice poučným. Nehledíc k vodě ukazuje se, že roztažení postupuje s teplotou urychleně. Mathematicky lze závislost $v = f(t)$ znázorniti rovnicemi formy

$$v = v_0\,(1 + at + bt^2 + ct^3),$$

kdež jest v_0 objem při teplotě 0^0 a kdež a, b, c jsou číselné koefficienty, kteréž se na základě číselného materialu pozorovacího pro každou kapalinu vypočítají. Pro alkohol aethylnatý specif. hmoty 0·8095 nalezl na př. Kopp číselnou formuli:

$$v = v_0\,[1 + 0{\cdot}00104139\,t + 0{\cdot}0000007836\,.\,t^2 + 0{\cdot}000000017618\,.\,t^3]$$

Jest to formule interpolační, kteráž v intervallu tepelném $0^0 \ldots 80^0$ hodnotám objemu v při jistých teplotách t pozorovaným dobře vyhovuje. K praktickému upotřebení odporučuje se formuli tuto jednou pro vždy pro hodnoty teploty t na př. od stupně ke stupni pokračující propočítati, čímž jest pak funkce $v = f(t)$ vyjádřena tabellarně.

Pro vodu jest úkol vzhledem k známé anomalii ještě daleko složitější; formule mathematické platné pro celý intervall tepelný $0 \ldots 100^0$ nelze zde stanoviti; jen pro intervally menší dají se formule takové počítati, jichž podřízený ráz interpolační tím zcela patrně vystupuje. Proto jest zde řešení grafické nejpřehlednější a řešení tabellarní pro praktické užívání nejpohodlnější.

§ 11. **Záznamy autografické.**

Dle vylíčení předchozího spočívá grafické znázornění jisté funkce na *číselném materialu*, kterýž *před tím* byl pozorováním zjednán. V mnohých případech může se však věc míti naopak: znázornění grafické předchází a odvození hodnot číselných z diagrammu následuje. Stává se tak zejména tehdáž, jde-li o závislost jisté fysikalní veličiny *časovou*. Ovšem že zde čas vlastně jen *zastupuje* veličinu jinou, po případě několik veličin jiných, kteréž onu pozorovanou podmiňují a měnice se s časem způsobují, že také ona se mění. Kladouce tedy čas na místě těchto veličin zjednodušujeme závislost *formalně*, rozumějíce jí tak, že v čase jsou *implicite* ony podmiňující veličiny obsaženy. Způsob tento jest tím výhodnější, čím častěji se stává, že ony veličiny v čase obsažené ani všechny neznáme. V těchto případech podaří se často sestrojiti přístroje, kteréž samočinně zaznamenávají, *registrují* změny oné veličiny fysikalní, jak průběhem času nastávají. Přístroje takové zoveme *autografy*, a diagrammy jimi zjednané *autogrammy*.

Vhodný příklad k tomu, co zde řečeno, podávají elementy meteorologické, jako tlak a teplota vzduchu, směr, rychlost neb síla (tlak) větru, vlhkost vzduchu atd. V dobách ještě ne dávných bylo pravidlem tyto elementy na stanicích meteorologických několikrát denně v určitých intervallech časových pozorovati a tak zjednávati pro studium jich změn číselný material. Tento způsob pozorování byl nedokonalým i tehdá, když se mohlo v *krátkých* intervallech, na př. každé dvě neb čtyry hodiny, pozorovati; neboť změny mezi tím nastalé ušly pozorování úplně. Za dnů našich registrují se nepřetržitě ony elementy meteorologické zvláštními přístroji; tak na př. teplota vzduchu *thermografem*, tlak vzduchu *barografem*, směr a rychlost nebo síla větru *anemografem*, vlhkost vzduchu *psychrografem* a pod. Zde tedy jest autogramm věcí první, odvození číselné z autogrammu věcí druhou, mathematické pak zpracování věcí poslední. Připojme však ihned, že zpracování mathematické, vyjádření diagrammu formulí mathematickou jest, vzhledem k veliké složitosti funkce, o níž tu jde, nemožné; sotva pro střední hodnoty měsíční a roční a pro pravidelné intervally na př. dvouhodinné podaří se ony změny vystihnouti číselně empirickými formulemi, jimž však stěží lze přikládati významu značnějšího; grafické znázornění a z něho odvozené sestavení tabellarní stačí tu úplně. Zcela analogické jsou poměry u elementů zemského magnetismu; ovšem že zde autografy nejsou dosud tak rozšířené jako autografy meteorologické, poněvadž jich úprava jest daleko nákladnější; zde tedy z pravidla musí se přestati na tom, *absolutní hodnoty* magnetické deklinace, inklinace a horizontalní intensity zvláštními apparaty (obyčejně přenosnými) čas od času stanoviti a jich *variace* pokud možno v pravidelných intervallech časových na př. každých 6 hodin opět zvláštními (jinými) apparaty (stabilními) pozorovati. Jest však patrno, že tímto způsobem se variace tyto vystihnou sotva v nejhlavnějších rysech; pro důležité studium změn *nepravidelných*, tak zvaných *perturbací* magnetických, zůstávají pozorování taková materialem téměř bezcenným; zde mohou jenom autografy nepřetržitě registrující býti základem spolehlivým. Zvláštní důležitost mají přístroje autografické pro studium otázek fysiologických. Přímé pozoro-

vání jistých veličin fysikalních jest zde nad míru obtížné; postup obyčejný, jak bývá ve fysice, zjednati totiž nejprvé číselný material a pak z něho znázornění grafické, nemá ve fysiologii místa. Věcí první a základem všeho dalšího zpracování jest zde vždy znázornění grafické, kteréž se zjednává důmyslně sestavenými přístroji, jež změny časové jistých veličin samočinně registrují. Za příklad uvádíme přístroje, registrující pulsatorní pohyb krve, tak zvané *sphygmografy**), přístroje registrující krevní tlak v cevách, *kymografy***), přístroje ke studiu pohybů respiratorních, pohybů svalových atd. Také v elektrotechnice zavádí se již samočinné registrování časových změn na př. intensity proudu neb napjetí; zejména děje se tak na stanicích centralních, kde stroje dynamoelektrické jsou nepřetržitě činnými, aby jich působnost byla stále kontrolována.

Ve všech příkladech zde uvedených jest viděti, jak důmysl lidský za dvojím tu pracuje cílem. Přístroje autografické registrují nepřetržitě, objektivně přesně a správně; v tom jest pokrok v ohledu věcném; pozorovatel sám má jenom dozor nad tím, aby autografy bezvadně pracovaly; proto je kontroluje občasným pozorováním; jinak není však vázán na určité doby pozorovací, jest volným; v tom jest pokrok v ohledu osobním.

---

*) σφυγμός ὁ puls, tepna.
**) κῦμα τό vlna, příboj.

I.

O prostoru.

§ 12. Výklad úvodní.

Ve fysice přijímáme pojem prostoru za pojem *základní*, považujíce názor prostorový za původní a to *vnější* formu našeho poznávání. (Kant.) O útvarech prostorových jedná *geometrie*; rozeznává útvary rozměrů tří — tělesa, dvou — plochy, a jednoho — čáry; vyšetřuje jich vlastnosti a vztahy, učí, jak se stanoví jich objem neb plocha neb délka, přestává však na odvození pravidel nejednajíc dále o tom, jak skutečné vyměření objemu neb plochy neb délky dlužno prováděti; jinak jest jí jen forma útvarů prostorových důležitou, hmotného obsahu těles si nevšímá. Fysika přejímá z geometrie pravidla o vyměřování útvarů prostorových, ale vycházejíc odtud, kde geometrie přestává, jedná o skutečném provádění tohoto vyměřování na tělesích hmotných, stanovíc jednak základní jednotky, jednak přístroje a konečně methody pozorovací, hledíc při tom, aby dosaženo bylo přesnosti co největší.

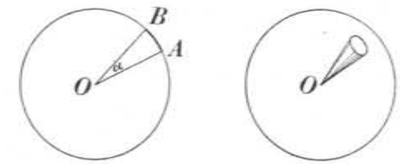
Měření úhlu.

§ 13. Jednotka úhlová.

Při měření úhlu užíváme dosud onoho dávného způsobu, dle něhož se úhel plný dělí na čtyři pravé po 90 stupních (°), stupeň po 60 minutách (′) a minuta po 60 sekundách (″). Rozdělení toto jest založeno na soustavě sexagesimalní, jež jest spřízněná s duodecimalní. V duchu soustavy decimalní, kteráž jinak všude se zavádí, bylo by ovšem vhodnějším rozdělení jiné, aby se totiž úhel pravý dělil na 100 stupňů po 100 minutách po 100 sekundách. Avšak přes četné návrhy a pokusy

v tomto smyslu učiněné tento decimalní způsob dělení se neujal jednak vzhledem k dávnověkým základům měření starého, jednak také vzhledem k souvislosti měření úhlového a časového.

Jiný, všeobecnější způsob měření úhlu spočívá na tom, že lze každý úhel pokládati za středový kruhu jakýmkoli poloměrem r opsaného. Na velikosti úhlu závisí poměr oblouku kruhového AB k poloměru r (obr. 2.); i možno přímo psáti



Obr. 2.

$$\alpha = \frac{arc\ AB}{r}.$$

Dle rovnice této jest $\alpha = 1$, je-li $arc\ AB = r$; tím stanovena nová jednotka úhlová, totiž úhel zvaný *radiant*. Úhel pravý jest dle této jednotky dán číslem $\frac{\pi}{2}$, úhel plný číslem 2π. Vztah radiantu k obvyklým jednotkám úhlovým vyjadřují rovnice:

$$\begin{aligned} \text{Radiant} &= 57^{0}\,17'\,44''\cdot 8062 = 57^{0}\cdot 2957\,795 \\ &= 3437'\cdot 74677 \quad = 206264''\cdot 8062. \end{aligned}$$

Dle toho jest absolutní měrou *úhlu rovinného* oblouk kruhu opsaného kolem vrcholu O poloměrem jednotkovým, t. j. $\alpha = arc\ AB$ pro $r = 1$.

Rozšířice tento způsob měření úhlu z roviny na prostor přejdeme snadno k měření *úhlu prostorového*. Opišme kolem vrcholu O kouli poloměrem jednotkovým a mysleme si na místě výseku kruhového AOB v rovině analogicky v prostoru kolem O jako vrcholu opsaný kužel; tento vytne z oné koule jistou plošku a tato jest měrou úhlu prostorového kužele. Dle toho jest plný úhel prostorový dán číslem 4π jakožto úhrnný povrch $4\pi r^2$ koule při poloměru $r = 1$.

Úhel plošný, t. j. úhel dvou rovin měří se úhlem jejich normál, vztyčených v jakémkoli bodu průsečnice.

§ 14. Goniometry.

V širším slova smyslu zovou se goniometry čili úhloměry přístroje, jimiž lze měřiti úhly rovinné vůbec. V tomto smyslu jest úhloměrem též obyčejný transporteur, kterým lze vyměřiti s přesností ovšem skrovnou, na nejvýše asi na $\frac{1}{10}^{0}$, úhly narýsované v rovině nákresné.

V užším slova smyslu zovou se goniometry přístroje, jimiž lze stanoviti úhel, sevřený dvěma rovinami, na př. v optice úhel lámavý hranolu neb v mineralogii úhel rovin krystallových a pod. V tomto smyslu jsou tedy goniometry hranoměry. Jednoduchým přístrojem takovým, na rovnosti úhlů vrcholových založeným a všeobecně známým jest *příložný goniometr.* Kde roviny, jichž odchylku dlužno měřiti, jsou dostatečně veliké, koná goniometr tento dobré služby orientační. Přesnost jest ovšem jen asi taková, jako u transporteurů.

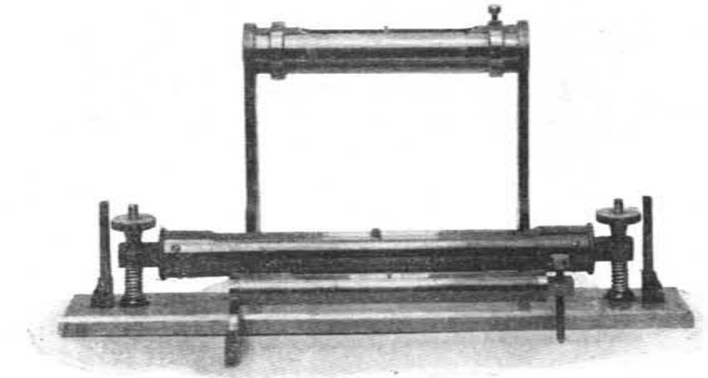
Goniometry daleko přesnější zakládají se na odrazu světla a připouštějí ve svém nynějším zdokonalení mechanickém měření odklonu i velmi malých ploch, ač-li jsou dobře rovinnými a hladkými, s přesností jdoucí až do sekund úhlových. Zovou se goniometry odrazné. Jich prototypem jest goniometr Wollastonův, jejž zdokonalil zejména Mitscherlich, s děleným kruhem vertikalním, a goniometr Babinetův s děleným kruhem horizontalním. O důležitých strojích těchto, při nichž v podrobnostech mnohé zákony optické přicházejí k platnosti a kteréž obsahují též mnoho přidružených menších přístrojů pomocných, jednati budeme v nauce o světle v souvislosti se strojem, jemuž se velice podobají, totiž spektrometrem. Zde budiž na tyto goniometry odrazné jen poukázáno.

Ke strojům těmto druží se *theodolit,* jakožto stroj pro astronomii a geodesii významu základního. Ve fysice užívá se stroje toho méně často, někdy v optice vedle goniometru odrazového a spektrometru, mimo to ještě v magnetismu, ale ve zvláštní úpravě, ke stanovení deklinace a intensity zemského magnetismu.

§ 15. **Libelly.**

Úhlové rozdíly v blízkosti směru horizontalního lze velice citlivě stanoviti, po případě měřiti, přístrojem, kterýž se zove *libella*)*.

Rozeznáváme libelly podélné a kulaté. Kde jde o nivellování*), t. j. o zařízení dané roviny do polohy vodorovné, lze užívati libelly podélné i kulaté; podélnou se pracuje přesněji, kulatou rychleji. Kde však se jedná o případné měření odchylky od vodorovného směru, užívá se jenom libelly podélné; proto jest tato vědecky důležitější. Obr. 3. předvádí některé libelly podélné, různé úpravy, dle účelu, jemuž zvlášť mají



Obr. 3.

sloužiti. Trubička skleněná vhodného kalibru, stěn poněkud silnějších, vybrousí se z vnitř tak, aby vznikla rotační plocha velmi mírně konkavní, jejíž osa splývá s osou trubice. Na to se trubice velmi pečlivě vyčistí a naplní alkoholem aethylnatým anebo lépe étherem (slabě zbarveným buď modravě neb červenavě), až na malou bublinku vzduchu, a pak se vzduchotěsně uzavře, anebo, což jest nejlepší, zataví. Potom se opatří dělením délkovým, decimalně postupujícím, tak, aby střední čárka asi odpovídala nejvyššímu bodu oné rotační plochy sférické, od osy trubice počítajíc; pak se vloží do trubice mosazné otevřené na tom místě, kde má dělení býti viditelné a kde také bublina vzduchová se pošinuje, a tato trubice mosazná se upevní na vlastním podkladu libelly, ale tak, aby mikrometrickým šroubem bylo ještě malé sklánění trubice možné. Provedení mechanické bývá tu různé.

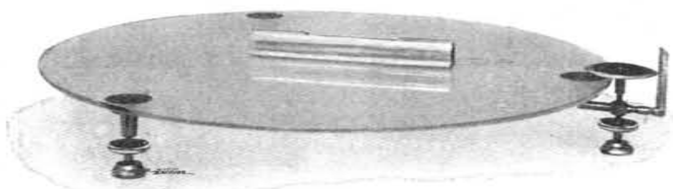
Jak se libelly užívá, poznáme z příkladu následujícího.

Předpokládejme, že jest libella správnou, t. j. že bublina vzduchová zaujme polohu *nullovou*, když libella spočívá na ploše *přesně vodorovné.*

*) Slovo jest deminutivum od libra ve smyslu nikoli závaží, nýbrž vah, tudíž libella malé vážky.

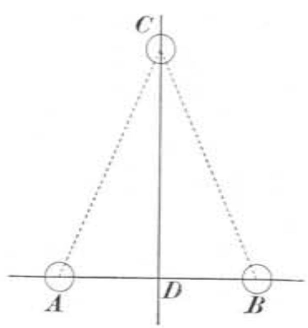
*) Z francouzského le nivellement, odvozeno z niveau, le, rovina vodorovná, hladina, ale také přístroj ke stanovení této roviny, niveau d'air libella.

Poloha nullová jest ta, kdy střed bubliny, určený z oboustranného odečtení konců bubliny na stupnici, souhlasí s nullovým bodem stupnice, čili, při níž bublina na obou koncích jest od tohoto bodu stejně daleko. Budiž pak dána zrcadlová kulatá deska skleněná, spočívající na třech stavěcích šroubech, kteráž se má nivellovati (obr. 4.). Hroty stavěcích



Obr. 4.

šroubů, na podložkách prohloubených spočívající, tvoří trojúhelník ABC, obyčejně rovnostranný, někdy rovnoramenný (obr. 5.). Nivelluje se nejprve podél základné AB, pak podél výšky CD. Libella položí se tedy nejprve podél základné AB a zařídí se do polohy nullové šroubováním na šroubech jakýchkoliv; na to se položí podél výšky CD a zařídí se do polohy nullové jenom šroubem C. Nivellováním podél dvou na sobě kolmých směrů jest celá rovina zařízena vodorovně.



Obr. 5.

Předpokládali jsme, že libella jest správnou. Při každém nivellování má pozorovatel se přesvědčiti, zda-li tomu tak jest a po případě má provésti rektifikaci libelly. K tomu cíli stačí, když se provedlo nivellování jako by provisorně libellou tak jak byla, položiti ji ještě jednou podél základné AB a pak o 180^0 otočiti a přihlédnouti, zda-li se postavení bubliny nezměnilo. Obyčejně se konstatuje, že se více méně změnilo. Pak se polovička odchylky korriguje šroubkem na libelle, polovička šroubem A neb B. Dobře jest, zejména byla-li úchylka velká, libellu opět o 180^0 otočiti a rektifikaci opakovati. Když vše souhlasí, pak teprve nutno libellu ještě jednou položiti podél výšky CD a nivellaci šroubem C dokončiti.

Podobným způsobem, jak zde popsáno, staví se vertikalně osa daného stroje (na př. kathetometru, boussoly sinusové a pod.) stavěcími šrouby A, B, C, když jest na stroji upevněná libella, která se *kolem téže osy* otáčí. Pozorovatel nivelluje ve směrech AB a CD provisorně, pak se vrátí do směru AB, otočí do směru obráceného BA, rektifikuje libellu a pak ve směru CD práci zakončí.

Při pracích takových má pozorovatel znáti *citlivost* libelly, kteréž užívá, t. j. *hodnotu jednoho dílce v sekundách*, aby si byl vědom, s jakou přesností práci svou provádí. Ke stanovení této citlivosti stačí libellu jednostranně zvednouti o úhel ε'' proti směru horizontalnímu a přihlédnouti, o kolik n dílců se střed bubliny vzduchové pošinul. Citlivost jest pak dána podílem ε''/n v sekundách. Přesné vyzkoušení libelly by ovšem také vyžadovalo konstatovati, zda-li při pokračujícím zvedání ε'' tato citlivost zůstává konstantní.

Úhel ε se počítá z nadzvednutí linearního e (elevace). Otáčí-li se při tom libella kolem osy o délku L vzdálené, jest patrně

$$tg\ \varepsilon'' = \frac{e}{L}.$$

Poněvadž úhel ε jest velmi malý, platí rovnice

$$tg\ \varepsilon'' = \varepsilon\ tg\ 1'',$$

kdež jest

$$tg\ 1'' = 0{\cdot}0000048482.$$

Odtud

$$\varepsilon'' = \frac{1}{tg\ 1''}\ \frac{e}{L}$$

anebo číselně

$$\varepsilon'' = 206265\ \frac{e}{L}.$$

Dělíce pak $\frac{\varepsilon''}{n}$ počítáme citlivost v sekundách.

Elevace e měří se šroubem mikrometrickým (podobné úpravy jako u sférometru, o němž níže jednáme). Na obrazci 4. jest viděti, že šroub C jest zároveň mikrometrickým. Délka L jest výška CD trojúhelníka ABC. Tím slouží přístroj v obr. 4. znázorněný též ke studiu citlivosti libell. Jinak bývají k tomu cíli sestrojovány přístroje zvláštní. Jedna z libell v obr. 3. má sama mikrometrický šroub na obou stranách.

Obr. 6.

Citlivost obyčejných libell laboratorních bývá 60″ až 30″, při čemž dílce na libelle jsou dvoumillimetrové; tato délka dílce jest pro odhadování desetin při stanovení polohy bubliny nejpohodlnější. Libelly citlivosti 10″, při nichž tedy odhadováním desetin lze ještě sekundy obdržeti, náleží již mezi velmi citlivé.

Libelly kulaté nemají dělení žádného. Postavení bubliny, kteráž se rozestírá kruhovitě, jest dáno jedním neb dvěma soustřednými kruhy, do jichž středu se bublina staví, když libella spočívá na rovině vodorovné. Obr. 6. předvádí libelly tohoto druhu, jak se jich užívá v laboratořích fysikalních.

Měření délky.

§ 16. Definice metru.

Ve stoletích minulých a ještě i v prvé polovici století našeho bylo v různých městech, zemích a státech kulturních užíváno jednotek délkových v rozmanitosti velice pestré, na újmu ovšem určitosti a přesnosti, kteréž vyžadovaly již zájmy obchodní, tím více však zájmy vědecké. Za dnů našich jest rozmanitost tato odstraněna zákonitým zavedením a ustálením soustavy metrické ve všech téměř státech vzdělaného světa*). Zásluhu o důležitou tuto stabilisaci dlužno přičísti Francii, jednak proto, že tam základní myšlenka oné soustavy vznikla, ale hlavně proto, že tam tato myšlenka v posledním desitiletí století minulého také ve skutek byla uvedena.

Z návrhů dávnějších, jež k zavedení internacionalní míry délkové byly učiněny, jest nejvíce pozoruhodným ten, kterýž učinil *Ch. Huygens* v díle svém Horologium oscillatorium (v Paříži, 1673). Jednaje (pag. 7.) o délce mathematického kyvadla sekundového, nazývá ji „tripedalis" a dokládá: „Trojstopovou, pravím, nikoli vzhledem k nějaké stopě, které se u toho neb onoho národa europského užívá, nýbrž dle určitého a věčného vzoru („modulu") stopového, vzatého ze samé délky tohoto kyvadla, který pro budoucnost stopou hodinovou dlužno zváti; neboť k ní musí se vztahovati měření všech jiných stop, jež bychom neporušené budoucnosti chtěli odevzdati." Tehdá měl ovšem za to, že délka kyvadla jest pro celou zemi konstantní. V týchž však letech, kdy dílo jeho vyšlo (1673), již pronikalo poznání (Jean Richer, v Cayennu, 1671—1673), že tato délka jest měnlivá se šířkou geografickou a že by tudíž, majíc býti oním neproměnlivým modulem, musila býti vztahována na určitou geografickou šířku. — Zajímavo jest však, že při prvních návrzích na zavedení nové jednotky délkové ve Francii opětně bylo pomýšleno na délku kyvadla sekundového v Paříži; ale návrh nebyl kommissí přijat, jednak proto, že by jednotka délková byla v závislost uvedena na čase, tedy na faktoru cizím, na délce středního dne slunečního, ale také že by byla závislou na způsobu *rozdělení tohoto dne*, na př. na 86400 dílů = sekund.

Z jiných návrhů starších budiž zvláště vytčen návrh, kterýž učinil vrstevník Huygensův *Gabriel Mouton* z Lyonu v roce 1670; dle toho měl jednotkou délky býti oblouček meridianu příslušící úhlu středovému 1 minuty; délka tato (asi 1·85 *km*), kterouž milí nazval, měla se rozděliti dále dekadicky. Návrh jest zajímavým proto, že tatáž myšlenka byla později základem definice metru.

*) Dle stavu, jaký byl v roce 1887, zavedena jest soustava metrická a sice obligatně ve státech se 302 milliony, a fakultativně ve státech se 492 milliony obyvatelstva. Vzhledem k úhrnnému obyvatelstvu celé země v počtu as 1500 millionů činí součet obou čísel již více než polovičku. V letech posledních znamenati jest další rozhodný pokrok, tak že i v Anglii, jinak velmi konservativní, jakož i v Rusku a Dánsku soustava metrická v principu jest již přijata.

Návrh iniciativní ve Francii učinil *Talleyrand* ve shromáždění zákonodárném (assemblée constituante) počátkem roku 1790. Porady předběžné dály se pak v užší kommissi Pařížské akademie věd (commission de l'Académie; členové: *Borda, Lagrange, Laplace, Monge, Condorcet*). Zpráva kommisse d. d. $^{19}/_{3}$ 1791 byla přijata od shromáždění zákonodárného dne $^{26}/_{3}$ 1791; královská sankce následovala dne $^{30}/_{3}$ 1791. Návrh zněl, aby jednotkou délky byla desetimilliontá část quadrantu meridianu zemského na hladinu moře redukovaného. Tím byla nová jednotka délková *definována*.

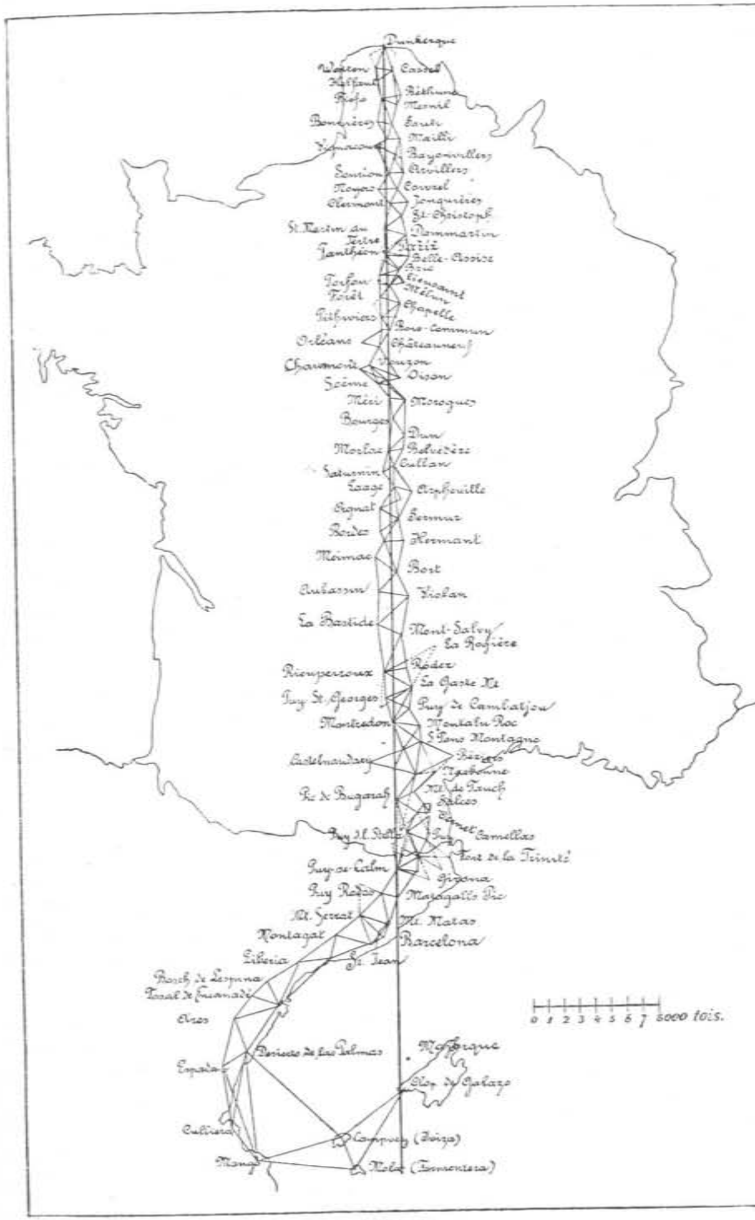
Definice tato, na soustavě decimalní založená, souvisela s návrhem na nové rozdělení pravého úhlu na 100 stupňů, každého stupně na 100 minut, každé minuty na 100 sekund. Hledíc k novému rozdělení tomuto měl tudíž jednotkou délky býti oblouček meridianu zemského, na hladinu moře redukovaného, příslušící středovému úhlu jedné desetiny sekundy, když by se meridian za kruh pokládal; vztah mezi délkou oblouku meridianového a příslušným úhlem středovým, rozdílem to geografických šířek, měl tím býti co možná zjednodušen. Jest zajímavo, že nové toto rozdělování úhlu neproniklo, ačkoli se právě na něm definice metru zakládá; bez onoho vzájemného vztahu není pro číslo 1 : 40,000.000 žádného odůvodnění; vzhledem k rozdělování pravého úhlu dosud fakticky užívanému byl by návrh Moutonův býval vhodnějším; tisícina míle Moutonovy (asi 1·85 metru) byl by býval skoro dřívější sáh, pro praxis délka zcela vhodná. V novější době se ovšem, ale již pozdě, opět k decimalnímu rozdělení pravého úhlu poukazuje.

§ 17. Realisace metru; první prototyp.

Nebylo ovšem na tom dosti, aby nová jednotka délková byla zákonitě *definována*; práce důležitější, provedení definice, *realisování* této nové jednotky musilo následovati. K cíli tomu bylo nutno změřiti aspoň část meridianu zemského. Kommisse akademie navrhla, aby změřen byl oblouk meridianu Pařížského mezi městy Dunkerque a Barcelona. Práce tato byla v skutku provedena, přes to, že doba nebyla takovémuto velikému podniku přízniva; bylať to doba velikých bojů socialních i politických, doba četných výprav válečných; není divu, že vzrušení všeobecné zasáhlo též do oněch prací vědeckých. Zahájili je 1792 *Delambre* a *Méchain* z uložení akademie. Avšak 8. srpna 1793 byla akademie zrušena. V soustavě metrické zavedeno provisorium. Nedlouho však potom zvolena sborem pro vyučování obecné (comité d'instruction publique) kommisse nová, nejdůležitější ze všech, jíž náleželi: *Berthollet*, *Borda*, *Brisson*, *Coulomb*, *Delambre*, *Hauy*, *Lagrange*, *Laplace*, *Méchain*, *Monge*, *Prony*, *Vandermonde*; později k ní přistoupili ještě *Darcet*, *Legendre*, *Lefèvre-Gineau*; kooptací zvoleni též někteří učenci jiných států, jako *van Swinden* z batavské a *Tralles* z helvetské republiky. Společnou prací všech těchto mužů byl veliký onen úkol, položení základů pro soustavu metrickou konečně šťastně dokonán.

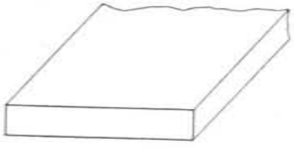
Měřený oblouk meridianu Pařížského počíná na severu Francie u města Dunkerque a pokračuje na jih přes celou Francii, přes Pyreneje až k věži pevnůstky *Mont Jouy* u *Barcelony* v úhrnné délce $= 9^{0}\ 40'\ 25{\cdot}9''$. Při měření užíváno starého étalonu akademie Pařížské, železné tyče, jejížto délka při normalní teplotě $13^{0}\,R = 16^{1}/_{4}{}^{0}\,C$ činila přesně 2 sáhy (^{0}) po 6 stopách ($'$), stopa po 12 palcích ($''$), palec po 12 čárkách ($'''$), téhož étalonu, jehož užívali akademikové francouzští (Bouguer, Condamine) při prvém měření meridianu zemského (1736 až 1744) v Peru; odtud též pojmenování: *toise du Pérou*. Délka této tyče položena za *základ* celého měření; fakticky při práci užíváno bylo kopií platinových. O triangulační síti a tím o rozsahu celého měření podává představu obr. 7.

Číselný výsledek celé práce byl následující. Desetimilliontá část quadrantu zemského meridianu jest taková délka jako $3'\ 11{\cdot}296'''$ oné toise du Pérou při její normalní teplotě $16^{1}/_{4}{}^{0}\,C$. Tato délka byla pak repraesentována délkou tyče platinové, od jedné plochy konečné ke druhé počítané, při normalní teplotě $0^{0}\,C$. Touto tyčí platinovou šířky $2{\cdot}5$ *cm*, tloušťky $0{\cdot}4$ *cm*, tudíž průřezu 1 cm^2 (obr. 8.), byl tedy realisován *první metr* (mètre primitif). Dne 23. června 1799 uložen byl tento metr ve státním archivu republiky francouzské; odtud též pojmenování *mètre des archives*: zákonem pak d. d. 25. června 1799 byl tento metr za definitivní jednotku délkovou prohlášen.



Obr. 7.

Kritické rozpravy, kteréž o této nové jednotce počátkem století našeho byly zahájeny, ukázaly, že následkem různých příčin onen mètre primitif vzhledem k původní intenci vypadl poněkud kratším. Tak vypočítal *Bessel*, že pravdě podobná hodnota quadrantu zemského meridianu není v metrech



Obr. 8.

$$10\,000\,000,$$

nýbrž

$$10\,000\,855{\cdot}76 \pm 498{\cdot}23.$$

Akademie francouzská vzala také otázku opravy metru v úvahu; avšak rozhodla, aby onen metr, jak již jednou za metr legalný byl prohlášen jím také definitivně zůstal, a to z toho důvodu, že by taková oprava vzhledem k budoucnosti přece nikdy za poslední nemohla býti pokládána: kdyby zajisté jednou v budoucnosti ono měření bylo opakováno, za příznivějších podmínek vnějších, kdy měřicí přístroje budou dokonalejší, methody měřicí jednodušší a pozorovatelé sami zkušenější, není pochybnosti, že by výsledek měření takového vedl k hodnotě metru opět poněkud málo pozměněné; i musila by ona oprava býti poznovu provedena; avšak takovéto stálé opravování nelze nikterak připustiti vzhledem k naprosto nutné stabilisaci jednotky délkové a všech jiných s ní souvisících. Z toho však vysvítá zároveň jasně, že přednosti jednotky metrové a celé metrické soustavy nikterak nejsou v tom, jak metr byl definován. Konečně nelze říci jinak, než že jest metr délkou onoho platinového prototypu při normalní teplotě 0°, ovšem s tou intencí realisovanou, aby byla rovna desetimilliontě části quadrantu meridianu zemského. Poněvadž toho však jen přibližně může býti dosaženo, jest v poslední instanci onen platinový prototyp zároveň definicí metru i jeho realisací, tedy zcela podobně, jako ona toise du Pérou.

Že byla v prvních dobách myšlenka *neproměnlivosti* a *zabezpečenosti* jednotky délkové nejvíce fascinující, vysvítá z nadšených slov, kteráž v roce 1791 k deputaci Pařížské akademie, jejíž předsedou byl Lalande, když referovala o základech soustavy metrické, promluvil předseda konventu Grégoire: „Genius svobody se zjevil a tázal se genia věd, jaká jest jednotka pevná a neproměnlivá, nezávislá na všeliké libovůli, jedním slovem taková, kterou netřeba přenášeti, aby se poznala a kterou by bylo možno verifikovati v každých dobách a na všech místech. Vaší zásluhou, slavní učencové, bude svět za toto dobrodiní vděčen Francii."

Budiž poukázáno na to, že zcela podobné motivy vězí v návrzích moderních, za jednotku voliti délku vlny světelné nějaké určité látky, na př. natria, kadmia, resp. určité její čáry světelné (pro vacuum).

Počátkem století našeho (1806—1808, Biot a Arago) bylo měření poledníku Pařížského prodlouženo přes moře až k místu Mola na ostrůvku Formentera, v délce $= 2^{0}\ 41'\ 47{\cdot}5''$. Triangulace, při tomto měření zvlášť zajímavá, jest znázorněna též v obrazci 7.

Znamená-li α amplitudu měření prvého, β amplitudu tohoto měření druhého, máme přehledně

$$\alpha = 9^{0}\ 40'\ 25{\cdot}9''$$
$$\beta = 2^{0}\ 41'\ 47{\cdot}5''$$

tak že jest amplituda úhrnná

$$\alpha + \beta = 12^{0}\ 22'\ 13{\cdot}4''.$$

Vyjádřena v jednotce délkové činí 705188·8 toise*).

§ 18. Organisace internacionalní; nové prototypy.

Zavádění soustavy metrické v jiných státech kulturních pokračovalo čileji teprve v druhé polovici našeho století. V Rakousku zavedena soustava metrická zákonem d. d. $^{23}/_{7}$ 1871 Ř. Z. 1872 č. 16 nejprve fakultativně, od $^{1}/_{1}$1876 pak imperativně. V letech 1869—1875 radily se četné internacionalní kommisse (zejména důležitou byla kommisse v roce 1872) v Paříži o způsobu, jak by soustava metrická měla býti všeobecně zaváděna a zabezpečena. Porady tyto vedly konečně k důležité smlouvě, k *internacionalní konvenci metrové* (convention du mètre), d. d. $^{20}/_{5}$ 1875, ke kteréž přistoupily postupem času všechny téměř státy vzdělaného světa. V Rakousku byla konvence tato ratifikována dne $^{31}/_{12}$ 1875 a prohlášena v říšském zákonníku 1876 č. 20. Touto konvencí zaražen byl a organisován v Paříži (Bréteuil) pode jménem: mezinárodní ústav pro váhy a míry (bureau international des poids et mesures) stálý vědecký ústav metronomický**) na útraty všech států súčastněných.

V parku St.-Cloud adaptována budova, od dob dřívějších pavillon de Bréteuil zvaná, a opatřena přístroji nejdokonalejšími. Vrchní vedení prací má internacionalní komité, skládající se z odborníků všech států v oné konvenci zastoupených; jemu přísluší rozhodovati též o otázkách finančních. Nejvyšším organem autoritativním jest generalní konference, kteráž se schází každých 6 let (posledně roku 1895) v Paříži.

Prvním úkolem ústavu tohoto bylo zhotovení nových, tak zvaných národních a mezinárodních prototypů jak pro délky tak pro hmoty. Již předem učiněno důležité rozhodnutí o materialu, z něhož nové prototypy tyto měly býti pracovány. Původní metr (primitif) byl zhotoven z platiny. Ukázalo se však, že materialem daleko ještě výhodnějším jest slitina platiny a iridia v poměru (dle hmoty) 90 : 10. Jako platina jest i slitina tato oproti vlivu atmosfery i oproti působení známých agentií chemických, horkou lučavku královskou vyjímajíc, úplně necitlivou. Jest dále velmi tuhá a pevná, dá se výborně hladiti a leštiti, tak že lze na plochách tím zjednaných nanášeti diamantem čárky velice jemné. Specifická její hmota jest největší všech dosud známých; činí totiž 21·56 g/cm^3.

*) Obšírnější výklad viz v článku „O měření země", Em. Čuběr, Časopis pro pěstov. math. a fysiky, III. 1874 pag. 228.

**) οἱ μετρονόμοι sbor 15ti mužů v Athenách, (10 v městě a 5 v Peiraeu), kteří měli dozor nad správností měr a vah při prodeji.

Roztažlivost tepelná jest velmi malá a velmi pravidelná; materiał vydrží zahřátí až do žáru červeného. Všechny tyto vlastnosti činí materiał tento výtečně způsobilým, aby z něho byly hotoveny prototypy, jež mají pro celou budoucnost býti nepromněnlivým základem veškerých měr (a vah).

Průřez nových prototypů délkových byl zcela zvláštní, jak jej vepsaný do čtverce ($2\ cm$)^2 ukazuje obr. 9. ve skutečné velikosti. Průřezem této formy zabezpečuje se rychlé vyrovnávání teploty mezi tyčí a ústředím (lázní), v němž se nalézá; jím se docílí též značné pevnosti proti prohnutí tyče vlastní vahou; plocha, jež jest uprostřed celého průřezu, jest plochou neutralní; na ní jest naneseno vlastní dělení, na začátku a na konci toliko 3 jemné čárky (tloušťky 6 až 8 μ) ve vzdálenosti 0·5 *mm* od sebe; odlehlost obou *středních* čárek udává při normalní teplotě 0° vlastní délku étalonu a to ve střední ose, kteráž jest též podélnými čárkami udána. Tím, že toto dělení jest na ploše neutralní naneseno, nemění se i při eventualní malé deformaci tyče ta délka, kteráž dělením jest udána. Celá délka étalonu činí 102 *cm*. Také v tom spočívá přednost těchto nových étalonů oproti původnímu metru platinovému, že tento byl, jak říkáme, měřítkem na kraje (plochy) (à bouts), kdežto ony nové jsou měřítka na čáry (à traits); odlehlostí čárek jemně vedených lze však jistou délku daleko přesněji stanoviti než odlehlostí krajů, resp. krajních rovin.

Obr. 9.

Z většího počtu takovýchto prototypů byl jeden určen za internacionalní a slouží za základ kontroly a verifikace vědecké. Jest uložen v mezinárodním ústavu dříve jmenovaném a označuje se všeobecně písmenem 𝔐. Jiné pak, tak zvané nacionalní, v počtu 30, rozdělily se při první generalní konferenci pro míry a váhy, v září 1889, losem mezi súčastněné státy a zůstávají uloženy v příslušných hlavních městech z pravidla v hlavním metronomickém ústavu toho kterého státu.

Rakousku připadly prototypy N° 15 a N° 19; tento jest určen za manipulační, onen pak jest nyní základním metrem*) pro veškeré království a země v říšské radě zastoupené, dle znění zákona d. d. $^{12}/_{1}$ 1893, Ř. Z. 1893 č. 10.

Konstanty jeho určeny následovně: Koefficient roztažlivosti

$$\alpha . 10^9 = 8655 + 1{\cdot}00\, t.$$

Délka při teplotě tajícího sněhu

$$1\, m + \overset{\mu}{0{\cdot}9} \pm \overset{\mu}{0{\cdot}1}.$$

*) Nový tento prototyp vstoupil nyní na místo skleněného étalonu, jenž byl zákonem výše uvedeným d. d. $^{21}/_{7}$ 1871 Ř. Z. 1872 č. 16 za základ délek prohlášen, čímž byl zákon tento dodatečně pozměněn.

Tudíž délka při teplotě t

$$1\, m + \overset{\mu}{0{\cdot}9} + \overset{\mu}{8{\cdot}655} . t + \overset{\mu}{0{\cdot}00100} . t^2 \pm \overset{\mu}{0{\cdot}2},$$

kdež znamená t teplotu určenou teploměrem vodíkovým, jak byl ustanoven k účelům internacionalní služby pro míry a váhy (v. t. v nauce o teple). Oba tyto prototypy jsou v pevných, proti ohni bezpečných skříních uschovány v ústavu c. k. normalní cejchovní kommisse ve Vídni.

Starý prototyp platinový metru jest nyní již jen památkou historickou. Jeho kopie 𝔐 shoduje se s ním tak přesně, jak vůbec nejjemnějšími prostředky moderními bylo lze dosáhnouti.

§ 19. **Násobky a díly metru; označení.**

Násobky a díly metru utvořeny na základě dekadickém a pojmenovány dle číselných názvů řeckých a latinských*); označení, jak jest zavedeno u nás v Rakousku na základě usnesení XV. plenarní schůze c. k. normální kommisse cejchovní v roce 1885, ukazuje přehledně tabulka následující:

10 000 metrů	=	myriametr	. . .	*μm*
1 000 „	=	kilometr	. . .	*km*
100 „	=	hektometr	. . .	*hm*
10 „	=	dekametr	. . .	*dkm*
1 metr			. . .	*m*
0·1 *m*	=	decimetr	. . .	*dm*
0·01 „	=	centimetr	. . .	*cm*
0·001 „	=	millimetr	. . .	*mm*

K tomu přistupuje

0·001 *mm*	=	mikron	. . .	*μ*
0·000001 „	=	millimikron	. . .	*μμ*.

Jednotka μ jest pohodlna na př. k účelům mikroskopování; jednotky $\mu\mu$ užívá se na př. při stanovení délky vlny světelné. Vůči tomu, že μ značí mikron, jeví se býti označení *μm* pro myriametr nevhodným; proto se později zavedlo označení *mym*. Ostatně se jednotky této velmi málo užívá, právě tak, jako též jednotky *hm* a *dkm*, kteréž jen k vůli úplnosti nahoře byly uvedeny. Na místě millimikron říká se též mikromillimetr, což jest slovo poněkud dlouhé a dvakrát složené.

*) Latinské: decem, centum, mille; řecké: δέκα, ἕκατον, χίλιοι, μύριοι; slovo μύριοι znamenalo Řekům vůbec nesmírně mnoho, později vložen do slova význam určitého čísla (10 000). Volba označení latinských a řeckých byla šťastnou vzhledem k tomu, že soustava metrická byla připravována jako internacionalní.

§ 20. Délkové jednotky metrické a starofrancouzské.

Při starších pracích vědeckých užívalo se velmi často — také u nás —*) starofrancouzské (pařížské) jednotky délkové sáhu (⁰), (toise du Pérou) a její dílů, stopy (pié) (′). palce (pouce) (″) a čárky (ligne) (‴). Při studiu prací těchto bývá pak třeba přepočítati údaje takové na moderní jednotky metrické.

Základní relace jsou tu následující**):

$$1\,m = 3' \;\; 11{\cdot}296'''$$
$$= \;\; 443{\cdot}296'''$$

a obráceně

$$1' = 324{\cdot}83938\,mm$$

Při tom jsou normalní teploty: pro míru metrickou 0⁰ C, pro starofrancouzskou 13⁰ R = 16·25 C. Jest tudíž délka přesné tyče metrové při 0⁰ C taková jako délka 443·296‴ při teplotě 16·25 C přesného měřítka pařížského, anebo obráceně: délka přesné stopy pařížské při 16·25 C jest taková jako délka 324·83938 *mm* při teplotě měřítka 0⁰ C.

Z oněch čísel plyne pak dále:

$1\,m = 3'\; 11{\cdot}296'''$	$1' = 324{\cdot}83938\,mm$
$1\,cm = 4{\cdot}43296'''$	$1'' = 27{\cdot}06995$ „
$1\,mm = 0{\cdot}443296'''$	$1''' = 2{\cdot}25583$ „

K usnadnění převodu slouží tyto tabulky:

Převod délkové míry starofrancouzské na metrickou.

	stopa v metrech	palec v millimetrech	čárka v millimetrech
1	0·3248394	27·06995	2·25583
2	0·6496788	54·13990	4·51166
3	0·9745181	81·20984	6·76749
4	1·2993575	108·27979	9·02332
5	1·6241969	135·34974	11·27915
6	1·9490363	162·41969	13·53497
7	2·2738757	189·48964	15·79080
8	2·5987150	216·55958	18·04663
9	2·9235544	243·62953	20·30246

*) Pozorování barometrická na hvězdárně Pražské jsou na př. až do roku 1872 incl. vyjádřena v Pařížských čárkách.

**) Méchain a Délambre, Base du Système métrique, svazek 3, pag. 433. Mittheilungen der kais. Norm.-Aich.-Comm. (Berlin) I. Reihe, Nro. 10, 1889.

Převod délkové míry metrické na starofrancouzskou.

	metr ve stopách	millimetr v palcích	millimetr v čárkách
1	3·07844	0·0369413	0·443296
2	6·15689	0·0738827	0·886592
3	9·23533	0·1108240	1·329888
4	12·31378	0·1477653	1·773184
5	15·39222	0·1847067	2·216480
6	18·47067	0·2216480	2·659776
7	21·54911	0·2585893	3·103072
8	24·62756	0·2955307	3·546368
9	27·70600	0·3324720	3·989664

§ 21. Délkové jednotky metrické a anglické.

Jednotkou anglických měr délkových jest Yard po 3 stopách (foot), stopa po 12 palcích (inch). Poměr yardu k metru stanovil přesně *Kater* v roce 1818; zákonitě byl pak poměr tento ustálen vynesením „*Weights and measures act*“ z roku 1878 dle relace:

$$1 \text{ Yard} = 914{\cdot}38348\,mm$$

aneb obráceně

$$1 \text{ metr} = 39{\cdot}37079 \text{ inches.}$$

Normalní teplotou pro yard jest

$$62^0\,F = 16^2/_3{}^0\,C.$$

Délka přesného měřítka yardu při teplotě 62⁰ F jest tudíž taková jako délka 914·38348 *mm* přesného měřítka metrického při teplotě 0⁰; aneb naopak, délka metru jest taková jako délka 39·37079 anglických palců teploty 62⁰ F přesného měřítka anglického.

Úkol přepočítávati údaje v délkové míře anglické na metrickou neb naopak přichází často vzhledem k tomu, že se míry anglické užívá velmi hojně v Anglii, Americe, osadách anglických a v jistém smyslu i na Rusi a j. Úkol ten mají usnadniti tabulky následující:

Převod délkové míry metrické na anglickou.

	metr v yardech	metr ve stopách	millimetr v palcích
1	1·0936331	3·280899	0·039371
2	2·1872661	6·561798	0·078742
3	3·2808992	9·842698	0·118112
4	4·3745322	13·123597	0·157483
5	5·4681653	16·404496	0·196854
6	6·5617984	19·685395	0·236225
7	7·6554314	22·966294	0·275596
8	8·7490645	26·247193	0·314966
9	9·8426975	29·528093	0·354337

Převod délkové míry anglické na metrickou.

	yard v metrech	stopa v metrech	palec v millimetrech
1	0·9143835	0·3047945	25·39954
2	1·8287670	0·6095890	50·79908
3	2·7431504	0·9143835	76·19862
4	3·6575339	1·2191780	101·59817
5	4·5719174	1·5239725	126·99771
6	5·4863009	1·8287670	152·39725
7	6·4006844	2·1335615	177·79679
8	7·3150678	2·4383559	203·19633
9	8·2294513	2·7431504	228·59587

Vedle těchto relací vědecky správných užívá se však v *obchodu anglickém* ještě relací jiných, jež vznikly tím, že se yard při své normalní teplotě 62° F srovnal s mosazným metrem *téže teploty* $16^2/_3$° C (na místě teploty 0° C), čímž vznikla relace:

1 yard = 914·12 *mm*

aneb obráceně:

1 metr = 39·38203 palců.

Jednotka obchodní yard jeví se tu býti proti jednotce vědecké yard poněkud zkrácenou (asi o $^1/_4$ *mm*). Dvojakost tato jest

dosti závadnou; jí se vysvětluje, proč často v knihách nalézáme o jedné a téže veličině dvojí různý údaj v míře anglické, při čemž ani nebývá udáno, zda-li je míněn yard vědecký nebo yard obchodní.

Z hořejších základních vztahů pro anglickou míru obchodní plynou pak ještě následující:

1 stopa = 0·30471 metru
1 palec = 25·392 *mm*

a obráceně:

1 metr = 3·2818 stop
1 *mm* = 0·0394 palců.

§ 22. **Rozměry naší země.**

Tvar naší země (geoid) lze s velkou approximací pokládati za rotační ellipsoid (sferoid). Vzhledem k tomu, že základní jednotka délková jest odvozena z rozměrů tohoto ellipsoidu, uveďme dle nynějšího stavu vědy, jak zase naopak tyto rozměry se jeví v oné nyní všeobecně přijaté jednotce délkové. Rozměrů těchto budeme v následujících výkladech častěji potřebovati.

Data nejvíce rozšířena jsou ta, jež na základě měření poledníkových vypočítal slavný astronom *F. Bessel.* Data novější vypočítal *A. Clarke* a *H. Faye*; pravdě as nejpodobnější dle nynějšího stavu měření jsou data, jež odvodil *H. Faye**); proto v následujících oddílech, zejména v oddílu o gravitaci jsou přijata jeho data. Nicméně v následujícím sestavení jsou též vedle nich uvedena čísla dle Bessela, aby bylo viděti, jak rozdíly jsou dosti značné.

Budiž

$$\left.\begin{array}{l} R_0 = \text{poloosa hlavní (aequatorealní)} \\ R_1 = \text{poloosa vedlejší (polarní)} \end{array}\right\} \text{ellipsy zemské,}$$

$R_0 - R_1$ = sploštění absolutní země,

$\frac{R_0 - R_1}{R_0}$ = sploštění relativní země,

$R = \sqrt[3]{R_0^2 R_1}$ poloměr koule mající týž objem jako země,

$R' = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}$ poloměr koule mající týž povrch jako země,

*) Annuaire, publié par le bureau des longitudes, Paris 1899, pag. 178.

$2\pi R_0 =$ obvod aequatorealní,
$Q =$ quadrans terrestris, čtvrtmeridian,
$V =$ objem (volumen) země,
$S =$ povrch (superficies) země.

Číselné hodnoty jsou sestaveny v tabulce následující.

	F. Bessel	H. Faye	
$R_0 =$	6377·397	6378·393	. . . km
$R_1 =$	6356·079	6356·549	. . . km
$R_c - R_1 =$	21·318	21·844	. . . km
$\frac{R_0 - R_1}{R_0} =$	$\frac{1}{299{\cdot}2}$	$\frac{1}{292{\cdot}0}$	
$R =$	6370·283	6371·103	. . . km
$R' =$	6370·290	6371·109	. . . km
$2\pi R_0 =$	40070·368	40076·625	. . . km
$Q =$	10000·856	10002·008	. . . km
$V =$	1082·841	1083·260	. . $10^9\, km^3$
$S =$	509·951	510·082.	. $10^6\, km^2$

§ 23. Jiné míry starší.

Z jednotek starších buďtež zde uvedeny ještě některé, jichž se dosud mnoho užívá. Sem náleží především jednotka při odlehlostech topografických mnoho užívaná, tak zvaná míle. Původně znamenala míle tisíc kroků, mille passus; počítá-li se krok 75 cm, bylo by 1000 kroků $= {}^3/_4\, km$. Na tom základě jsou na př. mapy rak. vojenského generalního štábu kresleny v měřítku 1 : 75000, dle něhož právě 1000 kroků („míle") $= 1\, cm$, (ostřejším pochodem asi 10 minut). V původním svém významu míle $=$ 1000 kroků se slova toho neužívá. Tak zvaná *míle geografická* vztahuje se na délku rovníka, (redukovaného na hladinu mořskou), a určuje se jako délka odpovídající úhlovému oblouku $\frac{1}{15}{}^0$ čili $4'$. Dle toho, zda-li přijmeme data, jak je pro rozměry naší země odvodil *F. Bessel* nebo *H. Faye*, obdržíme číselně

míle geografická $=$ 7420·44 m (Bessel),
míle geografická $=$ 7421·60 m (Faye).

Číslo prvnější se v knihách všeobecně udává.

Proti *míli geografické*, jež jest odvozena z rozměrů *rovníka* jest tak zvaná *míle mořská* odvozená z rozměrů *poledníka* ja-

kožto délka oblouku jedné minuty ($\frac{1}{60}{}^0 = 1'$). Obdobně jako nahoře máme i zde:

míle mořská $=$ 1852·01 m (Bessel),
míle mořská $=$ 1852·22 m (Faye).

Jednotky „míle mořská" užívá se všeobecně při plavbách na moři; při tom udává se rychlost, s jakou paroloď pluje, z pravidla počtem mořských mil ujetých za hodinu. Za účelem stanovení této rychlosti spustí se s lodi do moře trojhranný plavač stabilně plovoucí a téměř nehybný, aby i vůči (slabému) tahu na jistém místě zůstal; od něho jde lano, kteréž se odvinuje, když loď pluje. Lano jest opatřené *uzly*. Pozorování koná se půl minuty, t. j. $\frac{1}{120}$ hodiny. Počítá se počet uzlů, kolik jich za tento čas před očima pozorovatele přeběhne. Odlehlost uzlů jest taková, aby tento *počet uzlů za půl minuty* odpovídal *počtu mořských mil za hodinu*. To dává odlehlost 1852 m : 120 $=$ 15·4 m. Obyčejně se brává o 0·6 m menší, vzhledem k tomu, že přece onen plavač při odvinování lana jde poněkud málo za lodí. Na některých lodích se pozoruje pouze čtvrt minuty; pak ovšem musí býti odlehlost uzlů poloviční, tedy 7·7 m, resp. 7·4 m, aby opět počet uzlů v této době odvinutých udával počet mořských mil za hodinu. Když se tedy na př. udává, že moderní parolodi jedou rychlostí až 25 uzlů, znamená to, že za hodinu ujedou 25 mořských mil, tedy $25 \times 1{\cdot}852 = 46{\cdot}3\, km$. Naše rychlovlaky ujedou za týž čas asi 60 km. Dlužno ovšem připomenouti, že přístroje k stanovení rychlosti jsou u moderních parolodí dokonalejší, než jak nahoře popsáno; nicméně způsob, udávati rychlost dle uzlů, se i u těch všeobecně zachovává.

V mnohých spisech, zejména anglických, nazývá se míle mořská geografickou; důsledně má se pak z geografické odvoditi jako její čtvrtina, tedy jako oblouk odpovídající 1 minutě rovníka. Dle této definice by byla

mořská míle $=$ 1855·11 m (Bessel),
mořská míle $=$ 1855·40 m (Faye),

tudíž proti dřívější o 3 metry větší.

Podobná dvojakost jako zde jest též u *míle anglické*.

Míle anglická, zvaná *London-mile*, obyčejná, má 5000 anglických stop, a to *obchodních*. Naproti tomu míle anglická, zvaná Statute-mile, British-mile, má 5280 anglických stop, a to *zákonitých*. Co se oddílů její týče, má míle tato 8 furlongs (brázd), každý furlong 40 rods (prutů) neb 80 chains (řetězců), každý chain 22 yards (loket); odtud číslo 80 . 22 $=$ 1760 yards (loket), čili 1760 . 3 $=$ 5280 foots (stop).

V metrech jest

London-mile $=$ 1523·986 m,
British-mile $=$ 1609·3295 m.

§ 24. Dělicí stroj.

Ke skutečnému odměřování délek potřebujeme měřítek, přesně dělených, na př. na *cm* neb *mm*, jde-li o odčítání pouhým okem, aneb ještě jemněji, jde-li o odčítání mikroskopy. Měřítka taková hotoví se dělicím strojem délkovým.

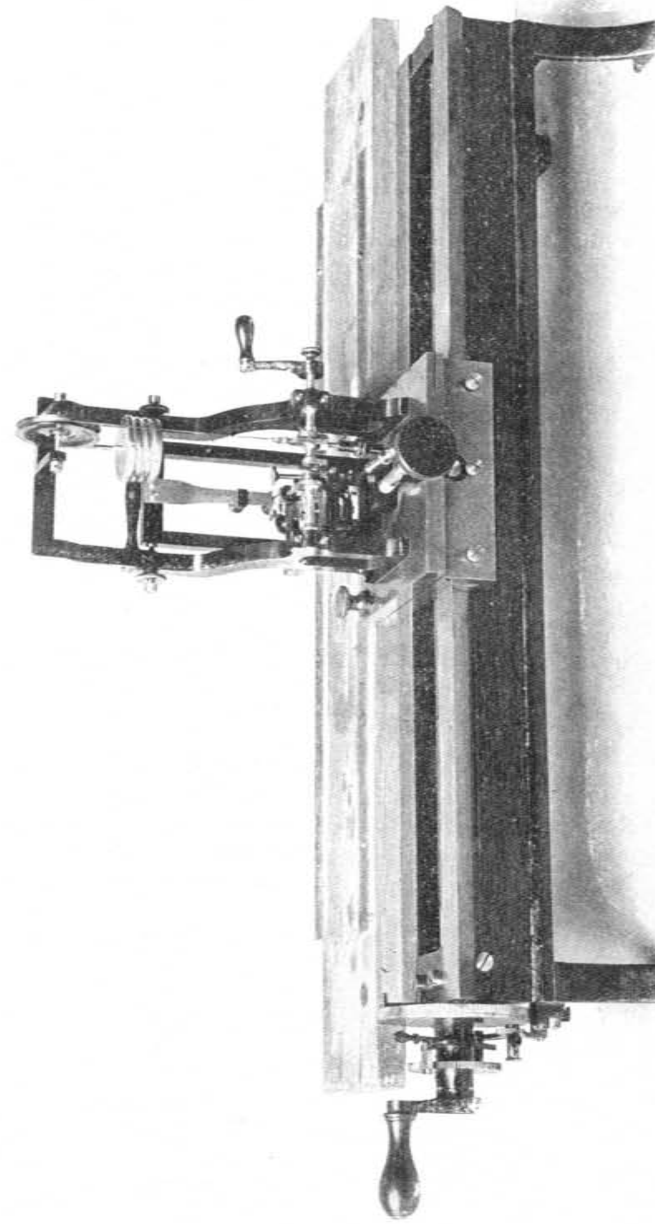
Ač základ dělicího stroje délkového jest jednoduchý a určitý, bývá jeho provedení velmi rozmanité. Každý hotovitel konstruuje model vlastní dle svého nejlepšího soudu. Pozorovatel, maje dělicím strojem pracovati, musí se vpraviti do konstrukce toho určitého stroje, který má před sebou, musí studovati jeho zvláštnosti, tím spíše, poněvadž neznalostí jich mohl by zaviniti poškození stroje. Při tom málo mu pomáhá popis sebe obšírnější a podrobnější, který se vztahuje na model jiný. Proto zde podáváme popis dělicího stroje pouze v hlavních rysech, při čemž v některých jednotlivostech vztahujeme popis ten na model znázorněný v obr. 10. (Lorenz), kterého užíváme k účelům fysikalní laboratoře.

Částí dělicího stroje nejpodstatnější, v níž větší neb menší hodnota celého stroje spočívá, jest šroub; zoveme jej, jako všechny jiné, jemu podobné, šroubem mikrometrickým*), poněvadž slouží účelům měřicím a má zaručiti měření do délek velmi malých. Hotoví se z tvrdé oceli, v délce takové, aby bylo možno ještě aspoň půl metru děliti nepřetržitě, tedy na př. v délce 58 *cm*. Šroub tento spočívá v ložiskách pevných. Otáčí-li se, má osa otáčecí přesně splývati s vlastní jeho osou podélnou, aby sebou neházel. Výška otočky šroubové bývá z pravidla 1 *mm*, někdy $^1/_2$ *mm*. Žádá se však, aby výška tato, kdekoli měřená, byla v celé délce šroubu naprosto konstantní. Požadavek tento splniti jest nad míru nesnadno; nutno šroub vytáčeti s největší péčí a při teplotě zcela konstantní.

Šroub jest spojen s maticí šroubovou, ocelovou, pro snadnější rozebírání dvojdílnou. Matice pak souvisí pevně s větší a hmotnější ocelovou čtvercovou deskou, která na massivním stativu celého stroje má sáňkové vedení přesně pracované, tak, aby, když se šroubem otáčí, deska s onou maticí šroubovou jemně postupovala v drahách s osou šroubu rovnoběžných. Na tuto desku pak přišroubuje se přístroj rycí, když se stroje užívá k dělení, po případě i jiné předměty, jež chceme mikrometricky pošinovati, nebo i mikroskop, jde-li o srovnávání daného měřítka se šroubem dělicího stroje, eventualně o zkoušení tohoto šroubu samého.

Aby se při otáčení šroubu daly stanoviti též díly jedné otočky, jest na předním konci šroubu před jeho prvním ložiskem upevněn kotouč mosazný, jehož obvod jest rozdělen na 100 dílů; proti dílcům stojí pevný index; lze odhadnouti ještě desetiny dílce a tím stanoviti i tisíciny

*) μικρός malý, μέτρον, τὸ míra, měřítko.



Obr. 10.

otočky šroubu, tedy tisíciny millimetru. Na tomto kotouči jest také rukověť k otáčení šroubu. Mimo to mívá kotouč ještě menší ozubené kolečko. Budiž jen naznačeno, že slouží k tomu, aby se určitý díl millimetru, na př. pětina, desetina, dvacetina a pod., mohly na měřítko jakési nanášeti, aniž by, kdo dělení provádí, musil hleděti na dělení kotouče; otáčí kotoučem mechanicky vždy o touž část otočení celého, což jest zaručeno tím, že do ozubeného kolečka zasahá závěr, který vždy týž počet zubů pošine v před, na zad přes zuby volně přecházeje.

Částí stroje nejvíce komplikovanou jest přístroj rycí. Má totiž rýdlo býti vedeno nikoli rukou přímo; neboť při tom nebylo by lze uvarovati se postrannímu tlaku neb tahu, čímž by čárky mohly vypadnouti poněkud uhnuté. Také tlak, kterým rýdlo pracuje, nelze rukou řiditi. Konečně jde též o délku čárek. Nejlépe jest, upraviti přístroj rycí tak, aby ruka pracovala na postranním kolečku, jím otáčejíc, a aby na ose kolečka tohoto umístěny byly dva excentry, z nichž jeden větší způsobuje pohyb rýdla v před a v zad, druhý pak, menší, pohyb vzhůru a dolů. Jedním otočením kolečka uvede se tedy rýdlo v před, jsouc nadzdviženo; pak se skloní, táhne se v zad, zde se nadzvihne, aby se opět vedlo v před. Když ryje, jest tlačeno vahou závažíček, kteráž možno voliti v počtu menším neb větším. Konečně se délka čárek upraví kontaktními šrouby. Obyčejně, při dělení dekadickém, nemají čárky býti stejně dlouhé, nýbrž pátá vždy delší a desátá ještě delší, a to buď jednostranně neb i oboustranně. Tato věc opatří se pomocí ozubeného kolečka, proti jehož obvodu se kontaktní šrouby s obou stran opírají; na tomto obvodě jsou pak příslušné výřezy, jež možno i hlubšími neb mělčími učiniti, do nichž kontaktní šroubky při pátém a desátém dílci zapadají. Kolečko má vedle sebe jiné ozubené se dvaceti zuby a pomocí toho postrčí se vždy o jeden zub, když rýdlo provede jednu čárku; toto postrčení provádí se třetím excentrem na ose onoho postranního kolečka umístěným.

Jak viděti, jde tendence celého uspořádání k tomu, nechati pracovat mechanismus za člověka. Mechanismus správně zařízený se nemýlí, kdežto člověk se mýliti může. Činnost pracovníka přestává tedy na tom, pravou rukou otáčeti hlavní šroub, levou rukou pak po té otáčeti kolečko postranní na přístroji rycím. Vše ostatní obstarává mechanismus před tím dobře zařízený.

Při dělicích strojích, jež nejpřesnějším účelům vědeckým mají sloužiti, jde se ještě o krok dále: vyloučí se spolupůsobení člověka úplně. V skutku blízkosti pracovníka vznikají mechanická otřásání, různosti teploty a vlhkosti, kteréž na výsledek dělení velmi jemného vždy škodlivě působí. Proto jsou nejdokonalejší dělicí stroje automatické; takové mohou pracovati i v noci, za úplného klidu, při konstantní teplotě, a to nepřetržitě bez únavy, bez omylů a úplně stejnoměrně.

O praxi dělení budiž ještě poznamenáno následující.

Předměty, na nichž dělení se má provésti, upevní se na stole podél šroubu rozestřeného, obyčejně voskem*), ale opatrně, aby snad tlakem nevznikla deformace. Dle výšky předmětu upevní se pak rýdlo.

*) Vosk sám byl by k účelům takovým tvrdým a drobivým, proto se roztaví a pak smíchá se silicí terpentinovou.

Tímto bývá při dělení měřítek dřevěných neb kovových nůž ocelový, přibroušený šikmo k ostré hraně, kterou se dílce ryjí. Na skle ryje se diamantem. Jde-li však o dílce, jež mají zřetelně vystupovati, jako u teploměrů, hustoměrů, graduovaných nádob atd., potáhne se sklo jemnou vrstvou vosku nebo paraffinu, nebo ještě lépe laku asfaltového, který těsně ke sklu přilne, a dělení ryje se do této vrstvy. Na to se dělení vyleptá fluorovodíkem čili kyselinou fluorovodíkovou (FH), totiž vodou slabě plynem tímto nasycenou. Fluorovodík plynný účinkuje na sklo ovšem silněji, jest však plicím velmi nebezpečný; proto lze jím pracovati jen v nádobách uzavřených. Vodu však fluorovodíkem více méně nasycenou lze uschovati v nádobách guttaperčových a při práci štětcem na dělení nanášeti. Vosk neb paraffin neb lak asfaltový se smyje silicí terpentinovou neb benzolem. Aby dílce dobře vynikly, natírají se hustou směsí rumělky a šellaku v alkoholu.

Dobrý dělicí stroj jest pro účely laboratoře fysikalní velmi užitečný. Jím hotoví se měřítka v jednotce metrické, jím lze však měřítka hotoviti v jednotce libovolné aneb, jinak řečeno, jím lze libovolnou délku danou rozděliti na určitý počet dílců; na př. provésti dělení na teploměru, na mensurách atd. Jím lze zkoumati měřítka daná a určiti metrickou hodnotu jich dílce, při kteréžto práci se na přístroj rycí umístí mikroskop, jenž má v okularu nitkový kříž. Konečně všude tam, kde se má předmět nějaký v rovině vodorovné mikrometricky jemně a o délku danou pošinovati, koná dělicí stroj služby nejlepší.

§ 25. **Měřítka.**

Měřítka obyčejná hotoví se ze dřeva, z pravidla v délce 2 *m*, 1 *m*, 0·5 *m*, 0·2 *m*, 0·1 *m*. Měřítka jedno- a dvoumetrová mívají průřez pravoúhlý a jsou měřítky na plochu; správná úhrnná délka jest dána odlehlostí krajních k délce kolmých rovin; tyto bývají mosaznými do dřeva zapuštěnými plíšky zabezpečeny. Měřítka kratší mívají formy lineálů a slouží účelům rýsování; jsou měřítky na čáry, t. j. úhrnné délky jsou dány odlehlostí čárek na hraně lineálu. Decimetrová měřítka tohoto druhu hotoví se též ze slonoviny. Měřítka delší, dvoumetrová, dělena jsou na centimetry, kratší vždy na millimetry*).

K rychlému vyměřování délek větších užívá se měřítek páskových buď z oceli anebo z plátna, do něhož jsou vetkány jemné drátky, aby délka měřítka se natažením neměnila; pásková měřítka ocelová jdou do délky asi 10 *m*, plátěnná na př. 30 *m*. Jsouce ohebná konají též dobré služby při vyměřování obvodů.

*) Zcela nevhodné jest dělení na půlmillimetry; čárka millimetr půlící ruší přehled a k odhadnutí desetin millimetru pranic nenapomáhá.

Pro měření přesnější osvědčují se velmi dobře měřítka skleněná. Při těchto užívá se zrcadlového skla buď bez folie, tedy průhledného, nebo s folií, (nejlépe stříbrnou), aby při odčítání nevznikly chyby parallaxou. Pro škály metrové, jakých se užívá při odčítacích dalekohledech k účelům magnetometrickým a galvanometrickým, užívá se rovněž měřítek skleněných a sice ze skla bílého. Dělení na skle lze provésti velmi zřetelně a čistě; sklo netrpí prachem a vlhkostí ani výpary kyselin atd.

Dlouhá měřítka skleněná jsou dosti drahá. Proto se k účelům posledně uvedeným užívá měřítek provedených na papírovém proužku, který jest nalepen na dřevo formy **T**, aby se tak snadno nekroutilo. Zde však dlužno podotknouti, že se musí dříve papír na dřevo nalepiti a teprve, když lep uschl, a dřevo se ustálilo, dělení strojem dělicím nanésti.

K přesným účelům vědeckým užívá se, vedle oněch měřítek skleněných, hlavně měřítek kovových. Při tom vkládá se proužek kovu jemnějšího, z pravidla stříbra, do kovu hrubšího, na př. mosazi. To však lze jen tehdá, když koefficienty tepelné roztažlivosti se rovnají; jinak vzniká relativní pošinutí. Kombinace stříbro-mosaz vyhovuje v skutku podmínce této velmi dobře. Dle pozorování konaných v „bureau international" neobjevilo se ani při zahřátí na 100° žádné relativní pošinutí.

O materialu k étalonům normalním v eminentním slova smyslu bylo již na svém místě jednáno.

§ 26. **Nonius (vernier).**

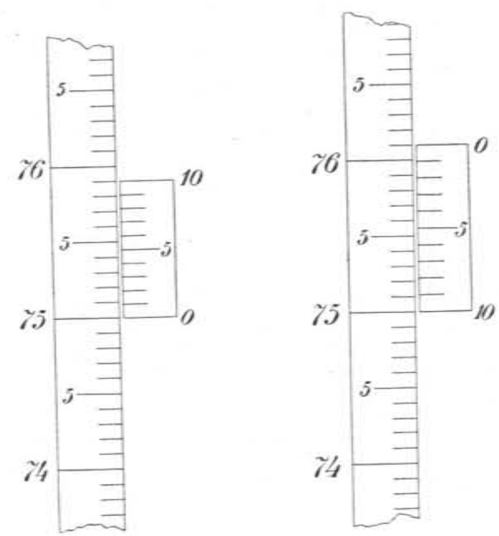
Při provádění měření jde o to, stanoviti polohu dvou indexů, anebo dvě konsekutivní polohy jednoho indexu, na daném měřítku. Indexem takovým bývá buď bod, neb přímka; na př. bodec hrotu, který se kolmo na dělení promítá, nebo průsek nitek u nitkového kříže, nebo zase sama nitka takového kříže, rovnoběžně s čárkami měřítka zařízená, přímkový průmět roviny na rovinu měřítka, atd. Z pravidla přijde index takový mezi dvě sousední čárky měřítka; počet plných dílců odečte se pak přímo; ale zbývá ještě zlomek dílce, o jehož určení se jedná.

Určení toto lze přibližně provésti odhadem. Pozorovatel dovede na měřítku na př. millimetrovém dobře odhadnouti ještě

desetiny millimetru, snadno tak přesně, aby chyba nebyla větší než jedna desetina millimetru.

Při odhadování desetin dlužno oku dáti takovou polohu, aby promítání indexu na měřítko se dálo kolmo. Zrcadlením, jak již naznačeno, se věc usnadní. Pošinutím oka z této určité polohy vzniká při odčítání chyba, zvaná *parallakční*. O významu slova *parallaxa* jedná se v oddíle o času.

K odčítání spolehlivějšímu slouží *nonius*, přístroj velice rozšířený, kterýž nalezneme u každého přesného stroje, určeného k měření buď délek neb úhlů. Jest to měřítko pobočné, kteréž buď lze pošinovati podél hlavního, anebo podél něhož lze pošinovati hlavní. Jím má se odečísti ještě n-tá část dílce hlavního měřítka.



Obr. 11.

K cíli tomu jest na noniu $n \pm 1$ dílců hlavního měřítka rozděleno na n dílů. Hodnota dílce jest tudíž $\frac{n \pm 1}{n} = 1 \pm \frac{1}{n}$.

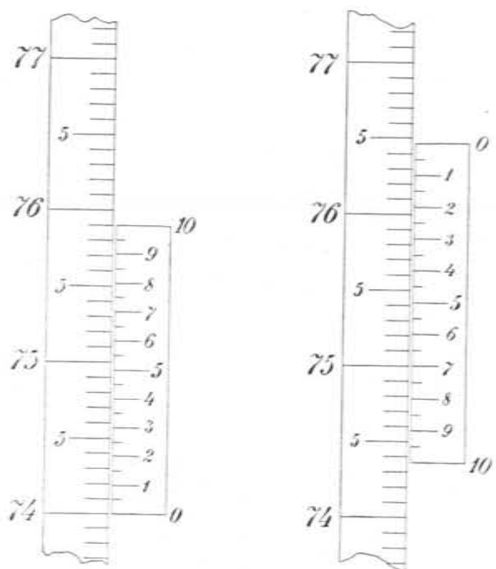
Dle toho se rozeznává:

1) Nonius předbíhavý, s hodnotou dílce $1 + \frac{1}{n}$,

2) nonius dobíhavý, s hodnotou dílce $1 - \frac{1}{n}$.

Odčítání na noniu provádí se tím způsobem, že se přihlédne, kolikátý dílec nonia splývá s dílcem hlavní stupnice. Je-li to dílec k-tý, činí zbývající zlomek $\frac{k}{n}$ dílce hlavního. Indexem, na kterýž se odečtení vztahuje, jest ovšem *nullový bod nonia.*

U měřítek délkových, kteráž jsou millimetrová, bývá obyčejně
$$n = 10.$$
Odčítají se tedy desetiny millimetru a sice pouhým okem, což stačí (obr. 11.).



Obr. 12.

Děje-li se odčítání lupou, a je-li dělení i hlavní i pobočné jemně provedeno, aby čárky byly velmi tenké ale určité, jest výhodnějším voliti
$$n = 20.$$
Při tom není však rozumné, číslování nonia dle dvacetin millimetru zaříditi, nýbrž dle desetin (obr. 12.) a čárky (kratší) mezi jednotlivými desetinami používati k odhadnutí setin millimetru. V skutku lze dle polohy této čárky mezi čárkami hlavního měřítka odhadnouti velmi dobře ještě dvě setiny millimetru. Přesnost větší jest noniem samým nemožnou.

Zdálo by se ovšem, že by zvětšením čísla n, na př. $n = 100$, se dalo větší přesnosti docíliti. Avšak věc jest illusorní. I kdyby čárky byly sebe jemnější a odčítání se dálo mikroskopem, nelze při velkém n rozhodnouti, která čárka nonia vlastně koinciduje s čárkou hlavního měřítka; koinciduje totiž čárek několik oku stejně dobře. Proto jest touto okolností jistá mez přesnosti sama dána.

Při noniech, jak se jich užívá u strojů úhloměrných, goniometru, spektrometru, theodolitu a pod., volívá se buď
$$n = 30 \quad \text{nebo} \quad n = 60$$
v souhlasu s tím, že dělení stupně na minuty a minuty na sekundy jest šedesátinné. Je-li tedy na př. dělení hlavní na $\frac{1}{2}^0 = 30'$, jak to bývá u kruhů malých (průměru na př. 10 *cm*) volí se $n = 30$ a odčítají se noniem minuty. U kruhů větších (průměru na př. 25 *cm*) jde dělení hlavní na $\frac{1}{6}^0 = 10'$; zde tedy volí se $n = 60$ a noniem se odečítá ještě 10 sekund.

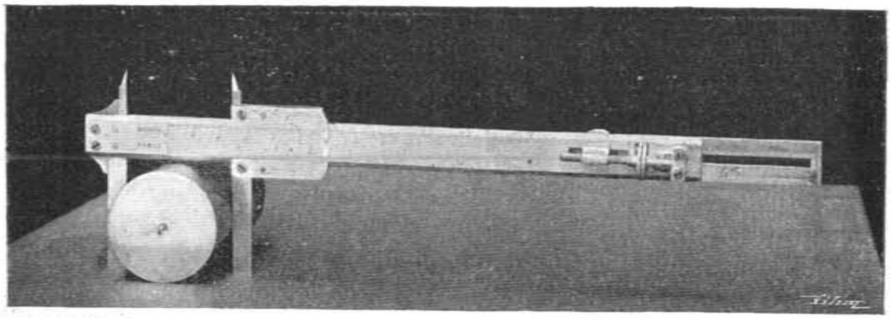
Co se konečně týče rozdílu mezi noniem předbíhavým a dobíhavým, jsou theoreticky oba stejně oprávněny, avšak prakticky dlužno dobíhavému dáti rozhodně přednost. Rozdíl mezi oběma vyniká dobře z obrazců 11. a 12., kterými se konkretně znázorňuje uspořádání, jak bývá u barometrů. Číslování u nonia dobíhavého jde vpřed, u předbíhavého zpět. Pozorovatel, jsa zvyklý odčítati na hlavním měřítku v jistém směru, musí u předbíhavého vzpomenouti, že má jíti zpět, kdežto u dobíhavého jde ve směru stejném. Patrně jest způsob poslední výhodnější, a nedává příčinu k chybám odčítacím. Proto jest nonius dobíhavý daleko rozšířenější; jen u strojů anglických bývá nonius předbíhavý oblíbenější.

Aby se koincidence čárek dala přesně posouditi, jest s výhodou, když dělení nonia se nalézá v téže rovině s dělením hlavním a když se čárky těsně stýkají. Často nelze dobře tomuto požadavku vyhověti. Pak bývá nonius k hlavnímu měřítku nakloněný a dělení jest provedeno na kraji přiostřeném.

Historicky budiž poznamenáno následující: *Pedro Nuñez*, též *Nunes, Nunnius, Nonius,* (1492—1577), professor mathematiky na universitě v Coimbra, popsal v díle svém „De crepusculis liber unus“ 1542, přístroj, jímž měřiti lze díly obloukové. Dle něho byl volen název „nonius“, přes to, že přístroj ten nesouhlasí s měřítkem, který nyní noniem zoveme. Francouzové užívají proto jména „vernier“, vzhledem k tomu, že *Pierre Vernier* (1580—1637) ve spise svém La construction, l'usage et les propriétés du quadrant de mathématique, Bruxelles, 1631, nynější nonius popsal. Na jiné straně (Breusing) udává se, že prioritu má jesuita Ch. Clavius (1537—1612), professor mathematiky na koleji v Římě, v jehož spisech Opera mathematica, 1612, se již popis nonia nalézá. U nás jest název nonius tak rozšířený a ustálený, že se nedoporučuje jej jiným (na př. vernier) nahrazovati.

§ 27. Měřítko kalibrové.

Měřítkem, jež kalibrovým zoveme, určuje se průměr buď vnější nebo vnitřní válců, trubic a pod. Úpravu tohoto měřítka jakož i způsob měření ukazuje dostatečně obr. 13., znázorňu-



Obr. 13.

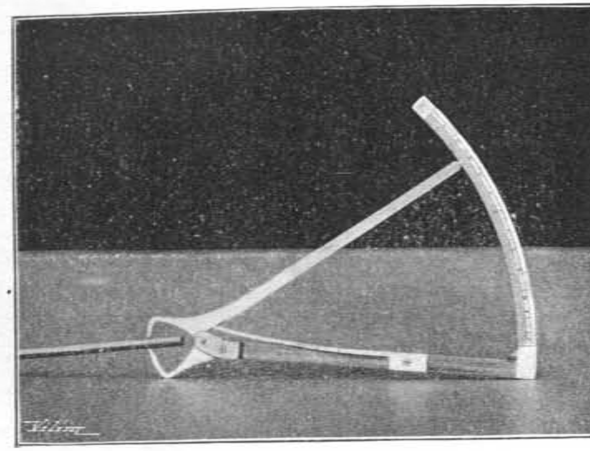
jící laboratorní přístroj k měření průměrů vnějších. Analogické přístroje k měření průměrů vnitřních jsou úpravy podobné. U měřítka jest z pravidla nonius, k jemnému pošinování pohyblivého ramene též mikrometrický šroubek.

Slovo kalibr vzniklo z názvu „scala librarum“, stupnice váhy (totiž váhy projektilů), nyní označuje průměr (ráž) vývrtu děl, pušek, pak průměr útvarů válcových vůbec jako na př. vnitřní průměr trubic vodovodů, plynovodů a pod. Měřítko kalibrové k účelům dělostřeleckým vynalezl 1540 Hartmann v Norimberce.

§ 28. Kontaktní měřítko pákové.

K rychlému měření malých rozměrů těles, jako tloušťky destiček skleněných neb krystallových, tloušťky drátů a pod., konají

dobré služby měřítka kontaktní, při nichž se odečtení učiní zřetelnějším ve způsobu, jak obr. 14. dostatečně znázorňuje.



Obr. 14.

Stupnice na velkém oblouku nepostupuje rovnoměrně, poněvadž se kontaktem měří malá tětiva kruhu a nikoli oblouk.

METEOROLOGICKÝ ... C.K. ČESKÉ UNIVE...

§ 29. Sférometr.

Sférometr*) ve vlastním slova smyslu jest přístroj, sloužící k vyměření koule, t. j. jejího poloměru křivosti. Základ toho jest následující.

Protne-li se koule (obr. 15.) rovinou v kruhu poloměru r, vznikne úsek kulový, jehožto výška e (elevace) s poloměrem R křivosti koule souvisí jednoduchým vztahem:

$$e\,(2R - e) = r^2.$$

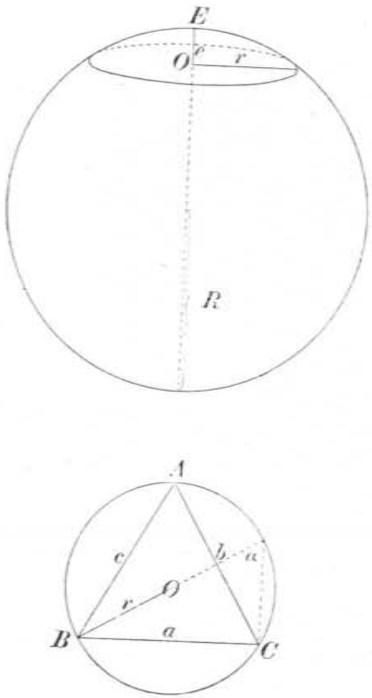
Je-li tudíž, pro určitý přístroj, r konstantní, lze poloměr R pokládati za závislý na elevaci e dle rovnice

$$2R = \frac{r^2}{e} + e.$$

Při tom jest kruh poloměru r určen jakožto kruh opsaný troj-

*) σφαῖρα ἡ koule, μέτρον, τὸ míra, měřítko.

úhelníku ABC (obr. 15.), jehož strany jsou a, b, c a úhly α, β, γ.



Obr. 15.

Ze známých vztahů

$$bc \sin \alpha = 2\Delta$$
$$2r \sin \alpha = a$$

plyne
$$r = \frac{abc}{4\Delta},$$

při čemž Δ jakožto plošný obsah trojúhelníka jest určen vzorcem

$$\Delta = \sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)},$$

kdež
$$2s = a + b + c.$$

Z pravidla bývá
$$a = b = c,$$

t. j. trojúhelník ABC rovnostranný; pak máme jednodušeji, znamená-li l délku strany,

$$r = \frac{l}{\sqrt{3}},$$

kteréžto relace možno i tehdá použiti, když podmínce
$$a = b = c$$
jest aspoň přibližně vyhověno; na místě l nastupuje střední hodnota $\frac{1}{3}(a + b + c)$.

Sférometr (obr. 16.), jak se ho k účelům laboratorním užívá, spočívá na třech nožkách, končících ostrými bodci A, B, C, rozloženými v trojúhelník z pravidla velmi přibližně rovnostranný. Vzdálenosti jejich a, b, c rozměří se a zavede střední hodnota $l = \frac{1}{3}(a + b + c)$, z níž se dle $r^2 = \frac{l^2}{3}$ počítá r jednou pro vždy. *Tento poloměr r jest vlastní konstantou daného sférometru* *); z něho lze — lépe než z délky l — posouditi, pro jaké koule se ještě jistého sférometru použiti dá a pro jaké již nikoliv.

*) Není tudíž se stanoviska fysikalního vhodné, do vzorce pro R zaváděti l na místě r, t. j. psáti

$$R = \frac{l^2}{6e} + \frac{e}{2},$$

čímž se jednoduchý význam vzorce zastírá a do něho zavádí veličina významu podřízeného.

Nožky A, B, C nesou matici šroubovou, do níž zasahá ocelový mikrometrický šroub, dole bodcem končící. Tento bodec má se pohybovati co možná přesně nad středem O kruhu body A, B, C opsaného ve směru kolmém na rovinu kruhu ABC; osa šroubu musí tudíž býti přesně k oné rovině kolmou. Šroub sférometru jest částí nejdůležitější; na jeho přesnosti závisí přesnost stroje celého. Při otáčení šroubu má se jeho dolejší bodec pošinovati nahoru neb dolů co jen možná přesně úměrně

Obr. 16.

otáčení šroubu. Aby bylo lze i nejmenší části celého otočení odečísti, jest se šroubem spojena kolmá deska dostatečného průměru, aby se její obvod dal rozděliti na př. na 100 dílů (což stačí) vhodné velikosti, tak že lze ještě desetiny takového dílce odhadnouti. Jest tudíž pak možno otočení šroubu na $\frac{1}{1000}$ celé výšky šroubové stanoviti. Tato výška bývá 1 *mm* anebo častěji $\frac{1}{2}$ *mm*. Celé otočky odčítají se na stupnici postranní kolmo upevněné, která slouží současně za index pro odčítání na obvodě desky.

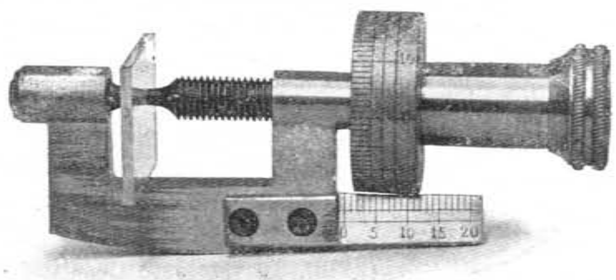
Přídavkem ke sférometru velmi důležitým jest „planum", t. j. deska přísně rovinná, obyčejně skleněná, aby se stanovil „nullový bod" sférometru.

Jak se přístroje užívá ke stanovení tloušťky malých předmětů, netřeba zvlášť vykládati.

Když pozorovatel sférometrem pracuje, má přesně rozhodnouti, kdy střední hrot u šroubu na předmět podložený právě dosedne. Rozhodnutí toto se usnadní tím způsobem, že pozorovatel jemným postranním tlakem prstu hledí stroj kolem tohoto hrotu otáčeti; dokud stroj spočívá jen na třech hrotech postranních, klade znatelný odpor; jakmile však dosedne též na hrot střední, již se ony postranní hroty maloumko nadzvednou, a stroj ustupuje tlaku prstu rozhodně více. Přechod lze zjistiti velmi citlivě. Jiný prostředek, daleko jemnější, podává užití libelly. Prostřední hrot jest dán zaostřeným koncem tyčinky, která jde celým šroubem až na venek, kde se opírá o libellu. Malým tlakem zvedá se libella a označuje, že již hrot dosedl. Místo libelly může též býti ukazovatel ručičkový. Jiný prostředek jest optický: pošinutí interferenčních pruhů. V novější době byl sférometr konstrukcemi ovšem poněkud složitějšími velice zdokonalen, tak že dosaženo přesnosti velmi značné, zvláště vítané, má-li se zkoušeti zakřivení čoček. Jak dalece ovšem tato přesnost, při níž ještě díly jednoho mikronu (μ) lze odečísti, má realný význam vzhledem k tomu, že každý materiál tlaku poněkud ustupuje, zůstává otázkou nerozhodnutou.

§ 30. Kontaktní měřítko šroubové.

Měřítko toto, kteréž v provedení velmi oblíbeném znázorňuje obr. 17., jest jako by zjednodušeným sférometrem,



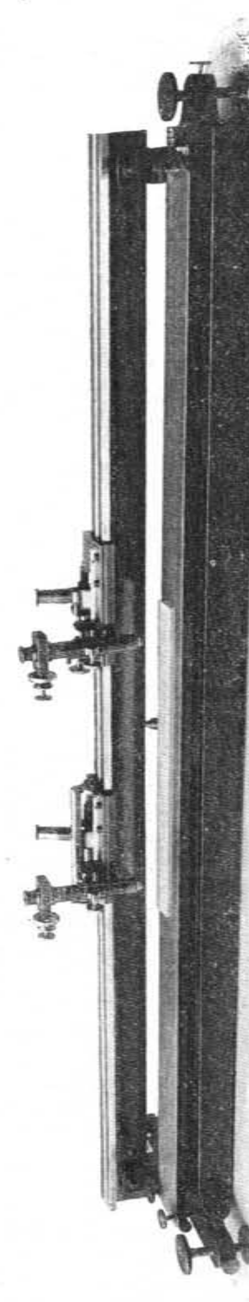
Obr. 17.

upraveným výhradně k měření tloušťky destiček, drátů atd. Vzhledem k tomuto účelu má mikrometrický šroub výšku otočky 1 millimetru. Počet celých otoček a tím počet millimetrů odčítá se na stupnici postranní nebo takové, kteráž teprve při vyšroubování onoho šroubu se postupně objevuje, jsouc jinak kryta pláštěm válcovým; na obvodu tohoto odčítají se pak desetiny millimetru přímo a setiny odhadem.

§ 31. Komparator.

Komparator jest stroj, jímž se srovnávají měřítka délková vespolek, zejména též měřítka normalní. Tato mohou býti buď na kraje neb na čáry; dle toho mívá také komparator konstrukci dvojí. Nyní se však měřítek na kraje k účelům přesným již ne užívá. Proto se i na místě původního, platinového prototypu metrového, jenž jest měřítkem na kraje, zavedl, jak na svém místě bylo vyloženo, nový platino-iridiový étalon, jenž jest měřítkem na čáry. Moderní komparatory hotoví se tudíž hlavně pro srovnávání měřítek na čáry. Takový komparator (z dílny Meyersteinovy, Bartels a Diederichs) předvádí obrazec 18; k němu vztahují se některé podrobné údaje popisu, který v následujícím v hlavních rysech podáváme.

Základní částí komparatoru jest měřítko, provedené s největší jemností a přesností na stříbrném proužku, zapuštěném do massivního hranolu mosazného formy **T**, aby byl ve smyslu vertikalním proti prohnutí co nejpevnějším. Měřítko jest dělené na millimetry v délce 100 *cm*; hranol má délku 114 *cm*. Na tomto massivním hranolu pošinují se podél měřítka dvoje sáňky, každé s pozorovacím drobnohledem. Pošinování toto má se díti přesně rovnoběžně s měřítkem; proto musí krajní plochy hranolové, jež slouží sáňkám za vedení, býti hoblovány a hlazeny s péčí co největší, aby představovaly roviny s podélnou osou měřítka přesně rovnoběžné.



Obr. 18.

Sáňky s drobnohledem lze na každém místě hranolu fixačním šroubem upevniti; tímto šroubem svírá se však jenom malá deska, která je s vlastními sáňkami spojena mikrometrickým šroubem; lze tudíž sáňky, jež nejprve rukou jako by z hruba byly pošinuty, po utažení fixačního šroubu dále pošinovati vpřed i zpět tímto mikrometrickým šroubem s největší jemností, tak že lze mikroskop zaříditi na určité místo pozorovaného měřítka s největší přesností. Na sáňkách jest dále nonius, který se odčítá lupou, rovnoběžně podél nonia pošinovatelnou. Mimo to jest na sáňkách jemný teploměr dělený od 0° do 50°, ke stálé kontrole teploty.

Důležitou částí jsou oba pozorovací mikroskopy; jimi se pozoruje dělení na měřítkách, jež se mají zkoumati. Tato měřítka kladou se na zvláštní podélný stolek, který se postaví na stativ celého stroje a který lze na jedné straně šroubem jemně zvedati a snižovati; tím se docílí toho, že měřítko srovnávané, jež se na tento stůl vhodně upevní, lze zaříditi tak, aby odlehlost dílců od objektivu drobnohledu při pošinování tohoto zůstávala co možná konstantní. Drobnohled, jednou na některý dílec tohoto měřítka zařízený, zůstává pak zařízeným pro měřítko celé. Poněvadž zvětšení obou mikroskopů jest jen mírné, zvětšují asi 30krát, provede se tato předběžná orientace měřítka zkoumaného dosti rychle a snadně. Práce se ostatně usnadní libellou. Zařídí se vodorovně nejprve komparator pro sebe, t j. jeho měřítko, a pak stolek, t. j měřítko srovnávané pro sebe; tím jsou pak vespolek rovnoběžné. Libella vhodné úpravy a citlivosti jest ke stroji připojena. Mikroskopy, jež ovšem lze níže a výše stavěti, zařizují se obyčejně svisně; jest však možno, kdyby toho za účelem jiného uspořádání bylo třeba, je též v kolenovitém ohbí v rovině na měřítko kolmé otáčeti.

Důmyslné jest zařízení okularů v mikroskopech. Zde jest totiž jemný nitkový kříž, ale nikoli pevný, nýbrž na rámečku pošinovatelný v rovině k ose mikroskopu kolmé. Pošinování děje se pomocí matice šroubové mikrometrickým šroubem v pevných ložiskách otáčivém v podobné úpravě v malém, jako u dělicího stroje ve velkém. Také tento šroub má destičku dělenou na obvodě na 100 dílů, jež lze proti pevnému indexu odčítati. Poněvadž výška otočky mikrometrického šroubu činí $\frac{1}{10}$ *mm*, lze tímto způsobem odečísti ještě přímo $\frac{1}{1000}$ *mm*, t. j. 1 μ, a odhadem ještě $\frac{1}{10}\,\mu$. Zařízení toto slove okularní mikrometr; užívá se ho k účelům na př. astronomickým též u dalekohledů s největším úspěchem. Aby bylo lze počet celých otoček mikrometrického šroubu v okularu rychle odečísti, jest v rovině nitkového kříže upevněna stupnice ozubená, v níž deset zubů odpovídá délce 1 *mm*, jeden pak zub $\frac{1}{10}$ *mm*, t. j. jednomu otočení mikrometrického šroubu.

Po tomto předběžném popisu jest již jasno, jak se komparatoru užívá.

Když se srovnávají měřítka téže délky, na př. normalní metrové étalony, vespolek, položí se na stolek nejprve jedno, a na jeho konečné čáry zařídí se oba nitkové kříže mikroskopu. Pak se položí na totéž místo měřítko druhé. Pošinutím nitkových křížů na jedné i druhé straně tak, aby nitkové kříže opět padly přesně na konečné čáry, lze *rozdíl* délek obou měřítek až na $\frac{1}{10}\,\mu$ odečísti. Měřítka stroje samého se při

tom neužívá. Jde-li však o měření jisté jakékoliv délky, pak se odměří na tomto právě měřítku pošinováním jednoho z obou mikroskopů, při čemž se odčítá na noniu; tím se celá délka stanoví přesně asi na $\frac{1}{50}$ *mm*. Ovšem lze užívati také obou mikroskopů, když se odlehlost okularních nitkových křížů jednou pro vždy pro jich polohy nullové přesně, normalním měřítkem, určí, a s údaji měřítka na komparatoru samém srovná.

Při pracích takových dlužno dbáti vlivu teploty a uvésti tento v počet. Jalový chod mikrometrického šroubu v okularu mikroskopu učiní se neškodným, když se při definitivním zařízení nitkového kříže šroubuje vždy vpřed.

Komparatory takové, jaký obr. 18 předvádí, ale rozměrů větších (zejména co se týče mikroskopů), mají ústavy metronomické, jako jest bureau international, aneb ústavy normalní cejchovní kommisse jednotlivých států kulturních. K práci jsou vyhrazeny zvláštní síně s teplotou co možná konstantní.

METEOROLOGICKÝ ÚSTAV C.K. ČESKÉ UNIVERSITY

§ 32. Kathetometr.

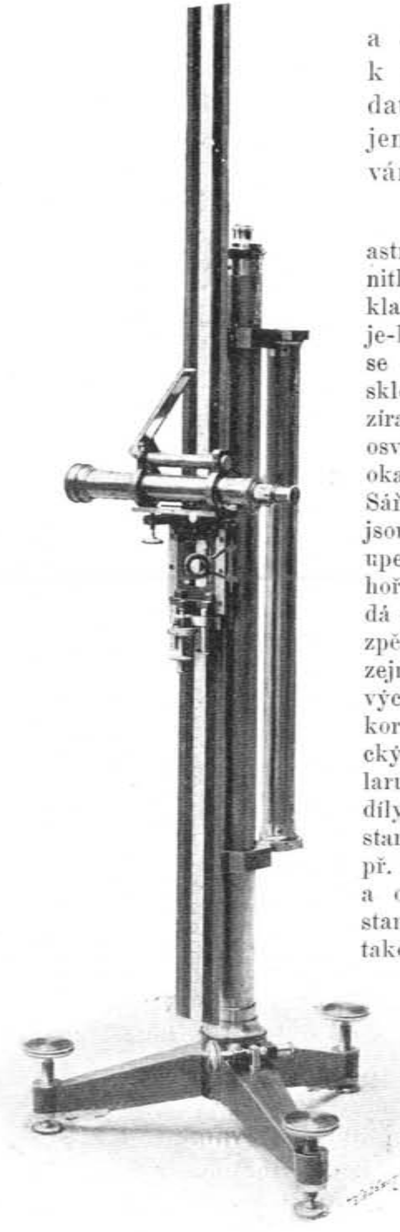
Co jest komparator pro měření ve směru vodorovném v blízkosti, to jest kathetometr*) pro měření ve směru svislém v dálce. Proto jest úprava kathetometru analogická s úpravou komparatoru: kathetometr jest jako komparator svisle postavený. Místo odčítacích drobnohledů zaujmou odčítací dalekohledy. Tyto lze rovněž hrubě i jemně pošinovati na sáňkách po massivním hranolu, na němž jest měřítko, jako u komparatoru. Rozdíl jest však v tom, že massivní tento hranol není pevným, nýbrž otáčivým kolem svislé osy, s níž jest rovnoběžně postaven.

Jde totiž u kathetometru o stanovení vertikalních odlehlostí nejen v téže vertikalní rovině, nýbrž v rovinách různých, jasněji řečeno, v různých azimutech; musí tudíž býti umožněno dalekohled i s měřítkem pootočiti. Proto jest obyčejně hmota hranolu s oběma dalekohledy vyvážena hmotou válcového podlouhlého závaží, obě pak hmoty jsou na opačných stranách upevněny na dutém válci, který jest otáčivým kolem osy vertikalní, zařízené na massivním, stavěcími šrouby opatřeném stativu, na němž celý stroj jest montován.

Jinak bývá způsob provedení kathetometrů dosti rozmanitý. Také se užívá dvou dalekohledů jen u takových kathetometrů, jimiž se mají studovati *změny* vertikalních odlehlostí dvou indexů; pro účely obyčejné postačí dalekohled jen jediný.

---

*) *κάθετος* adj. od *κατὰ* (dolů) a *ἵημι* (posílám) tedy spuštěný, odtud subst. *ἡ κάθετος* svislá přímka, též svislá rovina.



Obr. 19.

Příklad kathetometru (Jos. a Jan Frič) podává obr. 19.; k němu se vztahují některá data následujícího popisu, který jen v hlavních rysech podáváme.

Pozorovací dalekohled jest astronomický zvětšení mírného, s nitkovým křížem. Na dalekohled klade se libella; jest s výhodou, je-li při ní lehké zrcádko, které se dá nad libellu do vhodného sklonu zaříditi, aby pozorovatel, zíraje do dalekohledu, mohl (je-li osvětlení příznivo) malým pohnutím oka již kontrolovati též stav libelly. Sáňky, jimiž se dalekohled pošinuje, jsou dvojdílné. Šroubem fixačním se upevní díl dolejší, zatím co díl hořejší, který nese dalekohled, se dá ještě šroubem jemně v před neb zpět pošinouti. Jest velmi výhodné, zejména pro měření malých výškových rozdílů, když tento šroub korrekční jest zároveň mikrometrickým, podobné úpravy, jako v okularu mikrometrickém, aby se daly díly jedné otočky přesně na $\frac{1}{100}$ stanoviti; je-li výška šroubová na př. $\frac{1}{2}$ *mm*, lze odečtením setiny a odhadnutím i tisíciny millimetru stanoviti, ač skutečná přesnost ani takových měření differenčních do těchto krajností nejde.

Kathetometr vyžaduje před každým měřením jisté předběžné úpravy (adjustování). Tato jest určena podmínkami, jež lze stručně shrnouti ve dvě věty:

1. horizontalně visírovati,
2. vertikalně odčítati.

Podmínka prvá vyžaduje, aby optická osa pozorovacího dalekohledu byla horizontalní. Poněvadž však jen geometrickou osu můžeme

nivellovati, vede podmínka ta především k tomu, aby osa optická dalekohledu splývala s jeho osou geometrickou a aby pak tato osa libellou se zařídila vodorovně. Dalekohled má tedy spočívati v kongruentních polokruhových vidlicích, do nichž se klade a v nichž se dá kolem své osy geometrické otáčeti. Když při tomto otáčení průsek nitkového kříže dalekohledu stále na témže bodu zobrazeného nějakého předmětu utkví, splývá osa optická s geometrickou; jinak nutno průsek nitkového kříže pošinouti. Proto má nitkový kříž býti ve dvou na sobě kolmých směrech poněkud pošinovatelný. Nivellování dalekohledu provede se pak jednoduše; libellu dlužno při tom, třeba-li, zároveň rektifikovati.

Podmínka druhá vede především k tomu, aby osa kathetometru byla vertikalní. Jest výhodno, když na vhodném místě stativu jest k předběžné hrubší orientaci upevněna libella kulatá. Definitivní orientace provádí se libellou u dalekohledu, a lze věc tak zaříditi, že se nivellováním současně i osa stroje staví vertikalně i dalekohled horizontalně.

Konečně musí měřítko býti také vertikalné; jinak vypadne měření vždy poněkud větší. Plné jistoty o tom lze nabýti nejlépe, když se odečtení na měřítku srovnává s odečtením vertikalně postaveného nějakého měřítka normalního, na který dalekohledem visírujeme. Tím se také kontroluje měřítko na kathetometru. Malá odchylka směru měřítka od vertikalnosti má ostatně vliv nepatrný, jak snadnou úvahou poznáme.

Kritická úvaha o přesnosti měření, kteréž lze kathetometrem dosáhnouti, vede k výsledkům dosti nepříznivým. Záleží především na tom, aby směr visírovací se neměnil. Kdyby se dalekohled sklonil o malinký úhel ε, činila by chyba v odečtení pro dálku L patrně $L\, tg\, \varepsilon$.

Pro $L = 1\, m$ a $\varepsilon = 1''$ obdržíme

$$L\, tg\, \varepsilon = 0{\cdot}0048\ mm.$$

poněvadž jest

$$tg\ 1'' = 0{\cdot}00000485.$$

Kdyby se tedy na př. pozorovalo ve vzdálenosti $L = 2\, m$ což není vzdálenost značná, a kdyby se měla zaručiti 0·1 *mm*, nesměla by chyba dosáhnouti 0·05 *mm*, t. j úhel ε by nesměl býti větší než asi 5 sekund. Z toho jest patrno, že by libella u dalekohledu musila býti velmi citlivou, aby tento úhel již znatelným pošinutím bubliny, na př. o jeden dílec udávala. Citlivé libelly lze konečně snadno pořiditi; ale pak musí s touto velkou citlivostí býti vše ostatní v souhlasu. Zejména postavení celého stroje musí býti *velmi pevné*. Není-li tomu tak, pak jest přímo trapné, libellou té citlivosti pracovati, poněvadž každé pohnutí pozorovatele, každý dotek stroje rukou způsobuje změnu stavu libelly. Zejména také zvedání dalekohledu. Proto jest dobře, když dalekohled sám jest zvlášť vyvážen závažím, zavěšeným na dobrém hedvábném provazci, který se vede přes kladku nad osou stroje upevněnou. Pošinování dalekohledu děje se pak velmi jemně a fixační šroub nemá držeti celou váhu dalekohledu, nýbrž jen zvýšiti tření a zabrániti nahodilému pohybu.

Konečně způsobují se změny ve stavu libelly nepravidelnostmi ve vedení sáněk. Není možno plochy tak přesně rovinně brousiti, aby v každé poloze sáněk dalekohled zaujal naprosto týž směr. Pak jest nutno pokaždé dle libelly dalekohled korrigovati. Ale jen tehdy nevzniká tím chyba když dalekohled při tomto korrigování se otáčí kolem osy, *která se nalézá svisle nad nullovým bodem nonia.* Není-li tomu tak, pak se vzdálenost osy dalekohledu od tohoto bodu skláněním mění. Tohoto požadavku mnozí hotovitelé nešetří.

Z celého jest viděti, že kathetometr náleží ke strojům velice choulostivým a že přesnosti 0·1 *mm* lze dosáhnouti jen opatrností a kritičností velikou. Příčinou toho jest, že stupnici *blízkou* promítáme jako by *na dálku*. Proto jest výhodnější při měření postaviti nějaký étalon normalní svisle na ta místa, jichž vertikalní odlehlost hledáme, a používati horizontalního dalekohledu pošinovatelného podobně jako u kathetometru jenom k odčítání.

Kathetometr sestrojili *Dulong* a *Petit*, když pozorovali absolutní roztažlivost rtuti. Mnohá pozorování činil kathetometrem *Régnault*.

Měření plochy.

§ 33. Stanovení jednotek plošných vůbec.

Soustava metrická stanoví za jednotku plochy čtverec, jehož stranou jest jednotka délky. Nazveme-li tuto všeobecně L (longitudo, délka), stanovíme onu plochu výrazem L . L čili L^2. Poslední označení jest pro jednotky plošné nejvhodnější. Píšeme tudíž:

$$\begin{matrix} m & dm & cm & mm \\ m^2 & dm^2 & cm^2 & mm^2 \end{matrix}$$

pro metr a jeho dekadické díly, a podobně

$$\begin{matrix} m & dkm & hm & km & mym \\ m^2 & dkm^2 & hm^2 & km^2 & mym^2 \end{matrix}$$

pro metr a jeho dekadické násobky.

Označení v Německu zavedené užívá písmena *q* (quadratum = čtverec), které se připojuje k jednotce délkové L ve způsobu *q*L. Píše se tedy na př. *qm*, *qmm*, *qkm* atd. Označení toto jest méně šťastné. Jiné starší, kdy se psalo na př. $\square\, m$, $\square\, cm$ atd., nyní již vymizelo.

§ 34. Jednotky zvláštní.

Jakožto jednotky zvláštní obdržely svá jména*) a své označení plochy

$$\begin{aligned} m^2 &= \text{centiare} \ldots ca, \\ dkm^2 &= \text{ar} \ldots a, \\ hm^2 &= \text{hektar} \ldots ha. \end{aligned}$$

*) Slovo ar, francouzsky are, kteréž jest internacionalní, bylo vzato z latinského slova area = plocha.

Jest tedy

$$\begin{aligned} ca &= \tfrac{1}{100}\, a, \\ a &= 100\, m^2, \\ ha &= 100\, a. \end{aligned}$$

Měření objemu.

§ 35. Stanovení jednotek objemových vůbec.

Za jednotku objemu stanoví soustava metrická krychli, jejížto stranou jest jednotka délková. Podržíme-li pro tuto označení L, určíme onu krychli výrazem L . L . L čili L^3. Označení toto jest pro jednotky objemové nejvhodnější. Píšeme tedy:

$$\begin{matrix} m & dm & cm & mm \\ m^3 & dm^3 & cm^3 & mm^3 \end{matrix}$$

pro metr a jeho dekadické díly, a podobně

$$\begin{matrix} m & dkm & hm & km & mym \\ m^3 & dkm^3 & hm^3 & km^3 & mym^3 \end{matrix}$$

pro metr a jeho dekadické násobky. Některých se ovšem málo užívá, na př. dkm^3, hm^3 a mym^3.

Německé označení užívá, podobně jako u plošných jednotek, písmena *c* (cubus, krychle) neb kde třeba *cb*, kteréž se připojuje k jednotce délkové L ve způsobu *c*L. Píše se tedy na př. *cbm*, *ccm* a pod. Označení tato zavedena byla dle usnesení rady spolkové ze dne $^8/_{10}$ 1877, „Reichsanzeiger“ 1877 № 276; jsou však méně vhodná a ustoupí snad v budoucnosti oněm vhodnějším, jichž se jinak užívá všeobecně.

§ 36. Jednotky zvláštní.

Násobky a díly délkové postupují dle čísla 10, násobky a díly jim odpovídající objemové dle čísla $10^3 = 1000$; podle toho jest ovšem skok na př. od jednotky dm^3 k jednotce cm^3 v objemu dosti značný. Okolnost tato byla podnětem zavésti také pro objem jednotku zvláštní s označením vlastním, od níž by se pak mohly samostatně činiti násobky a díly dekadické. Za takovouto jednotku zvolen objem dm^3 a zaveden jakožto litr*) s označením *l*. Díly nejčastěji užívané jsou

$$\begin{aligned} \text{decilitr} &= \tfrac{1}{10}\, l \ldots dl, \\ \text{centilitr} &= \tfrac{1}{100}\, l \ldots cl, \\ \text{millilitr} &= \tfrac{1}{1000}\, l \ldots ml. \end{aligned}$$

*) Z řeckého λίτρα, ἡ; slovo znamená totéž jako latinské libra, a bylo užíváno jednak k označení jisté jednotky mincovní, jednak k označení jisté váhy (jako naše libra). Slovo poukazuje tudíž na to, že zavedená jednotka objemová odpovídá při vodě jisté jednotce váhy resp. hmoty.

Poslední jednotka, *ml*, souhlasí pak s jednotkou cm^3. Dle toho jsou do intervallu dm^3 a cm^3 vloženy dvě jednotky, totiž *dl* a *cl*; poslední se užívá méně často. Z násobků litru jest užíván jenom

hektolitr $= 100\,l \ldots hl$.

Dle tohoto výkladu měla tudíž mezi kubickým decimetrem na jedné a mezi litrem na druhé straně býti identita. Avšak věc rozvinula se během doby jinak. Stanovení objemu děje se totiž buď měřením nebo vážením. Vážení vede k výsledkům přesnějším; při něm užíváme za jednotku váhu jednotky hmotné, kilogrammu. Tím se měření objemu opírá o tuto jednotku hmoty, a litr, jakožto jednotka objemová, výhradně při methodě vážení užívaná, činí se závislou na kilogrammu. Vzhledem k tomu nutno při měřeních nejpřesnějších z důvodů zásadních činiti rozdíl mezi dm^3 a *l*, jak o tom níže, ve spojení s výkladem o kilogrammu, obšírněji pojednáme.

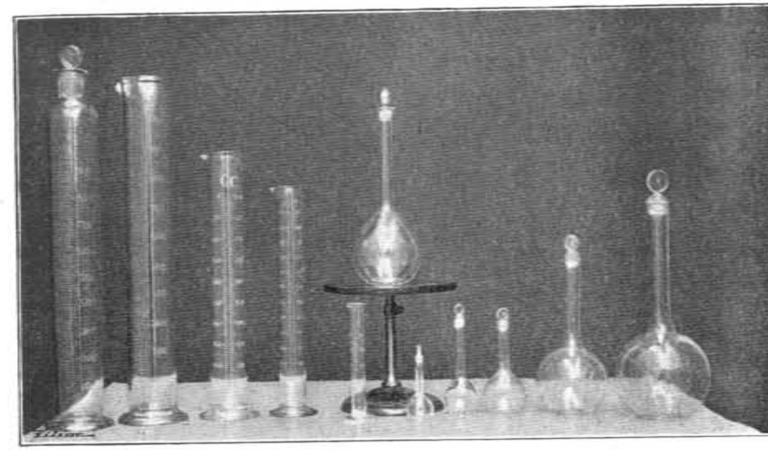
Jednotka objemová kubický metr obdržela jméno *stère**), (decistère, dekastère), hlavně užívaného při vyměřování dříví; avšak jméno málo zobecnělo, a označení kubický metr jest běžnější. Při tom se v lesnictví činívá rozdíl mezi kubickým metrem (neb zkrátka metrem) plným (pevným) a prostorovým. Tento platí pro dříví narovnané, tedy polenové, otýpkové, pařezové a pod., kde se počítá objem dříví i s mezerami, onen pak pro stromy, klády a pod. Obyčejně bývá (kubický) metr prostorový asi 0·6 až 0·8 plného.

§ 37. Přístroje k měření objemu.

Ke stanovení objemu kapalin, — a na základě neprostupnosti eventualně i objemu těles tuhých — slouží nádoby kalibrované, jako baňky, mensury, byretty, pipetty a pod. (obr. 20. a 21.) U byrett a pipett jest dělení míněno tak, aby objem *vyteklé* (lnoucí) kapaliny byl určitý. Výhodou pipett jest malý průřez, proto přesnější odečtení; byretty mají oproti tomu v užívání větší rozsah. Mensury válcovité jsou pohodlné všude tam, kde nejde o značnější přesnost měření. Jiné přístroje k měření objemu zejména látek sypkých, na př. solí, neb látek tuhých ale porovitých, na př. korku, neb látek, jež se nesmí

*) od řeckého στερεός pevný, tuhý.

do kapalin vnořiti, na př. střelného prachu, zovou se *objemoměry* (volumometry, stereometry) a zakládají se na zákoně

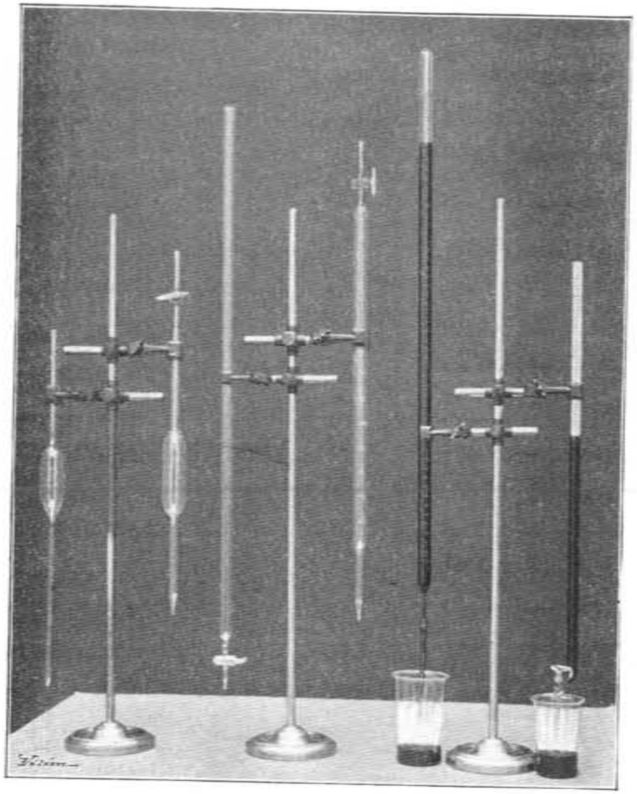


Obr. 20.

Boyle-Mariottově o plynech; proto pojednáme o nich v souvislosti s tímto zákonem.

§ 38. Vypočítání objemu.

Zřídka kdy lze objem stanoviti přímo, vyměřením; jen u těles geometricky pravidelných. Mezi těmi vyniká válec, jakožto těleso, kteréž mechanicky nejpřesněji (na soustruhu) lze vyhotoviti. Jinak nutno stanoviti objem nepřímo, t. j. vypočítati objem na základě vážení. Objem se vyplní kapalinou a určí se její váha netto, resp. její hmota, ovšem se zřetelem k příslušným korrekcím, jež vznikají zejména vážením ve vzduchu a teplotou. Při tom jest jednostejno, zda-li ono vyplnění objemu se děje přímo, jako u nádob kalibrovaných, jež se tím kontrolují, nebo nepřímo, vytlačením kapaliny a užitím zákona Archimedova, jako u těles tuhých; kapalinou bývá v posledním případě z pravidla voda, v prvnějším buď voda nebo rtuť. Vodu lze snáze zjednati čistou, její přilnavost k tělesům pevným napomáhá vyplniti objem dokonale; u rtuti napomáhá zase velká hmota specifická přesnosti při přepočítání vážení na objem.



Obr. 21.

Kalibrování k účelům technickým děje se ostatně z pravidla odměřeným množstvím rtuti*).

---

*) Četné a zajímavé podrobnosti, hledící k otázkám, o nichž v tomto oddílu jednáno, obsahuje Geodesie nižší, kterou sepsal Frant. Müller, I. díl (1887—1894); rovněž Technický průvodce, jejž sestavili F. Červený a V. Řehořovský (1896 a 1899), kde jsou (pag. 62) uvedena četná data číselná; konečně též Mechanika, kterouž sepsali K. V. Zenger a F. F. Čecháč (1883), kde se obšírněji jedná zejména o mírách národů starých, o mírách staročeských, o dělicích strojích délkových i úhlových a o mnohých fysikalních i astronomických strojích měřicích.

II.

O času.

§ 39. Úvahy předběžné.

Podobně, jako názor prostorový, pokládáme ve fysice i názor časový za původní a to vnitřní formu našeho poznávání; tím přijímáme pojem času za pojem základní, přestávajíce na tom, že čas omezený, doba, jest veličinou, kterou lze měřiti a tím vyjádřiti číslem. Jednotky, k měření tomu potřebné, jež by byla čistě časovou, nemáme. Děje ryze časové, jako naše cítění, myšlení, představování, mohou sice sloužiti k odhadování času, nikoli však ku přesnému jeho měření. Za tou příčinou zakládáme měření času na pozorování prostorovém, totiž na pohybu, kterýž se děje i v čase i v prostoru, a volíme k tomu pohyb naší země.

Úhrnný pohyb tento jest velmi složitý. Rozkládáme-li jej, možno v něm rozeznávati desatero pohybů jednotlivých, z nichž však vynikají hlavně tři: otáčení se země kolem určité osy, *rotace*; obíhání země kolem slunce, *revoluce*; a konečně postupování v prostoru světovém zároveň se sluncem a celou sluneční soustavou, *translace*. Tento poslední pohyb směřuje k jistému bodu na obloze nebeské (v souhvězdí Herkula), jenž se označuje jako *vrchol* (apex) soustavy sluneční. Následkem pohybu tohoto země naše opisujíc velkolepé spirály v prostoru světovém, nevrací se nikdy do polohy, kterouž jisté doby zaujímala; pravíme-li často, že jest země za rok na témž místě, kde byla před rokem, míníme tím jenom polohu její vzhledem k ekliptice, t. j. k rovině, středem slunce položené, v níž střed země kolem slunce obíhá. V tomto smyslu myslíme si tuto rovinu jako by pevně se sluncem spojenou a nevšímáme si toho, že zároveň se sluncem v prostoru světovém postupuje. Vztahujeme tedy polohu země jen na slunce, jeho vlastního pohybu nedbajíce. Pak zbývají čelnější pohyby země naší jenom dva: rotace a revoluce.

O těchto skutečných pohybech země my, kteří jsme na povrchu jejím, ničeho neznamenáme; naopak, nám se zdá, jako by země naše byla nehybným, pevným základem, a jako by se kolem nás celá obloha nebeská otáčela (následkem rotace) a jako by mimo to slunce na nebi v určité dráze postupovalo (následkem revoluce). Jedná-li se o pohyb, (kterýž ve skutečnosti vždy jest relativním), můžeme tyto pohyby zdánlivé substituovati na místě pohybů skutečných. V skutku jest také celý způsob, jak se vyjádřujeme, založen na tomto zdání, nikoli na skutečnosti, („východ" slunce, „západ" slunce atd.), což jest přirozeno, uvážíme-li, jak dlouho se pokládalo za skutečnost, o čem se nyní ví, že jest jen zdáním. Také základní pojmy a definice astronomické založeny jsou na pohybu, jak se nám býti zdá; ovšem není nesnadno přenésti je pak na pohyb, jak skutečně jest.

§ 40. Vzájemná velikost a odlehlost slunce, oběžnic a stálic.

Pravili jsme, že dlouhý čas za skutečné platily pohyby, o nichž nyní víme, že jsou zdánlivé. Pokud se týče rotace, pronikalo poměrně záhy přesvědčení, že neotáčí se kolem nás celá obloha nebeská se všemi hvězdami zcela současně, nýbrž že ve smyslu opačném otáčí se země naše sama. Avšak jinak tomu bylo pokud se týče revoluce. Ještě *Tycho Brahe*, slavný pozorovatel astronomický, nechtěl uznati výklad, kterýž podal *Mikuláš Koprník*, že země kolem slunce obíhá a nikoli naopak, jak dotud bylo za správné pokládáno; a nečinil to z nedostatku vnímavosti pro myšlenky nové, sotva také z důvodů theologických, nýbrž z důvodů věcných, astronomických; a důvody tyto vážil ze vzájemného seskupení stálic. V skutku nebylo lze — tehdá — pozorováním zjistiti, že by průběhem roku, po který revoluce země trvá, sebe menší změny v tomto seskupení nastávaly, ačkoli země naše po půl roce přichází do polohy o 300 millionů kilometrů od dřívější odlehlé. V astronomii zove se úhel, o který se změnou pozorovací stanice změní směr k jisté hvězdě, *parallaxa* *) hvězdy. Odmítavé důvody Tychonovy měly tedy, jak krátce pravíme, základ v nedostatku všeliké *roční parallaxy* stálic. Nyní ovšem víme, že parallaxa roční stálic jenom proto nemohla tehdejšími prostředky pozorovacími býti zjištěna, poněvadž jest velice malá.

*) Jméno toto, jehož se také ve fysice často užívá, pochází z řeckého *παρ-άλλαξις ἡ* záměna, též úchylka, *παρ-αλλάσσω* měniti.

Aby v těchto otázkách zavládla jasnost, jest velice prospěšno, učiniti si o všech rozměrech, o nichž v oddílu tomto bude nám jednati, zmenšený obraz, podobně jako kreslíme mapy dílů světa, chtějíce přehlédnouti jich rozlohu.

V tabulce následující *) sestaveny jsou přehledně jednak základní rozměry (aequatorealní průměr) slunce a oběžnic, jednak vzdálenosti oběžnic od slunce.

Jméno a značka	Průměr aequatorealní		Poloosa dráhy	Vzdálenost od slunce	
				největší	nejmenší
	rel.	10^3 *km*	rel.	10^6 *km*	10^6. *km*
Slunce ☉	108·558	1384·8			
Mercur ☿	0·373	4·76	0·3871	69·4	45·6
Venus ♀	0·999	12·74	0·7233	108·3	106·7
Tellus ♁	1	12·76	1	151·1	146·2
Mars ♂	0·528	6·73	1·5237	247·6	205·4
Juppiter ♃	11·061	141·1	5·2028	810·6	735·9
Saturn ♄	9·299	118·6	9·5389	1497·3	1338·3
Uran ♅	4·234	54·0	19·1833	2983·5	2719·2
Neptun ♆	3·798	48·4	30·0551	4505·5	4429·6

Chtějíce dle těchto čísel znázorniti především *vzájemnou velikost* slunce a oběžnic, volme měřítko 1 : 10^{10}. Rychlost světla v tomto měřítku činí 3 *cm/sec.* Kruh, průměru 13·85 *cm* znázorňující slunce, vešel by se právě asi na stránku této knihy; kruh pro Juppitera měl by průměr 1·41 *cm*, pro zemi naši jen 0·13 *cm*. Kdybychom však v tomto měřítku, ve kterém se slunce jeví jako malý ballonek, Juppiter jako lískový oříšek a země jako zrnko písečné, postavili toto slunce do středu náměstí Starého Města Pražského a k němu oběžnice dle poměrné jich odlehlosti správně *rozestavili*, ukazuje tabulka, že by prostora náměstí stačila pro dráhy Merkura, Venuše, Země a Marsa; oběžnice ostatní by přišly do kruhu větších, Neptun ve velikosti hrášku asi ku Prašné bráně; k umístění celé té miniaturní soustavy sluneční vyžadovalo by se tedy celé rozlohy Starého Města Pražského.

Kdyby se zvolilo měřítko ještě 100-kráte menší, tedy 1 : 10^{12}, mohla by se taková miniaturní soustava sluneční umístiti v sále, jehož

*) Data astronomická vypsána jsou z Annuaire publié par le bureau des longitudes 1899. Čísla kolumny prvé a tudíž i druhé se udávají jinde různě. Srovn. na př. kalendář c. k. hvězdárny Vídeňské, 1899.

délka a šířka by byla aspoň 10 metrů. Avšak tímto dalším zmenšením stalo by se slunce, v průměru 1·4 *mm*, asi tak velikým jako jest hlavička spínací jehlice; oběžnice pak bylo by lze viděti jen mikroskopem. Kdybychom však v tomto zmenšení 1 : 10^{12}, ve kterém rychlost světla jest dána číslem 0·3 *mm/sec*, měli umístiti *nejbližší* nám stálici, musili bychom jíti do dálky větší než 40 kilometrů.

Z úvah těchto vysvítá: *Rozměry slunce i planet mizí proti odlehlostem planetarním, tyto však zase mizí proti odlehlostem stellarním.*

Aby se pro tyto ohromné vzdálenosti stellarní obdržela přehledná čísla, užívá se pro ně v astronomii zvláštních jednotek délkových. Takovou jest na př. millionkráte zvětšená velká poloosa a dráhy zemské. Přijme-li se za aequatorealní parallaxu slunce, (t. j. za úhel, ve kterém se jeví aequatorealní poloměr země ze středu slunce, při střední vzdálenosti země od slunce), hodnota 8·80″ (jak ji přijala Conférence internationale des étoiles fondamentales v Paříži 1896), vychází pro tuto střední vzdálenost čili poloosu a dráhy zemské hodnota

$$a = 149\,501\,000\ km$$

na základě hodnoty (A. Clarke) pro poloměr aequatorealní naší země

$$R_0 = 6378{\cdot}3\ km$$

Ještě častěji užívá se jednotky zvané *rok světelný*; jest to délka, kterou světlo, s rychlostí 300 000 *km/sec* se šířící, proběhne za 1 (Julianský) rok, t. j. délka

$$300\,000 \,.\, 365\tfrac{1}{4} \,.\, 24 \,.\, 60 \,.\, 60 = 9{\cdot}5 \text{ billionů kilometrů.}$$

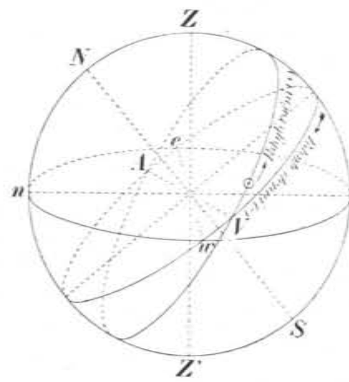
Následující tabulka udává roční parallaxu a z té vypočtenou odlehlost některých nejznámějších hvězd od země naší, a to jednak v millionkrát zvětšené velké poloose a dráhy zemské, jednak v billionech kilometrů, konečně v letech světelných T.

Hvězda	Parallaxa	Vzdálenost od země		
	″	$10^6 . a$	$10^{12} . km$	T
α Centauri	0·72	0·29	43	4·5
Sirius	0·37	0·56	83	8·8
Procyon	0·27	0·76	113	12·1
α Aurigae	0·21	0·98	146	15·5
α Aquilae	0·20	1·03	153	16·3
α Tauri	0·15	1·38	204	21·7
Vega	0·15	1·38	204	21·7
α Ursae minoris	0·07	2·95	438	46·5

V tabulce této uvedeny některé z těch hvězd, jichž roční parallaxu bylo lze určiti. Daleko větší množství jest však těch, jichž parallaxa jest tak malá, že ji vůbec určiti nelze. Odlehlost hvězd takových, odlehlost hvězd dráhy mléčné, mlhovin, jde do sta a do tisíců světelných roků. Z toho však jest patrno, že pohled na oblohu nebeskou neskýtá pozorovateli *obraz přítomnosti*, nýbrž *obraz minulosti*, a to zase nikoli *současné*, nýbrž *postupné*. Mlhoviny, jak je vidíme dnes, *byly* před mnohými a mnohými tisíci lety; „jich bledá zář jest důkazem o pradávné jsoucnosti světla a hmoty.“ (A. Humboldt.)

§ 41. Základní pojmy a definice astronomické.

Úvahy předcházející měly za účel objasniti, proč revoluce naší země pražádných patrných nepřivádí změn ve vzájemném seskupení stálic. Poznání toto jest velmi důležito, aby se jasně vystihly jisté základní pojmy a definice astronomické a zvláště aby se porozumělo tomu, proč tyto mohly býti založeny na *zdánlivých* pohybech těles nebeských.



Obr. 22.

Astronomie stanoví následující základní směry (obr. 22.).

1. *Osa světová*, přímka, středem zemským procházející, kolem níž se zdánlivě obloha nebeská otáčí.

2. *Přímka svislá*, jdoucí v bodu pozorovacím na povrchu země směrem, v jakém působí tíže zemská, t. j. středem země*).

Osa světová protíná oblohu nebeskou v bodech, jež *poly***) zoveme: *pol severní* N, *pol jižní* S.

Přímka svislá protíná oblohu nebeskou v bodech, jež zovou se *zenit* (nadhlavník) Z a *nadir* (podnožník) Z'.

Uvedenými dvěma směry jsou určeny tři roviny:

3. Rovina položená osou světovou a přímkou svislou jest *poledník* čili *meridian*.

4. Rovina položená středem země kolmo na osu světovou jest *rovník* čili *aequator*.

*) O nepatrné odchylce tohoto směru od středu země jedná se později.
**) πόλος, ὁ od πέλομαι pohybovati se.

5. Rovina položená středem země kolmo na přímku svislou jest *obzor* čili *horizont.*

Činívá se někdy rozdíl mezi tímto obzorem pravým a jiným zdánlivým, který jest rovnoběžný s oním, ale prochází bodem pozorovacím na povrchu země. Poněvadž však, jak dříve vylíčeno, rozměry země v prostoru světovém úplně mizí, splývají obě tyto roviny jako by v jedinou.

Jmenované tři základní roviny astronomické, poledník rovník a obzor protínají nebeskou kouli v největších kruzích, kterýmž se tatáž jména dávají jako rovinám samým.

Poledník protíná obzor v přímce, kteráž směřuje k astronomickému bodu severnímu *n* a jižnímu *s*; přímka na tuto kolmá a středem země jdoucí směřuje k astronomickému východu *e* a západu *w**).

Následkem zdánlivého otáčení se oblohy nebeské kolem osy světové vycházejí hvězdy na straně východní nad obzor, vystupují výše a výše, až dostoupí polohy nejvyšší v okamžiku *vrcholení* čili *kulminace* v meridianu; na to zase sestupují níže a níže až zapadnou na straně západní. Některé hvězdy zůstávají stále nad obzorem. — hvězdy *circumpolarní* — a u těch můžeme pozorovati dvojí vstup do poledníka, dvojí kulminaci, tak zvanou vyšší a nižší, anebo horní a dolní; u hvězd ostatních děje se kulminace nižší pod obzorem. Při zdánlivém tomto pohybu opisují hvězdy kruhy s rovníkem rovnoběžné.

§ 42. Čas hvězdný.

Zdánlivým otáčením se oblohy nebeské kolem osy světové, jak právě bylo vylíčeno, kteréž se děje s naprostou rovnoměrností, určen jest čas, kterýž zoveme *časem hvězdným, tempus siderale.*

Mysleme si totiž určitý bod na obloze nebeské, na př. v rovníku, což jest nejjednodušší. V okamžiku hořejší kulminace tohoto bodu začíná *den hvězdný* a trvá do hořejší kulminace nejblíže příští; den tento dělíme na 24 hodiny po 60 minutách, tyto po 60 sekundách.

Času tohoto užívá se v astronomii; onen bod, jehož zdánlivou rotací čas hvězdný se určuje, jest tak zvaný *bod jarní,*

*) Uvedené označování *n, s, w, e* (resp. eventualně *N, S, W, E*) jest internacionalní dle jmen anglických: Nord, South, West, East.

totiž bod, v němž se střed slunce nalézá při průchodu rovníkem počátkem jara (asi 21. března).

Otázka, jak dalece příliv a odliv mořský činí čas hvězdný nerovnoměrným, bude moci býti vážně řešena až ve staletích budoucích. Dosud odhaduje se, že přílivem a odlivem den hvězdný se dlouží asi o $0{\cdot}01^{s}$ za století. Jest jasno, že zde jde o nerovnoměrnost tak velice nepatrnou, že hořejší výrok o naprosté rovnoměrnosti času hvězdného tím nepozbývá své platnosti.

§ 43. Čas sluneční pravý.

Stejným způsobem jako bod jarní může též *střed slunce* sloužiti k určování času; vzhledem k tomu, že se postavením slunce celý způsob života našeho řídí, jeví se volba tohoto bodu býti přirozenější než volba bodu jarního. Čas, kterýž jest určen zdánlivou rotací středu slunce, zove se *čas sluneční pravý, tempus solare verum.*

§ 44. Rozdíl mezi časem hvězdným a časem slunečním pravým.

Jest důležito vytknouti ihned rozdíl, jakýž jest mezi tímto časem slunečním pravým a oním časem hvězdným.

Dne 21. března (v jistém okamžiku toho dne, na př. v poledne) nalézá se střed slunce v bodu jarním; následkem toho kulminují bod jarní a střed slunce současně, pravý den sluneční začíná v témž okamžiku jako den hvězdný. Pozorujeme-li však nejblíže příští kulminace dne následujícího, shledáme, že bod jarní vstoupí dříve do poledníka, než střed slunce, jehož kulminace se tedy od včerejška o něco opozdila — asi o 4 minuty času hvězdného. — Jest tudíž den sluneční o tolik delší než den hvězdný. Opozďování toto děje se ovšem i dále za každý den asi o 4 minuty; rozdíl roste, za měsíc kulminuje bod jarní již asi o $30 \times 4^{m} = 120^{m} = 2^{h}$ času hvězdného dříve než střed slunce, za půl léta o 12^{h}, za rok o 24^{h} — t. j. 21. března roku nejblíže příštího *počítáme o celý jeden hvězdný den více než dnů slunečních.*

Příčinou tohoto opozďování se slunce jest pohyb jeho vlastní, tak zvaný roční. Střed slunce postupuje totiž den ode dne na nebi v určitém kruhu, v ekliptice od západu k východu, tedy ve smyslu opáčném než jest pohyb denní, jenž se děje od východu k západu. Tento největší kruh, jenž jest průsekem příslušné roviny se zdánlivou koulí nebeskou, jest od rovníka odkloněný o úhel 23° 27′ tak zvaný odklon ekliptiky, kterýž jest měnlivý v mezích jen velice málo rozdílných.

Roční tento pohyb slunce v ekliptice má průběh následující: Od *bodu jarního — aequinoctium vernum* — (20. nebo 21. března) vycházejíc vystupuje slunce v ekliptice až k *slunovratu letnímu — solstitium aestivum* — (21. neb 22. června); od toho dne sestupuje k *bodu podzimnímu — aequinoctium auctumnale* — (22. nebo 23. září) a dále až k *slunovratu zimnímu — solstitium brumale**) — (21. neb 22. prosince), odkudž pak opět stoupajíc se vrací k bodu jarnímu. Čtyři tyto body na ekliptice od sebe postupně o 90° vzdálené jsou význačnými pro roční počasí. Celý pohyb tento vykoná slunce za rok, t. j. asi 365 dnů; poněvadž za tu dobu proběhne as 360 úhlových stupňů, připadá průměrně na den bez mála jeden stupeň, což odpovídá časově 4 minutám, jak výše bylo uvedeno**).

Podle času hvězdného mohou býti přesně regulovány hodiny hvězdné; takových se užívá na hvězdárnách. Podle času slunečního pravého jdou hodiny sluneční.

Pravili jsme dříve, že se slunce ve své kulminaci proti jarnímu bodu denně asi o 4^m opozďuje. Srovnáme-li přesněji hodiny sluneční a hvězdné, pozorujíce kulminaci slunce dalekohledem passážním a odečítajíce stav hodin hvězdných, shledáme, že ono opozďování se slunce čili, jak raději řekneme, předbíhání hodin hvězdných proti hodinám slunečním, se neděje rovnoměrně. Zaznamenáme-li, mnoho-li ukazují hodiny hvězdné v okamžiku pravého poledne a tvoříme-li difference, obdržíme průběhem roku měnlivé hodnoty, jež leží mezi jistými maximalními a minimalními. Pro rok 1899 činí na př. tyto difference 26. března minimum $3^m\ 38^s$, 20. června maximum $4^m\ 9^s$, 16. září minimum $3^m\ 35^s$, 23. prosince maximum $4^m\ 27^s$. Jest tedy vzhledem k těmto variacím patrno, že pravý čas sluneční postrádá rovnoměrnosti; nebylo by možná regulovati hodinový

*) brûma staženo z brevissima (dies) nejkratší den; všeobecněji, čas zimní; od toho: brumalis.

**) Pro převod míry úhlové v časovou neb naopak máme relace:

	360°	odpovídá	24^h
tudíž:	15°	„	1^h
	$15'$	„	1^m
	$15''$	„	1^s

Převodní koefficient jest tedy = 15.

stroj tak, aby hodiny šly dle pravého času slunečního; hodiny jdou rovnoměrně, *pravý čas sluneční však plyne nerovnoměrně.*

Příčina této nerovnoměrnosti jest několikerá. Především neděje se pohyb slunce v ekliptice rovnoměrně. Země naše pohybuje se totiž kolem slunce nikoliv v kruhu, v jehož středu by bylo slunce, nýbrž v ellipse, v jejíž ohnisku S (obr. 31.) slunce se nalézá. V bodu P, kde jest slunci nejblíže (perihelium, περί, ἥλιος, přisluní), pohybuje se nejrychleji, v bodu pak protějším A, kde jest od slunce nejdále (aphelium, ἀπό, ἥλιος, odsluní), nejvolněji. Ellipsa dráhy zemské jest ovšem tak málo od kruhu rozdílna, že v malém výkresu ji nelze od kruhu rozeznati; její numerická excentricita CS/CA činí $= 1{\cdot}677\,\%_0$. Proto jest ellipsa v obr. 31. k vůli zřetelnosti rýsována s excentricitou 10kráte větší, ač i tak se od kruhu sotva rozezná. Ve skutečnosti jest v millionech kilometrů $SP = 146{\cdot}2$ a $SA = 151{\cdot}1$, úhlová rychlost pak obíhání za den v periheliu P $61'\ 10{\cdot}1''$, v apheliu A $57'\ 11{\cdot}7''$, průměrně $59'\ 8{\cdot}3''$. Nerovnoměrnost tuto přenášíme pak na slunce. Dříve bylo řečeno, že postupuje v ekliptice denně asi o 1°; správněji však musíme říci: v perigeum P' (περί, γῆ) postupuje slunce nejrychleji, za den o více než 1°, totiž o $61'\ 10{\cdot}1''$, v apogeum A' (ἀπό, γῆ) pak nejvolněji, za den o méně než 1°, totiž $57'\ 11{\cdot}7''$.

Než i kdyby nebylo této nerovnoměrnosti, kdyby tedy slunce v ekliptice den co den o střední hodnotu $59'\ 8{\cdot}3''$ nahoře udanou postupovalo, nebylo by tím docíleno rovnoměrnosti v čase slunečním pravém; neboť čas tento stanoví se zdánlivým pohybem denním, tento pak děje se rovnoběžně nikoli s ekliptikou, nýbrž s aequatorem. V slunovratech postupuje slunce s rovníkem rovnoběžně, jinak šikmo, nejvíce v bodech rovnodennosti; dle toho promítá se stejný oblouček ekliptiky na rovník největšími kruhy meridianovými délkami různými, většími v okolí solstitia, menšími v okolí aequinoctia.

§ 45. Čas sluneční střední.

Z úvah předcházejících vysvítá, že čas sluneční pravý pro svou nerovnoměrnost se nehodí k účelům časoměrným. Avšak vzhledem k tomu, že jest slunce regulatorem celého našeho denního zaměstnání, následkem čehož čas sluneční životu obecnému jediné vyhovuje, jest nutno, čas tento podržeti, avšak jeho nerovnoměrnosti *vyrovnati*. Tak povstává *čas sluneční střední, tempus solare medium*.

Čas tento stanoví pro *sluneční den střední* jistou hodnotu průměrnou. Z příčin praktických, aby se totiž datum neměnilo za světla denního, nýbrž během noci, začíná den tento buď krátce před neb krátce po kulminaci slunce *dolejší*. Jinak dělí se též na 24 (vlastně 2krát 12) hodiny (^{h}), hodina na 60 minut (^{m}), minuta na 60 sekund (^{s}), kteréž se zovou středními*).

Stanovení průměrné hodnoty dne slunečního děje se úvahou následující:

Tropický rok, t. j. doba, za kterou slunce proběhnouc ekliptikou se vrátí do bodu jarního, trvá 366·24220 dnů hvězdných. Za tuto dobu máme dnů slunečních o jeden méně, tedy jen 365·24220. Platí tudíž rovnice:

$$366{\cdot}2422 \; dies \; sid. = 365{\cdot}2422 \; dies \; sol. \; med.,$$

z čehož plyne dále (dle rovnosti $dies = 86400 \; sec$)

$$\frac{dies \; sid.}{dies \; sol.} = \frac{365{\cdot}2422}{366{\cdot}2422}$$

$$\frac{difference}{dies \; sol. \; med.} = \frac{1}{366{\cdot}2422}, \qquad \frac{difference}{dies \; sider.} = \frac{1}{365{\cdot}2422}$$

$$difference = \frac{86400}{366{\cdot}2422}, \qquad difference = \frac{86400}{365{\cdot}2422}$$

$$= 3^m \, 55{\cdot}91^s \qquad\qquad = 3^m \, 56{\cdot}56^s$$

středního času slunečního — času hvězdného.

Středního času slunečního užívá se jak ve fysice, tak ve všech vědách exaktních výhradně. Hodiny, jichž užíváme v životě obecném, jdou vesměs dle středního času slunečního. V astronomii užívá se času tohoto vedle času hvězdného; na observatořích jdou některé hodiny dle středního času slunečního, jiné dle času hvězdného. Počátkem jara**) souhlasí jedny s druhými;

*) Značky h, m, s píší se často nad příslušná čísla (nad řádku), jde-li o udání časového okamžiku; naproti tomu vedle čísel (na řádku), jde-li o udání časové (omezené) doby. Na př.: pozorování začalo ve $2^h \, 30^m \, 40{\cdot}7^s$, skončilo v $6^h \, 25^m \, 31{\cdot}6^s$, trvalo tedy $3 \, h \; 54 \, m \; 50{\cdot}9 \, s$. Avšak dvojakost takovou nelze odporučiti; tím méně, poněvadž ve fysice značka m na řádce psaná znamená metr; lépe jest tudíž při údajích časových — podobně jako při úhlových — psáti příslušné značky vždy nad řádkou. Kde se sekunda má označiti ve spojení s jinými jednotkami fysikalními do řádky, píše se *sec*.

**) Souhlas tento nenastane — vzhledem k rovnici časojevné — přesně toho dne a toho okamžiku, kdy jaro ve smyslu astronomickém počíná.

odtud však rozcházejí se vždy více a více, tak že rozdílu přibývá s časem úměrně, až po uplynutí roku tropického se opět sejdou. V dobrých kalendářích udává se pro každý den ve zvláštní rubrice „čas hvězdný ve střední poledne“. Rozdíl roste tu den co den o $3^m \, 56{\cdot}56^s$ času hvězdného.

Když se však v astronomické praxi času středního užívá, počíná den střední, odchylně od způsobu občanského, nikoli o půlnoci, nýbrž v poledne a hodiny se odtud čítají nikoli od 0 do 12 a opět od 0 do 12, nýbrž od 0 do 24. V souhlasu s tím mění se astronomické datum též v poledne, čímž se toho docílí, že celá noc, kdy se konají astronomická pozorování, má totéž datum. Při tom dlužno pamatovati, že datum astronomické pokročí o půl dne později než datum občanské; když toto o půlnoci pokročilo, trvá ještě datum astronomické a pokročí až v poledne. Dle toho převádějí se údaje časové astronomické na občanské, když se k astronomickému údaji přičte 12 hodin a pak výsledek přizpůsobí obvyklému, ovšem že velmi nevhodnému, počítání občanskému hodin od 0 do 12 dopoledne a opět od 0 do 12 odpoledne.

Tak na př. astronomické datum 10. května $8^h \, 13^m$ odpovídá občanskému 10. května $20^h \, 13^m$, což jest $8^h \, 13^m$ večer. Anebo datum astronomické 14. července $19^h \, 35^m$ odpovídá občanskému $24^h + 7^h \, 35^m$, t. j. 15. července $7^h \, 35^m$ ráno. Naopak datum občanské 24. prosince $9^h \, 35^m$ večer, což jest vlastně $21^h \, 35^m$, odpovídá astronomickému 24. prosince $9^h \, 35^m$. Kdyby se občansky hodiny počítaly též od 0 do 24, nebylo by třeba přídavků ráno, dopoledne, odpoledne, večer atd. právě tak, jako jich není potřebí a jako se jich vůbec neužívá při počítání astronomickém a převod stal by se jednodušším.

§ 46. **Rozdíl slunečního času středního a pravého; rovnice časojevná.**

Zcela jiné povahy jest rozdíl obou časů slunečních. Poněvadž čas sluneční pravý plyne nerovnoměrně a čas sluneční střední se v hlavní věci onoho přidržuje a jenom ony nerovnoměrnosti vyrovnává, alternuje rozdíl obou brzy ve smyslu positivním brzy v negativním, jinak však zůstává v jistých mezích. Rozdíl tento Θ zavádí se jakožto *rovnice časojevná* ve smyslu:

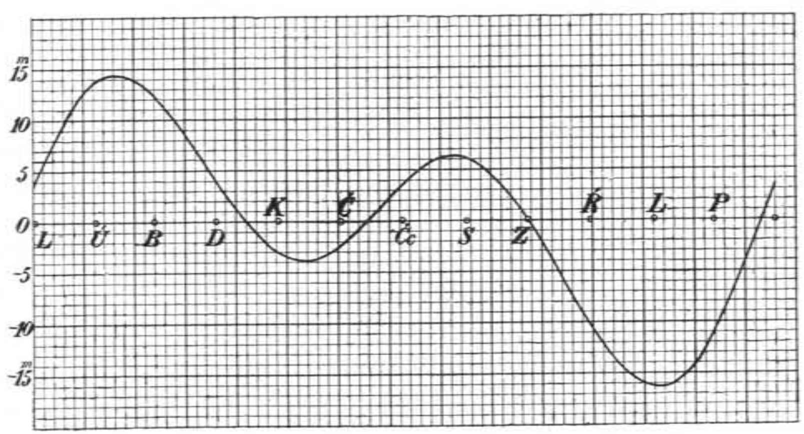
$$\Theta = temp. \; sol. \; medium - temp. \; sol. \; verum$$

$$\Theta = M - V.$$

V dobrých kalendářích uvádí se rovnice tato pro každý den v rubrice nadepsané: „hodiny v pravé poledne“. Význačné hodnoty, počítané (pro Prahu) na rok 1899 a 1900 ukazuje tabulka následující:

			1899	1900	
Dne	1. ledna	$\Theta = +\ 3^m$	$46{\cdot}2^s$	$39{\cdot}8^s$	
	11. února	+ 14	27·2	27·3	maximum
	15. dubna	+ 0	4·1	7·3	
	16. dubna	— 0	10·6	7·5	
	14. května	— 3	48·9	49·3	minimum
	14. června	— 0	1·2	5·1	
	15. června	+ 0	11·4	7·4	
	26. července	+ 6	17·4	17·2	maximum
	31. srpna	+ 0	14·4	19·1	
	1. září	— 0	4·3	+ 0·5	
	3. listopadu	— 16	20·6	20·4	minimum
	24. prosince	— 0	16·4	22·5	
	25. prosince	+ 0	13·5	7·5	

Z čísel tabulky této jest patrno, že se rovnice časojevná od roku k roku mění jen velmi málo. Hodnoty maximalní a minimalní



Obr. 23.

zůstávají téměř stejnými; větší jsou poněkud odchylky v těch dnech, kdy nastává změna znamení; ale i tyto činí jen málo sekund. Lze tudíž na základě čísel uvedených sestrojiti křivku, kteráž v rozměrech, v jakých ji lze přehledně provésti, znázorňuje průběh rovnice časojevné pro rok jakýkoli. Křivku tuto předvádí obr. 23. Ve směru vodorovném jsou nanášeny dny roční po pentádách, tak že dílec znamená 5 dní; každý první

den měsíce jest vyznačen. Ve směru svislém jest nanášena hodnota Θ v minutách, tak že ještě desetina minuty může býti odhadnuta. V obrazci vystupuje zřetelně rozdíl mezi extremy zimními a letními.

§ 47. **Vliv rovnice časojevné na rozdělení dne.**

Pravým polednem dělí se den — v užším slova smyslu — souměrně*) ve dvě polovice, z nichž jedna, dopoledne, východem slunce začíná, druhá, odpoledne, západem slunce končí. Středním však polednem dělí se den — vzhledem k rovnici časojevné — nesouměrně; dopoledne a odpoledne, počítaná, *jak jsme zvyklí*, dle poledne *středního*, jsou tudíž z pravidla délky nestejné. Rozdíl jest stanoven dvojnásobnou hodnotou $2\,\Theta$ rovnice časojevné Θ; stává se tudíž patrným v těch měsících, kdy jest Θ dosti veliké, t. j. v měsících zimních.

O dušičkách vychází slunce (1899) $6^h\ 52^m$ a zapadá $4^h\ 35^m$; dopoledne trvá tudíž $5^h\ 8^m$, odpoledne jen $4^h\ 35^m$; *dne ubývá s večerem, rána zůstávají světlá.* Čím blíže k vánocům, tím více se rozdíly tyto umenšují; o vánocích, kdy jest den nejkratší, mizí rovnice časojevná a den se dělí středním polednem souměrně. Po vánocích přibývá dne, ale roste též, a to ve smyslu obráceném, rovnice časojevná. Po hromnicích, na př. (1900) 11. února, vychází slunce $7^h\ 19^m$, zapadá $5^h\ 08^m$, dopoledne trvá tudíž $4^h\ 41^m$, odpoledne $5^h\ 08^m$; *dne přibývá s večerem, rána zůstávají tmavá.*

§ 48. **Hodiny sluneční.**

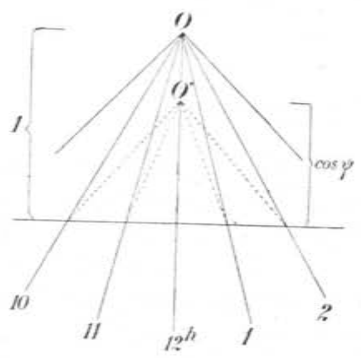
Tyč (gnomon**) hodin slunečních bývá ve směru osy světové upevněna buď na stěně vodorovné (hodiny horizontalní), neb na stěně svislé (hodiny vertikalní) anebo konečně na stěně s rovníkem rovnoběžné (hodiny aequatorealní). Rovina, položená gnomonem (t. j. osou světovou) a středem slunce tvoří v pravé poledne s meridianem úhel $= 0$, jinak úhel α (úhel hodinový), jenž se průběhem dne každou hodinu o 15^0 mění. Je-li β úhel, který stín gnomonu tvoří se stínem, jak jest v okamžiku pravého poledne, platí při geografické šířce ψ místa pozorovacího rovnice následující pro hodiny vertikalní, horizontalní a aequatorealní

$$tg\,\beta = tg\,\alpha\,.\,cos\,\psi$$
$$tg\,\beta = tg\,\alpha\,.\,sin\,\psi$$
$$\beta = \alpha.$$

*) Mathematicky přesně ovšem také ne, vzhledem k měnlivé rychlosti, s jakou slunce postupuje v ekliptice.

**) γνώμων ὁ znalec, udavatel γνώμων ὡρολογίων ukazovatel hodin slunečních a — totum pro parte — hodiny sluneční vůbec.

U hodin aequatorealních jest tedy vztah mezi úhly β a α nejjednodušší. Rovněž jednoduše a přehledně lze však také u hodin jak horizontalních tak obvyklejších vertikalních vyjádřiti vztah ten konstrukcí. V obr. 24. jest pro hodiny vertikalní tato konstrukce naznačena nejprve všeobecně a pak provedena — geografickou šířku $\psi = 50^0\ 5'$ (Praha) předpokládajíc — pro úhly $\alpha = 15^0, 30^0, 45^0$ atd., čímž zjednány pro příslušné úhly β směry označující polohu stínu gnomonu 1^h, 2^h, 3^h atd. před pravým polednem nebo po pravém poledni. Konstrukce v této formě, zjednaná dle rovnic tvaru



Obr. 24.

$$\frac{tg\ \alpha}{tg\ \beta} = n,$$

kdež jest n konstanta > 1, buď $1/cos\ \psi$ neb $1/sin\ \psi$, jest zajímavou tím, že upomíná na konstrukci pro lom paprsků homocentrických rovinou, pokud lze dle zákona Ptolomaeova paprsky lomené také za homocentrické pokládati t. j. pokud lze klásti (přibližně)

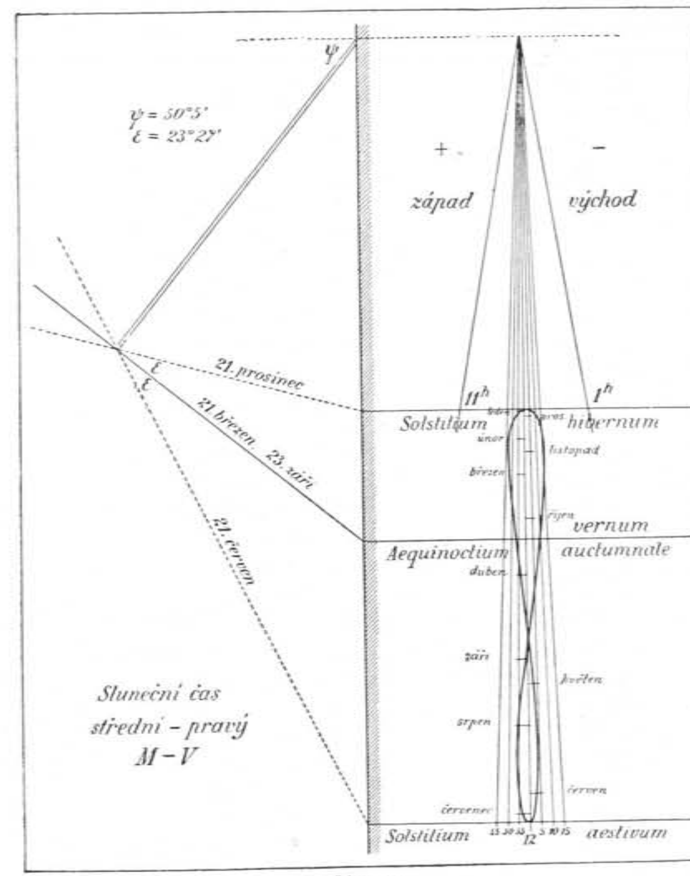
$$\frac{sin\ \alpha}{sin\ \beta} \doteq \frac{tg\ \alpha}{tg\ \beta}$$

Na hodinách slunečních, na př. vertikalních, kteréž vídáme nejčastěji na stěnách kostelů, škol neb jiných budov veřejných, lze také průběh rovnice časojevné znázorniti konstrukcí jednoduchou a poučnou. Třeba jen každého dne v okamžiku středního poledne zaznamenati, kam padne stín S konečného bodu gnomonu (obr. 25.). Poloha S mění se den ode dne jak ve smyslu vertikalním, následkem stoupání a klesání slunce, tak ve smyslu horizontalním, následkem měnlivosti rovnice časojevné. Pásmo bodů S tvoří pak křivku, osmičce poněkud podobnou, kteráž jest znázorněním rovnice časojevné. Je-li tato jednou pro vždy přesně konstruována, lze naopak i na hodinách slunečních okamžik středního poledne dosti dobře zjistiti a tím na př. hodiny věžní kontrolovati.

§ 49. Čas pásmový.

Dle výkladů předešlých mění se čas s meridianem; neboť tímto určuje se okamžik, od něhož čas začínáme počítati, tedy jeho nullový bod. Cestujíce tudíž s chronometrem na př. po železnici na západ pozorujeme, že se lokalní čas proti chronometru opozďuje a naopak urychluje cestujeme-li na východ; rozdíl činí na každý stupeň délkový $^1/_{15}$ hodiny, t. j. 4^m. Tato různost časů lokalních jest velice na závadu při službě železničné a telegrafické. Proto zavedly mnohé státy ve vlastním území poměrně záhy k účelům této služby čas jednotný, tak zvaný železničný. Takovým jest na př. čas Pařížský, jehož se užívá ve Francii a v Alžíru,

anebo čas Petrohradský na Rusi, Madridský ve Španělsku, Lissabonský v Portugalsku, Athenský v Řecku atd., takovým byl ještě nedávno u nás čas Pražský resp. Peštský, podobně čas Mnichovský v Bavořích atd. Na stanicích hraničných nastávala pak změna času, mnohdy v několika různých směrech. V novější době opouští se však již tento čas železničný, kterýž jest určen zcela nahodilou polohou hlavních měst, a zavádí se v zájmu internacionalním čas tak zvaný *pásmový*.



Obr. 25.

Nejjednodušším bylo by ovšem považovati zemi naši za jediný celek a zavésti jednotný čas pro celou zemi, kterýž by se pak mohl zváti časem světovým, universalním. Snad jednou i to se uskuteční; dosud jest tomu na závadu, že jsme příliš uvykli času lokalnímu při svém denním zaměstnání a že bychom velké odchylky od tohoto času dobře nesnesli. Není-li však již možno, aby hodinové i minutové ručičky na hodinách ve všech krajích naší země ukazovaly zcela stejně, jest aspoň možno, aby *ručičky minutové* souhlasily, t. j. aby se údaje časové lišily jen *v hodinách*. Tato myšlenka jest uskutečněna v čase pásmovém.

Provedení jest následující: Zavedou se 24 meridiany*) hlavní, a s tím 24 pásma. Každé pásmo rozestírá se v rozsahu 15 stupňů délkových po obou stranách svého hlavního meridianu, tedy na východ o $7^1/_2{}^0$ i na západ o $7^1/_2{}^0$. Za první meridian volí se meridian hvězdárny v Greenwich**). Datum se mění na meridianu 180°, jenž probíhá Tichým oceanem; na lodích, plujících směrem západním, zaznamenává se datum vyšší, když se tento meridian přepluje. Přehled pásem a pojmenování času, jednak již užívané, jednak navrhované, ukazuje sestavení následující:

Pásmo	Hlavní meridiany	Č a s
0	0	Greenwichský, světový
1	15	Středoevropský
2	30	Ruský (Petrohradský)
3	45	Východoruský, Kavkazský
4	60	Transkaspický
5	75	Madrasský
6	90	Kalkuttský
7	105	Siamský, Malayský
8	120	Čínský
9	135	Japanský
10	150	Východoaustralský
11	165	Kamčatský
12	180	Novoseelandský
13	195	Behringův
14	210	Aljašky
15	225	Columbie
16	240	Tichomořský (Pacific)
17	255	Hor skalních (Rocky Mountains)
18	270	Středoamerický
19	285	Východoamerický
20	300	Interkolonialní
21	315	Brasilský
22	330	Atlantský
23	345	Senegalský
24	360	Greenwichský, universalní.

*) Vlastně polomeridiany, polokruhy, míníme-li meridianem kruh celý.

**) Hvězdárna tato, založená r. 1675 za panování Karla II. na podnět Johna Flamsteeda (1646—1719), jenž první se stal „astronomer royal", stojí ve velkém (76 hektarů) parku Greenwichském na návrší 97 *m* vysokém a jest opatřena velice dokonalými přístroji astronomickými, meteorologickými a magnetickými. Přednost meridianu Greenwichského jest odůvodněna jednak tím, že nejlepší námořské mapy, vydávané admiralitou anglickou, se na tento meridian vztahují, jednak též, že Nautical Almanac, obsahující všechny početní astronomické tabulky, jakých rok co rok při plavbě se užívá, týž meridian předpokládá.

Zavedení času pásmového i pro život obecný mělo by při četných výhodách menší obtíže než se obyčejně za to má. Již užívajíce středního času slunečního nejsme s hodinami svými v souhlasu se sluncem; rozdíl činí v měsících zimních přes $^1/_4$ hodiny. Zavedením času pásmového přibylo by k rozdílu tomuto ještě na nejvýše $^1/_2$ hodiny a to pro místa ležící na meridianech přechodních

Při příležitosti zavádění času pásmového mělo by se zároveň upustiti od nepraktického rozdělování dne na dvakrát 12 hodin, a zavésti dělení na 24 hodiny. Ciferník hodin našich by zůstal jak jest; změnil by se toliko *způsob počítání*, jakož se již děje v astronomii i v meteorologii.

Co se týče Prahy, má stará hvězdárna v Clementinu následující*) délku od Ferro (Sterneck) a následující šířku (Weinek-Gruss)

$$\lambda = 32^0\ 4'\ 49{\cdot}50''$$

$$\varphi = 50^0\ 5'\ 15{\cdot}86''.$$

Z toho plyne časová difference proti času universalnímu

$$-\ 57^m\ 40{\cdot}33^s$$

a tudíž proti času středoevropskému

$$+\ 2^m\ 19{\cdot}67^s.$$

§ 50. Dekadické rozdělování času.

Důsledné provedení osnovy dekadické vyžadovalo by též novou úpravu ve způsobu dělení času a ovšem i úhlu. Kdyby se provedl návrh rozděliti úhel plný na 4 pravé po 100°, 1° po 100', 1' po 100'', jak byl učiněn při definování metru, a jak se nyní začíná prováděti v geodesii u novějších strojů úhloměrných, bylo by pak nejvhodnější pro redukci od úhlu k času voliti — místo dosavadního koefficientu 15 — důsledně 10 t. j. děliti den na 40 hodin po 100 minutách a minutu po 100 sekundách; a poněvadž by pak sekunda byla velmi kratinkou, (asi $\frac{1}{5}$ dosavadní) postačilo by pro obyčejné účely udávati čas jen na minuty neb nanejvýše ještě jich desetiny. Když by se počet 40 hodin zdál velikým a nepřehledným, mohlo by se voliti dělení na 20 hodin, počítaných od 0 do 20, tak aby 10 hodin připadlo na noc a 10 hodin na den; sekunda byla by pak o málo menší než nynější poloviční, a onen redukční koefficient byl by 20. Avšak tento návrh, jakož i každý podobný jakýkoliv, jest bezpředmětným, poněvadž přichází pozdě. Nejde zde jenom o změnu jednotky časové, nýbrž též o všechny toho důsledky; a právě tyto jsou dalekosáhlé. Neboť sekunda — jak dosud jest, — tvoří jednu z jednotek základních, jako centimetr a gramm; změniti sekundu znamenalo by změniti celou soustavu těch měr, kteréž na oněch jednotkách základních spočívají, znamenalo by tedy budovu měr tak zvaných absolutních, sotva že byla dovršena a sotva že se začíná všeobecně zaváděti, opět sbořiti a stavěti novou. Snad se i to jednou

*) V. Láska, Rozpravy č. Akad. VIII., č. 25, 1899.

stane, ale nikoli hned, v budoucnosti blízké, nýbrž snad koncem století budoucího, až se opět provede důkladná a kritická revise celé soustavy, která ovšem naprosto dokonalou také není.

§ 51. Oprava a chod hodin.

Hodiny i nejlepší nejdou naprosto správně; i jest nutno čas od času je kontrolovati, buď srovnáváním s hodinami jinými již prozkoumanými anebo přímo pozorováním astronomickým, na př. pozorováním kulminace slunce. Odchylka, jakouž hodiny v jistém okamžiku časovém — těmito hodinami samými určeném — proti správnému času ukazují, zove se jich *oprava* (*korrekce*); její znamení (+ neb —) stanoví se tak, aby oprava, *algebraicky* (t. j. se svým znamením) k časovému udání hodin připojená dala čas správný. Tak na př. byla passážním dalekohledem stanovena kulminace středu slunečního dne $^{30}/_{6}$ 1897 v čase hodinovém

$$11^h\ 59^m\ 3{\cdot}7^s.$$

Rovnice časojevná toho dne byla

$$3^m\ 25{\cdot}8^s.$$

Hodiny, dle slunečního času středního jdoucí, měly tudíž ukazovati

$$12^h\ 3^m\ 25{\cdot}8^s$$

z čehož plyne, že jich korrekce v okamžiku pozorování byla

$$+\ 4^m\ 22{\cdot}1^s.$$

Oprava hodin, jednou určená, nezůstává však konstantní; mění se den ode dne; změna tato stanoví pak tak zvaný *chod* hodin *denní*. U týchž hodin stanovena 5 dní později, $^{5}/_{7}$ 1897 oprava

$$+\ 4^m\ 38{\cdot}3^s.$$

Průměrný jejich chod denní v době této byl tudíž

$$16{\cdot}2^s : 5 = 3{\cdot}24^s.$$

Je-li tento positivní, tedy to znamená, že hodiny se *opozďují* (že retardují), tak že jest nutno k jich udání něco přidávati; jejich sekunda jest poněkud delší. Je-li naopak negativní, znamená to, že hodiny se *předcházejí* (že akcelerují), tak že jest nutno od jich udaje něco ubrati; jejich sekunda jest poněkud kratší.

Je-li známa oprava hodin pro jistý okamžik časový a je-li znám jich chod, jest možno jednoduchou interpolací opravu hodin pro jakýkoliv okamžik časový hodinami určený vypočísti.

Interpolační však počet takový předpokládá, že chod hodin jest *konstantní*, ode dne ke dni, od hodiny k hodině. V skutku jest to jediný požadavek, který na hodiny velmi dobré klademe. Nikoliv zda-li jest chod malý, jest významné pro qualitu hodin, nýbrž zda-li jest stálý, neproměnný.

Na chod hodin má značný vliv mechanické otřásání způsobené v blízkosti jejich na př. těžkými povozy po ulici jedoucími, prudké

zavírání dveří a vůbec neklid jakýkoliv. Ještě značnější vliv má však teplota. Vliv tento lze umenšiti užitím kyvadel kompensovaných, jakéž musí míti každé dobré hodiny kyvadlové; podobně mají také chronometry kompensaci tepelnou. O těchto kompensacích jedná se v nauce o teple. Dlužno však pamatovati, že při *náhlejších* změnách teploty kompensace *nemůže stačiti* a že pak chod hodin i nejlepších a nejlépe kompensovaných nemůže zůstávati stálým. Nesmí tudíž na př. hodiny, jež na hvězdárnách za normalní platí, býti změnám teploty příliš exponovány; naopak musí býti umístěny v místnostech (sklepních), kde teplota během celého roku jen velmi málo a nenáhle se mění.

Obr. 26.

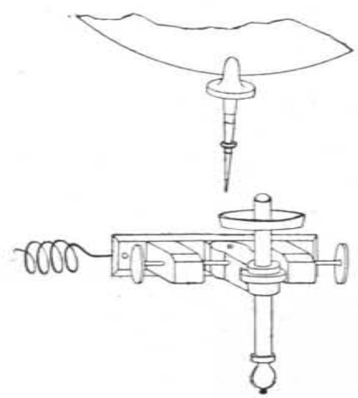
Požadavek, aby změna chodu nečinila během let nic více než na př. jednu desetinu sekundy, jest již velice přísný a vyhovují mu jen nejlepší kyvadlové hodiny astronomické, umístěné co nejpříznivěji.

Budiž ještě poznamenáno, že není obyčejem dobré hodiny astronomické často „říditi“, aby ukazovaly správně, nýbrž že se nechávají bez rušivého zasahování do jejich mechanismu stále jíti; ale ovšem se ve zvláštním protokollu zaznamenává jich oprava, jak byla čas od času stanovena, a jich průměrný denní chod.

Pro účely fysikalní osvědčuje se velmi dobře *přenosný chronometr*, jímž lze na př. dobu kyvu magnetky stanoviti na místě jakémkoli. Obr. 26. předvádí takový chronometr (Bröcking) v úpravě pro laboratoře fysikalní výhodné. Chronometr spočívá v závěsu Cardanově, aby zůstával v poloze vodorovné; před prachem a otřásáním jest chráněn dvojí skříňkou. Jde 8 dnů; denní chod jest konstantní na málo desetin sekundy.

§ 52. Akustické a grafické označování sekundy.

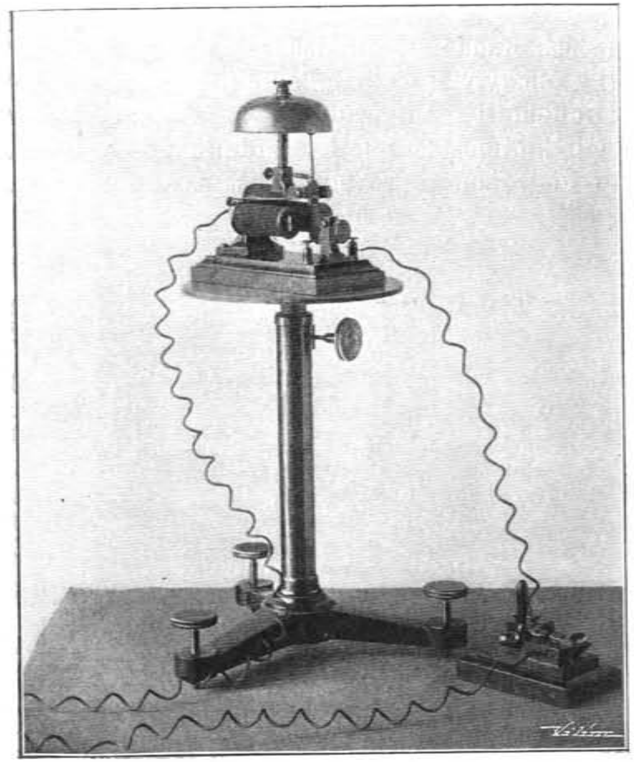
K účelům fysikalních pokusů a měření jest často žádoucno sekundu (středního času slunečního) buď akusticky *signalisovati*, aneb graficky *registrovati*. Jednoho i druhého účelu dosáhne se jednoduše galvanickým proudem, když se totiž proud sekundovým kyvadlem samým na okamžik uzavře. Za tím účelem opatří se, jak obr. 27. znázorňuje, kyvadlo sekundové nejlépe na svém nejdolejším konci — kde rovnovážnou svou polohou proběhne nejrychleji — platinovým hrotem. Pod tímto jest mistička ocelová, jež se dá jednak dvěma šrouby říditi na levo a na pravo tak, aby její střed přišel přesně pod platinový hrot, když kyvadlo stojí, jednak šroubem nahoru a dolů zvedati. Na mističku naleje se čisté rtuti, kteráž má tvořiti vysoký meniskus. Má-li se experimentovati, zvedne se mistička šroubem tak vysoko, aby platinový hrot rtutí co možná krátce probíhal. Tím se na okamžik uzavře proud.



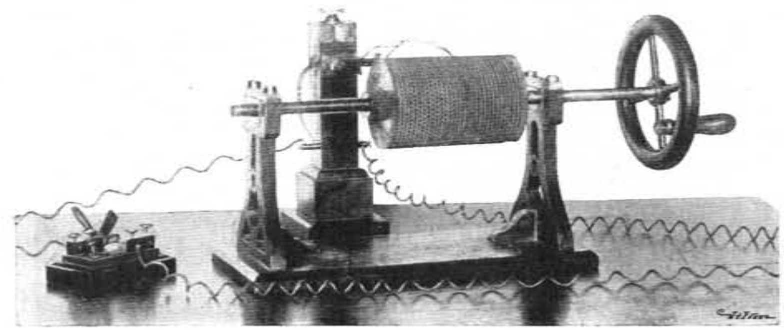
Obr. 27.

Jde-li o signalisování sekundy, vepne se do proudu elektrický zvonek (obr. 28.), který pak krátkým udeřením paličky sekundu zřetelně označuje.

Jde-li o registrování sekundy na př. na válci, na němž jest napjatý papír sazemi počerněný, přistaví se k němu registrační elektromagnetický přístroj (obr. 29.) a vepne se do proudu. Když pak pozorovatel neb hodinový stroj válcem otáčí, píše péro registračního přístroje na válci kruh, k němuž při spojení proudu elektromagnetem přistupují příčné krátké čárky sekundu registrující. Z pravidla jest osa válce zároveň šroub, tak že se válec při svém otáčení zároveň pošinuje vpřed neb vzad. Registrační péro píše pak spiralu přerušovanou příčnými čárkami sekundovými.



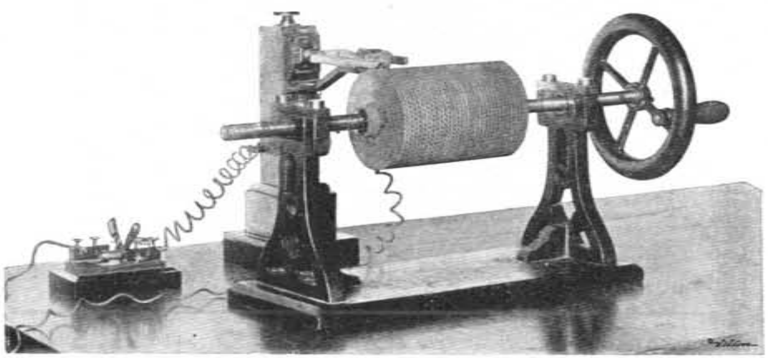
Obr. 28.



Obr. 29.

§ 53. Ladička chronoskopem.

Podle uspořádání v předcházejícím popsaného můžeme srovnávati graficky vibrace jisté ladičky s registratorem sekundy a zjistiti, mnoho-li kmitů ladička za sekundu vykoná — t. j. stanoviti její kmitočet čili její absolutní výšku. Jakmile však toto stanovení jednou se provede, může pak ladička sama kmity



Obr. 30.

svými registrovati čas, a hodí se, jak patrno, k účelu tomu velmi dobře, jde-li o zjištění dob velmi kratinkých. Jest tedy pak ladička chronoskopem. K účelu tomu užívá se jí v skutku jako ve fysice, tak v astronomii a zejména též ve fysiologii. Kmity její se udržují elektromagneticky (obr. 30.).

§ 54. Rok siderický, tropický a anomalistický.

Jako slova „den" tak užívá se i slova „rok" ve smyslu několikerém.

Významem nejjednodušší jest rok jakožto *doba jednoho oběhu* země kolem slunce, t. j. doba, za jakou průvodič od středu slunce ke středu země vedený opíše plný úhel 360°. Rok tento zove se *siderický (hvězdný)*, poněvadž se za tuto dobu vrátí země se slunce pozorovaná, (anebo slunce se země pozorováno), k téže stálici. Doba jeho činí

	365·25636^d
čili	365^d 6^h 9^m 10·7^s

středního času slunečního. Pro účely života obecného není

však důležitý vztah země — resp. slunce — k stálicím, nýbrž ten vztah, který souvisí s pravidelným vracením se čtvero ročních počasí. V jistém okamžiku daného roku vstoupí střed slunce do bodu jarního *V* čili země na dráze své do bodu *J* onomu protějšího. Doba, kteráž uplyne, až opět se střed slunce vrátí do bodu jarního *V* čili země do bodu onomu protějšího *J* zove se *rokem tropickým* *). Doba jeho poněkud málo proměnlivá,

jest nyní	365·24220^d
čili	365^d 5^h 48^m 46·0^s.

Jak viděti, jest rok tropický kratší siderického. Za rok tropický nevykoná tudíž země plný oběh kolem slunce, čili průvodič ze středu slunce ke středu země vedený neopíše plný úhel 360°. Důvod toho jest, že bod jarní *V* na ekliptice ponenáhla postupuje a sice slunci vstříc, čili že bod *J* na dráze země k jarnímu protější postupuje zemi vstříc. Postup tento zove se *praecesse* bodu jarního. V našich letech činí praecesse asi 50·2″. Číslo toto není však konstantou; mění se poněkud rok od roku. Proto také rok tropický není přísně vzato dobou *určitou, stálou*, nýbrž poněkud měnlivou **).

Jaký jest fysikalní základ praecesse a jaké jsou její následky, o tom bude jednáno později na svém místě.

Často se uvádí oběh země ve vztah k periheliu *P*; doba, kteráž uplyne, až se země opět do perihelia vrátí, zove se *rokem anomalistickým*, a trvá

	365·25966^d
čili	365^d 6^h 13^m 54·9^s.

Tato doba jest zase větší než rok siderický; perihelium *P* postupuje totiž také na dráze zemské, ale nikoli zemi vstříc, nýbrž za zemí, tak že ho země dohání. Postup tento činí v našich letech asi 11·7″ (obr. 31.).

Z tohoto výkladu vysvítá, že obě přímky, totiž přímka apsid a přímka rovnodennosti se otáčejí sobě vstříc, že se sbližují a to ročně o úhel $50·2'' + 11·7'' = 62''$. V astronomii zove se úhel měřený obloukem ekliptiky od bodu jarního až k jistému bodu jinému délkou tohoto bodu. V tomto smyslu mluvíme též o délce perihelia, kteráž jest dána úhlem *VSP*. Patrně jest tato délka měnlivá. Ona změna (11·7″) následkem vlastního

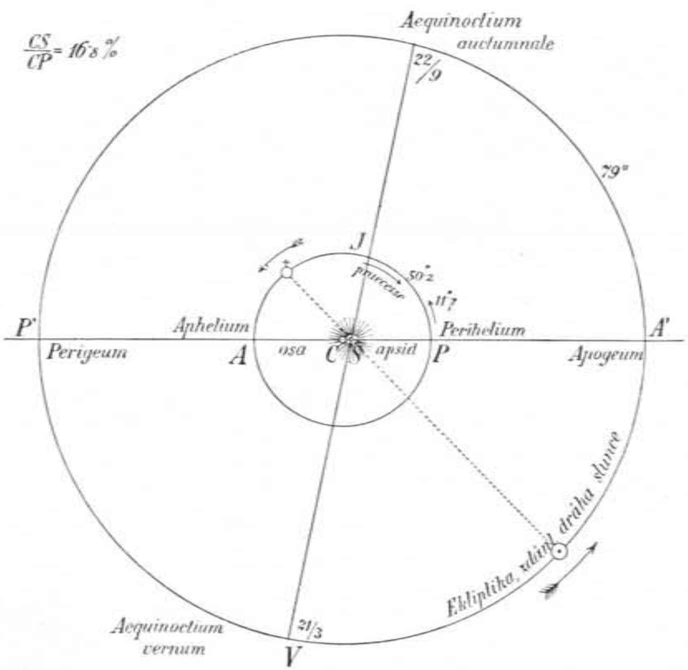
*) Název se odvozuje od slova tropicus, obratník (τρέπω), poněvadž se dříve doba tropického roku odvozovala z návratu středu slunce do obratníka.

**) Za století ubývá délky roku tropického téměř o 0·6^s.

postupu perihelia vzhledem k hvězdám vznikající zove se *siderická*, změna pak úhrnná 11·7" + 50·2" zove se *tropická*.

§ 55. Obíhání země na dráze elliptické a čtvero ročních počasí.

Ellipsa, kterouž opisuje střed země kolem středu slunce, kterýž jest ohniskem, má sice excentricitu velmi malou, pouze 1·677‰, tak že se ve výkresu od kruhu nerozeznává. Ve skutečných velkých rozměrech jeví se však elliptický pohyb zřetelně jistými důsledky.



Obr. 31.

Tak jest již průměr desky sluneční proměnným; je-li země v periheliu, což jest počátkem ledna, má slunce průměr 32' 36"; je-li v apheliu, což jest asi počátkem července, má slunce průměr jenom 31' 32". Jiný důsledek elliptického pohybu země naší jest nestejné trvání ročních dob. V číslech okrouhlých vyjádřeno, trvá

jaro . . .	92ᵈ	21ʰ	podzim . .	89ᵈ	19ʰ
léto . .	93	14	zima	89	0
dohromady .	186	11	dohromady .	178	19

Trvá tedy jaro a léto dohromady o 7ᵈ 16ʰ déle než podzim a zima. Vysvětlení podává obr. 31. Periheliem probíhá země naše krátce po začátku zimy, kde jest pohyb její nejrychlejší, tím zkrátí se i podzim i zima proti jaru a létu. Patrně jest situace tato pro severní polokouli země naší příznivа; jednak že následkem větší blízkosti slunce více od něho tepla dostáváme, právě když tohoto potřebujeme, jednak že touto nepříznivou v ohledu tepelném polovici roku rychleji proběhneme.

Avšak situace tato se mění stále a to v neprospěch náš. Neboť, jak nahoře řečeno, obě přímky, přímka apsid AP a osa rovnodennosti VJ se otáčejí k sobě a sbližují se ročně o úhel asi 62", tedy okrouhle 1'. Dosud se uchylují obě přímky o úhel asi (číslem okrouhlým) $79^0 = 4740'$; splynou tudíž obě téměř za tolik, přesněji za 4600 let, tak že ve století 66. přijde země do perihelia počátkem jara. V postupu pak dalším, asi za 10 500 let, stočí se obě přímky vzájemně o 180°, tak že situace proti nynější bude obrácená; ve století 124. přijde tedy země do perihelia krátce po začátku léta. V periodě asi 10 500 let střídá se tudíž pro severní polokouli situace tepelně příznivá s nepříznivou. Rozdíl dosavadní ne celých 8 dní není ovšem tak značný, aby se účinky tohoto střídání jevily měrou velikou. Dlužno však vytknouti, že excentricita dráhy zemské, kterou se rozdíl tento způsobuje, jest proměnlivou, že byla v dobách dávných větší, tak že onen rozdíl činil až 33 dny. Není pochybnosti, že rozdíl tak značný jevil se tepelně účinněji, a že mohl býti aspoň jednou z příčin, jež na polokouli naší způsobily geologicky zjištěné doby ledové*).

---

*) Podrobnější výklad o otázkách v tomto oddílu uvedených podávají spisy Zeměpis hvězdářský, Dr. F. J. Studnička 1881; Z říše hvězd, Dr. G. Gruss. K doplnění viz též články, jež prof. A. Mach v Časopisu J. Č. M. ročník XXVIII. 1899 uveřejnil pod titulem: Základní úlohy mathematického zeměpisu a sférické astronomie řešené konstrukcí.

III.

O hmotě.

§ 56. Vlastnosti hmoty.

Vědy přírodopisné, klassifikujíce předměty přírodní, tvoří abstrakcí pojmy nižší a vyšší, jež se rozeznávají svým obsahem a rozsahem. Pojmy vyšší mají větší rozsah než nižší; proto se též zovou ony širšími, tyto užšími. Proti většímu rozsahu stojí menší obsah; pojmy vyšší čili širší jsou chudší souborem svých vlastností. V tomto smyslu jsou pojmy: nerost, rostlina, zvíře, nejširšími příslušných nauk přírodopisných.

Vědy přírodozpytné shrnují veškeré tyto nejširší pojmy v pojem ještě vyšší, nejvšeobecnější, totiž v pojem *hmoty*. Definice tohoto pojmu může jako pojem ještě vyšší obsahovati vše, co jest, co existuje pro nás, t. j. co smysly svými vůbec postihujeme; musí však to, co z toho hmotou zoveme, blíže vymeziti uvedením těch vlastností, kteréž za význačné uznáme.

Tyto jsou prostornost a neprostupnost. Hmotou jest vše, co zaujímá jistý prostor výhradně, t. j. tak, že jiná hmota nemůže současně zaujmouti prostor týž. Zda-li tyto vlastnosti to neb ono, co existuje, má, rozhoduje zejména zrak a hmat.

S výkladem tímto není v odporu, že sobě názor prostorový poznáváním přírody teprve tvoříme a v rámci této formy nazírací dojmy smyslové vykládáme. Zajisté může jen úsudek vytříbený poznáváním předmětů přírodních, u nichž vlastnost prostornosti a neprostupnosti jasně pozorujeme, rozhodnouti v konkretních případech, máme-li co činiti s hmotou čili nic. Realný obraz osvětleného předmětu, vznikající na př. dutým zrcadlem, zaujímá též jistý prostor, ale nikoli výhradně; neboť do téhož prostoru můžeme vniknouti jakýmkoli předmětem jiným. Zrak by nás snad svedl, že bychom se domnívali viděti něco hmotného, hmat však rozhodne, že tomu tak není. Ale i hmat může klamati. Plyny nelze hmatati, ale jich neprostupnost lze na př. známými některými pokusy demonstrovati. Naopak jsme přesvědčeni, že slunce, měsíc atd., které jen vidíme, ale které hmatati nemůžeme, nejsou snad optické obrazy, nýbrž skutečné hmoty a mluvíme o hmotách, které smyslům našim vůbec nejsou přístupny, jako o vnitru země a pod. na základě úsudků, kteréž dle důkladnějšího poznávání hmot skutečně nám přístupných sobě činíme.

Prostor hmotou zaujatý může býti i velmi veliký i velmi malý. V přírodě pozorujeme extremy v obou směrech (tělesa nebeská, krevinky a pod.). Pojmenování „veliký a malý“ jsou ostatně vždy relativní. Jak veliký jest prostor hmotou zaujatý, určujeme měřením, stanovíce *objem* (volumen). Hmota určitého objemu zove se *těleso*; způsobem, jak těleso jistý objem vyplňuje, určuje se jeho *tvar* (forma).

Oba pojmy, hmota i těleso, vyjádřují podstatně totéž, lišíce se jen vztahem k prostoru. Mluvíme-li o tělesu, máme na mysli již také jeho objem i tvar; mluvíce o hmotě nepřihlížíme k objemu a tvaru. Poněvadž však ve skutečnosti jiných hmot než omezených není, jest fakticky rozsah obou pojmů týž. Užívá li se někdy názvu *„těleso hmotné“*, děje se tak oproti názvu *„těleso mathematické“*, při němž hledíme jen k objemu a tvaru, ke hmotě samé nepřihlížejíce. Je-li těleso rozměrů nesmírně malých, mluvíme o něm často jako o *hmotném bodu*. V názvu jest neshoda: bod nemůže býti hmotným, nemaje žádných rozměrů. Nicméně jest tento pojem *„bodu hmotného“* oproti *„bodu mathematickému“* ve fysice pohodlným; chceme jím jenom říci, že rozměry oné hmoty jsou tak malé, že netřeba přihlížeti k *objemu* a zejména také ne ke *tvaru*.

Hmota není jednotnou; různé hmoty liší se svou *látkou* — pojem, který se stává srozumitelným, když se vyšetřuje chemické složení různých hmot.

Určitá hmota může se nalézati ve trojím *skupenství* (stav aggregační); může býti buď tuhou, kapalnou nebo plynnou. Meze skupenství nejsou ostatně ostře vyznačené, právě tak málo jako na př. meze rostlin a zvířat; ukazuje se, že lze vhodnými prostředky těleso z jednoho skupenství převésti *spojitě* ve skupenství jiné.

Označování skupenství děje se dle jistých význačných vlastností. Hledíce k teplotě, kterou se z pravidla změna skupenství provádí, nazýváme to skupenství vyšším, do něhož těleso přechází vyšší teplotou. Skupenství nejnižší zoveme tuhé, často též pevné; jedno i druhé slovo nevystihuje ovšem celou podstatu skupenství tohoto; slovem tuhý označuje mluva mnohdy vlastnost jinou (lano neb provaz neb kaučuk tuhne, tělo lidské tuhne a pod., čímž se ovšem nemíní přechod ze skupenství kapalného); na druhé straně mnohá tělesa tohoto skupenství nejsou pevná. Označení tuhá tělesa jest tak dalece vhodnější, že slovem tím lze lépe vládnouti (přechod: tuhnutí, bod tuhnutí atd.). Označení vyššího skupenství kapalným děje se dle tvoření kapek, nejvyššího skupenství plynným dle plynulosti, kterážto vlastnost, ač již u kapalin přichází (tekutost), zde zvláště význačně se objevuje.

Označili jsme neprostupnost za základní, podstatnou vlastnost hmoty. Avšak ve skutečnosti pozorujeme četné úkazy, kteréž proti neprostupnosti svědčiti se zdají.

Velmi mnohé z nich lze vyložiti *porovitostí* těles. Hmota velmi často nevyplňuje jistý objem — pokud buď již pouhým neb ozbrojeným okem viděti můžeme — spojitě, nýbrž rozpojitě, tak že zůstávají jisté mezery, dutinky, jež *pory* *) zoveme. Proto se uvádí často porovitost jako všeobecná vlastnost hmoty; avšak tak všeobecnou přece není, poněvadž jsou tělesa, u nichž ani mikroskopem porů žádných konstatovati nelze. Do porů těles mohou ovšem vnikati aneb jimi pronikati látky jiné. Tím lze snadno vysvětliti, že kapaliny prosakují tělesa tuhá, že vzduch neb plyny vnikají do těles tuhých anebo skrze tělesa tuhá pronikají, atd.

Tak lze rtuť protlačiti skrze kůži (vlastní vahou) aneb skrze dřevo (tlakem vzduchu), tak se vodou prosakuje dřevo a vypuzuje z něho vzduch, čímž dřevo, jež dříve na vodě plovalo, do vody zapadá, tak vsakuje se voda do útvarů skalních, jež pak mrznouc trhá. Podobně vniká olej do mramoru, achatu a j. Horkem se pory rozšiřují; platina a ocel v žáru propouští vodík, kterýž za teploty obyčejné udržuje.

Sklo naproti tomu nepropouští plyny i při teplotě velmi vysoké, což jest důležito, poněvadž se tím nádoby ze skla hodí pro udržení plynů i při teplotě vysoké.

Jsou však případy, kdy nelze mluviti o porovitosti ve smyslu výše uvedeném a kde přece vzájemné pronikání látek pozorujeme. U kapalin nelze zjistiti pory ani sebe silnějším mikroskopem; víme však, že kapaliny pohlcují, absorbují plyny v množství často úžasném. Míchají-li se pak kapaliny, jako na př. alkohol aethylnatý a voda, nastává stažení se, kontrakce objemu dosti značná. Také u plynů nelze mluviti o porech ve smyslu výše uvedeném; a přece vidíme, jak plyn jeden vniká, diffunduje do objemu druhým plynem zaujatého, ba že vniká do směsi obou plynů ještě jiný plyn třetí neb i čtvrtý atd.

Než představa neprostupnosti, zkušenostmi obecného života nám běžná, jest soudu našemu tak nutnou, že hledíme i zjevy

*) πείρω pronikám; πόρος ὁ průchod, zejména „pory“ těla lidského.

takové uvésti s představou touto v souhlas. Nelze též upříti, že jedna okolnost této představě napomáhá; neboť ony výše uvedené úkazy absorpce a diffuse mají své meze, nepokračujíce do stupně libovolného. Ale ovšem jest nesnadno vzhledem k úkazům těmto neprostupnost formulovati, bez jisté představy, hypothesy o složení, konstituci hmoty vůbec.

Hypothesou, kteráž prokázala fysice i chemii služby velice platné, jest *theorie atomická*. Stojíce pak na půdě této theorie můžeme neprostupnost formulovati v tom smyslu: hmoty mohou se prostupovati navzájem, avšak *atomy zůstávají neprostupnými*.

Východištěm pro theorii atomickou jest dělitelnost hmoty, vlastnost, kteráž též za všeobecnou se uvádí. Zkušenost ukazuje, do jak značných stupňů jde dělitelnost jak umělá, tak zvláště přirozená. Známým toho příkladem jsou barviva, zejména pak látky těkavé, páchnoucí, jichž rozptylováním vznikají částečky nesmírně malinké. Avšak ještě dále jde dělení v myšlenkách; každou sebe menší částečku hmotnou můžeme si mysliti dále rozpůlenou atd., v myšlení není žádných mezí. Vzniká tudíž otázka, zda-li jest hmota v skutku tak do nekonečna dělitelnou, jak si mysliti můžeme. Kdyby tomu tak bylo, pak by hmota dle své struktury byla analogickou útvarům geometrie, byla by spojitou jako na př. přímka. Porovitost by nebyla této představě na odpor; hmota jsouc porovitou, podobala by se přímce na několika místech přerušené, jejíž však jednotlivé části jsou spojité. Rozhodnouti otázku, zda-li jest hmota continuum či discontinuum, spojitou či rozpojitou, lze ovšem jen s jistou pravděpodobností a to na základě zkušeností, jež činí nejen fysika, nýbrž zvláště chemie; a právě tato rozhoduje ve smyslu diskontinuity, jádra to theorie atomické.

Vzhledem k obtíži, jež při definování hmoty vzniká tím, že vlastnost výhradného zaujímání prostoru nelze pochopiti bez hypothesy o konstituci hmoty, uvádí se často *setrvačnost* hmoty za vlastnost charakteristickou. Hmota jest vše, co jest setrvačné. Tím jeví se pak setrvačnost ne jako fysikalní zákon (axioma, Huygens, Newton), nýbrž jako vlastnost ex definitione. Mnoho však obratem tímto není získáno; místo na pole hypothesy vede definice ta na pole abstrakce; v klidu není vůbec žádná hmota, ale také ne v pohybu přímočarém a rovnoměrném, jehož určení samo jest možné jen abstrakcí.

Od otázky, jak hmotu definovati dle nějaké význačné vlastnosti, čímž se určí rozsah pojmu, jest zcela rozdílnou otázka o podstatě hmoty, kteráž se týče obsahu pojmu. Přikloníme-li se názoru atomickému, lze otázku tu praecisovati v tom smyslu, jaká jest podstata atomů, v čem záleží jich různost dle látky, zda-li lze si mysliti hmotu jednotnou a pod., vesměs otázky, jež náleží k nejnesnadnějším problemům vědeckým.

§ 57. **Měřitelnost hmoty.**

Hmota stává se — nehledíc k otázce o její podstatě — předmětem fysikalního i chemického zkoumání, jakmile jest měřitelnou. Vzhledem k tomu, že každá hmota zaujímá jistý prostor, byla by blízkou myšlenka, množství hmoty měřiti dle objemu. Jak známo obecný život v mnohých případech na tomto způsobu měření přestává. Avšak zkušenost učí, že objem téhož tělesa — od něhož hmoty neubíráme aniž k němu přidáváme — se mění tlakem i teplotou, zejména také, když zároveň se mění skupenství. Mimo to učí zkušenost, že různá tělesa téhož skupenství — na př. tuhého — při témže objemu dle různé látky též značné ukazují různosti ve smyslu fysikalním. Tak na př. pohybují-li se stejnou rychlostí proti sobě a srazí-li se, nejeví se účinek rázu u obou stejně velikých těles stejným způsobem. Nebylo by nemožno, aspoň u těles tuhých, souditi z těchto účinků kinetických na velikost hmoty.

Jest však jiná vlastnost, povahy statické, kterou mají všechny hmoty a kterou seznáváme na základě zkušenosti již od nejútlejšího mládí. Všechny hmoty jsou těžké, tíhnou, gravitují k zemi, mají váhu. Pokud hmoty neubíráme ani nepřidáváme, zůstává tato váha nezměněnou, byť i objem hmotou zaujatý se měnil způsobem jakýmkoli. I jest patrno, že vzhledem k tomu tato váha jeví se býti tou veličinou neproměnnou, kterou můžeme uvésti ve spojení s pojmem hmoty jakožto quantity; jinak řečeno, *vahou můžeme měřiti hmotu.* Věc vlastně jest zřejmá především, jen když jde o touž látku. Většímu množství látky odpovídá větší váha. Avšak úsudek tento generalisujeme i pokud se týče látek různých. Vidíme-li, že jistý objem rtuti má větší váhu než týž objem vody, soudíme, že jest v témž poměru i hmota oné rtuti větší než hmota vody. Neznajíce podstatu hmoty nemáme vlastně pro úsudek tento zřejmého důvodu než jen právě ten, že úsudek, který se jeví býti jasným a oprávněným u jedné a téže látky, generalisujeme na látky i jakkoli různé. Oporou tohoto úsudku jest ovšem chemie, která učí, že, když se látky slučují neb rozlučují, tak že z daných látek vznikají nové, vlastností zcela rozdílných, přece váha zůstává nezměněnou. Také to jest velmi důležité, že tento způsob měřiti quantitativně hmotu, nikde nevede ani v otázkách statických ani kinetických k odporům, jako jest na př. v souhlasu se zákony o rázu těles, při čemž jich váha nemá vlivu žádného, nýbrž jenom jich hmota.

Pravíme-li, že hmotu měříme vahou, nepravíme, že hmota jest váha. V skutku jest váha veličina podmíněná, jak později blíže shledáme, kdežto s hmotou spojujeme představu veličiny nepodmíněné. Jistá koule platinová měla by na př. na různých oběžnicích různou váhu, ba již na různých místech země, ale její hmota byla by stále tatáž. Usudek však, že na témže místě při stejné váze jsou i hmoty quantitativně stejné, platí všeobecně, poněvadž zde nejde o to, jaká tato váha jest, nýbrž jen, aby byla stejnou. Proto jest nutno oba tyto pojmy od sebe přísně rozeznávati. Na jednom a témže místě povrchu zemského jsou hmota a váha veličiny úměrné; avšak faktor úměrnosti se může dle povahy pole gravitačního měniti.

§ 58. **Definice kilogrammu.**

Jednotkou hmoty může býti hmota jakákoliv. V skutku také bylo dříve v různých dobách a v různých zemích užíváno jednotek ve veliké rozmanitosti, té podobné, která zavládla v užívání jednotek délkových. Bylo tedy zcela odůvodněno, že s reformou měr délkových (a s nimi souvisících měr plošných a tělesných), jak byla provedena ve Francii koncem století minulého, šla parallelně reforma míry hmotné. Při tom uvažováno, aby podobně jako jednotka délky, také nová jednotka hmoty byla vhodným způsobem definována a pak dle této definice realisována.

Východištěm této definice byl úmysl, číslo, které vyjadřuje hmotu specifickou těles, učiniti identickým s číslem, které vyjadřuje hustotu těles. Obě tyto veličiny, specifická hmota a hustota, nejsou, jak později vyložíme, *co do pojmu* nikterak totožné, ale ovšem jest možno, vhodnou volbou jednotky hmotné, učiniti je *číselně* totožnými. Toho pak se docílí, když se jednotka hmoty odvodí od téže látky, která jest při hustotě základem, a tou jest *voda maximalní hustoty.*

Týž objem vody, na př. 1 dm^3, má různou hmotu a tudíž i různou váhu dle teploty své a dle tlaku. Vliv tlaku není ovšem značný, jako u kapalin vůbec; předpokládáme vždy i když to zřejmě není vytčeno, obyčejný, anebo určitěji, normalní tlak atmosférický. Zbývá pak jen vliv teploty, který u vody ukazuje zvláštní anomalii. Přibývá-li totiž teploty, od 0° počínajíc, vzrůstá z počátku hmota vody a dosahuje při teplotě asi 4° C hodnoty maximalní; odtud pak při teplotě dále vzrůstající zase klesá. Pravíme, že voda má při jisté pro vodu charakteristické teplotě hustotu maximalní.

V soustavě metrické jest jednotka hmoty *kilogramm*, jsouc definována jako *hmota krychlového decimetru vody hustoty maximalní za absolutního tlaku jedné atmosféry.*

Jednotka tato zvala se „jednotkou váhy“ (unité de poids), ale není žádné pochybnosti, že byla míněna jako jednotka hmoty. Kdyby měla býti opravdu jednotkou váhy, t. j. síly, jakou se hmota krychlového decimetru vody hustoty maximalní zemí přitahuje, byla by musila definice obsahovati poukázání především na prostor vzduchoprázdný — neboť ve vzduchu by ona váha byla menší — pak na určité místo povrchu zemského, t. j. na místo určité geografické šířky po případě i délky a určité výšky nad hladinou mořskou (na př. nullové). Ale toho všeho v původní definici nebylo a jest v skutku s podivením, že mohla později vzniknouti domněnka, jako by kilogramm měl býti jednotkou váhy. Říkáme-li, že jistá hmota na př. jisté množství rtuti má „váhu jednoho kilogrammu“, jest tím jen míněno, že má váhu takovou jako na témže místě jeden kilogramm, čímž není řečeno, jak velikou tato váha jest, nýbrž jedině, že obě ty hmoty mají váhu stejnou. Při této stejnosti nezáleží pak ovšem na tom, jakým to místo povrchu zemského jest; vacuum, čili lépe řečeno, redukce na vacuum jest při tom vzhledem k vážení nutnou, poněvadž konstatujíce vahami, že váha obou hmot jest stejnou, musíme vzpomenouti toho, že srovnáváme vlastně váhu jednoho i druhého tělesa umenšenou, a sice různě umenšenou, vzhledem k tak zvané ztrátě na váze ve vzduchu. Kdyby kilogramm měl v skutku býti jednotkou váhy — ovšem zcela určitou — musil by se pro každé místo povrchu zemského anebo aspoň pro každou geografickou šířku zhotoviti různě veliký*).

§ 59. **Realisace kilogrammu.**

Úkol, dle definice kilogramm uskutečniti, realisovati, provedl z uložení kommisse metrické *Lefèvre-Gineau*. Úkol ten měl dvojí stránku. Jednak šlo o měření objemové, jednak o studium, při které teplotě hustota vody je maximalní a jak

*) Zásadní rozhodnutí o tom, že kilogramm není jednotkou váhy (síly) nýbrž hmoty, stalo se — k návrhu komitétu — při první internacionalní konferenci metrické roku 1889 zcela určitě formulací: „internacionalní kilogramm udává jednotku hmoty.“ Viz na př. Mitth. der kaiserl. Norm.-Aich.-Comm. Berlin I 10 pag. 123. Přes to vše vedou se dosud v literatuře zcela zbytečné diskusse, je-li kilogramm jednotkou váhy nebo hmoty.

se mění v blízkosti této charakteristické teploty. Myšlenka, stanoviti kilogramm dle definice přímou methodou, totiž sestrojiti dutou krychli objemu 1 dm^3, tuto naplniti vodou hustoty maximalní a stanoviti váhu vody netto, nedá se provésti, protože naplniti onu krychli tak, aby vodní povrch byl přísně rovinným, není možno vzhledem ke zjevům kapillarním. Musila tudíž býti volena methoda nepřímá, nikoli vážení duté krychle s vodou, nýbrž vážení na př. krychle ve vodě. Ztráta na váze, dle zákona Archimedova, udává pak opět váhu téhož objemu vody. Místo krychle doporučoval se však raději válec, u něhož geometrickou pravidelnost lze (na soustruhu) přesněji zaručiti než u krychle. Také vyměření válce a tudíž vypočítání jeho objemu lze provésti s přesností větší, než u krychle. Při tom se doporučovalo, objem válce voliti značně větší než 1 dm^3, aby chyby pozorovací měly na výsledek menší vliv.

Válec, jehož užil Lefèvre-Gineau, byl mosazný a měl výšku a průměr asi $^1/_4$ metru.

Přesné stanovení výšky (ze 37 pozorování) dalo průměrnou hodnotu

$$2{\cdot}437672\ dm.$$

Podobně přesné stanovení průměru (ze 48 pozorování) dalo průměrnou hodnotu $2{\cdot}428368\ dm$.

Z toho vypočten objem

$$11{\cdot}2900054\ dm^3,$$

vše to při teplotě 17·6° C.

Válec ten nebyl ovšem massivní; neboť hmota takového plného válce by byla asi 95 kilogrammů, tedy příliš veliká, než aby vážení se mohlo díti s největší přesností. Proto byl válec vypracován dutě. Aby pak tlak vnějšího vzduchu nebyl rozdílný od tlaku vzduchu uvnitř válce obsaženého, což by mělo vliv na objem, vliv ovšem dle tlaku měnlivého též měnlivý, bylo postaráno — úzkou trubičkou — o stálou kommunikaci mezi vzduchem vnitřním a vnějším. Jednotka, dle níž váženo, byla jakási provisorní, také mosazná; ovšem že násobky a díly její byly s přesností největší zjednány. Vážení prováděno při střední teplotě vody 0·3° C; neboť teplotu blíže nully lze (ledem tajícím) daleko snáze zjednati a udržeti než teplotu nějakou vyšší. Ovšem že pak bylo nutno zvláštní pozorování konati o tom, jak se hustota vody odtud až přes teplotu 4° C mění, aby vážení bylo lze na vodu hustoty maximalní přepočítati. Přídavkem „maximalní hustoty“ měla definice kilogrammu býti učiněna nezávislou na jakékoliv stupnici teploměrné.

Když tímto způsobem konečně bylo zjištěno, kolika oněm provisorním jednotkám hmotným jeden kilogramm odpovídá, byl z platiny vypracován massivní válec hmoty úplně identické, a to byl první kilogramm, tak zvaný *kilogramme primitif* čili *des archives*, který týmž zákonem, jako *mètre des archives* byl prohlášen za novou jednotku hmoty.

§ 60. **Nové prototypy.**

Když po četných internacionalních konferencích, kteréž konány byly v Paříži v letech 1869—1875, uzavřena byla internacionalní konvence metrická d. d. $^{20}/_{5}$ 1875 a když v souvislosti se smlouvou touto zahájeny roku 1878 práce v internacionalním ústavu pro míry a váhy v Breteuilu, bylo prvním předmětem prací těchto zhotovení nových prototypů metru a kilogrammu, kteréž by vstoupily na místo oněch původních „des archives". Jako nové prototypy metru, byly i nové prototypy kilogrammu ve větším počtu (42 kusy) zhotoveny ze zvláštní slitiny platiny (90%) a iridia (10%)*) v letech 1876—1889. Když pak roku 1889 dle ustanovení konvence metrické sešla se v Paříži první generalní konference pro míry a váhy, byl z nových těch prototypů kilogrammu jeden uznán za úplně identický s oním kilogrammem des archives, a tento nový kilogramm, jenž se označuje písmenou $\mathfrak{K}$, jest vlastním základem authentickým pro všechny kilogrammy normalní. Z ostatních nových prototypů zůstaly některé jako internacionalní v ústavu Breteuilském k účelům manipulačním, jiné pak byly jako nacionalní losem (po dvou) rozděleny mezi státy které přistoupily k oné smlouvě metrické.

Rakousku připadly prototypy kilogrammové №. 14 a 33, z těchto pak byl zákonem d. d. $^{12}/_{1}$ 1893 Ř. Z. №. 10 kilogramm №. 33 prohlášen za vlastní normale základní**), kdežto druhý №. 14 slouží za manipulační normale prvého řádu. Oba kilogrammy — jakož i příslušné étalony metrové №. 15 a 19 — uschovány jsou v pevných, proti ohni bezpečných skříních v ústavu c. k. normalní cejchovní kommisse ve Vídni.

Starý prototyp platinový, kilogramm des archives, jest nyní již jen památkou historickou. Nový kilogramm $\mathfrak{K}$ jest tak

*) Material ukazoval, dle dodatečné analyse, iridia 10·08 až 10·09%, vedle toho stopy rhodia 0·01 až 0·02% a stopy železa 0·01%.

**) Nový tento kilogramm normalní pro Rakousko vstoupil na místo kilogrammu křišťálového, který byl zákonem d. d. $^{23}/_{7}$ 1871 Ř. Z. 1872 №. 16 za normalní prohlášen, čímž zákon tento, pro zavedení soustavy metrické v Rakousku velice důležitý, byl pozměněn.

přesnou jeho kopií, jak vůbec prostředky nejjemnějšími toho lze dosíci.

Rakouský kilogramm №. 33 má tvar přímého kruhového válce zaoblených krajů. Hlavní řez osový válce jest čtverec, jehož strana jest 39 *mm*. Jeho číslo „33" jest vryto ve dvou třetinách výšky. Při teplotě nullové jest jeho objem 46·408 *ml*, jeho hustota = 21·5482. Vztah k prototypu $\mathfrak{K}$ jest dán rovnicí:

$$\text{kilogramm N}^\circ\ 33 = \mathfrak{K} + (0{\cdot}061 \pm 0{\cdot}002)\, mg$$

§ 61. **Násobky a díly grammu; označení.**

Slovo „kilogramm" poukazuje již k tomu, že vlastní jednotkou hmoty byl míněn gramm, t. j. tisící část kilogrammu, čili hmota krychlového centimetru vody maximalní hustoty. Jenom proto, že hmota gramm jest malou, ustanoven pro realisaci jednotky hmotné kilogramm. Násobky však a díly jsou odvozeny dle grammu*). Pojmenování a označení, kteréž u nás v Rakousku bylo zavedeno z usnesení c. k. norm. cejchovní kommisse ve výroční schůzi roku 1885, ukazuje přehledně tabulka následující.

1000	kilogramm	=	tuna	*t*
100	"	=	metrický cent	*q*
1000	gramm	=	kilogramm	*kg*
100	"	=	hektogramm	*hg*
10	"	=	dekagramm	*dkg*
1	"	=	. . . .	*g*
0·1	"	=	decigramm	*dg*
0·01	"	=	centigramm	*cg*
0·001	"	=	milligramm	*mg*
0·000001	"	=	mikrogramm	*γ*.

S jednotkami délkovými souvisí tyto jednotky hmotné dle schematu tohoto:

m . . .	*m*³ . . .	tuna,	*t*
dm . .	*dm*³ . .	kilogramm,	*kg*
cm . .	*cm*³ . .	gramm,	*g*
mm . .	*mm*³ . .	milligramm,	*mg*
μ . . .	*μ*³ . . .	mikrogramm,	*γ*.

*) Pojmenování gramm vzato z řeckého γράμμα, τὸ (od γράφω = rýti); značka, písmeno, vše psané, kniha, ale také malé závaží; v tomto smyslu užívali slova toho geoponici (scriptores rei rusticae).

Tuna mohla by se zváti též megagramm. Francouzsky zove se millier. Desetina tuny, čili 100 *kg*, zavádí se jako jednotka obchodní pod názvem „metrický cent“ (V Německu: Doppelzentner *dz*, označení méně vhodné, které jednak zbytečně upomíná na starý cent, jednak odchylně užívá písmena *d*, jež jinak naznačuje deci-.) Označení metrického centu písmenem *q* souvisí s pojmenováním, jak jest v zemích romanských obvyklé (quintale metrico, quintal métrique, také v angličině quintal), ačkoli officialní označení na př. italské jest centinajo metrico.

Násobku hektogramm se neužívá. Jednotka mikrogramm s označením γ začíná se zaváděti teprve v dobách novějších dle analogie „mikrometru“ (jak by se důsledně musilo říkati, kdyby nebylo slovo již zadáno) čili tisíciny millimetru $= \mu$ (mikron).

§ 62. **Závaží; uspořádání, material.**

Stanovení hmoty libovolně veliké, jak se provádí vážením, vyžaduje, aby byla pohotově celá řada známých hmot na výběr, tak aby jakýkoli násobek neb díl grammu mohl býti sestaven. Takovou řadu známých hmot zoveme závažím. Jeho uspořádání, jak nyní jest obvyklé, řídí se dle prvočísel 1, 2, 5 čísla 10; musí však buď 1 neb 2 býti zastoupeno dvakrát*). Máme tedy buď

řadu	5	2	2*	1
nebo řadu	5	2	1	1*

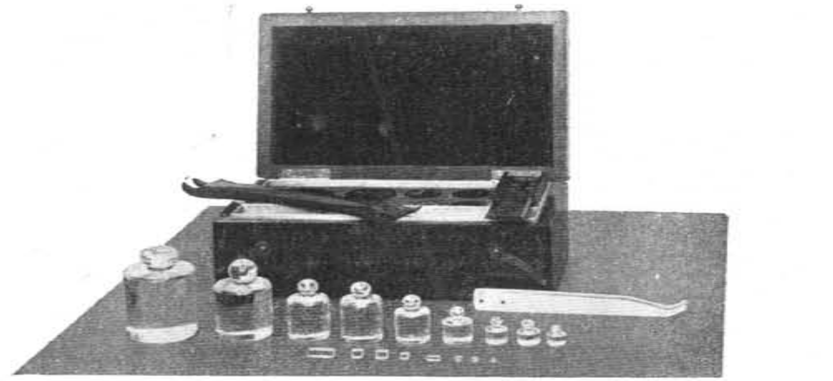
Soustava prvnější má tu přednost, že jest $5+2+2+1=10$, t. j. že každá serie hmot je pro sebe dekadicky uzavřena.

Soustava druhá značí úsporu materialu, poněvadž se vystačí i při součtu $5+2+1+1=9$, ale jest při vážení méně pohodlnou.

Materialem pro závaží přesné jest mosaz, (také, ač méně často, bronz, pakfong č. argentan), která se zlatí, po případě nikluje; závaží mosazná jdou od 2 *kg* dolů až do 1 *g*. Pro díly grammu užívá se buď drátku aluminiového, do spiraly stočeného, anebo plíšků platinových neb aluminiových. Jest při tom pohodlno, když malá tato závažíčka již svou formou poukazují na svou hodnotu. Proto se pro decigrammy užívá drátu silnějšího, pro centigrammy (eventualně i pro milligrammy) slabšího a spirala má závitů buď pět neb dva neb jeden. U plíšků pak

*) V tom jest právě vada tohoto uspořádání; jest pak nutno, při přesném vážení závaží stejnojmenná přece dobře vzhledem k eventualním korrekcím, jež se srovnáváním závaží zjednají, od sebe rozeznávati, na př. indexem * nebo ˙, který se k číslu na závaží vyraženému má připojiti; ale ovšem přes to jest záměna snadno možnou. Soustava na př. 4, 3, 2, 1 by této vady neměla, a bylo by též $4+3+2+1=10$.

ukazuje hodnotu forma pěti-, čtyr- a troj-úhelníka. Výborným materialem pro závaží k účelům přísně vědeckým jest křišťál. Velké kusy, na př. 100 *g* neb výše, jsou ovšem velmi drahé; menší však kousky, na př. pro díly grammu, jsou laciné a tudíž se pro vážení velmi přesná lépe doporučují, než drátky a plíšky. Závaží takové, upravené dle systemu 5, 2, 2, 1 a jdoucí od 0·01 *g* do 100 *g* předvádí obr. 32. Dobrým materialem bylo by též sklo, u něhož otázka ceny jest vedlejší. Závadou jest však (zejména pro účely obchodní) jeho křehkost a jeho malá hmota specifická. V laboratořích vědeckých lze však s výhodou upraviti, zejména pro hmoty 5 *kg* a výše, závaží skleněná formy baňkovité a dutá, obsahující uvnitř broky olověné většího kalibru*). Jinak bývají velká závaží, na př. 10, 20, 50 *kg*, železná.



Obr. 32.

Správnost závaží k účelům obchodním zabezpečuje se státní kontrolou (cejchováním). Při tom existují zcela určité předpisy, až do jakých mezí jsou u jednotlivých závaží — dle jich velikosti — odchylky přípustny. Závaží dutá jsou zakázána.

*) Závažím ze skla neb křišťálu se vytýká, že se snadno stávají elektrickými. Elektrisaci závaží křišťálových pozorovali při pracích svých již *Regnault*, též *Dumas*, *Boussignault*, *Stas* a j. Elektrisace lze se však uvarovati tím, že se závaží — jakož jest též z jiných důvodů pohodlné — při vážení rozestaví ve skříni vah na desce mramorové neb skleněné; neboť elektrisace vzniká hlavně tehdá, když se závaží vkládají ve skříňce vlastní do svých přihrádek obyčejně látkou nějakou obložených a vždy zase odtud vytahují. Jinak lze otřením stanniolovým lístkem případné náboje odvésti.

Hmoty peněz přizpůsobují se nyní soustavě grammové. Z našich peněz (dle stavu počátkem r. 1900) má:

stříbrná koruna	hmotu	5 g
niklový 20-haléř	„	4 g
niklový 10-haléř	„	3 g

Podobně má ve Francii:

stříbrný frank	hmotu	5 g
„ 2-frank	„	10 g
„ 5-frank	„	25 g

a na Rusi:

stříbrný nový rubl	hmotu	20 g
„ 50-kopejk	„	10 g
„ 25-kopejk	„	5 g

§ 63. Litr a krychlový decimetr; poměr.

Tak jako při metru, ukázalo se — pozdějšími pracemi — také při kilogrammu, že jest jen přibližnou — ačkoli velmi přibližnou — realisací definice. Dle této měl objem jednoho kilogrammu vody maximalní hustoty, za tlaku jedné atmosféry, t. j. tak zvaný litr, býti identický s krychlovým decimetrem. Avšak vzhledem k oné odchylce kilogrammu des archives od kilogrammu idealního, který by zcela přesně odpovídal definici, jest nutno, ovšem jen při nejpřesnějších pracích vědeckých, litr od krychlového decimetru rozeznávati. Ostatně není až dosud *definitivně* rozhodnuto, *jak značně* se kilogramm des archives čili jeho věrná kopie $\mathfrak{K}$ od kilogrammu idealního liší; údaje jednotlivých badatelů se tu rozcházejí dosti značně. Proto také definitivní stanovení poměru mezi litrem a krychlovým decimetrem jest jedním z vědeckých úkolů internacionalního ústavu Breteuilského, jehožto prostředky k provedení takové — nikoli snadné — práce jsou dosud nejlepší.

V nejnovější době (1897) nalezl na př. Macé de Lepinay relaci:

$$\mathfrak{K} = 999{\cdot}959\ g \pm 6\ mg,$$

tak že by byl kilogramm des archives o $41\ mg \pm 6\ mg$ menší proti idealnímu.

Jak viděti, situace se změnila. Dříve se hledala hmota, kteráž by byla rovnou hmotě nejhustší čisté vody určitého objemu (dm^3). Nyní, kdy jest tato hmota dána prototypem kilogrammu platinového resp. platinoiridiového, hledá se naopak objem čisté vody nejhustší, tak, aby její hmota se rovnala oné hmotě dané.

Litr jest objem jednoho kilogrammu vody té teploty, při níž voda dosáhne největší hustoty za absolutního tlaku jedné atmosféry a při tomto tlaku měřený. (Zákon d. d. $^{12}/_{1}$ 1893, Ř. Z. $^{31}/_{1}$ 1893 číslo 10.) Věc tato jest zásadně proto důležitou, poněvadž se objem těles velice zřídka stanoví přímo, t. j. vyměřením, nýbrž skoro vždy nepřímo, t. j. vážením, jak již na svém místě bylo vytčeno.

Zásadně není tudíž identity v označení:

$$l \text{ a } dm^3$$
$$ml \text{ a } cm^3.$$

Mnozí zavádějí ještě označení λ pro mikrolitr ($10^{-6}\ l$), tak že jest pak analogicky

$$\begin{matrix} m & g & l \\ mm & mg & ml \\ \mu & \gamma & \lambda. \end{matrix}$$

§ 64. Specifická hmota a hustota.

Hmota M tělesa nějakého jest úměrna jeho objemu V čili

$$M = SV.$$

Faktor S úměrnosti charakterisuje *látku* (material) a zove se *hmotou specifickou*; jest to hmota jednotky objemové.

Z pravidla volí se jednotky

pro objem . . . . cm^3
„ hmotu . . . . g.

Totéž číslo platí však též, když se volí

pro objem dm^3 nebo mm^3
„ hmotu kg „ mg.

Při stejném objemu V jest u dvou těles:

$$\frac{M}{M'} = \frac{S}{S'} = D.$$

Číslo D, udávající, kolikrát jest hmota M nějakého tělesa větší než při témže objemu hmota M' tělesa jiného, kteréž za základ srovnávání volíme, zove se *hustotou* (densitas) onoho tělesa prvého. Za základ srovnávání volí se, jakož se dálo již dříve, než soustava metrická byla zavedena, voda maximalní hustoty. Pro tuto jest však, dle definice grammu, resp. kilogrammu,

$$S' = 1,$$

tudíž pak

$$S = D.$$

Hmota specifická a hustota jsou tudíž stejná čísla.

V této stejnosti číselné není však obsažena stejnost pojmová. Hmota specifická jest číslo pojmenované, hustota jest však číslo nepojmenované, číslo prosté. Nicméně jest tato číselná stejnost výhodou a ovšem také příčinou, že se ony pojmy mnohdy vespolek zaměňují, tak že dokonce mnozí i opačně pojmy ty vykládají.

Nazývati ono číslo pojmenované hustotou a nepojmenované hmotou specifickou, jak se tu i tam děje, není vhodné a není důsledné, soudíc dle jiných analogií ve fysice. Tak jest na př. specifický magnetismus číslo pojmenované, totiž magnetický moment, ale vztahovaný na jednotku hmoty; rovněž tak specifický odpor jest číslo pojmenované, totiž odpor vztahovaný na jednotkové rozměry vodiče, na jednotku délky a průřezu. Podobně (níže) specifický objem jest číslo pojmenované, udávající objem jednotky hmotné. Slovo „specifický" poukazuje tudíž, že veličina, ke kteréž se slovo to připojí, se vztahuje na určité vymezení buď hmoty neb rozměrů. Při pojmu specifická hmota jde tedy analogicky o hmotu vztahovanou k určitému vymezení objemovému, totiž na jednotku objemu. Jediné v pojmu „specifická indukční kapacita" jest nedůslednost; zde jde o číslo prosté; však se také pojmenování toto opouští a zavádí jméno „konstanta dielektrická".

§ 65. Vliv tlaku a teploty.

Na hmotu specifickou S a tudíž i na hustotu D mají vliv faktory, jimiž lze objem téže hmoty měniti. Jest to tlak a teplota. Vliv obou těchto faktorů jest však quantitativně různý dle skupenství. U těles tuhých jest vliv tlaku i teploty velmi skrovný, u kapalin jest vliv tlaku zcela nepatrný, vliv teploty poněkud větší. U těles tuhých a kapalných se proto vliv tlaku ignoruje; teplota, při které měření provedeno, musí však býti udána.

Vliv rozhodující má však tlak a teplota u plynů; proto dlužno vždy určitě udati, pro jaký tlak a jakou teplotu specifická hmota neb hustota platí. Z pravidla udává se pro tak zvané poměry normalní, totiž pro tlak jedné atmosféry a pro teplotu tajícího sněhu. Pro jiný tlak a jinou teplotu lze pak specifickou hmotu i hustotu dle jistých zákonů — Boyle-Mariottova a Gay-Lussacova — počítati.

§ 66. Hutnost plynů a par.

Čísla udávající specifickou hmotu neb hustotu plynů a par jsou velmi nepřehledná, poněvadž velmi malá. Důvod toho jest patrný; čísla vztahují se k vodě, tudíž k látce daleko hmotnější než jsou plyny a páry. Proto jest zde obyčejem, ke srovnání tomuto voliti také plyn, na př. vzduch, (eventualně vodík). Poněvadž však hmota tohoto jest podmíněna tlakem a teplotou, jest nutno blíže poměry tlakové a tepelné udati.

Tu pak jeví se býti nejjednodušším, hmotu nějakého plynu jistého objemu srovnávati s hmotou téhož objemu vzduchu, *při témže tlaku a téže teplotě*. Poněvadž se dle zákonů výše jmenovaných tlakem a teplotou *objem všech plynů mění stejným způsobem*, tedy se volbou *téhož* tlaku a *téže* teploty obdrží číslo, z něhož *vliv tlaku i teploty* jest *vymýcen*, tedy číslo, jež charakterisuje *jediné* chemickou podstatu, *jsouc na tlaku a teplotě vůbec nezávislé*. Číslo toto jest na př. 1·52 pro kysličník uhličitý CO_2. Znamená tedy, že hmota nějakého objemu tohoto plynu jest o 52% větší, tudíž i těžší, než hmota *téhož* objemu vzduchu při témže tlaku a téže teplotě; jaký však jest tento tlak a jaká teplota, jest jednostejno.

Číslo toto zove se *hutnost* plynu neb páry.

Pro toto číslo není vlastně vhodného názvu, v řeči naší právě tak málo jako v řečech jiných, ve franštině, němčině, angličině atd. Zde užívá se názvů, jaké by, přeloženy, dávaly slovo hustota (density, Dichte atd.). Avšak slova tohoto užiti naprosto nelze, nemá-li vzniknouti *rozpor* mezi stránkou vědeckou a jazykovou. Když se na př. plyn nějaký, vzduch a pod. stlačí, pravíme, že se *zhustí*; jinak že se *zředí*; mluvíme o plynech zhuštěných a zředěných. Vývěvami zhušťujeme vzduch neb zřeďujeme. Kdybychom však pro ono číslo přijali slovo hustota, musili bychom říci, že plyn zhuštěný má touž hustotu jako plyn zředěný; *zhuštěním* by se tedy neměnila *hustota*. V tom jest tedy jazyková kontradikce. — Nezbývá tudíž než voliti označení jiné. Již se ujalo slovo *hutnost* (hutnota). Slovo jest uměle tvořené, patrně z téhož kmene, jako slovo hustota. Podobně se dálo v jazyku německém. Zde se užívá slova „Dichtigkeit" ve smyslu hustoty, slova „Dichte" ve smyslu hutnosti, ač zde nikterak není ustálené jednotnosti. Když se však v češtině slovo hutnost v tomto významu přijme, pak jest nesprávné užívati téhož slova ve smyslu *hustoty* u těles tuhých a kapalných, kde není v tomto smyslu hutnosti nezávislé na tlaku a teplotě. Při plynech pak nesmíme viděti rozpor ve větě: plyn nějaký se stlačením zhustí, avšak jeho hutnost se tím nemění.

§ 67. Specifický objem.

Vedle *specifické hmoty* S jest užívána převratná (reciproká) její hodnota jakožto *specifický objem* $\frac{1}{S}$. Tam jest to hmota jednotky objemové, zde jest to objem jednotky hmotné. Je-li tedy na př. specifická hmota korku 0·2, jest jeho specifický objem 5, t. j. 1 *g* korku má objem 5 cm^3, nebo 1 *kg* objem 5 dm^3, nebo 1 *mg* objem 5 mm^3. Zvláštního označení se zde neužívá, píše se $\frac{1}{S}$ a čte se jako specifický objem. Tlak a teplota má ovšem na objem specifický obrácený vliv než na specifickou hmotu.

Z toho, co jsme o významu pojmu „hutnost plynů a par“ vyložili, rozumí se samo sebou, že převratná hodnota hutnosti nemá se specifickým objemem nic co činiti.

§ 68. Tělesa stejnorodá a různorodá.

Srovnávajíce vespolek částečky téhož daného tělesa, větší neb menší, po případě tak malá, jak je vůbec dělením můžeme obdržeti a pak mikroskopicky pozorovati, shledáváme buď shodu všech vlastností anebo různost třebas jen některých vlastností. V prvém případě pravíme, že těleso jest *stejnorodé*, *homogenní*, v druhém, že jest *různorodé*, *heterogenní* (nehomogenní)*).

Vzduch v ovzduší, zemi obklopující, celkově není homogenním, ale jest jím v malých objemech, kde lze teplotu udržeti všude stejnou; podobně voda v moři a voda v malé nádobě. Mnohé horniny, jakožto směsi různých látek, jsou různorodé; naproti tomu vápenec, křemen a j. čistě vyhráněné jsou stejnorodé. Světlo šíří se v ústředích homogenních přímočaře; eventualní různorodost se opticky jeví nejcitlivěji.

§ 69. Tělesa isotropní a anisotropní.

Plyny a kapaliny, stejné všude teploty, ukazují vlastnosti, jež se v různých směrech jeví zcela shodně. Když však kapaliny, tuhnouce, přecházejí do skupenství nejnižšího, vznikají tělesa tuhá všeobecně dvojího způsobu: *krystallická* neb *amorfní***). Tělesa krystallická jeví určitou strukturu, určité tvary, pravi-

*) Z řeckého γένος, τό rod, ὁμός adj. stejný, společný, ἕτερος adj. jeden z obou, druhý, jiný, různý.

**) Řecké slovo κρύσταλλος ὁ značí původně led, (v italštině Monte cristallo = ledovec), pak těleso čiré, průhledné, jako led, krystall; μορφή ἡ tvar, postava ἀ privativum.

delně omezené, a shrnují se přehledně ve zvláštní soustavy. U takovýchto krystallů, jež jsou homogenními, pozoruje se, že mnohé vlastnosti fysikalní, jako pružnost, roztažlivost tepelná, vodivost tepelná a elektrická, rychlost šíření se světla a pod., buď ve všech směrech stejně se jeví, nebo v některých odchylně; v prvém případě pravíme, že krystally jsou *isotropní*, v druhém, že jsou *anisotropní**). Isotropie pozoruje se jen v jediné (první) soustavě krystallické, v ostatních jest anisotropie.

Tělesa amorfní (beztvará, v tom smyslu, že neukazují *určitého* tvaru) mohou býti po případě jen nahodile amorfními, tak že za jiných okolností krystallisují. Případ tento ukazuje se někdy na př. u skla, kteréž při rychlém chladnutí jest beztvaré, ale kteréž někdy během dlouhého času nabývá krystallické struktury, stávajíc se zrnitým a ztrácejíc průhlednost. Jsou však látky, jako na př. látky bílkovité, kteréž nejsou schopny krystallisace, zůstávajíce za všech okolností amorfními. Takové zoveme *kolloidy***), kladouce proti nim *krystalloidy*. Tělesa amorfní bývají isotropní, mohou se však (na př. tlakem, jako sklo) státi anisotropními.

§ 70. Theorie atomická.

Jednajíce o dělitelnosti hmoty naznačili jsme již otázku, zda-li dělení i v myšlenkách má jistou mez, anebo, zda-li jde do nekonečna; jinak řečeno, zda-li hmota jest discontinuum nebo continuum. Otázka tato jest tak stará jako badání vědecké o přírodě vůkol nás. Byla řešena se stanoviska filosofického i fysikalního. Záhy již rozeznávaly se zde dva směry, kteréž označovány slovy: atomismus, dynamismus; tento pokládá hmotu dle analogie útvarů geometrických za něco souvislého a oživuje ji silami; onen považuje hmotu za složenou z částeček dále nedělitelných, zvaných *atomů****). Názor hořejší jest patrně jednodušší, ale právě pro tuto jednoduchost svou, vůči tak veliké rozmanitosti úkazů fysikalních na hmotě pozorovaných, jest méně způsobilý, aby se na jeho základě učinil pokus tyto úkazy vysvětlovati. Názor druhý jest méně jedno-

*) ἴσος adj. stejný, τρέπω točím, obracím.

**) Název pochází z řeckého ἡ κόλλα klih, κολλάω klížím, ve frančtině la colle klih.

***) τέμνω krájeti, děliti, α privativum.

duchý. Již z předu vznikají otázky, zda-li tyto atomy jsou u všech látek stejné neb různé. Jsou-li stejné, pak by se rozmanitost látek musila vykládati jinými vztahy quantitativními, jako jest vzájemná poloha, pohyb, snad i tvar a velikost atomů. Odtud název *atomismus quantitativní*. Aneb vysvětlujeme různost látek růzností atomů, čímž vlastně různost pozorovanou vkládáme z celku do nejmenších oněch částeček, různost těchto samých dále nevykládajíce. Odtud název *atomismus qualitativní*.

Ve fysice a chemii začalo se o těchto otázkách bedlivěji uvažovati, když se při studiu chemických dějů, rozkladů a skladů začalo též vážiti, t. j. když ke stránce qualitativní přistoupila též quantitativní. Objevily se zde jisté jednoduché zákony, jednoduchostí svou překvapující, kteréž nebylo snadno srovnati s názorem o kontinuitě hmoty a kteréž tudíž přímo vedly k názoru opačnému. Theorie atomická, jak se nám nyní v plném rozvoji svém představuje, sahá kořeny svými do konce století předešlého a nabývá určitějších forem počátkem století našeho; zejména *Dalton* *) formuloval již jasně i co do stránky měřicí, co zoveme atomem. Tento atomismus jest qualitativní. Atom jest nejmenší samostatně existující částečka hmotná těch látek, kteréž se nedají rozložiti a kteréž zoveme *prvky* či *elementy*. Atomy různých prvků různí se mezi sebou nejen svou qualitou, nýbrž i svou hmotou a tudíž, vzhledem k tíži, též svou vahou. Zavádíme tudíž pojem *hmota* neb *váha atomová*. Určovati však tuto v jednotkách absolutních, t. j. v jednotce milligramm nebo mikrogramm aneb v jednotce silové, není možno. Naproti tomu dovedou chemie a fysika srovnávati tyto atomy mezi sebou, t. j. určovati jich hmotu neb váhu relativní. Při tom jeví se býti nejjednodušším, voliti ke srovnávání atom nejméně hmotný a tudíž i nejlehčí ze všech, jež známe, a to jest atom vodíka. Tím obdržíme jen čísla větší než 1, tudíž přehlednější, čísla, která ovšem jsou identická pro relativní hmotu jako pro relativní váhu atomovou, poněvadž v poměru vypadne urychlení tíže. Užívá se tu obyčejně názvu relativní *váha atomová*, ač lépe jest říkati relativní *hmota atomová*, poněvadž různá váha jest teprve následkem různosti hmotné, jež jest dána různou qualitou atomů. Při tom se pak slovo relativní, jež se zde rozumí

*) John Dalton, fysik a chemik, žil v letech 1766—1844, působil jako professor mathematiky a fysiky na kolleji v Manchestru. Poznal již zákon o poměrech stálých a množných.

samo sebou, vynechává. V tomto smyslu užívá tedy chemie i fysika pojmu *hmota* (váha) *atomová*.

Různé atomy označuje chemie písmenami velké abecedy. Píše tedy na př. O, H, C, atd., a to dle začátečních písmen názvu latinského neb řeckého jakožto internacionalního, tedy kyslík (= oxygenium), vodík (= hydrogenium), uhlík (= carbonium) atd. Při tom značí však ono písmeno nejen jméno atomu, nýbrž i jeho hmotu, (váhu), ovšem relativní.

Z látek chemicky *jednoduchých*, z prvků, vznikají látky *složené*. Toto skládání vykládá theorie atomická jako sdružování se atomů v nové jedince, jež zovou se *molekuly* *). To to seskupení označujeme též píšíce na př. HgS, H_2O atd. Poněvadž pak při slučování každý atom v molekule přijde k platnosti svou hmotou a tudíž i svou vahou, kteréž pokládáme za nezměnitelné, následuje z toho ihned, že *molekularní hmota* i *váha* jest rovna součtu hmot i vah atomových. Ovšem jest s těmito též jen relativní.

Názor zde vylíčený o sdružování se atomů v molekuly vysvětluje jednoduše právě *základní* zákony chemické, jež se zovou *stoechiometrickými* **).

Hmota součástek se vždy rovná hmotě celku, a naopak; při slučování i rozlučování látek zůstává hmota (aneb, jak říkáme, vážením to konstatujíce, zůstává váha) neproměnnou. Odtud pak indukcí rozšířený názor, jenž se jako princip formuluje, o *zachování hmoty*.

Zejména pak dva zákony stoechiometrické plynou ihned jako důsledky onoho názoru. Jest to

a) zákon o poměrech stálých (proportiones constantes),

b) zákon o poměrech množných (proportiones multiplae).

Slučují-li se dva prvky X a Y, děje se to vždy v poměrném množství (hmotném), jež lze vyjádřiti

jednak poměrem $x : y$,
jednak poměrem $mx : ny$,

kdež jsou m, n čísla celá.

*) Slovo utvořeno z latinského moles, -is hmota. Mělo pak slovo moles značiti nejmenší částečku hmotnou ještě viditelnou, na př. drobnohledem; v tomto smyslu se však neujalo. Zmenšené slovo molekula v latině nepřichází, jest tvořeno deminutivní koncovkou dle analogií jiných, franc. la molecule.

**) Slovo v chemii užívané; στοιχεῖον τό hláska, jakožto základ slov a mluvy, tudíž pak přeneseně základní částky, elementy, z nichž se skládají hmoty.

V theorii atomické značí x a y váhy atomové, m a n počet atomů jednoho i druhého prvku, které v molekulu vstupují.

Určování hmot atomových a molekularních provádí se methodami chemickými i fysikalními. Jisté veličiny fysikalní (teplo specifické), zejména pak hutnost plynů a par, jsou s nimi v jednoduchém vztahu. Právě tyto vztahy vedly také k výsledku, jenž jest v souhlasu s jinými úkazy chemickými, že i u prvků, hlavně plynného skupenství, dlužno předpokládati molekuly, v nichž jsou sdruženy atomy stejné, po dvou (H_2, O_2 N_2 atd.) neb po čtyrech (P_4, As_4) neb i po šesti (S_6). Takové molekuly zovou se elementarními. Jimi vysvětluje se na př. různá působnost téhož plynu ve stavu obyčejném a ve stavu zrodu — in statu nascendi —; tam působí atomy již mezi sebou vázané; zde však, kde atomy z jisté sloučeniny chemickým pochodem vystupují, jsou ještě volnými a tudíž spíše tvoří nové sdružení s atomy jiných prvků.

§ 71. Gramm-atom a gramm-molekula.

Hmota atomová α a molekularní μ značí množství hmotné vyjádřené jednotkou H, t. j. jednotkou, která představuje hmotu atomu vodíkového. Zaměníme-li tuto zvláštní jednotku nesmírně malinkou, za obvyklou jednotku hmotnou, *gramm*, obdržíme hmoty α gramm a μ gramm. Toto množství hmotné se zove *gramm-atom* a *gramm-molekula*.

Dle toho jest na př.

gramm-atom síry . . . . . 32·1 g síry S
gramm-atom stříbra . . . 107·9 g stříbra Ag a podobně
gramm-molekula vody . . 18·0 g vody H_2O atd.

Dělíme-li hmotu M hmotou specifickou S, obdržíme objem V, který tato hmota zaujímá.

Právě tak obdržíme objem gramm-atomu neb gramm-molekuly, dělíme-li množství hmotné α resp. μ gramm hmotou specifickou S. Nazývá se pak

$\frac{\alpha}{S}$ . . . objem atomový,

$\frac{\mu}{S}$ . . . objem molekularní.

Názvy nejsou vhodné, poněvadž dávají podnět k nedorozumění, jako by se jednalo o objem atomu neb molekuly. Tomu

by bylo tak, kdyby S byla specifická hmota atomu samého neb molekuly samé; fakticky značí však S specifickou hmotu *soustavy* přečetných atomů neb molekul, a závisí tudíž také na *odlehlostech* interatomových neb intermolekularních.

Proto by bylo lépe zavésti určitější názvy: objem grammatomový a gramm-molekularní.

§ 72. Rozvoj theorie atomické.

Pro fysiku, která se zanáší látkou a jejími vlastnostmi, pokud tato nemění svou podstatu, jest pojem *molekula*, jakožto nejmenší ještě existující částečka této látky, pojmem důležitějším než atom. Četné úkazy, jež dlužno vysvětlovati vzájemným působením molekul a jež tudíž molekularními zoveme, vedou k tomu, připisovati molekulám jisté síly, jimiž na sebe působí, síly tak zvané molekularní. Ovšem vysvětlení úkazů to vlastně není, jako spíše převedení toho, co ve velkém, na částečkách hmotných pozorujeme, na ony nejmenší částečky existující, na molekuly. Úkazy tepelné vedou dále k tomu, mysliti si tyto molekuly nikoli v klidu, nýbrž v pohybu, ovšem různého způsobu dle skupenství, kteréž také pohybem tím a vzájemnými silami molekularními se má vysvětliti. Myslíme si tedy, že molekuly jsou od sebe vzdáleny a že vzdálenosti tyto jsou veliké proti rozměrům molekul samých.

Úkazy pak světelné, pro kteréž jako postulat vědy předpokládáme světelný aether, veškerá tělesa prostupující, nutí předpokládati, že v mezerách mezimolekularních jsou molekuly aetherové, v pohybu se nalézající, jež si myslíme nesmírně jemnější, než molekuly hmotné. Přece však molekuly aetherové i hmotné působí na sebe vzájemně, tak že pohybem jedněch se vzbudí i pohyb druhých. Jest viděti, že již tím se theorie atomická, jak ji fysika rozvádí, dosti komplikuje. Ještě více děje se to úkazy elektrickými a magnetickými, kteréž také na stav molekul aetherových i hmotných uvésti se snaží.

Na straně druhé také chemie připisuje atomům vlastnosti, jež na látkách samých pozoruje. Sem náleží hlavně *příbuznost* chemická (affinita). Jisté prvky, resp. jich atomy, tíhnou zvlášť k sobě, přitahují se navzájem, poutají se vzájemně více než jiné, jsou chemicky příbuznými. Tak na př. vodík a kyslík, uhlík a kyslík, vodík a chlor a j. Ještě zajímavější jest však úkaz, který se víže na jméno *mocenství* (valence) prvků a s tím souvisící zjev chemické sytosti. Jsou sloučeniny nasycené, kde jistý atom, vázaný s jiným, neb s jinými, dále již žádného připojení jiného nepřipouští, jakoby jeho přítažlivost přestala. Něco podobného u gravitování vzájemném velkých hmot není. Také zde přitahují se hmoty, ale každá působí na jiné tak, jako by druhé zde nebylo.

V celé této komplikovanosti, jaká se jeví v theorii atomické, zrcadlí se jenom veliká ta rozmanitost úkazů, jež jako faktické pozorujeme a jež ovšem nejsou vázány na theorii žádnou. Při tom zbývají mnohé otázky, atomů samých se týkající, otevřené. Další rozvoj ukazuje na př. theorie atomových vírů (vortex rings, Sir W. Thomson — lord Kelvin), dle kteréž atomy nejsou jakési malininké, pevné kuličky, nýbrž zvláštní útvar, tomu z daleka podobný, který lze představiti kroužky tabákového kouře. Jisté jest, že se tu i tam právě vůči té komplikovanosti theorie atomické úplné, jak ji chemie i fysika rozvádí, jeví i jakási reakce, v tom smyslu aspoň, že není třeba všechny pozorované úkazy chtíti vysvětlovati z atomů a molekul. Na druhé straně nelze neuznati, že theorie atomická prokázala fysice a chemii neocenitelné služby, že na jejím základě zkoumání chemické se bráti mohlo dle určitého plánu, systematicky, že napřed se mohlo viděti, kam chce práce dospěti, tak že theorie tato zaujímá plným právem první místo mezi theoriemi vědeckými vůbec.

IV.

Absolutní soustava měr.

§ 73. Výklad úvodní.

Fysika experimentalní, zanášejíc se pozorováním úkazů přírodních, nepřestává na jich prozkoumání qualitativním, nýbrž hledí toto zkoumání prohloubiti ve smyslu quantitativním, definujíc v určitém způsobu jednotlivé *veličiny* fysikalní a snažíc se vystihnouti mezi nimi jisté zákonité vztahy. Základem postupu tohoto jest fysikalní *měření*; toto pak předpokládá volbu *jednotky* pro tu veličinu, kterouž měřiti dlužno. Poměr mezi touto veličinou a jednotkou její dává *číselnou hodnotu* veličiny měřené. S veličinou samou stoupá tudíž její číselná hodnota, naproti tomu klesá, zvětšuje-li se jednotka, kterou se ona veličina měří.

Jednotka musí býti téhož druhu jako veličina, jejíž číselnou hodnotu hledáme. Jinak může však býti volena zcela libovolně. Volnost tato má však jistý důsledek, který se objeví, jakmile se podaří na základě pozorování a měření nalézti zákonitý vztah mezi veličinami pozorovanými; rovnice totiž, která tento vztah mathematicky formuluje, obsahuje jistou konstantu, jejížto číselná hodnota na ničem jiném nezávisí, než na volbě jednotek. Jinými slovy: zákon jest vyjádřen ve způsobu *úměrnosti*.

Pokud se fysice jednalo především o nalezení takovýchto zákonitých vztahů, nebylo ani jinak možno, než provisorně voliti jednotky pro veličiny pozorované nahodile a libovolně, ovšem ne zcela libovolně, poněvadž jisté důvody vhodnosti rozhodovaly při volbě každé jednotky. Ale jinak má se věc nyní, kdy celá řada takových vztahů jest nalezena a podrobným zkoumáním dotvrzena. Ono *provisorium* přestává a na místo něho nastupuje *definitivum* stanovené na základě principu jednoduchosti. Patrně jest nejjednodušším, když ona číselná konstanta se stane = 1, t. j. když na místě *úměrnosti* nastoupí *rovnost*. Takováto volba jednotek má svůj základ v přírodních zákonech samých; důsledné pak provedení její vede ke zvláštní *soustavě* jednotek, kteráž se nyní jako definitivní povšechně ve fysice zavádí.

§ 74. Jednotky základní a odvozené.

Veškeré veličiny fysikalní jsou mezi sebou jakoby sepjaty četnými vztahy, vyjadřujícími jich zákonitou souvislost; tím jest možno, dle principu právě vyloženého, jednotky pro veškeré veličiny fysikalní stanoviti, jakmile jednotky pro některé jsou voleny. Tyto jednotky zovou se *základní* (fundamentalní); ostatní pak odvozené (derivované): celá pak *soustava* měr základních i odvozených zove se *absolutní**). První otázka týká se tedy jednotek *základních*, v jakém totiž *počtu* a *způsobu* dlužno je voliti. Z hořejšího vylíčení jest patrno, že jich počet má býti co možná nejmenší. Podrobný rozbor ukazuje, že by postačily jednotky takové *dvě*, že však z jistých důvodů vhodnosti a přehlednosti jest lépe voliti základní a na sobě nezávislé jednotky *tři*.

Co se dále týče způsobu volby, rozhodly důvody čistě praktické. Absolutní osnova, jak nyní jest všeobecně přijata, volí jednotku *délky*, *hmoty* a *času* za základní.

V skutku mají tyto jednotky některé výhody eminentně praktické. Především jsou *neproměnlivy*, jak dle místa, tak dle času. Jednotkou délky jest určitý platino-iridiový normalní étalon; jednotkou hmoty určitá normalní platino-iridiová hmota. Neproměnlivost jich dle místa jest samozřejmou; na kterémkoli místě povrchu zemského představují vždy touž délku a hmotu. Přenášení jich od jednoho místa na druhé není při náležité pozornosti spojené s nebezpečím nějakého poškození. Ale i dle času jest jich neproměnlivost zaručena aspoň na dobu velice dlouhou, povahou materialu samého. K této výhodě úplné neproměnlivosti přistupuje však výhoda druhá, kterouž se výhoda prvá ještě více dotvrzuje; jest to

*) Pojmenování „*absolutní*“ užil nejprve *C. F. Gauss* o jednotce intensity zemského magnetismu oproti jednotce „*relativní*“, při kteréž se měření vztahovalo na intensitu v Londýně. Viz pojednání „Intensitas vis magneticae terrestris ad mensuram *absoluta*m revocata, 1832, sebraných spisů svazek V. pag. 116. Později *W. Weber* zavedl (1840) absolutní jednotky do měření elektrických. Za základní přijali oba jmenovaní badatelé jednotky *mm, mg, sec*.

veliká *přesnost* jich *reprodukce*. Zejména platí to o jednotce hmoty, kterouž lze v kopiích reprodukovati nejdokonalejší operací fysikalní, totiž vážením, tak, že kopie může original úplně nahraditi. Ale i jednotku délky lze, byť ne se stejnou, ale dojista s velmi velikou přesností, reprodukovati a tím zjednati kopie, kteréž také original úplně mohou zastupovati. Právě takovými velice přesnými a také velice četnými kopiemi jest neproměnlivost jednotky délkové a hmotné ještě více zaručena než jich definicemi anebo materialem jich originalů. Vedlejší vliv teploty a eventualně i tlaku nutno ovšem zvlášť vyšetřiti a oba tyto faktory do definice určitým způsobem zavésti, jak o tom na svém místě již bylo jednáno. Co se konečně týče jednotky časové, jest tato založena na rotaci a revoluci zeměkoule a realisována dokonalým chronometrem; její neproměnlivost dle místa a času souvisí s neproměnlivostí oněch pohybů; její reprodukování, resp. kontrolování hodin lze prováděti pozorováním astronomickým tak přesně, jako reprodukci hmoty.

Jak již naznačeno, mohli bychom vlastně přestati na dvou jednotkách základních, délky a času; z těchto jednotku hmoty odvoditi bylo by totiž možno ze zákona gravitačního. Při oněch třech základních jednotkách vystupuje v onom zákoně jistý faktor, tak zvaná konstanta gravitační $\varkappa$. Souvisí se střední hustotou S naší země. Kdybychom přestali na dvou základních jednotkách délky a času, vyšla by na onom základě odvozená jednotka hmoty, která by činila

$$\frac{1}{\varkappa} \text{ gramm.}$$

Pro hodnotu $S = 5{\cdot}50$ pravdě nejpodobnější vychází číselně

$$\frac{1}{\varkappa} = 14\,950\,000.$$

Odvozená jednotka hmoty činila by tudíž okrouhle 15 tun. Pro účely fysikalní byla by ovšem příliš velikou; mohla by se však zavésti pro naše závaží její milliontá část podobně jako jest v elektřině nutno pro kapacitu užívati mikro-faradu, poněvadž jednotka farad jest ohromná. Obdrželi bychom pak jinou soustavu absolutních měr, kterou bychom mohli zváti gravitační.

Výhody soustavy takové byly by však jen rázu formalního. Věcně vadí okolnost, že hmotu $1/\varkappa$ lze stanoviti jen s approximací, která jest malou vůči té, s jakou byl dle definice realisován metr nebo kilogramm. Vzhledem k tomu ukázala by se postupem času nutnost, při dokonalejším stanovení konstanty gravitační přece do mathematické formulace zákona zavésti konstantu, která by pak měla před nynější jen tu výhodu — ne velikou —, že by byla blízkou jedničce anebo eventualně nějaké mocnosti čísla 10. Tím by však i ono formalní zjednodušení odpadlo.

Uvádí se ještě soustava měr, ve které vedle základní jednotky délky a času vystupuje, jakožto třetí základní, jednotka síly, kterouž jest váha kilogrammu. Dle nynějšího stavu vědy jeví se soustava tato, kteráž se často terrestrickou zove, kteráž však důsledně ve fysice nikdy nebyla provedena, býti antiquovanou.

S jiné strany (Ostwald, Helm) upozorňuje se na důležitý význam, jaký má pro veškeré vědy přírodní energie, a navrhuje se, aby se *jednotka energie* přijala za *základní*. Návrh nemá významu metronomického, poněvadž pro energii nelze zavésti žádného normalního étalonu.

V otázce „absolutnosti" soustavy měr možno ovšem jíti dále. Jednotka délky a času, *cm* a *sec*, jest povahou svou tellurická, jsouc odvozena z rozměrů a pohybu naší země. Lze tudíž klásti otázku, zda-li by nebylo možno voliti jiné jednotky délky a času, které by, nejsouce vázány na existenci naší země, byly neproměnlivými a nezničitelnými pro celé universum a tím absolutními ve vyšším slova smyslu. Poukazuje se na délku vlny ve vakuu a na dobu kmitovou určitého světla, na př. určité světlé čáry natria, kadmia a pod. Myšlenka má analogii akustickou. Jako zde jediným tonem hudebním se řídí celá harmonie, tak by se jediným tonem světelným řídila celá metronomie. Zásadně není pochybnosti, že světelné jednotky tyto jsou neproměnlivější a universalnější než rozměry země a doba její rotace. Prakticky by však volbou takovou nebylo získáno ničeho. Co se jednotky délkové týče, nelze délku vlny určiti s touže přesností, s jakou normalní étalony vespolek srovnáváme; kdyby se tedy návrh přijal, došlo by se téhož výsledku jako u metru, že by totiž jednotkou délkovou opět byla délka určitého normalního étalonu, realisovaná s tou intencí, aby se přibližně rovnala jistému násobku oné délky vlny. Co se pak tkne světelné jednotky časové, jest závadou, že dobu kmitovou nelze přímo pozorovati, nýbrž jen počítati, a to na základě rychlosti světla. Byla by tudíž jednotkou časovou doba, za kterou světlo proběhne dráhu rovnající se jistému počtu oněch délek vln. Tolik však připustiti dlužno, že číselné hodnoty těchto veličin světelných, vztahované na nynější již přijaté jednotky, jsou zároveň kontrolou o stálosti neb neproměnlivosti těchto jednotek samých, ovšem v mezích přesnosti, s jakou ony číselné hodnoty fysikalně možno stanoviti. Za příklad buďtež uvedena velmi přesná měření délky vlny λ, jež provedl A. Michelson (*1852, od r. 1881 prof. fys. Cleveland, Ohio, nyní od r. 1896 prof fys. v Chicagu, Ill.) pro čáru kadmia červenou, zelenou a modrou.

$$\lambda_č = 0{\cdot}643\,847\,22\,\mu \qquad 1\,cm = 15\,531\,635\,\lambda_č$$
$$\lambda_z = 0{\cdot}508\,582\,40\,\mu \qquad 1\,cm = 19\,002{\cdot}497\,\lambda_z$$
$$\lambda_m = 0{\cdot}479\,991\,07\,\mu \qquad 1\,cm = 20\,833\,721\,\lambda_m.$$

19662·497

§ 75. Označeni jednotek základních.

Chtějíce jednotky základní označiti *všeobecně*, užíváme (dle Maxwella) velkých písmen L (longitudo), M (materia), T (tempus). Chtějíce pak *zvlášť* označiti *určitou* jednotku délky neb hmoty neb času, užíváme označení, jak v soustavě metrické bylo za-

vedeno. Absolutní soustava nyní všeobecně přijatá užívá jednotek *cm*, *g*, *sec*; proto se také zove *centimetr-gramm-sekundová*.

Mnozí autorové začínají označovati gramm značkou *gr*. V soustavě metrické byly jednotky *původní* označeny *jedinou* písmenou; tedy: *m* (metr), *l* (litr) *a* (ar) *g* (gramm) atd; jich *násobky* pak neb *díly* byly označeny připojením písmene dalšího; tedy na př. *cm* (centimetr), *ha* (hektar) atd. Proto není označení *gr* důsledné. Ovšem dlužno přiznati, že označení oněch původních jednotek *cm*, *g*. *sec* dvěma, jednou a zase třemi písmeny nečiní oku dobrý dojem. Označení *g* kolliduje mimo to s obvyklým označením *g* urychlení tíže, což někdy je závadné. Velmi mnozí píší proto *C*, *G*, *S*. V knize naší jsou zachovány značky legalně zavedené.

§ 76. Rozměr jednotek odvozených.

Vztahy mathematické, jimiž, jak dříve bylo řečeno, veškeré veličiny fysikalní jsou jako by sepjaty, mají tvar algebraický. Zavedeme li tedy do rovnice, kterouž jistá veličina fysikalní U jest stanovena, za všechny ostatní veličiny jednotky L, M, T, obdržíme rovnici formy

$$U = k \,.\, L^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma},$$

kdež jsou exponenty α, β, γ čísla celá neb lomená, positivní neb negativní. Z pravidla volí se $k = 1$; tím jest U odvozeno a výrazem $L^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma}$ na jednotky základní převedeno. Tento výraz, udávající, jak jednotka odvozená souvisí s jednotkami základními, zove se *rozměr* (dimensio) jednotky odvozené, a to *všeobecný*, platící pro jednotky základní L, M, T jakékoli. Z rozměru všeobecného obdržíme pak *zvláštní*, kladouce za tyto jednotky základní některé *určité*.

V následujícím budeme u každé jednotky odvozené uváděti především její *rozměr všeobecný*, vedle toho pak její *rozměr zvláštní* pro soustavu centimetr-gramm-sekundovou.

Za příklad uveďme rozměry odvozených jednotek, o nichž bylo již jednáno.

Rozměr jednotky plošné, tedy útvaru dvojrozměrného, jest

L^2 všeobecně, cm^2 zvlášť.

Podobně rozměr jednotky objemové, tedy útvaru trojrozměrného, jest

L^3 všeobecně, cm^3 zvlášť.

Exponenty β, γ jsou při tom rovny nulle. Jest patrno, že pojmenování *„rozměr veličiny"* vzniklo *rozšířením* známého označení útvarů geometrických jež jsou buď jedno- neb dvou- neb troj-rozměrné.

Specifická hmota S jest stanovena relací (§ 64.)

$$S = \frac{M}{V}.$$

Rozměr jednotky pro hmotu specifickou jest tedy

$$\frac{\mathrm{M}}{\mathrm{L}^3} \text{ všeobecně, } \quad \frac{g}{cm^3} \text{ zvlášť.}$$

Vyjadřujíce na př. specifickou hmotu oné slitiny platino-iridiové při 0^0 C, píšeme

$$S = 21{\cdot}56\, \frac{g}{cm^3}.$$

Specifický objem má pak rozměr

$$\frac{\mathrm{L}^3}{\mathrm{M}} \text{ všeobecně, } \quad \frac{cm^3}{g} \text{ zvlášť.}$$

Někdy bývá rozměr $= 1$, t. j. všechny exponenty α, β, γ jsou rovny nulle. Tak jest na př. úhel (s jednotkou úhlovou „radiant“) stanoven poměrem

$$\frac{arcus}{r}, \quad \text{tedy} \quad \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{L}} = 1.$$

Výsledek takový ukazuje, že příslušná veličina jest pouhým *číslem* zcela *nezávislým* na *jakékoli volbě měr základních.*

§ 77. Význam rozměrových výrazů.

Význam výrazu, jímž se stanoví rozměr jednotky odvozené, spočívá především v tom, že z něho ihned vyrozumíme, jaký vliv volba té neb oné jednotky základní má na číselnou hodnotu jednotky odvozené. Majíce na př. na očích rozměr specifické hmoty $\frac{\mathrm{L}^3}{\mathrm{M}}$, vidíme, že jednotka času vůbec s tímto pojmem nemá co činiti; vidíme dále, že číselně zůstává veličina ta stejnou, když volíce jednotku délkovou 10-kráte větší neb menší, současně volíme jednotku hmoty 1000-kráte větší neb menší, tedy pro *dm* současně *kg* nebo pro *mm* současně *mg*. Mnohdy jest rozměr veličiny odvozené komplikovanější a nebylo by tak snadno bez něho číselné hodnoty pro jakoukoli jinou volbu základních jednotek, na př. pro soustavu *mm, mg, sec* (Gauss-Weber), přepočítati.

$\frac{M}{L^3}$

Dobré služby konají výrazy rozměrové pro kontrolu *homogenity fysikalních rovnic.* Položíme li za jednotlivé veličiny fysikalní, jistou relací spojené, výrazy rozměrové jich jednotek, musí na obou stranách rovnice vyjíti výsledek týž.

Na druhé straně nesmí se význam rozměrů přeceňovati. Zejména, když pro jisté veličiny fysikalní vyjde rozměr jednotek týž, nesmí se vždycky na jakousi stejnost těchto veličin pomýšleti. Stejný rozměr znamená stejný vliv jednotek základních. Podřízenost výrazů rozměrových jest již z toho patrnou, že by se tvářnost jich velice změnila, kdyby se na př. přijala soustava gravitační.

§ 78. Označení rozměrů jednotek odvozených.

V označování rozměrovém není shody. Obtíž vězí v tom, jak typograficky rozlišovati výrazy pro vztahy veličin fysikalních od výrazů pro jich rozměry. Mnozí autorové kladou výrazy rozměrové do závorek a to zúmyslně nikoli obyčejných malých ( ), jichž se i tak mnoho musí užívati, nýbrž méně užívaných velkých [ ]; avšak právě tyto mají ve spisech mathematických (v počtu pravděpodobnosti), geodetických i astronomických svůj zvláštní význam; neboť jimi se označují *výrazy summační*, kteréžto označování má výhodu jednoduchosti a přehlednosti. Ostatně ani zde není jednoty. Někteří autorové kladou do závorky veličinu, jejíž rozměr udávají, píšíce na př. pro specifickou hmotu

$$[S] = ml^{-3}.$$

Jiní právě naopak kladou do závorky rozměrový výraz samotný, píšíce

$$S = [ml^{-3}].$$

Při tom užívají pro jednotky základní *všeobecné* začátečních písmen latinských slov: longitudo, materia, tempus, a to brzy písmen velkých, brzy malých, tu stojatých, tam ležatých, někteří také malých písmen abecedy řecké; pro jednotky pak *soustavy metrické*, jak již uvedeno, píší mnozí *cm, g, sec*, jiní *cm, gr, sec*, a opět jiní *C, G, S*. V knize naší provedena jest zásada tato: Kde jde o všeobecné vztahy *veličin fysikalních samých*, jest připojování jich rozměrů jen na závadu, jsouc mimo to zbytečné, poněvadž vztahy ty nejsou právě těmi výrazy rozměrovými podmíněny. *Nutné* jest připojiti rozměr, jde-li o *data číselná*; zde pak užívání značek legalních, *cm, g, sec*, jak z příkladů dosud uvedených patrno, nemá žádné závady. Kde však jde o vztahy mezi *výrazy rozměrovými samotnými*, tam jest daleko lepším a poučnějším, vztahy ty sledovati na rozměrových výrazech nikoli zvláštních, kde v skutku označování *cm, g, sec*, t. j. dvěma, jednou a třemi písmeny, jest nepohodlné, nýbrž *všeobecných*. Voliti pak k označení základních jednotek všeobecných malá písmena latinská l, m, t není vhodné, poněvadž l značí litr a m metr. Také malá řecká písmena λ, μ, τ se méně hodí, poněvadž značí λ mikrolitr a μ mikron (§ 63.). Proto užíváme latinských písmen velikých a to *stojatých* L, M, T, kteráž se od *kursivních*, pro veličiny fysikalní samé užívaných, typograficky liší tak, že závorek jakýchkoli netřeba. Co se konečně exponentů týče, ukazuje zkušenost, že se oku daleko *významněji* představují a tudíž paměti daleko lépe vštípí výrazy kořenové a zlomkové jakožto původní, než výrazy s exponenty lomenými a zápornými; proto se v knize naší užívá z důvodů didaktických jen exponentů celých a kladných.

§ 79. Jednotky praktické.

Jednotky, odvozené podmínkou $k = 1$ z *určitých* jednotek základních *cm*, *g*, *sec*, vyjdou někdy velmi malé, jindy zase velmi velké. Proto připouští se též hodnoty dekadické, pro násobek a díl, především

$$k = 10^6 \quad \text{nebo} \quad k = \frac{1}{10^6},$$

vedle toho pak také

$$k = 10^3 \quad \text{nebo} \quad k = \frac{1}{10^3}.$$

Na tyto hodnoty poukazuje se předponami

mega-, mikro-,

jakož i předponami nám již známými

kilo-, milli-.

Vedle toho stanoví se také jiné — ovšem vždy dekadické — násobky neb díly jednotek odvozených soustavy *cm*, *g*, *sec* jakožto *jednotky praktické*, poněvadž se násobek a díl volí tak, aby měly jednotky ty pro praxis vhodnou velikost. K docílení pak žádoucí stručnosti mluvy zavádějí se pro ně názvy dle jmen některých slavných fysiků, kteří právě v příslušných oborech, pro něž ony jednotky platí, vědeckými pracemi vynikli. Myšlenka tato provedena jest zvláště v oboru elektřiny; tak vznikly na př. jednotky zvané volt, coulomb, ohm, farad, a pod., jak na svém místě vylíčíme. V mechanice seznáme joule a watt jakožto jednotky praktické pro práci a intensitu pracovní.

Nesmí se ovšem říkati „Ohmova" jednotka, „Voltova" jednotka, jako se říká Ohmův zákon, Voltův elektroskop; neboť badatelé, jichž jména jednotky praktické nesou, sami jednotek těch neznali. Zvláštní shodou okolností stalo se, že mezi oněmi jmény scházejí jména právě těch, kteří první užívali absolutní soustavy měr, byť o jiných jednotkách základních (*mm*, *mg*, *sec*), jména *Gauss* a *Weber*.

V.

Rychlost a urychlení.

... ZOOLOGICKÝ ÚSTAV ... Č. ČESKÉ UNIVERSITY

§ 80. Pohyb relativní a absolutní.

Chtějíce rozhodnouti, zda-li těleso nějaké *a* jest v klidu či v pohybu, stanovíme jeho místo v prostoru; to však nelze jinak než že vztahujeme polohu tělesa *a* k nějakému tělesu jinému *A*, (po případě k nějakému útvaru prostorovému, jako jsou na př. osy souřadnic). Určujeme tedy polohu tělesa *vzhledem* k tělesu *A*, tudíž polohu *relativní*. Nemění-li se tato poloha, říkáme, že jest *a* v klidu, jinak, že jest v pohybu. Jest tudíž i *klid* neb *pohyb* takovým způsobem stanovený jen *relativním*.

Prochází-li se kdo v nějaké síni a stane-li na chvíli, myslí neb říká, že stojí, že jest v klidu. Může však síň tato býti kajutou lodi, plující po řece; vzhledem k nejbližšímu svému okolí, stěnám síně, nábytku a pod. ovšem stojí, avšak vzhledem ke břehům řeky vykonává týž pohyb, jaký má loď sama. Přistane-li tato u břehu, říkáme, že stanula; díme tak vzhledem k povrchu země. Avšak země sama se otáčí kolem své osy a obíhá kolem slunce. Mluvíce o tomto oběhu předpokládáme, že slunce stojí; avšak ani ono není v klidu, nýbrž pohybuje se v prostoru světovém určitým směrem k stálicím. Než i tyto mají zase svůj zvláštní pohyb v prostoru světovém.

Z tohoto příkladu poznáváme, že často můžeme mluviti i o klidu i o pohybu nějakého tělesa dle toho, na které jiné těleso jeho polohu vztahujeme.

V přírodě neznáme jiného *klidu* neb *pohybu* než *relativního*. Mluvíme však často o klidu neb pohybu *absolutním*. To směli bychom jen tenkráte, když bychom o tělese *A* (neb o útvaru na něm založeném) věděli, že jest v klidu absolutním. Mnohdy *předpokládáme*, že tomu tak jest, buď že případný pohyb takového tělesa není znám, aneb že nemá pro případ projednávaný žádné důležitosti.

Kdyby *země* naše byla v skutku tím pevným, nepohyblivým *základem*, za jaký se tak dlouho pokládala, tu by každý klid neb pohyb na ni vztahovaný byl *absolutním*. Nyní víme, že země takovým základem není; tímto poznáním se však nezměnila povaha pohybů, jež na povrchu země naší dříve byly pozorovány a jež dosud pozorujeme, jako jest padání těles, pohyb kyvadlový, pohyby kmitavé atd., o nichž i nyní jednáme tak, jako by země naše byla v klidu absolutním.

Věda, jednající o pohybu těles, nepřihlíží-li k příčinám tohoto pohybu, jest povahou svou *abstraktní* jako geometrie; nazývá se *foronomie* nebo *kinematika* *).

§ 81. Pohyb hmotného bodu.

Ve skutečnosti jedná se vždy o pohyby *těles*. Studujíce pohyb tělesa hledíme vystihnouti pohyby některých jeho *význačných bodů* a z těchto pohybů skládáme představu o pohybu celkovém. Tím převádí se úkol složitý na jednoduchý, t. j. na studium *pohybu hmotného bodu*, a úkol tento stává se východištěm všech základních definic foronomických.

Při studiu pohybu vůbec přichází k platnosti vztah k prostoru i k času, v němž pohyb se děje. Dvojí tento vztah zrcadlí se též v definicích foronomických. Hmotný bod opisuje při pohybu svém v prostoru jistou *dráhu* (trajektorii). Můžeme tudíž hleděti především k této dráze, kteráž se jeví buď *přímočarou* nebo *křivočarou*. Stanovíce rovnici dráhy určujeme pohyb *celkově* vzhledem k prostoru. Anebo můžeme hleděti k *průběhu* pohybu na této dráze; tím určujeme pohyb *podrobně* jak se jeví v každém okamžiku časovém. Ve výkladech základních přestáváme při tom na případu, kdy křivka, dráhu stanovící, jest rovinnou: v skutku lze případ všeobecnější, kdy dráha má zakřivení dvojí, na onen jednodušší převésti tím obratem mathematickým, jako by se pohyb dál v rovině (oskulační) jejíž poloha se stále mění.

Pohyb bodu přímočarý.

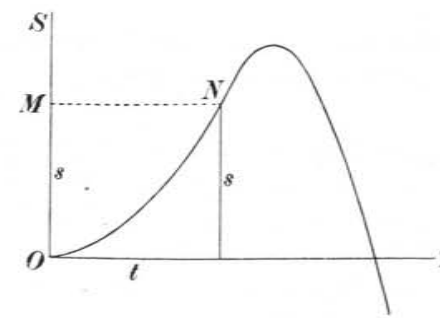
§ 82. Diagramm pohybu.

Základním případem pro všechny pohyby jest pohyb hmotného bodu *přímočarý*, na př. v přímce S (obr. 33). Poloha bodu M mění se na přímce této průběhem času. V okamžiku, kdy začínáme čas počítati, nalézá se hmotný bod na př. v poloze

*) Z řeckého: φέρω nesu, pohybuji, νόμος ὁ zákon, κινέω pohybuji.

O; po uplynutí doby t v poloze M. Zaveďme vzdálenost $OM = s$; nazýváme ji *drahou* (spatium) za *dobu* t vykonanou.

S dobou t mění se dráha s dle jistého zákona. Tento zákon prohlédneme nejsnáze zjednajíce sobě *diagramm* pohybu, na př. konstrukcí, nebo po případě autograficky; tento diagramm jest pak *obrazem* oné závislosti dráhy s na době t. Pravíme, že pohyb bodu *časově rozvineme*.

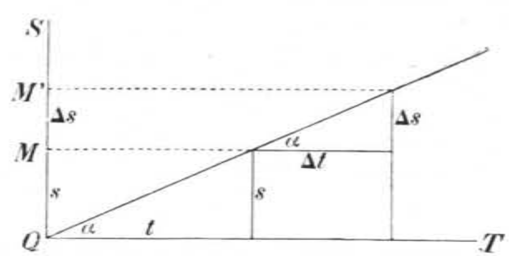


Obr. 33.

V obr. 33. jest osa časová, na kterou v jistém rozměru nanášíme dobu t, vedena ve směru kolmém na přímce S; nanášení délek s stává se tak nejjednodušším. Diagramm, ovšem jen schematicky narýsovaný, uvádí za příklad, jak se bod M od bodu O vzdaluje až do jisté polohy nejzazší a pak zase v pohybu zpětném k bodu tomu vrací a přes tento do odlehlostí opačných přechází; chceme-li jednotlivé polohy bodu M míti, promítáme polohy bodu N z čáry diagrammu zpět na přímku S, v níž se pohyb v skutku děje.

§ 83. Pohyb rovnoměrný; pojem rychlosti.

Diagramm pohybu nejjednodušší jest patrně ten, kdy závislost dráhy s na době t jest znázorněna *přímkou* (obr. 34.).



Obr. 34.

Dráha s roste tu *rovnoměrně* s dobou t. Pohyb takový zove se proto *rovnoměrným*. Stálý přírůstek c dráhy za každou jednotku časovou zavádí se jakožto *rychlost* rovnoměrného pohybu.

Patrně jest $$s = ct.$$

Chtějíce rychlost c stanoviti, necháme od okamžiku časového t, kdy dráha již vykonaná jest s, uplynouti dobu další Δt a pozorujeme, jaký jest v té době přírůstek Δs dráhy. I jest pak

$$c = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Dělíce totiž na Δt přepočítáváme příslušný přírůstek Δs na jednotku časovou. Zároveň jest

$$c = tg\, \alpha.$$

Geometricky znázorňuje se tudíž rychlost goniometrickou tangentou úhlu udávajícího odchylku diagrammové přímky od kladného směru osy časové. Vzrůstání dráhy s dobou jeví se býti jak říkáme rychlejší při větší odchylce přímky čili při větším její stoupání. Jinak řečeno, rychlost má význam směrnice diagrammové přímky.

Dlužno vytknouti, že hodnota c onoho differenčního poměru $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ jest konstantní ve dvojím smyslu, jak vzhledem k okamžiku t, od něhož pozorování začíná, tak vzhledem k přírůstku Δt doby, po kterou se současný přírůstek Δs dráhy pozoruje.

O rovnoměrnosti pohybu rozhodujeme sledujíce jeho průběh s průběhem časovým; avšak průběh časový stanovíme zase pohybem, totiž rotací země, o kteréž díme, že se děje rovnoměrně. Zdálo by se, že zde jest circulus vitiosus.

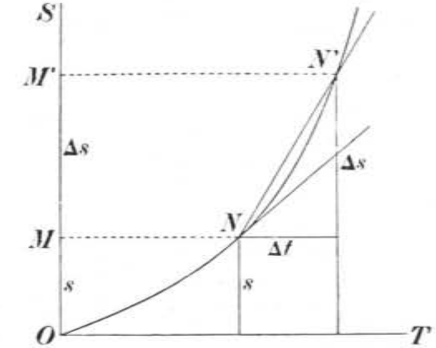
Avšak o rovnoměrnosti rotace zemské, i kdyby z důvodů zásadních neplynula, můžeme se přesvědčovati dle pohybů periodických, srovnávajíce postavení hvězd s hodinami kyvadlovými, jakož také činíme, ač nikoli ke kontrole rotace země, nýbrž naopak ke kontrole hodin. Správně jest však, že vlastně všechny pohyby srovnáváme s rotací země naší. Něco podobného platí o teplotě. Studujeme roztažlivost látek s teplotou, ale teplotu stanovíme roztažlivostí jisté látky thermometrické normalní, na př. vodíka; tudíž srovnáváme vlastně roztažlivost všech látek s roztažlivostí vodíka. Rovnoměrnost pak stupnice vodíkové plyne z důvodů vnitřních, totiž ze stejnoměrného stoupání obsahu tepelného.

§ 84. Pohyb nerovnoměrný; rychlost průměrná a okamžitá.

Není-li pohyb rovnoměrným (obr. 35.), nabývá výraz $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ významu *rychlosti průměrné*, kterouž by se za libovolnou dobu Δt vykonala tatáž dráha Δs, kdyby pohyb v této době Δt byl rovnoměrným. V tomto významu charakterisuje rychlost

tato *časový intervall* Δt a jest měnlivou jak dle větší neb menší jeho hodnoty, tak dle okamžiku časového t, od něhož začíná.

Má-li však onen výraz býti význačným *jen pro tento časový okamžik*, nesmíme se od tohoto příliš vzdáliti, t. j. *musíme intervall Δt voliti co možná malý*. V tomto smyslu obdržíme pak, utvoříce poměr $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, rychlost pohybu *okamžitou* pro časový okamžik t.



Obr. 35.

Geometricky jest rychlost *průměrná* vyjádřena tangentou úhlu, o který se odchyluje *sečná* NN' od osy časové; stává-li se přírůstek Δt velice malým, přechází sečná NN' v *tečnou* NT; tangentou pak úhlu, o který se tato tečná odchyluje od osy časové, jest znázorněna rychlost *okamžitá* v *).

Rozdíl mezi rychlostí průměrnou a okamžitou vynikne dobře tímto příkladem. Meteorologie studuje rychlost proudění vzduchového při větru. Anemometr otáčivý (Robinson), jehož údaje se odčítají několikrát za den (aequidistantně), stanoví vždy rychlost průměrnou pro jistý časový intervall (na př. ve dne mezi 10^h a 2^h); rychlost okamžitou lze posouditi anemometrem akustickým (Strouhal-Barus) dle výšky tonu vznikajícího vzduchem proudícím přes napjatý drát, kterýžto ton lze telefonicky do pozorovací síně převáděti.

Jak značný může ještě býti přírůstek Δt, aby pro poměr $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ byl *dostatečně* malým, závisí na povaze pohybu. Kdyby na př. šlo o to, zjistiti okamžitou rychlost rychlovlaku, byla by pro Δt hodnota desetiny sekundy jistě dostatečně malou. Naproti tomu, kdyby se měla určiti okamžitá rychlost některého bodu kmitající ladičky, dávající na př. komorní $\bar{a}$, (435 kmitů za sekundu), byla by pro Δt hodnota i setiny sekundy velmi velikou, poněvadž v té době rychlost v probíhá více než 4krát všemi hodnotami své periody; musila by se tedy pro Δt voliti na př. hodnota desetitisíciny sekundy neb ještě menší. Proto se ve smyslu mathematickém zavádí označení *„nekonečně malé“* hodnoty Δt, kde pak ovšem i přírůstek Δs jest *nekonečně malým; poměr* však

*) Označení c a v jest voleno dle slov celeritas a velocitas, při čemž c upomíná na rychlost, kteráž jest konstantní, v pak na rychlost měnlivou. Obyčejně se však písmenou v označuje rychlost vůbec.

obou nekonečně malých hodnot dává hodnotu *konečnou* v, kteráž jest hodnotou *mezní* čili *limitou* *) pro případ, kdy přírůstky Δt a Δs se zmenšujíce stávají se nekonečně malými. Geometricky se ona limita názorně jeví přechodem sečné v tečnou.

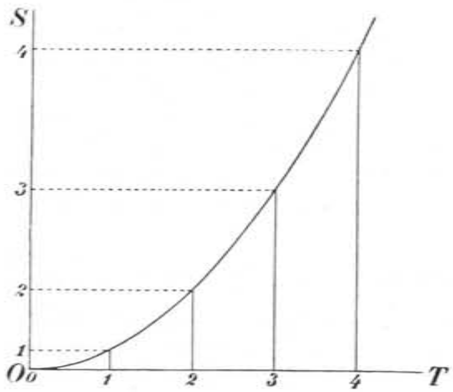
Nekonečně malé přírůstky Δt a Δs označují se v mathematice jako differencialy a píší se dt a ds,

tedy
$$v = lim \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}.$$

Pravíme pak, že rychlost jest differencialní quotient čili poměr (podíl) dráhy dle času.

§ 85. Pohyb rovnoměrně urychlený; pojem urychlení.

Z pohybů nerovnoměrných, při nichž tedy rychlost okamžitá v jest proměnlivou, vyniká zase pohyb takový, při kterém této rychlosti přibývá s dobou t rovnoměrně. Pohyb takový nazýváme *rovnoměrně urychleným*; konstantní pak přírůstek a rychlosti za každou jednotku časovou zoveme *urychlení* (acceleratio).



Obr. 36.

Chtějíce urychlení stanoviti, necháme od okamžiku časového t, kdy rychlost jest v, uplynouti další dobu Δt a pozorujeme, jaký jest v době té přírůstek Δv rychlosti. I jest pak
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$
Dělíce na Δt přepočítáváme přírůstek Δv na jednotku doby.

Dráhu s vykonanou při pohybu rovnoměrně urychleném od okamžiku nullového do okamžiku t vypočítáme podobně jako při pohybu rovnoměrném zavedouce rychlost *průměrnou* $\frac{0+v}{2}$, což jest oprávněno právě vzhledem k tomu, že urychlování, t. j. vzrůstání rychlosti, jde s časem rovno-

*) Z latinského limes,- itis, mezní čára, hranice.

měrně. Násobíce tudíž tuto průměrnou rychlost dobou t obdržíme
$$s = \tfrac{1}{2} vt,$$
anebo, zavedeme-li urychlení,
$$s = \tfrac{1}{2} at^2.$$

Dle toho jest diagrammová čára (obr. 36.) při tomto pohybu *parabolou*.

§ 86. Pohyb nerovnoměrně urychlený; urychlení průměrné a okamžité.

Rozšíření pojmu urychlení na pohyb jakýkoli děje se týmž pochodem myšlenkovým, jako při rychlosti. Výraz $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ stanoví vždy *urychlení průměrné* pro časový intervall Δt a hodnota tohoto urychlení mění se všeobecně jak dle velikosti tohoto intervallu, tak dle okamžiku t, od něhož intervall začíná. Jde-li však o to, zjednati *urychlení okamžité*, charakterisující jenom tento okamžik časový t, nesmíme se od něho příliš vzdáliti, t. j. musíme přírůstek Δt voliti co možná (nekonečně) malý.

Kdybychom do diagrammu pohybového narýsovali též křivku, znázorňující závislost rychlosti v na času t, bylo by lze veškeré úvahy geometrické, jaké byly na křivce pro dráhu s provedeny, opakovati slovo za slovem též při této křivce rychlostní.

Budiž ještě poznamenáno, že může rychlosti během času též ubývati, tak že nelze mluviti o urychlení (akceleraci), nýbrž o opozdění (retardaci). Nicméně podržujeme i pro tento případ slovo *urychlení*, zavádíme je však jakožto *negativní*.

§ 87. Úplný diagramm pohybu.

V úvahách předcházejících odvodili jsme *tři veličiny foronomické*, s, v a, kteréž svou závislostí na čase t jistý pohyb vyznačují. Úplný diagramm pohybu byl by ten, u něhož by závislost tato pro všechny tři veličiny byla geometricky křivkami znázorněna.

Z pravidla přestáváme na diagrammu, kterým se znázorňuje závislost dráhy s na času t. V skutku lze z tohoto vypozorovati též závislost rychlosti v, i urychlení a na času t; neboť rychlost dána jest stoupáním a urychlení zakřivením čáry diagrammové. Kde větev této čáry má průběh téměř přímý, je přibližně pohyb rovnoměrný a urychlení nullové; prudší zakřivení znamená prudší změnu rychlosti a tudíž větší urychlení; znamení pak tohoto urychlení souvisí s konkavitou neb konvexitou křivky, t. j. s polohou středu křivosti od čáry diagrammové čítajíc, ve směr, v němž dráhy buď přibývá neb ubývá.

Ve světle počtu differencialního a integralního značí rychlost okamžitá

$$v = lim \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

a urychlení okamžité

$$a = lim \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}.$$

Co dříve řečeno, že stačí čára diagrammová pro závislost dráhy s na času t, znamená mathematicky, že stačí závislost formy

$$s = f(t)$$

pro posouzení celého pohybu; neboť rychlost v plyne derivací

$$v = f'(t)$$

a podobně urychlení a derivací další

$$a = f''(t).$$

Naopak postupuje se mathematicky integrací. Tak na př. z rovnice

$$a = const$$

čili

$$\frac{d^2s}{dt^2} = a$$

vychází integrací

$$\frac{ds}{dt} = at + v_0$$

$$s = \tfrac{1}{2}at^2 + v_0t + s_0$$

zcela všeobecně pro pohyb rovnoměrně urychlený. Při tom jsou v_0 a s_0 integrační konstanty, z nichž v_0 značí rychlost pohybu a s_0 dráhu již vykonanou v okamžiku $t = 0$, kdy čas t začínáme počítati.

§ 88. Rozměr rychlosti a urychlení.

Dle výkladů předešlých jest rozměr rychlosti

$$\frac{L}{T} \text{ všeobecně, } \frac{cm}{sec} \text{ zvlášť,}$$

a rozměr urychlení

$$\frac{L}{T^2} \text{ všeobecně, } \frac{cm}{sec^2} \text{ zvlášť.}$$

Pro jednotky rychlosti a urychlení v soustavě *cm*, *g*, *sec* navrhují se*) označení:

$$1 \frac{cm}{sec} = cel,$$

$$1 \frac{cm}{sec^2} = gal.$$

§ 89. Širší význam pojmů rychlosti a urychlení.

Pojmy rychlosti a urychlení odvodili jsme vzhledem ke dráze s pohybujícího se hmotného bodu, proměnlivé s časem t. Jest však patrno, že můžeme v širším smyslu týchž pojmů užívati, jde-li o jakoukoli veličinu fysikalní, která se časem mění. Tak mluvíme o rychlosti, s jakou se mění průběhem času intensita galvanického proudu a pravíme na př., že stoupá rovnoměrně, a pod. V nejširším smyslu lze pak pojmů těch užívati, když jde o změny nějaké funkce s příslušným argumentem jakýmkoliv. V tomto smyslu pravíme na př., že objem kapaliny nějaké vzrůstá s teplotou urychleně, a pod.

Znázorní-li se průběh funkce diagrammem, lze veškeré úvahy geometrické vzhledem k rychlosti a urychlení, s jakou se funkce ta mění se svým argumentem, provésti v témže způsobu, jako při diagrammech pohybu.

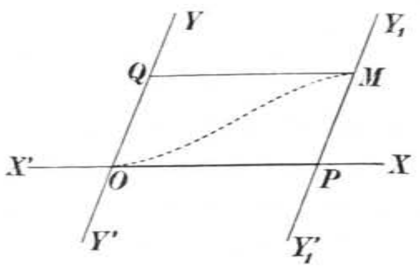
Pohyb bodu křivočarý.

§ 90. Skládání pohybů přímočarých v rovině.

V úvahách předešlých předpokládali jsme, že se hmotný bod pohybuje na dané přímce. Může se však státi, že tato přímka sama jest v pohybu a to všeobecně ve směru jiném než vlastním, tak že na př. každý bod dané přímky $Y'Y$ (obr. 37.) se pohybuje přímočaře směrem $X'X$. Říkáme pak, že bod hmotný vykonává současně dva pohyby přímočaré, čímž však se jen má naznačiti, že pohyb jeho, kterýž ovšem může býti jen jediný, z těchto dvou jakožto výsledný vzniká. Jest pak dán úkol, tento výsledný pohyb určiti.

*) Dle začátečních slabik slov celeritas a Galilei (A. v. Oettingen). Internacionalně tato jména dosud přijata nejsou, také není třeba, aby všechny jednotky odvozené měly zvláštní jmena.

Při úkolu tomto vycházíme od zásady, že přímočarý pohyb v přímce $Y'Y$ přijde k platnosti stejně, zda li přímka sama jest v klidu anebo zda-li se ve smyslu udaném pošinuje. Soudíme tedy, že výslednou polohu bodu obdržíme, když na místě pohybů *současných* (coexistentních) dosadíme pohyby *posloupné* (successivní). Kdyby tedy v okamžiku $t = 0$ se bod nalézal v poloze O a kdyby za dobu t se dostal na přímce $Y'Y$ do polohy Q a přímka sama do polohy $Y_1'Y_1$, obdržíme výslednou polohu M bodu nanesouce $PM = OQ$. Připojíme tedy ke dráze OP dráhu druhou $OQ = PM$ *i dle směru i dle velikosti.* Pravíme, že vykonané dráhy *geometricky sečítáme.* Jinak také, že sestrojíme rovnoběžník $OPMQ$ pošinutí OP, OQ.

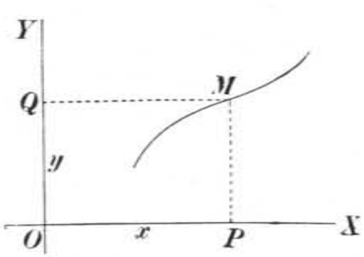


Obr. 37.

Jako pro okamžik t mohli bychom dle téhož pravidla pro každý jiný časový okamžik sestrojiti polohu výslednou M z daných poloh P a Q; dostatečný počet bodů M naznačoval by pak již výslednou dráhu, kteráž bude všeobecně křivočarou, ve zvláštních případech přímočarou.

§ 91. Rozkládání pohybu v rovině ve dva pohyby přímočaré.

Můžeme také, zpětně uvažujíce, daný pohyb v rovině rozložiti ve dva pohyby přímočaré $X'X$ a $Y'Y$ tím, že polohu bodu M *rovnoběžně promítáme,* vedouce $MP \parallel YY'$ a $MQ \parallel XX'$; pohyb průmětů P a Q zastupuje dohromady pohyb bodu promítaného M. Takovéto rozkládání vede často k zjednodušení názoru. Z pravidla bývají pak směry $X'X$ a $Y'Y$ k sobě kolmé a tudíž jsou pak *průměty* P a Q *pravoúhlé.*



Obr. 38.

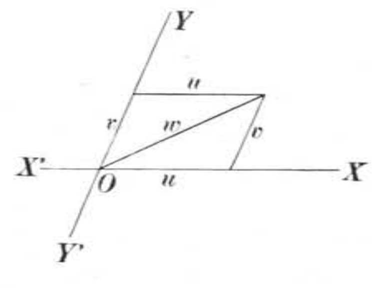
Pohyb koule vržené svisle vzhůru na lodi rychle po řece plující jeví se pozorovateli na břehu stojícímu dosti složitým; názor se však zjednoduší, když pohyb se rozloží jednak ve směru svislém, jak působí tíže, jednak ve směru vodorovném, jak pluje loď.

Elliptické oscillace rozkládáme ve dvě linearní na sobě kolmé; tím pak lépe přehlédneme, jak závisí rozměry ellipsy na amplitudě obou isochronních vibrací a na jich rozdílu fasovém.

Směry $X'X$ a $Y'Y$ mohou býti považovány za *osy souřadnic* (obr. 38.). Pak jsou $OP = x$ a $OQ = y$ souřadnice bodu M. Pohyb bodu M libovolný v prostoru lze způsobem analogickým rozložiti dle tří os souřadnicových na sobě kolmých.

§ 92. Skládání rychlostí.

Jsou-li přímočaré pohyby hmotného bodu ve směrech $Y'Y$ a $X'X$ *rovnoměrné* s rychlostí v a u, lze snadno — konstrukcí i počtem — přehlédnouti, že i výsledný pohyb jest přímočarý a rovnoměrný. Rychlost tohoto výsledného pohybu nalezneme podobně jako výsledné vyšinutí z bodu O v době libovolné; neboť také rychlost znamená vyšinutí v době jednotky časové. Naneseme tedy (obr. 39.) směrem OX rychlost u jako délku a k ní připojíme směrem OY rychlost v též jako délku. Vedouce pak třetí stranu trojúhelníka, obdržíme její délkou rychlost w výslednou co do velikosti. Téhož výsledku ovšem dojdeme, připojíce naopak rychlost u k rychlosti v.



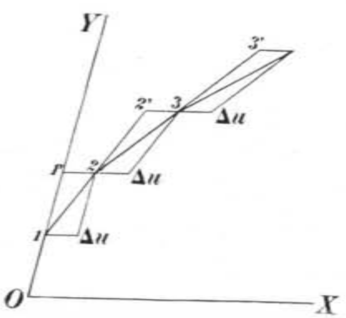
Obr. 39.

Avšak pohyb sám děje se též ve směru oné třetí strany. Sloučíme-li tedy s pojmem rychlosti — kteráž byla dle původního výkladu jistá délka na přímce dané — též pojem *směru* pohybu, můžeme kratšeji říci, že obdržíme rychlost výslednou i dle velikosti i dle směru pohybu, *sečítajíce geometricky* rychlosti dané.

V tomto smyslu mluvíme o *skládání rychlostí.* Zvláštní případ, kdy dané rychlosti jsou stejno- neb protisměrné a kdy se rychlosti sečítají algebraicky, jest v onom všeobecném sečítání geometrickém obsažen.

§ 93. Vznik pohybu křivočarého.

Připojení složky u k dané rychlosti v změní tuto rychlost v i dle velikosti i dle směru *náhle.* Nová rychlost w pak *zůstává*, pohyb jest na dále opět *přímočarým, rovnoměrným.* Má-li změna rychlosti v v obojím ohledu býti jen skrovnou, musí k dané rychlosti v přistoupiti jen složka u velmi malá, jako velmi malý přírůstek Δu. Než i potom děje se další pohyb přímočaře a rovnoměrně. Poznáváme z toho, že jen tehdá vznikne pohyb *křivočarý*, když ono pozměňování směru se opakuje, t. j. když znovu a znovu přistupuje další malá složka rychlosti Δu po uplynutí krátké doby Δt. Jinými slovy: rychlost ve směru $X'X$ musí se zvětšovati stále, t. j. musí zde býti *urychlení.*



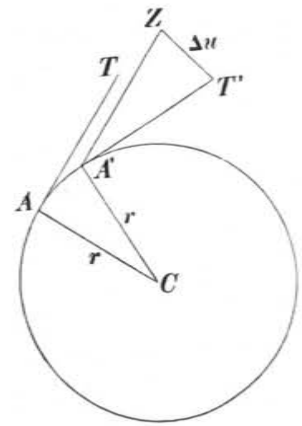
Obr. 40.

Podrobněji objasňuje se věc obrazcem 40. Hmotný bod, pohybující se ve směru OY rychlostí v, přišel by po uplynutí kratinké doby Δt do polohy *1* a potom dále do polohy *1'*; v poloze *1* přistoupí však složka rychlosti Δu; bod nepřijde tudíž do *1'*, nýbrž směrem pozměněným s rychlostí o něco málo větší do polohy *2*, odkudž by v době Δt přišel dále do polohy *2'*; avšak opět přistoupí složka rychlosti Δu; bod přijde do polohy *3* směrem znovu pozměněným s rychlostí opět o něco větší atd. Obrazec naznačuje již vznik křivočarého pohybu mnohoúhelníkem *O123* .... V tomto jest ještě diskontinuita. Avšak tato přejde v kontinuitu a tím mnohoúhelník v oblouk jisté křivky, když jsou přírůstky Δt a Δu nekonečně malé; jich poměr $\frac{\Delta u}{\Delta t}$ dává svou mezní hodnotou urychlení ve směru $X'X$. Všeobecně mění se tímto urychlením rychlost v i co do směru i co do velikosti.

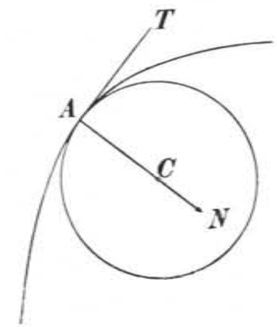
§ 94. Urychlení tangentialní a normalní.

Je-li křivka pohybu dána, lze jednoduchou úvahou stanoviti to urychlení, kteréž způsobuje *jenom změnu směru* v rychlosti pohybu. Budiž touto křivkou kruh poloměru r (obr. 41.) a předpokládejme, že — hledě toliko k velikosti — pohyb se

v něm děje rychlostí v konstantní. Mění se však stále její směr. V poloze A jest rychlost v dána tečnou AT, po uplynutí kratinké doby Δt přijde hmotný bod do polohy A', kde je rychlost v dána opět tečnou $A'T'$, kteráž se ve směru od ní poněkud liší. Tato změna směru vznikla -- dle pravidla o geometrickém sečítání rychlostí — jistou malou složkou Δu, kteráž ihned vynikne, když v obrazci 41 vedeme rovnoběžně $A'Z = AT$. Jde



Obr. 41.



Obr. 42.

o stanovení této složky Δu. Dráha AA' téměř přímočará jest patrně $v\Delta t$. Z podobnosti trojúhelníků $ZA'T'$ a ACA' však plyne:

$$\frac{\Delta u}{v\Delta t} = \frac{v}{r}$$

čili

$$\frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}.$$

Stanou-li se přírůstky Δt, Δu nekonečně malými, udává poměr $\frac{\Delta u}{\Delta t}$ svou hodnotou mezní okamžité urychlení v poloze A. Z toho patrno, že změna směru v rychlosti v jest způsobena urychlením $\frac{v^2}{r}$, kteréž působí *kolmo k tečné*, čili ve směru *normaly* kruhu a kteréž se tudíž zove *urychlením normalním.* Toto souvisí se čtvercem rychlosti v^2 a se zakřivením $\frac{1}{r}$ kruhu.

Výsledek tuto pro kruh odvozený lze ihned přenésti na pohyb v křivce jakékoli. Neboť velmi malý oblouček křivky (obr. 42.) lze vždy pokládati za splývající s obloučkem kruhu, kterýž má na tom místě stejné zakřivení a kterýž se také zove kruhem křivosti čili kruhem oskulačním. Je-li r jeho poloměr, jest $\frac{1}{r}$ měrou křivosti onoho obloučku křivky jakékoliv.

Dle toho značí tudíž výraz $\frac{r^2}{r}$ *urychlení normalní* a_n při pohybu křivočarém vůbec. Jím způsobuje se změna *směru* rychlosti pohybové v. Tato má v každém bodě křivky směr tečné. Mění-li se též dle své *velikosti*, značí výraz $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ pro přírůstky nekonečně malé svou hodnotou mezní *urychlení tangentialní* a.

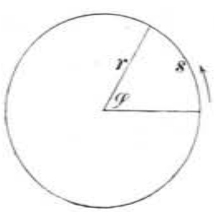
Píšeme tedy, rozeznávajíce:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \qquad a_n = \frac{v^2}{r}.$$

§ 95. Rychlost úhlová.

Při pohybu kruhovém, o němž jednáno v odstavci předešlém, mění se dráha s bodem vykonaná *úměrně* s *úhlem středovým* φ (obr. 43.) dle rovnice

$$s = r\varphi.$$



Obr. 43.

Na základě toho můžeme všechny vztahy časové, kteréž jsme dříve zavedli pro dráhu s, snadno přenésti na středový úhel φ, a tak definice linearní převésti na definice úhlové.

To platí především o rychlosti pohybu v, definované mezní hodnotou poměru $\frac{\Delta s}{\Delta t}$, kterýž přejde ve výraz $r\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$; poměr $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \omega$ zove se *rychlostí úhlovou*. Jest tedy

$$v = r\omega.$$

§ 96. Urychlení úhlové.

Také linearní urychlení — ale ovšem jen urychlení tangentialní, stanovené mezní hodnotou poměru $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ — lze převésti

na úhlové; poměr tento přejde ve výraz $r\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$, mezní pak hodnotou poměru $\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \alpha$ stanoví se *urychlení úhlové*.

Jest tedy $$a = r\alpha.$$

Co se urychlení normalního týče, nelze je převésti na podobné úhlové, poněvadž při úhlu není žádné změny směru. Můžeme však do výrazu dříve odvozeného

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

zavésti rychlost úhlovou

$$v = r\omega$$

a obdržíme výraz nový

$$a_n = \omega^2 r.$$

Jest tudíž urychlení normalní úměrno:

poloměru r *obráceně* při stejné *linearní* rychlosti v

a poloměru r *přímo* při stejné *úhlové* rychlosti ω.

§ 97. Rozměr rychlosti úhlové a urychlení úhlového.

Jak z výkladů předešlých vysvítá, jest rozměr úhlové rychlosti

$$\frac{1}{\mathrm{T}} \text{ všeobecně, } \frac{1}{sec} \text{ zvlášť;}$$

a podobně rozměr úhlového urychlení

$$\frac{1}{\mathrm{T}^2} \text{ všeobecně, } \frac{1}{sec^2} \text{ zvlášť.}$$

Rozměrovým těmto výrazům dlužno rozuměti tak, že 1 v čitateli znamená vlastně veličinu, totiž úhel, jehož rozměr v absolutní míře jest = 1. Nejde tedy na př. při úhlové rychlosti o reciprokou hodnotu času, ač se rozměrově úhlová rychlost tak představuje.

Pohyb tělesa.

§ 98. Translace a rotace.

Pohyb tělesa, jak již v úvodu k této stati řečeno, studujeme na základě pohybu, jaký vykonává každý jeho bod. Pohyb tento jest všeobecně křivočarý.

Srovnávajíce dráhy jednotlivých bodů tělesa shledáme, že mohou nastati dva případy hlavní: buď jsou vespolek *shodné* nebo *podobné*.

Vytkněme především dva případy zvláštní, kde tato shodnost neb podobnost zvláště jest patrnou.

Dráhy jednotlivých bodů mohou býti *přímočaré*. Přímky jsou vesměs vespolek shodnými. Pohyb tělesa takový zove se *posunování*, *translace* v daném směru.

Dráhy jednotlivých bodů mohou býti *kruhové*. Kruhy jsou vespolek vesměs podobnými. Pohyb tělesa takový zove se *otáčení*, *rotace* kolem osy dané.

Definice tyto daly by se rozšířiti na případy, kdy jsou dráhy jednotlivých bodů křivky jakékoliv. Tím přišli bychom k *translaci* a *rotaci* ve smyslu *širším*. Avšak tyto dají se na ony ve smyslu užším převésti, dle zásady, že každá malá část křivky se dá přibližně za přímočarou pokládati a rovněž každý oblouček křivky za kruhový. Proto jest translaci a rotaci ve smyslu širším translace a rotace ve smyslu užším *základem*.

Složením translace a rotace vzniká pohyb, který v případu nejjednodušším, kdy směr přímočarého postupu se shoduje s osou otáčení, jeví se jako pohyb *šroubový*.

VI.

Síla, práce, energie.

§ 99. Pojem síly.

K pojmu síly přicházíme na základě osobní, individualní zkušenosti, kterou činíme o vlastní své síle tělesné. Postupem rozvoje tělesného a hojnými zkušenostmi denního života přichází k vědomí našemu ponenáhlu ona mohutnost svalová, síla tělesná, kterou jsme obdařeni sami, kterou vystihujeme analogicky u lidí vůbec i u zvířat a která tím se vyznačuje, že dovedeme působiti proti rozmanitým překážkám, jež se síle naší staví na odpor. Působíce proti nim pocifujeme menší neb větší námahu a pocity takové jsou subjektivním měřítkem síly vynaložené. Soudíce pak, že odpory takové jsou něco obdobného neb stejného, jako síla, která proti nim dovede působiti, nazýváme je také silami, rozšiřujíce tak pojem, jenž nám jest subjektivně, na základě vlastní zkušenosti, jasným, též na přírodu vůkol nás, a toto rozšíření jeví se býti oprávněno tím spíše, poněvadž velmi často shledáváme, že síly takové zcela podobné mají účinky jako síla naše vlastní.

Ze všech sil nejznámější jest tíže. Tělo naše a všechny hmoty vůkol nás jsou těžké, mají váhu, jako by je země k sobě táhla. Poznáváme to, zvedajíce je, držíce je v rukou a pozorujíce, jak padají, když je z rukou pustíme. Pravíme, že země naše působí na veškeré hmoty silou přitažlivou, formulujíce výrokem tím denní zkušenost. Na základě tíže zemské zdokonalil se pojem síly velmi záhy ve smyslu quantitativním. Dle toho, mnoho-li kdo dovede zvednouti, držeti, unésti a pod., posuzujeme jeho sílu tělesnou quantitativně.

Neméně známé jsou síly, kteréž nyní fysika celkově jakožto molekularní označuje a kteréž podmiňují veškeré tak rozmanité zjevy soudržnosti a přilnavosti. Chceme-li nějakou pevnou tyč ohnouti neb přelomiti, kroutiti nebo překroutiti, chceme-li provazec natáhnouti neb přetrhnouti, sloup stlačiti neb rozdrtiti, chceme-li těleso nějaké pevné jiným prorážeti, od jiného, k němuž lze, odtrhnouti, uvésti v pohyb na půdě drsné atd., ve všech těch a podobných případech cítíme odpor, který vlastní silou často jen do jisté míry dovedeme překonati. Zavádíme pak pro odpory ty jistá jména, mluvíce o pevnosti těles, pružnosti, o tření a pod. a vykládajíce odpory tyto působením sil molekularních. Všechny zde uvedené příklady bylo by lze rozhojniti dalšími, jež mají svůj základ v silách thermických, magnetických, elektrických atd.

Jest úkolem fysiky studovati všechny ty rozmanité účinky, jež připisujeme silám přírodním a tak blížiti se otázkám velice nesnadným o podstatě sil těch. Představa o tom, jak účinkují, vždy bude upomínati na osobní zkušenosti o působení síly tělesné; názvy přitahování, odpuzování a pod., jichž tak hojně užíváme, jsou obrazné: chceme říci, že síly působí tak, jako by člověk působil, kdyby vlastní silou hmotu nějakou k sobě táhl neb od sebe pudil.

§ 100. Účinek síly statický.

Stlačujeme-li neb napínáme-li pružnou ocelovou spiralu jistou silou svého ramene, cítíme, jak spirala tomu se vzpírá, jak odpor, který klade, stoupá až konečně při jistém stlačení neb napjetí jest právě takový jako síla, kterou působíme. Pravíme, že jest rovnováha. Akce ramene a reakce spiraly se rovnají. Účinek síly jest zde *statický*, jevě se jako tlak neb napjetí.

Stejného účinku docílili bychom kladouce neb zavěšujíce na pružnou spiralu závaží. Soudíme, že síla ramene se rovná váze těchto závaží. Měříme tak na základě účinku statického sílu ramene jakož i sílu spiraly vahou hmot. Volíme-li tedy váhu určité hmoty za jednotku síly, lze tímto způsobem sílu vyjádřiti číslem, sílu měřiti. Právě tak mohli bychom číselně vyjádřiti sílu, jakou táhne kůň, jakou magnet přitahuje železnou kotvu, jakou horká vodní pára tlačí na jistou plochu stěny parního kotlu a pod.

§ 101. Jednotka síly statická.

Dle předešlého mohli bychom váhu hmoty jakékoliv voliti za jednotku síly. Jest však nejjednodušším, voliti váhu jednotky hmotné. Touto jest nyní kilogramm. *Jest tedy váha kilogrammu jednotkou síly statickou.*

Často se jednotce této říkává též kilogramm a dodává se, že dlužno rozeznávati kilogramm jako hmotu a kilogramm jako váhu. Správné to není. Stejným právem bylo by lze připojiti, že dlužno ještě rozeznávati kilogramm jako hybnost anebo kilogramm jako živou sílu a pod. Slovo kilogramm znamená *jenom* hmotu určité velikosti; tato hmota pak, jsouc v poli gravitačním jisté intensity, má jistou váhu, jež jest touto intensitou podmíněna, právě tak, jako má jistou hybnost nebo jistou živou sílu, jež jest podmíněna její rychlostí.

§ 102. Účinek síly dynamický.

Obecný život poskytuje mnoho příkladů, kdy síla se jeví *dynamicky*, totiž pohybem. Vůz, vlak, loď uvádějí se v pohyb silou koně, páry, větru a pod. Ukazuje se však, že pohyb přestává, když síla působiti přestane. Z pozorování takových vzniká snadno názor, jako by pohyb hmot vůbec vznikal a udržoval se jen působením jistých sil, názor, který z části jest správným, celkově však nikoliv. Rozpoznati věc není však snadno, poněvadž to vyžaduje pozorování a přemýšlení zároveň, empirii i spekulaci. Obé zároveň scházelo filosofům přírodním doby staré i střední. Otázky statické byly záhy správně formulovány a řešeny (Archimedes); otázky dynamické vedly na bezcestí k názorům, jež se nám nyní zdají býti podivnými (Aristoteles) a jež přece se udržely i do prvních století doby nové. V názorech Aristotelových tkvěli ještě do jisté míry mužové jako Tycho Brahe a Kepler.

Dle starších těchto názorů bylo na př. zásadou, že každé těleso hledá své místo; toto jest u těles těžkých dole, u lehkých nahoře; proto tělesa těžká padají a to dle větší neb menší váhy své rychleji neb volněji; lehká naproti tomu stoupají, na př. ve vzduchu neb v kapalině. Pohyby těles, odpovídající této jich vrozené snaze, jsou přirozené; ostatní, jako na př. vrh těles, vynucené.

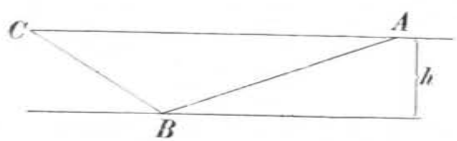
Rozvoj dynamiky stal se možným teprve, když v otázkách základních o působení sil zjednána byla jasnost. Zásluhu pak o to má otec moderní mechaniky *Galileo Galilei**).

*) *Galileo Galilei* narodil se $^{15}/_{2}$ 1564 v Pise. Léta mládí svého strávil ve Florencii, odkud otec jeho pocházel. V letech 1581–1585 studoval na universitě v Pise a hodlaje se věnovati lékařství, přiklonil se úplně mathematice a fysice; do těchto dob (1583) připadá jeho objev o isochronismu kyvadla, kterýž učinil pozoruje kyvy lampy zavěšené v kathedrále Pisanské. V 25. roce (1589) stal se docentem mathematiky v Pise. Pokusy o padání těles na šikmé věži Pisanské prováděnými ukázal nesprávnost náhledů Aristotelových, že by tělesa těžší padala rychleji. Vzdav se (1592) svého místa stal se záhy professorem na universitě Paduanské, kdež působil v letech 1592—1610. Do této doby připadají jeho studie o pádu těles po šikmé rovině a jeho objevy daleko-

§ 103. Setrvačnost.

Že hmota jenom působením síly z klidu se uvádí v pohyb, jinak v klidu setrvajíc, jest poznání dosti blízké a snadné, poněvadž jest v souhlasu s denní zkušeností. Ale že hmota, byla-li v pohyb uvedena, také v tomto pohybu určitým způsobem setrvává, i když síla žádná ji nepohání, — ale ovšem také žádná ji nezadržuje, — jest poznání daleko nesnadnější, vyžadujíc abstrakce od denní zkušenosti, kteráž s tím nesouhlasí. K poznání tomu došel G. Galilei a sice na případu zvláštním, spojuje pokusy s rozumováním a maje odvahu logicky, na základě principu kontinuity, rozšířiti důsledky oněch pokusů i na případ mezní, pro který kontrola pokusem jest nemožnou.

Ve spisu „Dialogo intorno sopra i due massimi systemi del mondo", uvažuje Galilei o pádu těles na šikmé rovině a dochází výsledku, že těleso, po rovině šikmé (obr. 44.) výšky h padajíc, nabývá konečné rychlosti, jaká dostačuje, aby těleso po jiné šikmé rovině stoupajíc téže výšky h dostoupilo. „Patrno tedy, že těleso, z klidu při A padajíc podél AB,



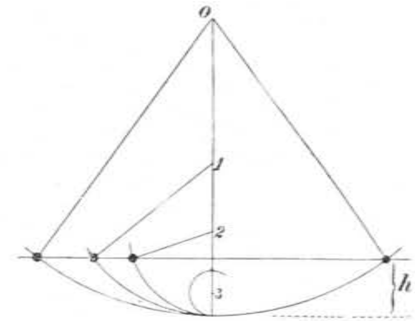
Obr. 44.

nabývá stupňů rychlosti dle vzrůstu času samého; avšak stupeň v B jest největší z nabytých a povahou svou nezměnitelně způsobený, ač-li jsou odstraněny příčiny urychlování dalšího neb opozďování, urychlování totiž, kdyby ještě na prodloužené rovině dále postupovalo, opozďování však, když by se na rovinu přikloněnou odrazilo; *na vodorovné však rovnoměrný pohyb dle stupně rychlosti z A do B nabyté do nekonečna by pokračoval.*"

Experiment, který zde Galilei popisuje, jest jenom myšlenkový; změna pohybu ze směru AB do směru BC jest náhlá. Když se však

hledem. V roce 1610 přijal povolání do Florencie. Známý jest konflikt jeho s kurií římskou, kterýž vzplanul zvláště po vydání spisu: Dialogo di G. G. sopra i due massimi systemi del mondo (1632). Hlavní jeho dílo vyšlo v cizině, pod názvem: Discorsi e dimostrazioni matematiche (Leyden 1638). Poslední léta svého života strávil v Arcetri u Florencie, kdež také $^8/_1$ 1642 zemřel. Z jeho žáků vynikli *Viviani* a *Torricelli*. Obšírněji o jeho životě a zejména jeho konfliktu s kurií římskou pojednáno ve spise: Dr. F. J. Studnička, Bohatýrové ducha, 1898.

padání hmoty s výšky h zařídí tak aby se změna směru dála ponenáhlu, jako jest tomu, když těleso, jsouc na niti zavěšeno, padá v dráze kruhové, pak lze experimentem skutečným ukázati, že těleso rychlosti, v nejnižším bodě dráhy nabytou, opět do výšky h stoupne, se které padalo. Galilei ukázal to kyvadlem (obr. 45.) zavěsiv těžkou kouli kovovou na hřebík do zdi zaražený. V skutku koule na jedné straně s výšky h spuštěná vystoupí na druhé straně do téže výšky, aspoň téměř do téže výšky; Galilei poznává, že příčinou malého zdržení koule jest odpor vzduchu, který se u koulí menší hmoty specifické, na př. korkových, jeví ještě více. Při tom však, a to jest důležité, ani nezáleží na tom, zda-li koule, po daném oblouku padajíc, stoupá po oblouku stejném aneb jakémkoli jiném. Galilei ukazuje správnost toho velmi jednoduše; stranou těsně vedle svislé niti zaráží na místech 1, 2, 3, . . . do stěny hřeby, na nichž se pak při pohybu nit zachytí; tím koule, padajíc po oblouku o středu 0, stoupá po oblouku o středu 1 neb 2 . . .. ale pokaždé vystoupí do téže výšky h; a když hřebík na místě 3 jest zaražen tak nízko, že zbývající část niti nestačí, aby koule do této výšky h vystoupila, pak koule v nejvyšším bodě oblouku o středu 3 má ještě zbytek rychlosti, kterou se přemrští na druhou stranu.



Obr. 45.

G. Galilei poznal setrvačnost pro pohyb na rovině vodorovné, kdy tíže pohyb ani neurychluje ani neopozďuje. Ve významu všeobecnějším uvádí již setrvačnost *Ch. Huygens* větou: „Kdyby nebylo tíže a kdyby vzduch pohybu těles nepřekážel, jedno každé z nich by v pohybu jednou nabytém pokračovalo rychlostí rovnoměrnou v čáře přímé" *).

Pokračuje pak dále, že skutečný pohyb těles je složený z tohoto rovnoměrného, jehož základem je setrvačnost a z pohybu, který vzniká působením tíže.

Způsobem nejurčitějším, jako axiom čili první zákon pohybu, formuluje setrvačnost *I. Newton* slovy: „*Každé těleso se-*

*) Si gravitas non esset, neque aer motui corporum officeret, unumquodque eorum acceptum semel motum continuaturum velocitate aequabili secundum lineam rectam. Horologium oscillatorium sive de motu pendulorum ad horologia aptato, pars secunda, de descensu gravium, pag. 21. Parisiis 1673. Ch. Huygens žil v letech 1629—1695. K významu spisu zde uvedeného vrátíme se v oddílu o kyvadle.

trvává ve stavu svém klidu nebo pohybu rovnoměrného přímočarého" — a dokládá: „*leč by působením sil bylo nuceno stav svůj měniti.*" *)

Jak důležitým, zásadním pokrokem bylo poznání setrvačnosti v pohybu, vysvítá nejlépe z námitek, které ještě *Tycho Brahe* (1546—1601), tak slavný pozorovatel, činil proti pohybu země. Nebylo by lze pochopiti, pravil, jak by kámen, padaje s věže, mohl dopadnouti na úpatí jejím, kdyby se země otáčela. Nebylo by lze nalézti sílu, která by osu zemskou udržovala ve směru neproměnlivém.

Nelze upříti, že námitky tyto, bez známosti setrvačnosti hmoty, byly velmi závažné. *M. Koprník* (1473—1543) hleděl již učiniti věc pochopitelnou udávaje, že pohyby kruhové jsou hmotám na zemi přirozené a že je tudíž konají se zemí zároveň. Také *J. Kepler* (1571—1630) musil pro udržování pohybu (téměř) kruhového oběžnic předpokládati zvláštní sílu tangencialní, jejížto původ vysvětliti činilo obtíže nepřekonatelné.

Příkladů setrvačnosti v klidu poskytuje denní zkušenost. Rozjede-li se na př. prudce vůz neb loď, zvrátí se pozorovatel na voze neb lodi stojící neb sedící v zad. Hne-li se prudce mísou, vystříkne voda; a t. d. Ale také pro setrvačnost v pohybu máme příkladů dosti, kteréž ovšem v dobách starých asi také byly pozorovány, ale jinak vykládány, — pokud vůbec kdo o nich přemýšlel. Zarazí-li se v pohybu vůz nebo loď, padne pozorovatel na voze neb lodi stojící neb sedící v před. Hodí-li se těleso vzhůru neb padá-li dolů na lodi prudce rozjeté, stoupá neb padá se stanoviska pozorovatele na lodi přímočaře, tak jako kdyby loď stála. Skočíce s vozu rozjetého padneme ve směru jeho pohybu, atd. Historicky zajímavo jest poznamenati, že již *Leonardo da Vinci* (1452—1519) znal úkaz, jak lze z plochých kaménků na sebe složených jeden vyraziti a ostatní se nepohnou.

§ 104. **Stanovení síly na základě účinku dynamického.**

Pohyb tělesa setrvačností jest rovnoměrný, přímočarý. Každou *změnu* tohoto pohybu připisujeme síle působící na těleso v jistém směru. Stává-li se pohyb nerovnoměrným, zůstávaje však přímočarým, působí síla ve směru pohybu; stává-li se pohyb křivočarým, zůstávaje rovnoměrným, působí síla na konkavní straně křivky. Zde i tam lze změnu pohybu vystihnouti *urychlením*. Dynamický (kinetický) účinek síly jest tedy povšechně *urychlení*.

*) Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum suum mutare. Philosophiae naturalis principia mathematica. (Axiomata sive leges motus; I.) I. Newton narodil se téhož roku 1642, kdy zemřel G. Galilei, a žil do roku 1727.

Majíce tudíž sílu f dynamicky stanoviti, klademe ji jednoduše *úměrnou* jejímu účinku, t. j. urychlení a, a píšeme

$$f = Const.\ a.$$

Zavedouce tuto úměrnost zůstáváme v souhlasu s měřením síly statickým. Pro váhu p máme pak vzhledem k urychlení g tíže vztah

$$p = Const.\ g.$$

Vskutku také pozorujeme na př. na rovině nakloněné, že váha tělesa, měřena staticky závažím, mění se na nakloněné rovině právě tak, jako urychlení, kterým těleso padá — totiž dle $\sin\alpha$ při úhlu elevačním α, — tedy právě tak, jako veličina sílu kineticky určující.

Význam konstanty „*Const*" v hořejší rovnici určí se úvahou následující.

Urychlení g jest pro všechna tělesa totéž. Jejich váha p jest však rozdílna; dle toho zavedli jsme pojem hmoty m těles kladouce tuto úměrnou váze. Má tedy ona konstanta jako faktor hmotu m tělesa, na které tíže působí. Totéž zavádíme všeobecně. Píšeme tedy

$$p = const.\ mg,$$
$$f = const.\ ma,$$

čímž se síla vůbec stanoví úměrnou jednak hmotě, na kterou působí, jednak urychlení, které jí udílí.

Měření síly změnou pohybu, t. j. urychlením, vyjadřuje I. Newton slovy: „Změna pohybu jest úměrná hybné síle působící a děje se dle přímky, ve které ona síla působí." *)

§ 105. **Jednotka síly dynamická.**

Urychlením a hmotou jest síla dynamicky určena; konstanta, kteráž ještě zbývá v rovnici

$$f = const.\ ma$$

závisí jediné na volbě jednotek. Pro urychlení a hmotu jsou již jednotky stanoveny. Jest patrno, že taková volba jednotky pro sílu jest vhodná, pro kterou

$$const = 1,$$

tak že jest jednoduše

$$f = ma.$$

*) Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae et fieri secundum lineam rectam, qua vis illa imprimitur. (Axiomata sive leges motus; II.)

Jednotkou síly dynamickou jest dle toho síla, kteráž hmotě jednotkové udílí urychlení jednotky. Její rozměr jest

$$\frac{\mathrm{LM}}{\mathrm{T}^2} \text{ všeobecně, } \frac{cm \cdot g}{sec^2} \text{ zvlášť.}$$

Pro dynamickou jednotku síly a to všeobecnou zavádíme označení F, kladouce

$$\mathrm{F} = \frac{\mathrm{LM}}{\mathrm{T}^2}.$$

Zkrácení toto jest velmi často výhodné. Jestiť síla veličina, která se nalézá jako by v čele celé řady jiných, s ní souvisících. Výrazy rozměrové jeví se pak daleko přehledněji, když se v nich ponechá jednotka F, kdežto se jich význam zastře, když se jde až k základním jednotkám L, M, T.

Pro jednotku síly dynamickou zvláštní, platící pro soustavu *cm, g, sec*, zavedlo se jméno *dyna**).

Jak v následujícím odstavci vyložíme, jest dyna jednotkou velmi malou; proto se s výhodou užívá *megadyny* t. j. násobku millionového.

V součinu ma, kterým se síla f určuje, značí faktor m quantitu, t. j. quantum hmotné. Oproti tomu lze korrelativně druhému faktoru a přičísti povahu intensity. Když se naopak od tohoto pojmenování vyjde, lze k němu užiti korrelativně názvu extensity, také kapacity, místo quantity. Odtud na př. označení hmoty, jakožto kapacity tělesa pro sílu. Síla jest v postupu odvozených veličin fysikalních první, při níž ony dvě stránky každá svým faktorem v součinu jsou zastoupeny; podobných veličin seznáme více. Proto se nyní se zálibou takové dva faktory pro quantitu (extensitu, kapacitu) a pro intensitu i tam hledají, kde méně určitě vystupují.

§ 106. **Poměr obou jednotek sil, starší statické a nové dynamické.**

Starší jednotku síly, váhu kilogrammu, vyjádříme v dynách dle rovnice $p = mg$,
kladouce za m a g příslušné hodnoty číselné. Za m položíme 1000 g. Co se však týče urychlení tíže g, není toto určitým, závisíc, jak později obšírně vyložíme, na šířce geografické a výšce nad mořem toho místa, na kterém jednotky „váhy kilogrammu“ užíváme. Právě v této neurčitosti jednotky starší spočívá vědecký důvod pro její odstranění. Volíme-li na př.

*) Z řeckého δύναμις, ἡ síla.

střední šířku geografickou 45° a hladinu moře, jest

$$g = 980{\cdot}606 \frac{cm}{sec^2},$$

tudíž *váha kg* $= 980606$ *dyn.*

Převodní koefficient jest nepřehledný. Stane se však jednoduchým, když na místě *dyny* zavedeme *megadynu*; pak jest

váha $kg = 0{\cdot}9806$ *megadyny*,

z čehož vidíme, že váha kilogrammu jest velmi blízkou megadyně, jsouc jenom o dvě procenta menší. Přesněji jest

$$1 - \frac{0{\cdot}0194}{0{\cdot}9806} = 1 - 0{\cdot}0198.$$

Vzhledem k tomu, že váha kilogrammu, není-li g určitě udáno, již v desetinách procenta jest neurčitou, stačí úplně pamatovati, že jest o *dvě procenta* menší než megadyna. Všechna tudíž čísla, jimiž jest síla vyjádřena dle starší jednotky, převedeme na novou, když čísla ta o dvě procenta umenšíme.

Nahodilá tato přibližná shoda starší jednotky a nové jest důležitou pro dobu přechodní. Nelze upříti, že jednotka starší má své přednosti. Snadno lze síly závažím měřiti; každý také ze zkušenosti ví, jak velikou váha kilogrammu jest. Než vše to lze přenésti na megadynu, s dodatečnou malou korrekcí. Proto i na dále lze užívati závaží při experimentování; jenom výsledky dlužno přepočísti na megadyny vzhledem k urychlení g toho místa, kde se experimentuje. Údaje stanou se pak zavedením jednotky absolutní přesnějšími a pozbývajíce lokalního významu všeobecně platnými.

Jednotka, kterou jsme dynou zvali, jest, jak již řečeno, pro účely mechanické příliš malou, jsouc o 2 procenta větší než váha milligrammu. Za to hodí se lépe pro síly na př. elektrické neb magnetické.

§ 107. **Znázorňování síly.**

Síla jest určena *působištěm, směrem* a *velikostí*. Tyto tři činitele můžeme velmi přehledně *znázorniti*, vedouce od působiště přímku ve směru, jak síla působí, a v délce, jak odpovídá velikosti síly. Třeba jen určiti, jakou délkou chceme znázorniti dynu neb megadynu. Kdybychom na př. megadynu znázornili délkou decimetru, byla by váha kilogrammu znázorněna délkou asi o 2 millimetry kratší. Kde jde jenom o srovnávání sil vzájemné, o vztahy relativní, postačí rýsovati délky vůbec úměrné. Tento způsob znázorňování síly jest geometrický. Tím se stává, že lze na jeho základě dáti i výkladu o silách, jich skládání, rozkládání a pod. ráz geometrický; odtud název „geometrie sil“.

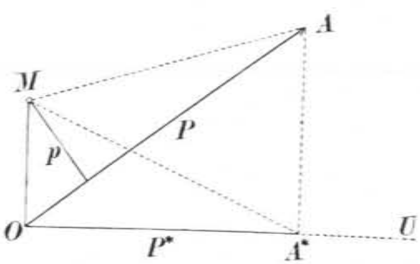
§ 108. Moment síly.

Působnost síly, dané působištěm, směrem a velikostí, posuzuje se často netoliko dle její *velikosti* P, nýbrž též dle *odlehlosti* p buď jejího směru OA od daného bodu M (obr. 46.), anebo jejího působiště O od dané roviny (obr. 47.). V obou případech tvoříme součin Pp a zavádíme tento jakožto *moment* síly a to

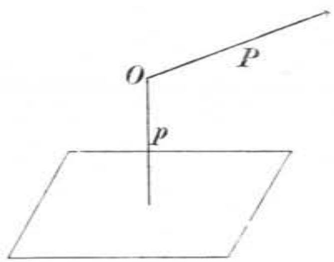
buď vzhledem k danému bodu,

aneb vzhledem k dané rovině.

U momentu prvého není rozhodujícím působiště, nýbrž jenom směr, u momentu druhého naopak není rozhodujícím směr, nýbrž jen působiště.



Obr. 46.



Obr. 47.

Rozměr momentu jest dle toho všeobecně a zvlášť

$$\mathrm{FL} = \frac{\mathrm{L^2M}}{\mathrm{T^2}}$$

$$dyna\,.\,cm = \frac{cm^2\,.\,g}{sec^2}.$$

O momentu síly P vzhledem k danému bodu M poznamenejme ještě toto.

Geometrický význam momentu Pp jakožto dvojnásobné plochy trojúhelníka OMA (obr. 46.) jest ihned patrný. Jde-li o několik sil v témž působišti O a tvoříme-li pro každou moment vzhledem k témuž bodu M, bývá ke srovnání těchto momentů výhodno, zavésti pro všechny společnou délku OM a nahraditi současně každou sílu P jejím průmětem P^* na směr OU kolmý k přímce OM. Jako se tím všechny různé délky p nahradí délkou společnou OM, tak se podobně všechny různé

směry OA nahradí směrem společným OU; spustíce tedy kolmici $AA^* \perp OU$ položíme průmět $P^* = OA^*$ síly P do počtu na místě síly dané. Patrně jest trojúhelník

$$OMA = OMA^*$$

a tudíž také
$$Pp = P^*\,.\,OM.$$

Výhodu této záměny poznáme v oddílu o aequivalenci sil.

Moment síly jest buď positivní neb negativní. U momentu síly vzhledem k bodu rozhoduje smysl rotace, kteráž se silou kolem pevného bodu způsobuje. V součinu Pp dlužno pak jak sílu P dle směru jistého neb opačného, tak rameno p dle strany, na kterou od pevného bodu při určitém směru síly toto rameno padne, počítati s příslušným znamením $+$ neb $-$; následkem toho zůstává na př. moment positivním, když oba tyto činitele znamení změní. U momentu síly vzhledem k rovině, kde směr síly nerozhoduje, dlužno sílu P bráti bez znamení, absolutně, a znamení momentu stanoviti jen dle znamení délky p, kteráž se v jednom směru od dané roviny počítá positivně, v opačném negativně. Bližší ustanovení seznáme na svém místě, kde o momentech takových budeme jednati*).

§ 109. Práce.

Pojem práce přijala věda ze života obecného, kdež pojem ten má význam rozhodující a vyměřila jej určitě pro své účely, zůstávajíc v souhlasu s tím, jak i obecný život práci posuzuje. Budiž dána síla f na hmotu nějakou působící. Pokládejme sílu tu za konstantní. V případech, kde jde o sílu s časem měnlivou, možno výsledky pro konstantní síly nabyté též přizpůsobiti síle měnlivé, když se působnost síly pozoruje v době nesmírně krátké; neboť po dobu takovou lze i sílu měnlivou za konstantní pokládati.

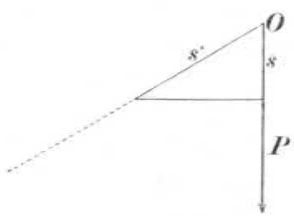
Síla působíc na hmotu, není-li zmařena silou jinou, opačnou, uvádí hmotu v pohyb ve svém směru podél dráhy přímočaré. Součin z velikosti f síly a délky s této dráhy, podél

*) Slova momentum od latinského movere hýbati, tudíž vlastně movimentum, užívá se ve fysice ve významech mnohých. Nehledíc k významu moment ve smyslu časovém (vlastně: pohnutí oka, okamžik) mluvíme jen v mechanice o momentu síly, dvojice sil, o momentu direkčním, o momentu setrvačnosti; ale také v jiných oborech mimo mechaniku užívá se téhož slova. Dlužno tudíž na bližší jeho stanovení míti dobrý pozor.

kteréž síla působí, zavádí se jakožto práce W (work) síly. Píšeme tedy $W = f \cdot s$.

Tato definice jest v souhlasu se životem obecným. Zdvihání břemene, při němž se překonává jeho váha, způsobuje větší práci, má-li se provésti do větší výšky. Pošinování hmot na dráze vodorovné, kde se překonává tření, představuje větší práci, děje-li se na vzdálenost větší. Koně táhnoucí vůz po silnici nakloněné vykonávají práci jednak dle síly vynaložené, která souvisí s nákladem, odklonem silnice, třením v osách a pod., jednak dle dálky, do jaké se jede. A tak i v případech méně jednoduchých vždy se práce stanoví dvěma faktory, z nichž jeden znamená sílu, druhý délku.

Práci zavádíme jako veličinu, kteráž může býti buď positivní neb negativní. Děje-li se pošinutí po síle, počítáme je za positivní a i práci za positivní. Děje-li se pošinutí proti síle, počítáme je za negativní a tím i práci za negativní.



Obr. 48.

Když se opírá dělník na př. o vůz, který na kolejích již jest rozjetý, tlačí-li ve smyslu pohybu, popohání, tlačí-li proti pohybu, zastavuje vůz; zde práci čítáme za negativní, poněvadž se pošinování děje proti síle působící, onde pak za positivní.

Mnohdy neděje se pošinutí ve směru působící síly, nýbrž ve směru jiném. Pak dlužno pošinutí skutečné s' (obr. 48.) promítati na směr síly a průmět s vzíti v počet do součinu $f \cdot s$, kterým se práce stanoví. Tak na př. když se těleso váhy P po nakloněné rovině pošine o délku s', dlužno tuto dráhu promítati na vertikalní směr působící síly, a pak tento průmět s do součinu $P\,s$ zavésti.

§ 110. Jednotka práce.

Píšíce výraz pro práci

$$W = f \cdot s$$

ve formě rovnosti a nikoli úměrnosti, přijímáme již za jednotku práce tu, která jest určena jednotkami síly a délky.

Rozměr jednotky práce jest dle toho všeobecně a zvlášť

$$FL = \frac{L^2M}{T^2}$$

$$dyna \cdot cm = \frac{cm^2 \cdot g}{sec^2}.$$

Jednotka *dyna . cm* zove se erg*). Jest to jednotka malá, poněvadž síla dyna jest malou. Zavede-li se megadyna, obdržíme jednotku megaerg millionkráte větší. Ale ani této se neužívá, nýbrž z důvodů, jež ve volbě jednotek elektrických spočívají, jednotky desetkráte větší, tedy 10 megaerg = megadyna . 10 *cm* = megadyna . *dm*, a jednotka tato, jež se zavádí jako praktická, zove se *joule***). Máme tedy přehledně:

$$\begin{aligned} erg &= dyna \cdot cm, \\ megaerg &= megadyna \cdot cm, \\ joule &= megadyna \cdot dm. \end{aligned}$$

Jiných násobků jednotky erg, jako na př. kiloerg a pod. se neužívá.

§ 111. Starší jednotka práce a její poměr k novější.

Dokud se užívalo váhy kilogrammu za jednotku síly, stanovila se jednotka práce tak zvaným metr-kilogrammem. Starší tuto jednotku vyjádříme novější dle relace:

$$\begin{aligned} \text{váha } kg &= 0{\cdot}9806 \; megadyna, \\ metr &= 10 \; dm, \end{aligned}$$

tudíž násobením

$$metr\text{-}kilogramm = 9{\cdot}806 \; joule.$$

Jest tedy starší jednotka práce o 2 procenta menší než dekajoule. Údaj tento stačí úplně, pokud není přesně udáno, pro jakou geografickou šířku a pro jakou výšku nad hladinou moře se váhy kilogrammu za jednotku síly užívá.

Mechanický aequivalent tepla, t. j. práce mechanická aequivalentní jedné kilogramm-kalorii (*Cal*), udává se na př. číslem 425 metr-kilogramm. V nové jednotce činí tento aequivalent 425 . 9·806, tudíž

4168 *joule*.

Pro gramm-kalorii (cal = $^1/_{1000}$ *Cal*) činí tudíž mechanický aequivalent 4·17 *joule*.

*) Z řeckého: τὸ ἔργον čin, práce.

**) James P. Joule, proslulý stanovením (1843) mechanického aequivalentu tepla pokusem, žil v letech 1818—1889.

Naopak jest joule aequivalentní

0·240 *cal.*

Jest viděti z těchto čísel, že jednotka práce joule svou velikostí jest přiměřená jednotce tepelné gramm-kalorii.

§ 112. Intensita pracovní.

Výraz, kterým se stanoví práce, neobsahuje udání doby, za kterou práce byla vykonána; hledí tudíž jen k výsledku, k práci hotové. Avšak již život obecný má zřetel též k době, kteréž se k určité práci potřebovalo; byla-li tato doba krátká, říká se, že bylo pracováno s větším úsilím, intensivněji. Právě tak zavádí se i ve vědě pojem pracovního úsilí, pracovní intensity, P (power, puissance) jakožto poměr práce W k době t, za jakou práce vykonána.

Jest tedy $$P = \frac{W}{t}.$$

Vzhledem k tomu, že jest $$W = f \, . \, s,$$

obdržíme též $$P = f \frac{s}{t}.$$

Avšak poměr $\frac{s}{t}$ má význam rychlosti.

Kdežto tedy práce jest dána součinem ze *síly* a *dráhy*, podél které síla působí, jest pracovní intensita dána součinem ze *síly* a *rychlosti*, s jakou síla ve vlastním směru působí.

§ 113. Jednotka intensity pracovní.

Jednotkou práce a jednotkou času jest stanovena též jednotka pracovní intensity. Rozměr její jest všeobecně i zvlášť

$$\mathrm{F} \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}} = \frac{\mathrm{L^2 M}}{\mathrm{T^3}}$$

$$dyna \, . \, \frac{cm}{sec} = \frac{cm^2 \, . \, g}{sec^3}.$$

Možno tedy intensitu pracovní měřiti jednotkou

$$\frac{erg}{sec} = dyna \, . \, \frac{cm}{sec}$$

nebo $$\frac{megaerg}{sec} = megadyna \, . \, \frac{cm}{sec}$$

anebo konečně $$\frac{joule}{sec} = megadyna \, . \, \frac{dm}{sec}.$$

Pro tuto poslední pracovní intensitu zaveden název *watt* *). Užívá se též násobků

$$100 \; watt = hektowatt,$$
$$1000 \; watt = kilowatt,$$

zejména k účelům technickým.

Jako z vykonané práce a doby pracovní se určí intensita dle rovnice

$$P = \frac{W}{t},$$

tak zase naopak z intensity pracovní a doby určí se vykonaná práce dle rovnice

$$W = P \, . \, t.$$

Značí tedy na př.

$$watt \, . \, sec = joule.$$

Počet vykonaných pracovních jednotek joule lze tedy též vyjádřiti počtem watt-sekund, po případě počtem hektowatt-hodin neb kilowatt-hodin a pod. V tomto způsobu stanoví se zejména také práce elektrická, obyčejně počtem kilowatthodin. Má-li se na př. za 50 kilowatthodin zaplatiti 40 korun, tedy se platí cena tato za práci, která by se vykonala, když by se s intensitou kilowattu pracovalo po 50 hodin, nebo s intensitou 10 kilowatt po 5 hodin a pod.

§ 114. Starší jednotka intensity pracovní a její poměr k novější.

Starší jednotkou pracovní intensity, dosud v přechodní době mnoho užívanou, jest tak zvaná *koňská síla* (horse-power, odtud označení HP), kteráž se stanoví počtem 75 metr-kilogramm za sekundu.

Dle dřívějšího jest

$$metr\text{-}kilogramm = 9{\cdot}806 \; joule,$$

tudíž $$koňská \; síla = 735{\cdot}5 \; watt.$$

Místo toho brává se okrouhle 736 *watt*. Anebo píšeme jinak

$$koňská \; síla = 0{\cdot}736 \; kilowatt.$$

Intensita pracovní, kterou zoveme silou koňskou, jest tedy blízkou jednotce nové kilowatt, jsouc ovšem menší; nicméně

*) *James Watt*, genialní autodidakt, původně mechanik, později vyrabitel parních strojů, kteréž jeho důvtipem byly velice zdokonaleny; byl členem král. Spol. nauk v Londýně a Akademie Pařížské. Žil v letech 1736—1819.

přechodní data, dle koňských sil určená, převedou se nejjednodušeji na kilowatt. Proto také se tohoto násobku s oblibou užívá.

Slova „síla" užívá se v pojmenování „koňská síla" ve smyslu praegnantním, nikoliv obyčejném; právě tak i v jazycích jiných, na př. německém Pferdekraft. Francouzsky říká se cheval-vapeur. Ono číslo 75 metr-kilogramm za sekundu jest okrouhlé a přijímá se nyní na pevnině v době přechodní. Anglická koňská síla (horse-power) čítá 550 anglických librostop za sekundu; obdržíme tedy za tuto 746 watt, proti 736 watt za koňskou sílu hořejší. Připomenouti dlužno, že průměrná pracovní intensita koně jest značně menší než 75 totiž jen asi 50, předpokládajíc, že by kůň pracoval jen tak dlouho, aby neumdlel. U strojů ovšem umdlení není. Jednotka koňská síla jest dosud velmi oblíbenou, tak že u parních, plynových a j. strojů se jí k určení pracovní intensity všeobecně užívá, ač by i to mělo přestati. Při stanovení pracovní intensity elektrické se však užívá jenom jednotek hektowatt neb kilowatt.

§ 115. Práce síly a živá síla.

Obecný život mluví o práci hlavně tehdy, když se podél jisté dráhy překonává nějaký odpor. Je-li do výše zvedáno břemeno, přímo neb nepřímo (strojem), stoupá jistou rychlostí, která se nemění; působící síla překonává právě váhu tělesa, do pohybu jednou uvedeného, a práce její měří se součinem z této váhy a výšky. Právě tak, když koně táhnou vůz s nákladem, rychlostí se neměnící, po silnici nakloněné nebo vodorovné, překonávajíce zde tření, onde tření i část úhrnné váhy. Vůz na vodorovných kolejích rozjetý by se třením zastavoval; má-li se udržeti jeho rychlost, nutno působiti silou, která se právě rovná tření.

Kdyby však v posledním příkladě síla se zvýšila, pak by přebytek síly přišel k platnosti kinetickým svým účinkem, totiž urychlením; vůz by se rozjížděl rychlostí stoupající. A kdyby vůbec nebylo tření, pak by celá síla f na hmotu m vozu působící se jevila kineticky urychlením a, kterým by vůz nabýval rychlosti v s dobou t stále stoupající, dle rovnice

$$v = at,$$

při čemž by dráha s, podél které síla působí, souvisela s urychlením a a dobou t dle rovnice

$$s = \tfrac{1}{2}at^2.$$

Také v tomto případě mluvíme o práci $f.s$, kterou síla, podél dráhy s působící, vykonává. Zavedouce pak kinetickou

míru síly

$$f = ma,$$

obdržíme vzhledem k rovnicím hořejším pro práci tuto vzorec

$$fs = \tfrac{1}{2}mv^2.$$

Výraz na pravé straně této rovnice zove se *živou silou* hmoty m. Vhodným a známým příkladem jest padání těles na povrchu země. Působící síla vzniká zde přitažlivostí zemskou a rovná se váze p tělesa. Odpor vzduchu jest obyčejně malý, tak že netřeba jej bráti v počet. Necháme li tudíž těleso z klidu volně padati, jeví se práce ps síly p působící podél svislé dráhy s živou silou $\frac{1}{2}mv^2$, kterou padající hmota na konci této dráhy s představuje.

Podobně, když hmotu nějakou m silou svého ramene rychlostí v vrhneme, představuje výraz $\frac{1}{2}mv^2$ práci při tom vynaloženou.

Také rozměrově souhlasí živá síla a práce vespolek; neboť jest

$$\text{práce FL} = \frac{\text{L}^2\text{M}}{\text{T}^2} = \text{M}\left(\frac{\text{L}}{\text{T}}\right)^2 = \text{živá síla}.$$

Živá síla, jsouc dle významu svého výrazem *práce* silou vykonané, může sloužiti ke srovnávání sil jen tehdy, když tyto působí podél téže dráhy.

METEOROLOGICKÝ ÚSTAV C. K. ČESKÉ UNIVERSITY

§ 116. Popud síly a hybnost hmoty.

Práce $f.s$ měří účinek (effekt) síly prostorový, vzhledem k tomu, že se síla f uvádí v součin s drahou s, podél které působí. Podobně lze uvésti sílu f v součin s dobou t, po jakou působí, a stanoviti tak účinek (effekt) $f.t$ síly časový.

Pak jest $$f = ma,$$ $$v = at,$$

tudíž $$f.t = mv.$$

Výraz $f.t$ zove se *popud* (impuls) *síly*. Výraz mv zove se *hybnost* (quantitas motus velikost pohybu) *hmoty*.

Rozměrově jest

$$\text{popud síly FT} = \frac{\text{ML}}{\text{T}} = \text{M}\,\frac{\text{L}}{\text{T}} = \text{hybnost hmoty}.$$

Pravíme, že jistým popudem síly vzniká určitá hybnost hmoty. Jest tudíž při srovnávání sil hybnost hmoty měřítkem sil těchto tehdy, když síly působí po touž dobu.

Z výrazu pro hybnost hmoty jest patrno, že lze téže hybnosti docíliti buď malou silou po dlouhou dobu působící, nebo při kratinké době silou velmi velikou. Takovýmito silami jsou ráz, výstřel, výbuch a pod. Zoveme je často *síly okamžité.*

Tak působí na př. při výstřelu děla explose, t. j. tlak plynů náhle vzniklých po kratinkou jen dobu, pokud projektil se v hlavni pohybuje. Účinek časový této explose měří se jednak hybností mv projektilu, jednak však také hybností $m'v'$ děla, kteréž výbuchem couvne rychlostí v'; patrně jest tato rychlost tolikráte menší než rychlost v projektilu, kolikrát jest hmota m tohoto menší než hmota m' děla, dle rovnice

$$mv = m'v',$$
$$v' : v = m : m'.$$

Z rovnice pro popud síly a hybnost hmoty lze usouditi dále, že nelze dané hmotě uděliti jistou rychlost v době velmi krátké není-li síla působící přiměřeně velmi velikou. Koně nemohou náhle rozehnati vůz, leč s vynaložením síly tak veliké, že po případě převyšuje pevnost prostraňků, které se při tom trhají. Téže povahy jest známý úkaz, že koulí vystřelenou se neroztříští tabule skleněná, nýbrž prorazí, aneb že koulí vystřelenou nepohnou se dvéře otevřené a otáčivé, nýbrž též prostřelí.

Otázka, zda-li živá síla či hybnost jest pravou měrou síly, jakou má hmota v pohybu, byla předmětem vědeckého sporu, kterýž vedli *Descartes* a *Leibnitz* a kterýž dále trval 57 let, ač byl způsoben nedorozuměním onoho názvu „síla hmoty". Název „quantitas motus" zavedl *Descartes* a přijal též *Newton*. Název živá síla a to pro součin mv^2 zavedl *Leibnitz*, rozeznávaje živou sílu hmoty rozehnané proti mrtvé síle hmoty tlakem působící. Později *Coriolis* volil týž název pro součin $\frac{1}{2}mv^2$, jak se ho dosud užívá. Slovo síla má v pojmenování tom význam praegnantní, podobně jako ve významu koňská síla.

§ 117. Energie.

Pojem práce nabývá zvláštního důležitého významu v pojmu *energie**). V životě obecném označujeme již slovem tím schopnost vykonati práci ve smyslu slova nejširším. Ve fysice a vědách přírodních vůbec rozumí se slovem tím mohutnost hmoty vykonati práci. Této mohutnosti nabývá hmota

1. buď svou polohou v poli silovém,
2. aneb svým pohybem.

Dle toho rozeznáváme dva způsoby (dvě modality) energie:

1. Energie *polohy*, též *statická* neb *potencialní*;
2. energie *pohybu*, též *kinetická* neb *aktualní*.

Úhrnná čili totalní energie hmoty znamenala by veškerou práci, kterou by hmota jak svou polohou v poli silovém, tak

*) Slovo řecké, *ἐνεργεία, ἡ* značí působnost, činnost, od *ἔργον, τό* práce.

svým pohybem vykonati mohla. Jednotkou energie jest jednotka práce, tedy erg, megaerg aneb joule. Jinak rozeznáváme různé druhy energie jednoho i druhého způsobu dle povahy působících sil neb hmot v pohybu se nalézajících; mluvíme o energii mechanické, tepelné a světelné, elektrické, magnetické, chemické. Někdy se též rozeznává energie viditelná a neviditelná.

Také při energii rozeznávají mnozí oba faktory pro quantitu a intensitu, jak při síle byly uvedeny; není však zde jednotnosti. Zřetelně vystupuje jako quantita faktor značící hmotu; pak by druhým faktorem pro intensitu byl čtverec rychlosti. Jinak lze sílu samu bráti za faktor intensity; pak by byla dráha faktorem quantity. Mohla by však po případě i plocha neb objem býti faktorem quantity a faktorem intensity výraz zjednaný dle identity

$$\frac{LM}{T^2} \cdot L = \frac{M}{T^2} \cdot L^2 = \frac{M}{LT^2} \cdot L^3.$$

Názor tento souvisí s rozdělením (méně důležitým) energie na délkovou, povrchovou a objemovou.

§ 118. Princip zachování energie.

Průběh rozmanitých úkazů fysikalních vystihujeme zvláštní společnou jednoduchou formulací, principem o zachování energie. Kořeny jeho sahají do oboru mechaniky. Zde záhy poznán zákon o aequivalenci mezi mechanickou prací a živou silou z ní vznikající. Platnost zákona o aequivalencích analogických zkoumána dále v oborech hraničních, zejména nejprve mezi mechanikou a thermikou, odtud pak rozšířen zákon ve formulaci všeobecné na všechny obory fysiky i dále, za hranice přímého zkoumání pokusného, na přírodní vědy vůbec. Tím nabyl zákon ten indukcí vždy výše vedenou významu dříve netušeného, významu vědeckého postulatu, principu, jemuž přikládá se význam axiomatický pro fysiku tak, jako pro chemii principu o zachování hmoty*).

Úkazy fysikalní, chemické, fysiologické a přírodní vůbec mají při všech svých rozmanitostech jednu stránku společnou. Základem její jest energie, mohutnost pracovní. Právě tím vystupuje pojem práce v popředí před jinými. Energie hmot, na nichž úkazy takové pozorujeme, měnívá se jednotlivě; buď jest to energie polohy, buď zase energie pohybu, která se zvětšuje

*) Fysika nemá ovšem k pokusnému zkoumání svého principu přístroje tak universalního a citlivého, jaký má chemie ve vahách pro svůj princip.

neb zmenšuje. Vždy však energie v jedné formě, jako ztráta, tudíž negativně vystupující, má v zápětí energii v jiné formě jako zisk, tudíž positivně vystupující, tak že úhrnem, summarně, zůstává energie nezměněnou. Jde tedy vždy a všude jen o záměnu energie, avšak celkově, v totalitě své, energie se ani neztrácí ani netvoří, nýbrž zůstává stálou; proto název *zachování* energie. V četných případech můžeme tak dokázati; v mnohých vedeme důkaz na základě logické kontinuity, rozšiřujíce indukcí význam případů zvláštních na všeobecnější. Odtud generalisací nejzazší věta: Energie všehomíra jest nezměnitelnou, jest veličinou stálou.

Na tomto místě jde o to, v jakési souvislosti objasniti význam principu četnými příklady, volenými především z oboru mechaniky, z níž princip vznikl, a pak též z oborů jiných, jak fysiky, tak i chemie a fysiologie.

Mějme hmotu *m* v poli gravitačním naší země. Vlivem sil gravitačních padá; má-li stoupati buď přímo vzhůru, buď po šikmé rovině, po oblouku kruhovém, jako u kyvadla, aneb po dráze jakékoliv, vždy vyžaduje síly jiné, práci vykonávající. Pravíme, že hmota stoupající práci spotřebuje, konsumuje. Za to však zvětšuje se její energie polohy. Neboť jsouc v poli gravitačním výše, může do nižší polohy padati, padajíc pak, může jinou hmotu zvedati, tudíž práci vykonávati, produkovati, právě takovou, jakou konsumovala. A když padá volně, nabývá živé síly stále rostoucí, kteráž jest rovněž aequivalentní práci konsumované. Majíc však živou sílu má tím též mohutnost práci vykonati, má energii pohybu. Může obrácením rychlosti sama do původní výšky vystoupiti, jako by sama sebe zvednouti a tím práci konsumovanou zase produkovati. Obrácení rychlosti může se státi náhle tak, že hmota, jsouc dokonale pružnou, dopadne přímo na podklad dokonale pružný, jako přibližně koule ze slonoviny dopadnouc na desku slonovou; anebo obrací se rychlost ponenáhlu, jako při kyvadle; celý pohyb kyvadlový možno pokládati za neustálé střídání se energie polohy a pohybu; je-li jedna maximum, jest druhá minimum; totalně se však energie nemění.

Pohyb kyvadlový jest typickým pro všechny pohyby oscillační a vibrační, jichž základem jest pružnost. Také v těchto pohybech můžeme viděti stálé střídání se energie pohybu a polohy tak, že energie totalní zůstává stálou.

Příklad v jistém smyslu analogický, jako jest pohyb kyvadlový v gravitačním poli naší země, podává pohyb oběžnic a vlasatic v gravitačním poli slunce. Tato tělesa nebeská, přibližujíce se na své dráze slunci, pohybují se vždy rychleji a rychleji; jich energie polohy se umenšuje, za to však jich energie pohybu se zvětšuje. V periheliu jest tato maximum, ona minimum. Při dalším pohybu oddalují se tělesa svou vlastní energií pohybu od slunce, pohyb se uvolňuje, energie pohybu se umenšuje, ale energie polohy se zvětšuje. V apheliu jest tato maximum a ona minimum. Při celém průběhu pohybu jest však energie totalní nezměněnou.

V hořejším příkladě tělesa padajícího bylo předpokládáno, že by těleso, dopadnouc na nějaký pevný podklad, změnilo směr své rychlosti, na velikosti ničeho neztrácejíc. Podmínkou toho byla dokonalá pružnost tělesa padajícího i podkladu. Ve skutečnosti však není takových dokonale pružných těles; následkem toho těleso dopadnouc se sice odrazí, ale nikoli s rychlostí plnou, nýbrž zmenšenou; proto nastává též ztráta živé síly, ztráta energie pohybu. Avšak pokusy ukazují, že při nárazech takových nastává oteplení. Bušíme-li kladivem do kusu železa na kovadlině ležícího, zahřeje se železo i kladivo; kule olověná neb ocelová, střelená, dopadnouc na pevnou stěnu, zahřívá se až do žáru červeného. Zde tedy pozorujeme přeměnu energie, a to mechanické v tepelnou, viditelné v neviditelnou; na základě pak mechanické theorie tepla soudíme, že energie pohybu tělesa jako celku přeměnila se v energii pohybu nejmenších jeho částic, v energii pohybu molekularního. Sem náleží všechny případy, kdy třením energie pohybu mechanická se ztrácí, ale jen aby vystupovala ve formě jiné, v energii tepelné. Pro přeměnu pak dokázán byl zákon aequivalence. Na každou jednotku tepla připadá jistý počet jednotek pracovních, tak zvaný mechanický aequivalent tepla. Ale také naopak můžeme teplem zjednávati si práci mechanickou.

Změny skupenství znamenají změny molekularní energie polohy a dějí se za současné změny molekularní energie pohybu, a to za konsumpce tepla při postupu ke skupenství vyššímu, neb za produkce tepla při postupu opačném. Rovněž rozpouštění těles tuhých v kapalinách znamená změnu skupenství a vyžaduje tepla. I jest při tom pozoruhodné, ač se stanoviska principu pochopitelné, že není jednostejno, rozpouští-li se těleso rozpustné v jediném kusu celkovém anebo jsouc do prášku rozmělněno. Rozpouští-li se na př. totéž quantum cukru v jistém daném množství vody a to jednou v celkovém kusu, podruhé rozmělněn na prášek, jest v posledním případě spotřeba tepla o tolik menší, co odpovídá mechanické práci při rozmělnění cukru vynaložené.

V příkladech uvedených šlo o vztahy mezi energií mechanickou a tepelnou; podobně jsou vztahy mezi energií mechanickou a elektrickou ovládány zákonem aequivalence. Četné příklady poskytují elektrogeneratory i elektromotory. Podobně vztahy elektrické a tepelné. Proudem lze teplo vzbuditi a naopak teplem proud.

K těmto druhům energie fysikalním přistupuje velmi důležitý druh energie chemické, který spočívá v chemické příbuznosti, v chemické affinitě.

Při slučování látek chemicky příbuzných proměňuje se tato energie v tepelnou, naopak teplem lze dřívější energii znova zjednati, t. j. látky složené rozloučiti. Také mezi energií chemickou a elektrickou máme četné vztahy, jakož ukazuje vznikání proudu při slučování chemickém na základě hydroelementů a naopak rozlučování látek proudem při elektrolysi.

Případ zvláště zajímavý výměny různých forem energie poskytuje život organický. Lidé i zvířata mají schopnost vykonávati práci, mají energii. V náhradu za práci vykonanou požívají potravy. Tato pochází buď přímo neb nepřímo z rostlinstva. Látky, jež za potravu slouží, jsou: tuky, uhlohydraty, bílkoviny. Jsou to sloučeniny prvků: H (vodík), C (uhlík), N (dusík) a O (kyslík), něco málo S (síry), jichž stavba.

t. j. struktura chemická, jest velmi složitá, kteréž tudíž snadno se rozpadávají ve sloučeniny jednodušší. To se děje vlivem kyslíka, kterýž organismus přijímá dýcháním. Velká affinita kyslíku k prvkům nahoře uvedeným představuje velikou chemickou energii polohy. Sloučením kyslíka s látkami jmenovanými mizí tato energie polohy a mění se v energii pohybu molekularního, v energii tepelnou. Látky hořejší se při tom rozpadávají a tvoří se látky nové, jiné povahy, struktury jednodušší, tudíž sloučeniny stálejší. Jsou to: CO_2 (kysličník uhličitý), H_2O (voda) $CO(NH_2)_2 = CO_2 + 2NH_3 - H_2O$ (močovina, karbamid, kteráž účinkem vody se dále rozpadá na dioxyd uhlíka a ammoniak). Tyto látky, jež zvířata odvrhují, jsou zase základem vzrůstu rostlin. Neboť rostlina z půdy přejímá H_2O, N ze sloučeniny NH_3 a ze vzduchu C, ze sloučeniny CO_2, vybavujíc kyslík a to vlivem slunečních paprsků. Energie slunečního záření způsobuje tudíž pochod zpáteční. Krátce můžeme říci: Lidé a zvířata jsou organismy, u nichž převládají processy oxydační, rostliny naopak organismy, u nichž převládají processy redukční. Tyto se dějí vlivem záření slunečního. Jest tudíž *slunce* vlastním *zdrojem energie životní.*

Ale i jinak vidíme ve slunci zdroj energie, jíž užíváme. Tak v něm hledati dlužno původ oněch velikých zásob energie, kteréž představují ložiska uhlí kamenného, zdroje petrolea atd., jichž všude užíváme v životě praktickém k účelům tepla, k účelům práce (motory), k účelům osvětlování (plyn) atd.

Rovněž vlivem slunce vystupují z oceanu páry vodní, kteréž jsouce větrem hnány na pevniny, tam se zhušťují padajíce jako déšť nebo sníh na hory. Jest tudíž sníh na horách a ledovcích analogon závaží zvednutého, luku napjatého, pružného péra nataženého, představující zásoby energie velmi výdatné. Zářením slunečním, zejména v létě proudí s hor do údolí veliké množství vody, představující onu energii polohy již přeměněnou v energii pohybu. V tomto smyslu lze říci, že energie všech řek na zemi, (zejména bystřin horských), všech vodopádů (jako na př. vodopádu Rýnského, Niagary a pod.) jsou původu slunečního.

Vzniká tu otázka, čím se udržuje energie záření slunečního. O tom můžeme ovšem míti pouze domněnky. Pravdě podobno jest, že se tak děje buď kontrakcí objemu slunce (Helmholtz), anebo padáním meteoritů na slunce (W. Siemens) anebo obou zároveň. Jedno i druhé jest však původu gravitačního.

Tak jest i ohromná zásoba energie, kterouž představuje příliv a odliv moře, původu přímo gravitačního, jsouc způsobena gravitačním vlivem měsíce a slunce. Dle toho by veliká energie světa měla kořen svůj v gravitaci.

Jak zase tuto vysvětliti, jest otázka další, jejíž řešení jest ohromně nesnadné. Pokusy zodpovídati otázku tuto vedly na mnoze k vysvětlením, kteráž ne méně zůstávají záhadnými, než otázka, kterou vysvětliti mají.

Jest důležito vytknouti, že zavedením pojmu energie a vyslovením principu o zachování energie zjednána jest *společná půda, společný základ* pro úkazy, které na první pohled nic společného nemají, jako na př. úkazy mechanické a tepelné neb akustické neb elektrické. Právě tímto principem umožněn jest názor důležitý pro studium úkazů přírodních, totiž názor o *jednotě sil přírodních.*

VII.

Rovnomocnost soustav sil jednotlivých a podvojných.

(Geometrie sil a dvojic.)

§ 119. Úkol všeobecný.

Budiž dána soustava sil P_1, P_2, P_3, ... působících na nějaké těleso v rozmanitých působištích, směrech i velikostech. Tato soustava sil má jistý účinek buď statický, tlak, napjetí, aneb kinetický, urychlení. Jest však možno, že by se *téhož účinku* dosáhlo soustavou sil jiných, P_1', P_2', P_3', ... Pravíme pak, že soustavy obě jsou *rovnomocné, aequivalentní.*

V následujícím budeme jednati o úkolu, jistou danou soustavu sil nahraditi jinou rovnomocnou. Úkol takový, kdyby nebyl blíže vymezen, dal by se řešiti způsoby nad míru rozmanitými. Snaha po docílení jednoduchosti vede však přirozeně k tomu, na místo dané soustavy sil hledati jinou *jednodušší,* aneb, jak raději ihned řekneme, *co možná nejjednodušší.*

Chtějíce přehledně a logicky postupovati od případů jednodušších k složitějším, rozdělíme úkol všeobecný v několik úkolů zvláštních, jež obdržíme, stanovíce, že síly dané působí

buď v *témže bodě,*

aneb v *téže přímce,*

aneb v *rovině,*

aneb v *prostoru.*

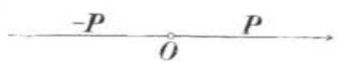
Projednávajíce úkoly tyto, užíváme známého již geometrického znázorňování síly a způsobu řešení; odtud název *geometrie sil.* Povaha geometrická jeví se ostatně také v abstrakci, s jakou, podobně jako v geometrii, úkoly naznačené řešíme. V skutku jest to na př. abstrakcí, jednáme-li o tom, že dané síly působí v témže bodě; ve skutečnosti nemáme bodů takových, než atomů, jež však nelze isolovati. Podobnou abstrakcí jest zavádění útvarů délkových, rovinných a prostorových *„naprosto neproměnných“*.

Musí pak býti úkolem zvláštním posouditi, jak dalece výsledky, k nimž geometrie sil vede, přenésti lze na konkretní případy skutečnosti.

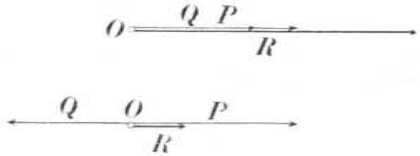
Síly v bodě

§ 120. **Síly dvě, trojúhelník (rovnoběžník) sil.**

Dvě síly v témže bodě O působící, velikostí stejné, směrem opačné, se ruší. Větu tuto pokládáme za samozřejmou. Síly takové označujeme stejně (touže písmenou) a připojujeme znamení $+$ (jež lze vynechati) a $-$, tedy na př. P a $-P$ (obr. 49.).



Obr. 49.



Obr. 50.

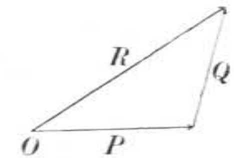
Dvě síly P a Q, působící v témže bodě O velikostí libovolnou, ve směru buď souhlasném nebo opačném, *sečítají se algebraicky.* Součet $P+Q$ zavádíme jakožto sílu novou R, kterouž jmenujeme *výslednicí* (resultantou, vis resultans) a síly dané P a Q, z nichž byla složena, *složkami* (komponenty, vires componentes); píšeme tedy

$$R = P + Q.$$

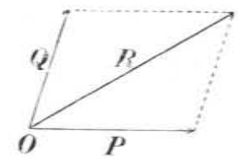
Sestrojujíce pak R připojíme k síle P sílu Q i dle velikosti i dle směru souhlasného či opačného (obr. 50.).

Svírají-li síly P a Q v bodě O působící libovolný úhel (P, Q), sestrojujeme výslednici R opět tak, že k síle P připojíme sílu Q i dle směru i dle velikosti (obr. 51.); pravíme pak, že síly P a Q *sečítáme geometricky.* Výslednice R uzavírá se složkami P a Q trojúhelník, který zoveme *trojúhelníkem sil.* Jinak můžeme věc formulovati, sestrojíce *rovnoběžník sil* (obr. 52.) na místě trojúhelníka. V podstatě své jest ovšem jedna i druhá

konstrukce stejnou. Pravíme pak: Výslednice R dvou sil P a Q v témže bodě O směry libovolnými působících jest dána úhlopříčkou rovnoběžníka, jehož strany jsou síly dané. V této důležité větě o rovnoběžníku sil jsou ovšem případy zvláštní napřed uvedené spolu obsaženy.



Obr. 51.



Obr. 52.

Počtem lze (dle věty Carnotovy) určiti výslednici R rovnicí $\qquad R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos(P, Q).$

Při dané velikosti složek P a Q (na př. $P > Q$) jest

$R = P + Q$ maximum pro úhel $(P, Q) = 0$,

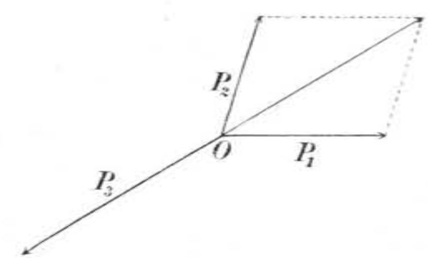
$R = P - Q$ minimum pro úhel $(P, Q) = 180^0$.

§ 121. **Rovnováha tří sil v témže bodě působících.**

Jsou-li dány síly P a Q, nastane rovnováha, připojí-li se k nim (čili k jich výslednici R) ještě síla $-R$; jinak jest rovnováha nemožná; neboť síla R se dá jenom silou jí rovnou a protivně působící zrušiti. Jsou tedy síly

$$P, Q, -R$$

v rovnováze. Při tom jest však patrno, že můžeme jakékoli dvě z těchto tří sil, (na př. také P a $-R$), považovati za složky dané a třetí zbývající sílu (Q) za negativně připojenou výslednici. Vzhledem k tomu zaveďme na místo P, Q, $-R$ označení všeobecnější P_1, P_2, P_3 (obr. 53.).



Obr. 53.

Číselně jest *podmínka rovnováhy* takových *tří sil* vyjádřena rovnicí, plynoucí ze známé věty sinusové:

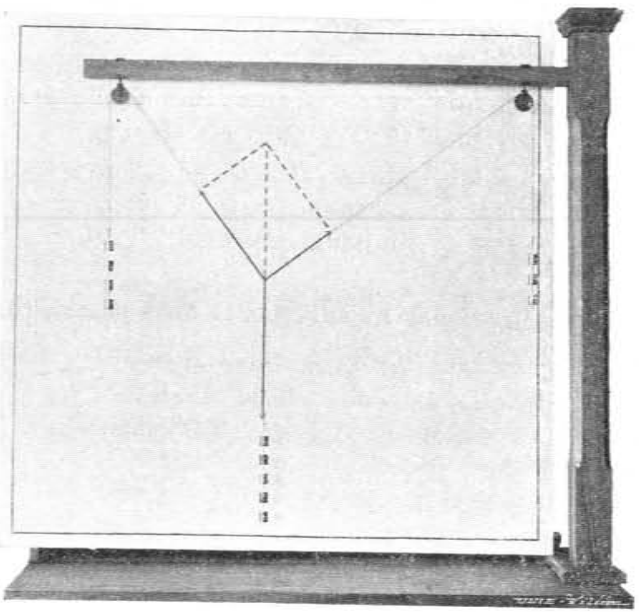
$$P_1 : P_2 : P_3 = \sin(P_2, P_3) : \sin(P_3, P_1) : \sin(P_1, P_2).$$

Jsou-li tudíž síly P_1, P_2 a P_3 dány svým směrem, jest touto podmínkou stanovena jich *relativní* — nikoliv absolutní

— velikost. Jsou-li naopak dány svou velikostí, jest touto podmínkou *určitě* stanoven jejich směr; při tom jest ovšem volba veličin P_1, P_2, P_3 omezena touže podmínkou, jako volba tří stran, z nichž se má sestrojiti trojúhelník

§ 122. **Důkaz experimentalní.**

Správnost věty o rovnoběžníku sil lze experimentalně *) zkoumati, po případě demonstrovati, rovnovahou tří sil. K po-



Obr. 54.

kusu tomuto — jakož i k četným podobným — jest výhodno míti při experimentalním stolu sloup s příčnou latí jako universalní stativ (obr. 54.). Na lať nastrčí se dvě kladky, jež lze libovolně pošinovati; přes ně vedou se dvě (hedvábné) niti, k nimž je připojena třetí volně visicí; na niti zavěsí se závaží. Zkouší se pak platnost rovnice

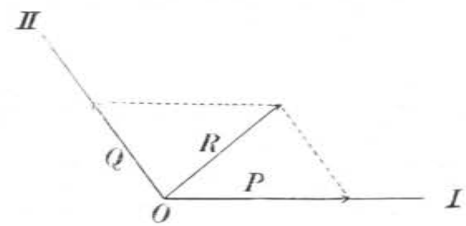
$$P_1 : P_2 : P_3 = sin\,(P_2,\ P_3) : sin\,(P_3,\ P_1) : sin\,(P_1,\ P_2).$$

*) O důkazu věty o rovnoběžníku sil srovnej *A. Seydler*, Mechanika I pag. 259—262.

Při tom lze experimentovati dvojím způsobem. Buď se volí směry sil a zkoumá se jich velikost v rovnováze, anebo naopak. Případ prvý jest méně jednoduchý; neboť bylo by nutno strany trojúhelníka sil pečlivě vyměřiti a dle jich relativní velikosti síly závažím až do zlomků velmi malých uskutečniti, což by bylo pracnější a nepohodlnější. Jednoduseji volí se tedy velikost sil a zkoumají se jich směry. Při tom jest poučné realisovati síly řadou závaží stejných, na př. stogrammových, poněvadž délka řady upomíná na délku přímky sílu znázorňující. Dle velikosti sil sestrojí se trojúhelník resp. rovnoběžník sil a zkoumá se, zda-li v rovnováze jest koincidence směrů sil se stranami a prodlouženou úhlopříčnou rovnoběžníka na diagrammu sestrojeného. Obr. 54. představuje případ, kdy poměrná velikost sil jest dána čísly Pythagorejskými 3 : 4 : 5. Tření v osách kladek jest přesnosti poněkud na újmu.

§ 123. **Rozkládání síly ve dvě složky.**

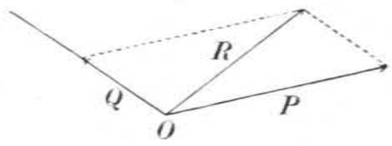
Jest často výhodou na místě síly dané R zavésti naopak její složky P a Q. Úloha jest patrně neurčitou. Stává se však určitou:



Obr. 55.

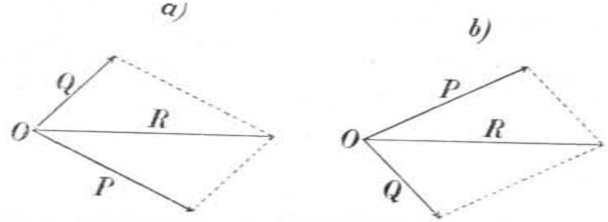
1. Buď jsou-li dány (obr. 55.) dvě přímky I a II libovolné, procházející působištěm O síly dané, do jichž směrů mají padnouti složky hledané; (na př. přímka horizontalní a vertikalní). Do jakého směru jedné neb druhé přímky (zda do positivního neb negativního) složka padne, rozhodne se již polohou síly dané vzhledem k přímkám I a II.

2. Anebo je-li jedna z obou složek, na př. P, dána i směrem i velikostí (obr. 56.). Oba tyto případy jsou nejobyčejnější.



Obr. 56.

3. Úloha stala by se též určitou, kdyby byly dány obě složky P a Q svou velikostí, při čemž by bylo vyhověno podmínce $P + Q > R$; úloha však není ve smyslu fysikalním určitou *jednoznačně*, nýbrž *dvojznačně* (obr. 57 *a*, *b*). Případ tento jest méně obvyklým.



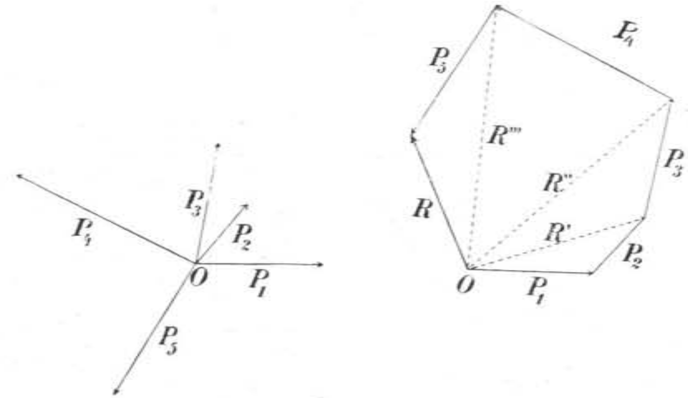
Obr. 57.

Jak se ve všech třech uvedených případech konstrukcí úloha řeší, vysvítá jasně z obrazů samých. Řešení počtem provedlo by se dle známých vět trigonometrických.

§ 124. Síly v počtu libovolném; mnohoúhelník sil.

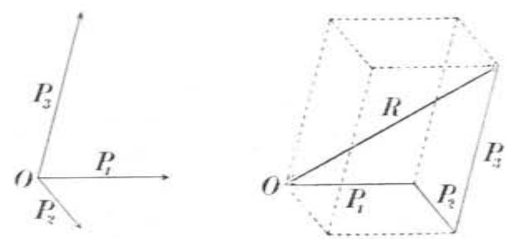
Znajíce skládati síly dvě, dovedeme ihned skládati síly v počtu libovolném. Složíme totiž první dvě síly P_1 a P_2 ve výslednou R', k této připojíme sílu třetí P_3 a obdržíme opět výslednou R'', k této připojíme sílu čtvrtou P_4 atd. Jednodušeji dojdeme cíle, připojujíce síly k sobě i dle směru i dle velikosti, t. j. sečítajíce síly geometricky. Tím vzniká mnohoúhelník sil, uzavřený výslednicí R (obr. 58.).

Při této konstrukci jsme mlčky předpokládali, že síly P_1, P_2, P_3 atd. působí v téže rovině (v rovině nákresné). Avšak z celého postupu jest patrno, že zcela tak skládali bychom síly dané, když by směry svými libovolně v prostoru byly rozloženy; vznikl by pak mnohoúhelník sil v prostoru. Obr. 59. znázorňuje konstrukci tuto pro případ tří daných sil P_1, P_2, P_3; výslednice R jeví se tu jakožto úhlopříčka rovno-



Obr. 58.

běžnostěnu, který jest k mnohoúhelníku sil k vůli zřetelnosti přirýsován.



Obr. 59.

§ 125. Věta o momentech.

Volíme-li v rovině sil P a Q bod M jakýkoliv (obr. 60.) a utvoříme-li vzhledem k bodu tomuto momenty Pp a Qq těchto sil jakož i moment výslednice Rr, platí věta

$$Rr = Pp + Qq,$$

t. j.: *Moment výslednice rovná se součtu momentů obou složek vzhledem k jakémukoli bodu jich společné roviny.*

Tuto větu uvádí *Pierre Varignon* (1654—1722), prof. mathem. v Paříži, v díle svém „Nouvelle mécanique ou statique", které vyšlo tiskem 1725 po jeho smrti.

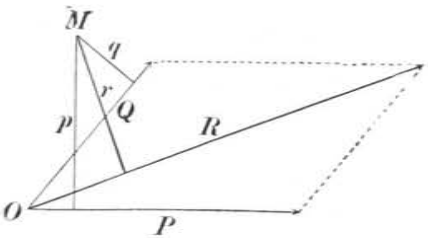
Věta stává se samozřejmou, vyjádříme-li tyto momenty druhým známým (§ 108.) způsobem, píšíce

$$R^* . MO = P^* . MO + Q^* . MO$$

čili

$$R^* = P^* + Q^*,$$

čehož správnost jest patrna (obr. 61.).



Obr. 60.

Sečítání momentů, právě tak jako průmětů sil, dlužno prováděti algebraicky vzhledem ke znamení.

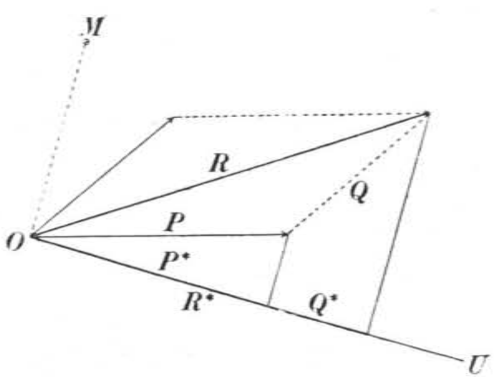
Leží-li bod M (obr. 62.) ve směru výslednice (positivném nebo negativném), jest $r = 0$, tudíž

$$Pp + Qq = 0,$$

čili

$$Pp = Qq,$$

máme-li zřetel jen k velikosti momentů; svým znamením jsou oba tyto momenty ovšem opačné.



Obr. 61.

Věty této budeme častěji užívati.

Rovnice

$$R^* = P^* + Q^*$$

o průmětech sil R, P a Q má patrně platnost i tehdy, je-li počet sil jakýkoli. Vzhledem k tomu, že R jest geometrický součet složek P (obr. 63.), platí vždy rovnost průmětů

$$R^* = P_1^* + P_2^* + P_3^* + \dots,$$

tudíž také

$$R^* . MO = P_1^* . MO + P_2^* . MO + P_3^* . MO + \dots$$

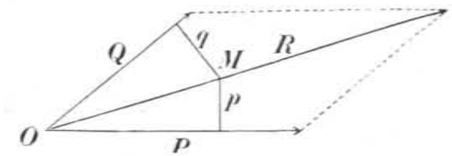
čili

$$Rr = P_1 p_1 + P_2 p_2 + P_3 p_3 + \dots$$

místo čehož píšeme, užívajíce symbolu summačního,

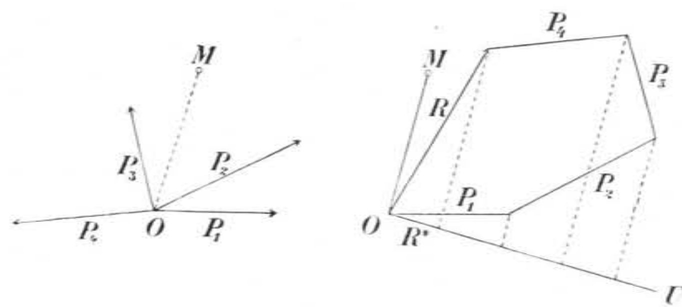
$$Rr = \Sigma Pp,$$

při čemž dlužno při summaci přihlížeti ke správnému znamení každého momentu.



Obr. 62.

Hořejší věta momentová má tudíž platnost i pro libovolný počet složek, ovšem jen pokud složky uspořádány jsou v téže rovině, v níž leží též bod M. Pro složky libovolnými směry v prostoru působící tato rovnice momentová neplatí, poněvadž zde momenty nejsou co do smyslu buď souhlasné neb opačné, nýbrž mají smysl rozmanitý; jich sečítání algebraické není zde na



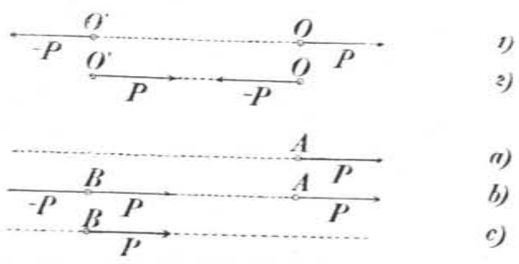
Obr. 63.

místě, poněvadž schází opáčnost znamení. Avšak promítají-li se všecky síly i jich výslednice na touž rovinu bodem M vedenou ale jinak libovolnou, pak pro tyto průměty platí rovnice momentová, poněvadž uvedením sil na společnou rovinu, v níž leží též bod M, vystupují momenty ve dvou opačných smyslech, tak že algebraické jich sečítání má opět své oprávnění.

Síly v přímce.

§ 126. Síly dvě; přímkový útvar neproměnný.

Vyjděme také zde od případu nejjednoduššího, kdy totiž jsou dány síly dvě P a $-P$ sobě rovné a protisměrné, avšak působící nikoli v témže bodě O, jako dříve (obr. 49.), nýbrž ve dvou různých bodech O a O' téže přímky, v níž také leží



Obr. 64.

jejich směry (obr. 64. *1.*). Zde však dokonce není samozřejmé, že by takovéto dvě síly nejevily účinku žádného, že by se rušily. Kdyby linearní útvar, jak jej zde abstraktně jako přímku předpokládáme, byl fysikalně dán jemným vláknem, nití, drátem a pod., bylo by snahou sil daných konečné body O a O' vlákna od sebe oddáliti; vlákno by se tím napínalo, snad prodloužilo, málo neb více, snad po případě přetrhlo. A i kdyby přetržení nenastalo a snad ani prodloužení patrné nevzniklo žádné, kdyby tedy vlákno bylo, jak pravíme, dostatečně pevné vzhledem k silám daným, vznikl by přece působením oněch dvou sil ve vláknu stav rozdílný od toho stavu, jaký byl bez působení sil těch, vznikl by stav napjetí, jenž by ovšem se nejevil na venek účinkem žádným, ale jehož by jakožto účinku vnitřního nebylo lze nedbati. Jak si stav tento máme představovati, po případě vysvětlovati, není otázkou snadnou a souvisí s názorem o složení hmoty. Přijmouce za základ theorii atomovou, resp. molekularní, jsme nuceni zaváděti zvláštní síly, tak zvané molekularní, abychom úkazy pevnosti vysvětlili. Zcela podobnou úvahu musili bychom učiniti, kdyby ony síly dané P a $-P$ působily v opačném směru (obr. 64. *2.*); na místo napjetí nastoupil by tlak.

Jest patrno, že by se postup celého výkladu o aequivalenci sil značně stížil, ba zarazil, kdybychom byli nuceni tento zvláštní stav vnitřní daného útvaru přímkového (a později rovinného a prostorového) již zde vyšetřovati a zkoumati. Abychom tudíž mohli dále pokročiti, zavádíme pojem *„útvaru neproměnného“*, t. j. útvaru takové pevnosti, že proti silám daným napjetí neb tlaku v útvaru vznikajícího dbáti netřeba.

Takovýto přímkový neproměnný útvar předpokládajíce můžeme pak vysloviti větu, že síly P a $-P$ se ruší. Z věty této ihned odvodíme jinou, které budeme při útvarech neproměnných často užívati.

Mějmež sílu P působící v bodě A (obr. 64. *a*). Ve směru jejím volme bod B, ve kterémž zaveďme dvě síly P a $-P$ působící v téže přímce AB protisměrně; takovéto dvě síly se ovšem ruší (obr. 64. *b*). Případ prvý *a*) jest tedy týž jako druhý *b*). Nyní však můžeme říci: Je-li přímkový útvar AB neproměnným, ruší se síly $+P$ v A a $-P$ v B; zbude pak síla $+P$ v B (obr. 64. *c*). Srovnáváme-li případ *a*) a *c*), vidíme, že síla P v A jeví se býti ve vlastním směru přeloženou do působiště B.

Při neproměnném útvaru jest tudíž vždy volno, danou sílu P ve vlastním směru (kladném neb záporném) přeložiti z daného působiště A do jiného působiště B.

Jsou-li tudíž dány síly dvě libovolné, P a Q, v přímce neproměnné, přeložíme je do společného působiště, načež dle vět dřívějších algebraický jich součet dává výslednici R.

§ 127. Síly v počtu libovolném.

Zcela podobně, jako u sil dvou, stanovíme výslednici libovolného počtu sil P_1, P_2, P_3, ... v přímce působících. Přeložíme všechny do téhož působiště O, sečteme zde algebraicky a obdržíme tak výslednici R, jakožto

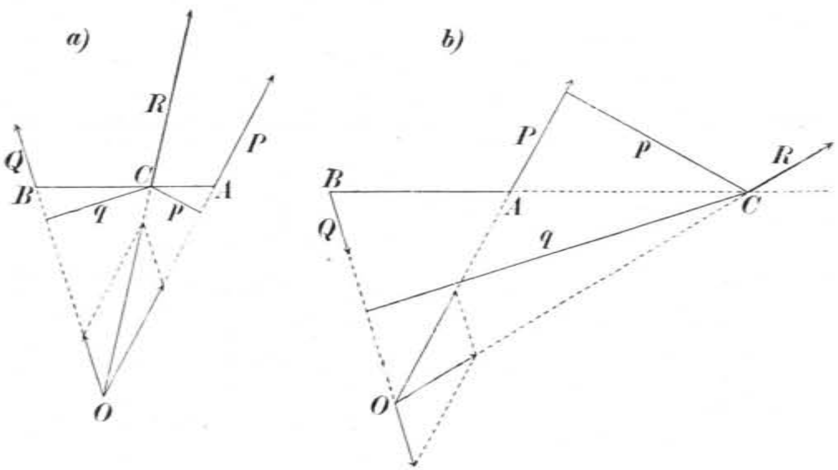
$$R = \Sigma P,$$

čímž jest úloha všeobecně řešena.

Síly v rovině.

§ 128. Dvě síly různoběžné v rovině.

Přecházejíce k úkolu složitějšímu, zkoumati aequivalenci sil rozložených v rovině, vytkněme hned z předu, že rovinu tuto zavádíme jakožto *útvar neproměnný* z týchž důvodů, jaké byly uvedeny při útvaru přímkovém. S výhradou touto můžeme pak každou sílu, působící v této rovině, z působiště daného přeložiti do jiného, ve směru síly ležícího. Použitím věty této lze pak, jak poznáme, veškeré případy sem náležející řešiti dle vět již známých.



Obr. 65.

Buďtež tedy dány v rovině síly P a Q působící v bodech A a B, a to směry různoběžnými. Případ tento jakožto jednodušší projednáme napřed. Jinak jest jednostejno, zda-li síly dané působí v touž stranu přímky AB, na př. hořejší (obr. 65. *a*) anebo každá z nich ve stranu jinou, na př. P v hořejší a Q v dolejší (obr. 65. *b*). Jest však výhodno oba tyto případy míti na očích a řešiti je současně.

Jsou-li směry daných sil různoběžné, pak se protínají v bodě O; i můžeme do bodu tohoto obě síly P i Q přeložiti; tím však převeden jest úkol daný na onen základní o rovnoběžníku sil. Složíme tudíž dané síly P a Q ve výslednici R,

působící v bodě O; z tohoto bodu můžeme ji ve vlastním směru přenésti do bodu jakéhokoliv, na př. do bodu C na přímce AB ležícího.

Konstrukcí řeší se tudíž daný úkol zcela jednoduše. Početně platí rovnice:

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos (P, Q),$$

jakož i rovnice momentová

$$Rr = Pp + Qq$$

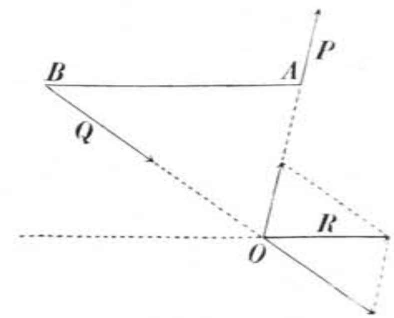
pro jakýkoli bod M roviny, a tudíž také rovnice

$$Pp = Qq$$

stanovící rovnost momentů (opačných znamení) daných sil vzhledem k jakémukoli bodu výslednice R, jako na př. vzhledem k bodu C.

Působí-li síly P a Q v touž stranu přímky AB, leží bod C mezi body A a B; pak-li působí síly P a Q na opačné strany přímky AB, padne bod C mimo délku AB.

V posledním případě může se ovšem také státi, že by bod C na přímce AB padl do nekonečna, t. j., že po přeložení obou sil P a Q do průseku O výslednice R se stane s přímkou AB rovnoběžnou. Případ tento jest znázorněn v obr. 66.



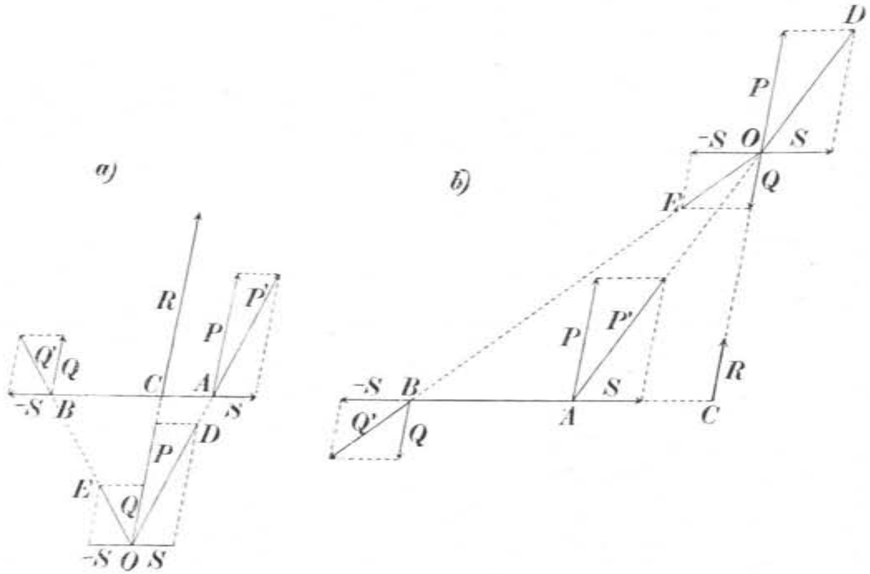
Obr. 66.

Z konstrukce zároveň jest jasno, že nemusí průsek C padnouti v případě sil v opačné strany působících na stranu síly větší. Kdyby na př. v obr. 66. síla Q jen něco málo se zmenšila, zůstávajíc však větší než P, již by průsek C padl na stranu menší síly P.

§ 129. Dvě síly rovnoběžné v rovině.

Buďtež dané síly P a Q rovnoběžny, co do velikosti na př. $P > Q$. Také zde jest pro postup výkladu jednostejno, zda-li obě síly působí v touž stranu přímky AB, na př. hořejší (obr. 67. *a*), t. j. jsou-li stejnosměrny, anebo každá z nich na stranu opačnou, na př. P v hořejší, Q v dolejší, t. j. jsou-li protisměrny (obr. 67. *b*). Budeme však také zde oba tyto případy míti na očích a prováděti konstrukce současně, aby rozdílnost obou případů, pokud jaká jest, tím zřetelněji vynikla.

Poněvadž síly P a Q působí rovnoběžně, neprotínají se jich směry leč v bodě ležícím v dálce nekonečné. Nicméně můžeme i zde, zachovávajíce aequivalenci, jednoduchým obratem převésti tento úkol na předcházející.



Obr. 67.

Připojíme totiž k daným silám P a Q dvě síly $+S$ a $-S$ rovné a ve směru přímky AB protivně působící na př. $+S$ v bodě A, $-S$ v bodě B. Tím se aequivalence nemění. Nyní však lze skládati:

sílu P a $+S$ ve výslednou P',

„ Q a $-S$ „ „ Q'.

Nové tyto síly, P' a Q', rovnomocné s danými P a Q jsou však různoběžné; mají průsek O; i lze je obě do tohoto společného působiště O přeložiti.

Majíce síly P' a Q' v bodě O vrátíme se opačným postupem k silám původně daným*).

*) Také by se ovšem mohly tyto síly P' a Q' přímo složiti ve výslednici, o níž se snadno dokáže, že jest $P+Q$ resp. $P-Q$.

Rozložíme zase v příslušných směrech:

Výslednou P' v síly P a $+S$.

„ Q' „ „ Q a $-S$.

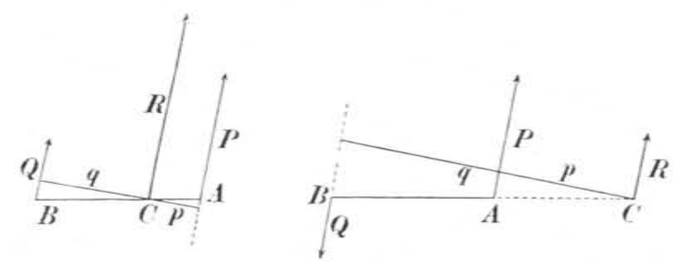
Poněvadž se pak síly $+S$ a $-S$ v bodě O ruší, zůstávají v bodě tomto pouze síly P a Q v přímce působící. Tyto složíme algebraickým sečítáním ve výslednici R, kterouž pak z bodu O lze přeložiti ve směru vlastním do jakéhokoliv bodu jiného, na př. do bodu C ležícího na přímce AB.

Zde již vystupuje různost obou případů *a*) a *b*) (v obr. 67.) Sečítajíce totiž síly P a Q algebraicky obdržíme

v případě *a*) součet $P+Q=R$,

„ *b*) rozdíl $P-Q=R$.

V poloze pak bodu C jeví se zde tatáž různost jako v úkolu předešlém u sil různoběžných. V případě *a*) leží bod C mezi body A a B, v případě *b*) mimo délku AB a to zde vždy na straně síly větší P.



Obr. 68.

Určitěji stanovíme polohu bodu C na přímce AB (z podobnosti příslušných trojúhelníků) rovnicemi:

$$\frac{P}{S}=\frac{OC}{CA}, \qquad \frac{Q}{S}=\frac{OC}{BC},$$

tudíž

$$\frac{P}{Q}=\frac{BC}{CA}.$$

Na přímce BA utvoří se bodem C úsečky BC a CA, kteréž jsou v obráceném poměru sil daných P v bodě A a Q v bodě B. Jsou-li síly stejnosměrny (*a*), jsou také úsečky stejnosměrny, t. j. bod C jest uvnitř délky BA; pak-li jsou síly protisměrny (*b*), jsou také úsečky protisměrny, t. j. bod C jest mimo délku BA na straně síly větší. Úsečky BC a CA jsou zde psány tak, aby positivnímu směru síly (t. j. směru vzhůru) odpovídal positivní směr úsečky (od levé k pravé).

Z poslední rovnice plyne vzhledem k tomu, že jest (obr. 68.)

$$BC : CA = q : p,$$

známá rovnice momentová

$$Pp = Qq.$$

Vlastně bychom byli mohli tuto rovnici přímo napsati, jakož i rovnici všeobecnější

$$Rr = Pp + Qq$$

platící pro bod M roviny jakýkoliv. Neboť odvození výslednice

$$R = P \pm Q$$

dálo se stále dle pravidla o rovnoběžníku sil, pro který rovnice momentová platí. Moment výslednice R jest týž jako součet momentů sil P', Q' a každý z obou těchto momentů týž jako součet momentů složek $+S$ a P, resp. $-S$ a Q, tudíž i jako součet momentů P a Q, poněvadž momenty sil $+S$ a $-S$ v přímce působících se ruší.

§ 130. Střed rovnoběžných sil.

Poloha působiště C na přímce AB pro oba případy $a)$ i $b)$ jest stanovena rovnicí

$$BC : CA = P : Q,$$

z níž plyne dále:

$$BC : CA : BA = P : Q : R,$$

kdež jest R algebraickým součtem sil P a Q, podobně jako BA algebraickým součtem úseček BC a CA.

Rozhoduje tedy pro polohu bodu C *relativní velikost* daných rovnoběžných sil P a Q, nerozhoduje však *směr*, v jakém síly tyto působí. Jeho poloha zůstává tudíž nezměněna, když se síly P a Q při dané relativní velikosti vzhledem k přímce AB stáčí do jiného a jiného směru, anebo když se při určitém směru sil P a Q stáčí přímka AB. Pro tuto význačnou vlastnost nabývá působiště C zvláštního jména, zove se *středem* daných rovnoběžných sil.

§ 131. Střed rovnoběžných sil a věta momentová.

Vztahujeme-li polohu středu C sil rovnoběžných, jakož i polohu A a B jejich působišť, na jistou rovinu, spustíce kolmice CC', resp. AA' a BB', jest patrně (obr. 69. a neb b)

$$\frac{P}{Q} = \frac{BC}{CA} = \frac{EB}{AD} = \frac{B'B - C'C}{C'C - A'A}, \text{ resp. } \frac{B'B - C'C}{A'A - C'C},$$

z čehož plyne (násobením a upravením) dále:

$$R \,.\, C'C = P \,.\, A'A + Q \,.\, B'B,$$

kdež jest (a) $\qquad R = P + Q,$

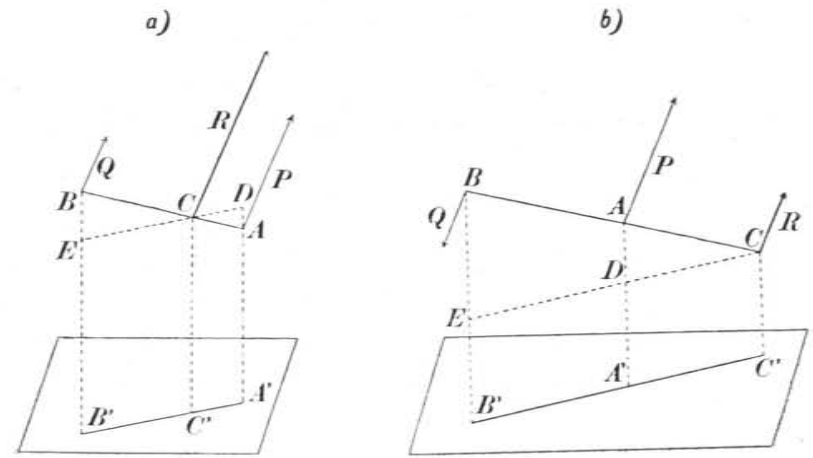
aneb $\qquad R \,.\, C'C = P \,.\, A'A - Q \,.\, B'B,$

kdež jest (b) $\qquad R = P - Q.$

Píšeme-li tedy zkráceně:

$$A'A = a,\ B'B = b,\ C'C = c,$$

obdržíme $\qquad Rc = Pa \pm Qb.$



Obr. 69.

Rovnice tato vyjadřuje jinou formou totéž, co již dříve o středu sil rovnoběžných bylo řečeno, že totiž jeho poloha — zde s délkou c souvisící — jest nezávislá na *směru* rovnoběžných sil, a závislá pouze na poloze jich působišť A a B — zde s délkami a a b souvisících — a na *relativní velikosti* daných rovnoběžných sil P a Q, při čemž síla Q, je-li stejnosměrná se silou P, vstupuje do rovnice se znamením kladným, pak-li je protisměrná, se záporným.

Součiny Pa, Qb a Rc zovou se, jak již známo, momenty sil vzhledem k rovině dané.

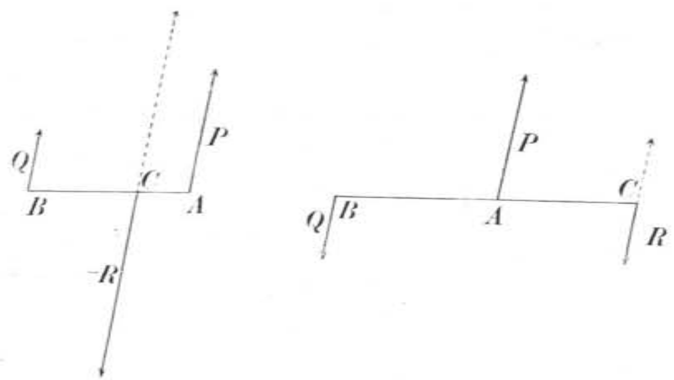
Rovnice momentová stanoví tudíž odlehlost c středu C daných sil rovnoběžných P a Q od roviny libovolně volené, jsou-li dány odlehlosti a, b působišť A a B a relativní velikost sil.

Jedinou kolmicí c není ovšem poloha bodu C určena — proto jsme nahoře pravili toliko, že s ní souvisí. Kdybychom však volili tři takové roviny, na př. na sobě kolmé a užili pokaždé rovnice momentové, obdrželi bychom tři takové odlehlosti, jimiž by pak poloha bodu určena byla. V analytické geometrii zovou se odlehlosti tyto *souřadnicemi* bodu.

Ona věta momentová stanoví tudíž *souřadnice středu* C jsou-li dány *souřadnice působišť* A a B a relativní velikost rovnoběžných sil P, Q a R.

§ 132. **Rovnováha tří rovnoběžných sil.**

Jsou-li dány rovnoběžné síly P a Q, nastane rovnováha, když se k silám těmto (čili k jich výslednici R) připojí síla



Obr. 70.

$-R$ (obr. 70.). Zda-li síly P a Q byly stejnosměrné či protisměrné, nečiní zde rozdílu žádného. Platí pak rovnice:

$$P : Q : (-R) = BC : CA : AB.$$

Při této rovnováze jest patrně jednostejné, které dvě ze tří sil P, Q a $-R$ chceme za dané složky a kterou třetí za negativně připojenou výslednici pokládati. Zavedeme-li vzhledem k tomu všeobecnější označení P_1, P_2, P_3 pro tři rovnoběžné síly v rovnováze, můžeme hořejší podmínku psáti všeobecně ve formě

$$P_1 : P_2 : P_3 = \overline{P_2P_3} : \overline{P_3P_1} : \overline{P_1P_2},$$

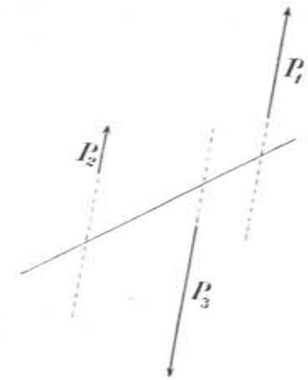
kdež symbolické výrazy na pravé straně úměry značí rovnoběžné, kolmé nebo šikmé odlehlosti příslušných směrů sil

(obr. 71.). Při tom jest

$$P_1 + P_2 + P_3 = 0$$

právě tak, jako

$$\overline{P_2P_3} + \overline{P_3P_1} + \overline{P_1P_2} = 0.$$



Obr. 71.

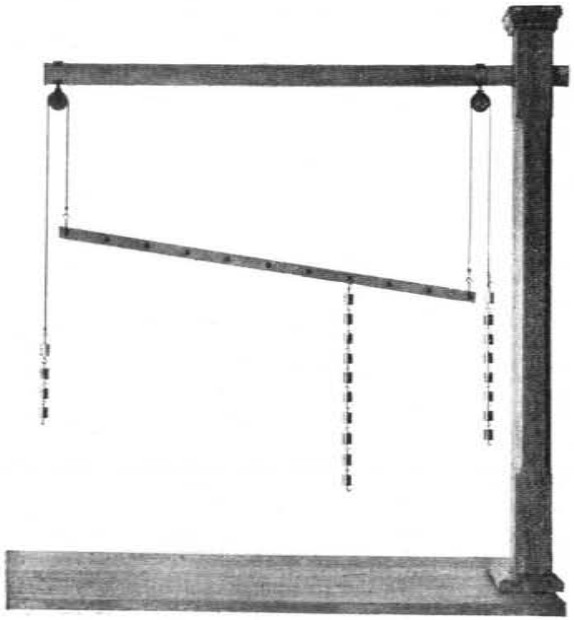
Hořejší rovnice jeví pozoruhodnou analogii s rovnicí

$$P_1 : P_2 : P_3 = \sin(P_2, P_3) : \sin(P_3, P_1) : \sin(P_1, P_2),$$

platící (§ 120.) pro rovnováhu tří sil v témže bodě působících.

§ 133. **Důkaz experimentalní.**

Poslední větu o rovnováze tří rovnoběžných sil lze zkoušeti, po případě demonstrovati způsobem v obr. 72. znázorněným. Přímá dřevěná tyč má ve vzdálenostech po 1 decimetru celkem deset příčných mosazných hřebů; na koncích visí tyč na vidlicích, od nichž jdou dostatečně silné niti přes kladky, na kterých visí závaží (v obrazci bledě vyznačená), která tyč (i s vidlicemi) vyvažují. Síly se pak připojují řadou závaží stogrammových, tak že délka řady jest názorně úměrná velikosti síly, při čemž se pro síly krajní P_1 a P_2 závaží přivěšují na ona vyvažující, kdežto závaží pro sílu střední P_3 se pomocí vidlice s jedním závažím pevně spojené přímo zavěšuje na hřeby tyče. Pro střední sílu P_3 volí se na př. 10 závaží; pro krajní P_1 a P_2 dohromady též 10 závaží. Podle toho, na které místo tyče se střední síla umístí, dlužno krajní závaží jinak rozděliti. Pošinutí střední síly o decimetr značí přeložení jednoho závaží stogrammového z levé strany na pravou neb naopak.



Obr. 72.

Přístrojem se znázorňuje dobře význam středu rovnoběžných sil. Je-li pro jistou polohu tyče — na př. horizontalní — rovnováha docílena, nemění se, když tyč jakkoli stáčíme, při čemž ovšem pošinováním kladek na lati dlužno rovnoběžnost nití pokaždé zaříditi.

§ 134. Rozkládání síly ve dvě složky rovnoběžné.

Úloha rozložiti danou sílu R ve dvě složky rovnoběžné P a Q jest neurčitou. Stává se však určitou:

1. jsou-li dány polohou svou dvě přímky, rovnoběžné se silou danou, do jichž směrů hledané složky mají padnouti;

2. je-li dána jedna z obou hledaných s danou silou rovnoběžných složek svou velikostí i polohou.

Jakým způsobem v obou případech složky P a Q se stanoví, vysvítá snadno z úvah a z rovnic dříve odvozených.

§ 135. Dvojice sil.

Skládání sil P a Q rovnoběžných a protisměrných, $(P > Q)$, vedlo k rovnicím

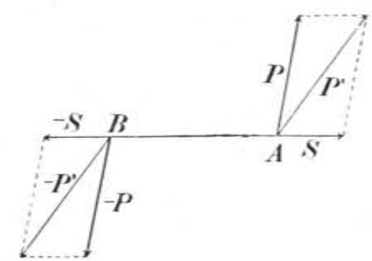
$$R = P - Q,$$
$$P : Q : R = BC : CA : BA,$$

z nichž plyne

$$BC = \frac{BA}{P - Q} \cdot P,$$
$$AC = \frac{BA}{P - Q} \cdot Q.$$

Roste-li tudíž síla Q, blížíc se ponenáhlu síle P, stává se výslednice R vždy menší a menší a její působiště C vzdaluje se zároveň na přímce BA vždy víc a více, až konečně uniká pro případ $Q = P$ do dálky nekonečné, co zatím současně výslednice sama R stává se $= 0$.

Jest patrno, že se zde jedná o případ mezný, který vyžaduje úvah zvláštních. Dříve jsme dvě síly rovnoběžné převedli na různoběžné připojením sil $+S$ a $-S$ ve směru přímky AB a odvodili jsme tak ony hořejší rovnice. Jsou-li však dané síly P a Q protisměrné a stejné, jest jasno, že připojením takovýchto sil $+S$ a $-S$ nové síly P' a Q' (obr. 73.) složením vznikající zůstanou opět protisměrnými a stejnými, tak že oním obratem, jenž jinak vede k cíli, zde není ničeho získáno. Proto také nejsme oprávněni rovnic hořejších na tento mezný případ užiti.



Obr. 73.

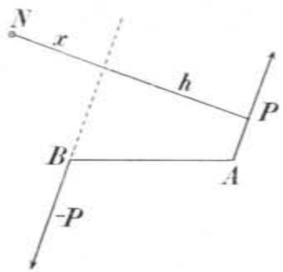
V skutku představuje takováto soustava dvou sil stejných a protisměrných mechanický útvar zvláštní, kterýž zoveme *dvojice sil*.

Zvláštnost tohoto útvaru jeví se již tím, jak se ukazuje jeho moment vzhledem k jakémukoli bodu N roviny. Vyjádříme-li (obr. 74.) moment síly P a moment (opačný) síly Q vzhledem k bodu N a sečteme-li oba momenty algebraicky, obdržíme pro moment soustavy obou sil výraz

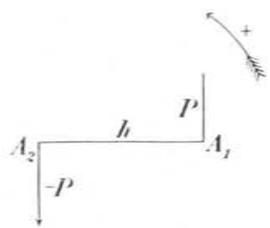
$$P(x + h) - Qx = (P - Q)x + Ph.$$

Pokud jsou síly P a Q nestejné, závisí moment celkový na x, t. j. na poloze bodu N; je-li však $P = Q$, jest moment celkový $= Ph$, t. j. konstantní, nesouvisící s volbou bodu N, tudíž *význačný* jen pro *dvojici samu*. Kolmou odlehlost h obou směrů sil nazýváme *ramenem dvojice*; abychom pak označili stejnost a protisměrnost sil dvojice, píšeme $+P$ a $-P$; působiště pak jejich A_1 a A_2 překládáme na *konce* ramena h, což není žádné omezení všeobecnosti. Rýsujeme tudíž dvojici vždy tak, jak obr. 75. ukazuje, čímž ihned přehlédneme obě síly i jich rameno; součin Ph zavádíme jakožto *moment dvojice*

$$Ph = M.$$



Obr. 74.



Obr. 75.

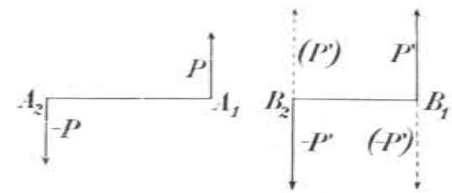
O jeho znamení platí totéž, co bylo řečeno o znamení momentu síly vzhledem k bodu její roviny. Tak jest na př. moment dvojice v obr. 75. positivní, poněvadž směry sil dvojice jsou takové, že se jimi rovina stáčí ve smyslu šipkou označeném, který zavedli jsme za positivní.

§ 136. Rovnomocnost dvojic.

O aequivalenci dvojic platí tři důležité věty, kteréž jsou pro povahu tohoto útvaru zvláště význačné. Při dokazování těchto vět počínáme si způsobem, jejž uvedeme již z předu ke zkrácení výkladu pozdějšího.

Majíce dokázati, že na př. dvojice $(P, -P)$ v bodech A (obr. 76.) jest rovnomocnou s dvojicí $(P', -P')$ v bodech B, změníme u jedné z těchto dvojic, na př. u dvojice v bodech B směry obou sil P' a $-P'$ v opačné, jak v obrazci jest tečkovaně označeno. I jest samozřejmo, že důkaz aequivalence jest

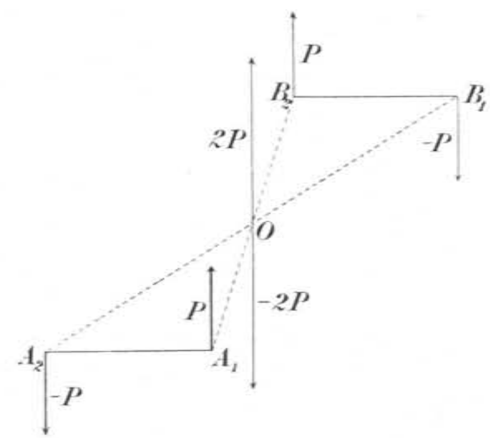
proveden, jakmile se dokáže, že *opačně* vzatá dvojice v bodech B jest *v rovnováze* s dvojicí v bodech A.



Obr. 76.

Ony tři věty o aequivalenci dvojic vyjádřují se ve formě následující:

1. *Dvojici lze rovnoběžně pošinouti buď ve vlastní rovině nebo do roviny rovnoběžné s onou pevně souvisící.*



Obr. 77.

Dvojice $(P, -P)$ v bodech A budiž dána; pošineme ji rovnoběžně do bodů B a vezměme místo ní dvojici opačnou $(-P, P)$ v týchž bodech B (v obrazci 77. jest jen tato opačně vzatá dvojice narýsována). Že dvojice původní a dvojice pošinutá opačně vzatá jsou v rovnováze, vysvitne ihned, když složíme

P v A_1 a P v B_2 ve výslednou $+2P$,

$-P$ v A_2 a $-P$ v B_1 „ „ $-2P$.

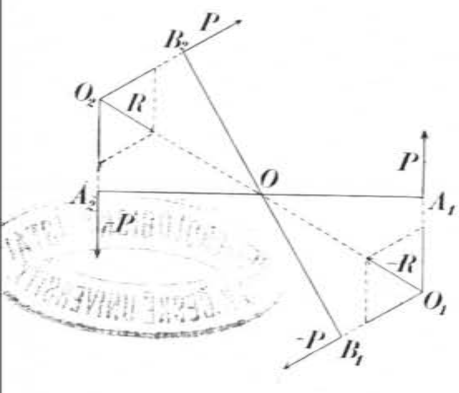
Jest patrno, že obě tyto výsledné padnou do téhož působiště O a že se tudíž ruší.

2. *Dvojici lze ve vlastní rovině kolem středu ramena stočiti.*

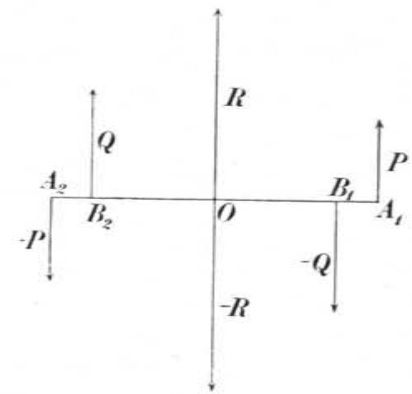
Dvojice $(P, -P)$ v bodech A budiž dána; otočíme ji kolem středu O; přijde do polohy B; zde pak vezměme dvojici opačnou $(-P, P)$ v týchž bodech B (v obr. 78. jest opět jenom tato opačně vzatá dvojice narýsována). Že dvojice původní a dvojice stočená opačně vzatá jsou v rovnováze, vysvitne opět, když přeložíce síly do společného průseku složíme:

$$P \text{ v } A_1 \text{ a } -P \text{ v } B_1 \text{ ve výslednici } -R \text{ v } O_1,$$
$$-P \text{ v } A_2 \text{ a } \quad P \text{ v } B_2 \text{ " } \quad \text{ " } \quad R \text{ v } O_2.$$

Jest patrno ze souměrnosti celého obrazce, že obě tyto výslednice jsou stejné a protisměrné v přímce $O_1 O O_2$ a že se tudíž ruší.



Obr. 78.



Obr. 79.

3. *Dvojice stejných momentů jsou rovnomocné.*

Buďtež dány: dvojice $(P, -P)$ s ramenem h a dvojice $(Q, -Q)$ s ramenem k, a budiž

$$Ph = Qk.$$

Položme ramena dvojic na sebe, aby středy ramen splývaly; tedy do polohy $A_1 A_2$ a $B_1 B_2$ o společném středu O, a vezměme pak opět jednu z obou dvojic opáčně, na př. dvojici $(Q, -Q)$ (v obr. 79. jest opět jenom tato opačně vzatá dvojice narýsována). Že dvojice $(P, -P)$ v bodech A a $(-Q, Q)$ v bodech B jsou v rovnováze, vysvitne, když složíme:

$$P \text{ v } A_1 \text{ a } \quad Q \text{ v } B_2 \text{ ve výslednici } \quad R,$$
$$-Q \text{ v } B_1 \text{ a } -P \text{ v } B_2 \text{ " } \quad \text{ " } \quad -R.$$

Obě výslednice jsou patrně stejné velikosti $= P + Q$ a opačného znamení; že však jest

$$Ph = Qk,$$

tudiž také $\qquad P \cdot \frac{h}{2} = Q \cdot \frac{k}{2},$

t. j. $\qquad P \cdot OA_1 = Q \cdot OB_2$

a právě tak $\qquad -Q \cdot OB_1 = -P \cdot OA_2,$

tedy jest patrno, že obě výslednice mají totéž působiště, totiž střed O. Tudíž se ruší.

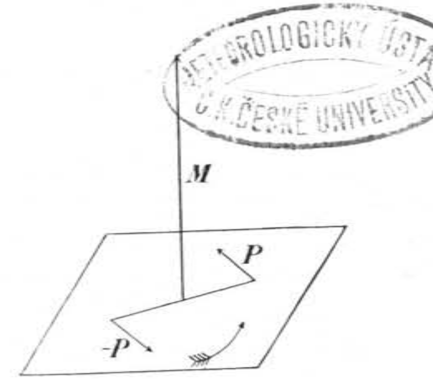
Na základě této věty o aequivalenci dvojic stejného momentu lze každou dvojici momentu $M = Ph$ uvésti na rameno určité délky, na př. délky $= 1$ (1 *cm*); působící síly jsou v tomto případě patrně $+M, -M$, tak že jest:

$$M \cdot 1 = P \cdot h.$$

Při skládání dvojic se k této poznámce vrátíme.

§ 137. **Geometrické znázornění dvojice.**

Předchozí věty o aequivalenci dvojic vedou k jednoduchému a přehlednému znázorňování dvojice. Dle věty 1. a 2. závisí působnost dvojice jediné na *směru* — nikoli na poloze — kolmice, vztyčené na rovině dvojice (tak zvané normaly této roviny). Kolmici tuto zoveme *osou dvojice.* K tomu přijde pak dle věty 3. ještě její *moment* M. Můžeme tedy dle jistého měřítka moment tento nanésti na osu a sice ve smyslu jednom moment positivní a v opačném moment negativní. Tím obdržíme přímku, která svým směrem a svou délkou znázorňuje vše, co pro působnost dvojice rozhoduje (obr. 80.). Přímce té říká se *úsečka momentová*, anebo též *osa*, kdež pak s pojmem tím dlužno spojiti přímku délky omezené. Který směr osy dvojice se volí pro positivní moment dvojice a který pro negativní, jest věcí úmluvy; také není v té příčině dosud sjednocenosti. Vzhledem však k jiným oborům fysiky a k jiným vědám jest nejvhodnějším stanoviti následující pravidlo, kterého také ve všech dalších výkladech budeme šetřiti. Pozorovatel, stoje hlavou ve směru osy vidí, ana dvojice stáčí rovinu u jeho nohou ve smyslu od pravé ruky k levé.



Obr. 80.

Tak se v analytické geometrii v rovině stanoví též positivní smysl úhlu (od positivní osy úseček k positivní ose pořadnic). Tak se i v astronomii stanoví pohyby těles nebeských za positivní a pohyby ve smyslu opačném za zpětné čili retrogradní. Jest tedy na př. zdánlivý roční pohyb slunce v ekliptice positivním; dívajíce se na pohyb tento máme hlavu obrácenu ve stranu severní a vidíme pak ano slunce postupuje v ekliptice od pravé k levé, od jednoho souhvězdí zvířetníku (zodiaku) ke druhému ve známém pořádku. Také oběžnice mají z pravidla pohyb positivní, někdy však negativní čili retrogradní. Skutečná rotace země naší by byla zobrazena osou jdoucí k pólu severnímu; zdánlivá rotace oblohy nebeské jest pro nás na polokouli severní zpětná, retrogradní. Změnice stanovisko pozorovací můžeme jinými slovy směr osy také takto stanoviti. Pozorovatel *hledě na rotaci ve směru osy* vidí, an pohyb jde od levé k pravé, jako na př. šroubujeme, jako otáčíme klikou atd. Tak na př. pozorovatel, hledě ve směru magnetických silokřivek, viděl by hypothetické rotace aetherových částic jíti od levé k pravé, jak nahoře stanoveno.

Přijmouce tedy zásady zde vyložené poznáme, že mezi geometrickým znázorňováním *síly* a *dvojice* jest veliká *podobnost*; jednu i druhou znázorňujeme *přímkou* určitého *směru* a určité *délky* a ovšem jistého začátku; u síly jest tímto začátkem *působiště* u dvojice *střed ramene*. Také v tom jest shoda, že tento začátek můžeme ve směru přímky té (positivním nebo negativním) kamkoli přeložiti. Avšak v tom zase jest velmi důležitý rozdíl, že *osu* dvojice můžeme ještě také *rovnoběžně* do jakékoli jiné *polohy* pošinouti, sílu však nikoliv. Vyznačuje se tedy osa dvojice větší volností svého umisťování.

Při tom nesmí ovšem osa dvojice za osu rotační býti pokládána; neboť u dvojice nejedná se o rotaci kolem *určité osy*, nýbrž vůbec o rotaci *určitého smyslu* a *určitého stupně*, jakýž právě momentem dvojice jest dán.

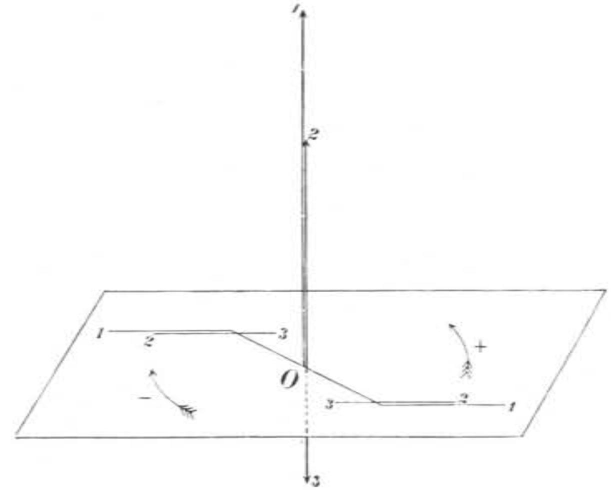
Dvojici sil (couple des forces) zavedl do mechaniky *Louis Poinsot* (1777—1859), professor na École polytechnique později též na Lycée Bonaparte v Paříži. Viz jeho Éléments de statique, Paris 1804. V proslulém pojednání, Théorie nouvelle de la rotation des corps 1834, jedná o rotacích kolem os *určitých* a řeší úkoly o jich skládání a rozkládání odvozuje věty analogické s větami o dvojicích.

§ 138. Skládání dvojic o osách rovnoběžných.

Dvojice o osách rovnoběžných (stejnosměrných nebo protisměrných) skládáme sečítajíce úsečky momentové algebraicky.

Správnost pravidla tohoto vysvitne ihned, uvedeme-li všechny osy na společný začátek O — t. j. všechny dvojice

do téže roviny — a volíme-li společné rameno délky $= 1$ (obr. 81.). Síly na obou koncích tohoto ramena působící jsou



Obr. 81.

pak: $M_1 = P_1 h_1$, $M_2 = P_2 h_2$, $M_3 = P_3 h_3 \ldots$ — jsou stejno- nebo protisměrné, a tudíž se sečítají algebraicky; resultující dvojice má síly $+ \Sigma M$ a $- \Sigma M$, rameno $= 1$, moment ΣM, což obdržíme přímo, sečítajíce algebraicky úsečky momentové dané.

§ 139. Skládání dvojic o osách různoběžných.

Dvojice o osách různoběžných skládáme sečítajíce úsečky momentové geometricky.

Buďtež dány dvě dvojice o osách různoběžných. Uvedeme osy na společný začátek, a dvojice na společné rameno délky $= 1$, a sice položíme toto do přímky, v níž se roviny dvojic protínají (obr. 82.). Na obou koncích tohoto ramena působí pak síly

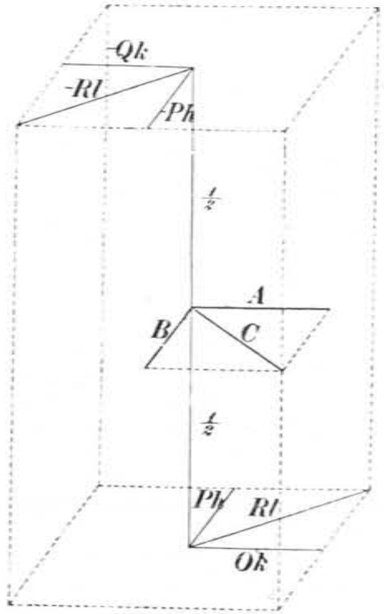
$$A = Ph,$$
$$B = Qk.$$

Tyto složíme ve výslednici

$$C = Rl.$$

Obdržíme tudíž dvojici o silách $+ C$ a $- C$ a ramenu $= 1$, tudíž o momentu C; to však obdržíme kratšeji, když osy dané

A a B dle pravidla o rovnoběžníku sil skládáme čili geometricky sečítáme.



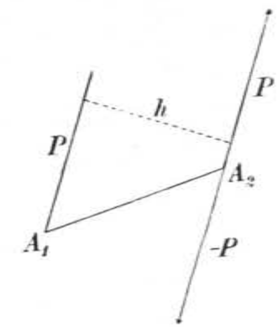
Obr. 82.

Při větším počtu daných dvojic jest — dle analogie se silami v témže bodě působícími — patrno, že osa dvojice výsledné se rovná geometrickému součtu os dvojic daných.

§ 140. **Rovnoběžné pošinutí síly jest kompensováno dvojicí.**

Sílu P lze z daného působiště přeložiti do jiného ve vlastním směru síly. Jest však možno sílu P také rovnoběžně pošinouti do polohy jiné, když zavedeme za toto pošinutí kompensaci; touto jest dvojice momentu Ph, kdež znamená h kolmou odlehlost mezi původní a novou polohou síly P. Že tomu tak jest, přehlédneme z obr. 83. Původní síla budiž P v bodu A_1. Pošineme ji rovnoběžně do bodu A_2. Připojíme-li zde sílu $-P$, obdržíme soustavu sil P v A_1 a P, $-P$ v A_2, kteráž jest aequivalentní s původní silou P v A_1. Kombinuje-li se však P v A_1 a $-P$ v A_2 ve dvojici momentu Ph, zbývá síla P pošinutá do A_2.

Z věty této vysvítá dobře význam dvojice sil při úkolech mechanických. Zavádějíce tento útvar, můžeme při síle docíliti *téže volnosti v jejím umísťování*, jaká jest u osy dvojice; můžeme jistou sílu pošinouti rovnoběžně kamkoli a to ve vlastním směru jejím bez kompensace, do polohy pak rovnoběžné s kompensující dvojicí správného znamení. Důležitost věty této vysvitne při problemu nejvšeobecnějším, při skládání sil v prostoru; úkol ten nejsložitější řeší se její pomocí velmi jednoduše a přehledně.



Obr. 83.

§ 141. **Síly v rovině v počtu libovolném.**

Znajíce jak skládati v rovině dvě síly buď různoběžné neb rovnoběžné, můžeme snadno rozhodnouti o případu všeobecném, kdy jest dán v rovině libovolný počet sil P_1, P_2, P_3, ... buď různoběžných neb rovnoběžných. Složíme totiž nejprve síly P_1 a P_2 ve výslednici R', k této připojíce sílu P_3 obdržíme další výslednici R'', a tak stále přibírajíce síly další obdržíme konečně závěrečnou výslednici R. Svou velikostí jest tato geometrickým součtem sil daných. Její poloha jest stanovena rovnicí momentovou

$$Rr = \Sigma Pp$$

vzhledem k jakémukoli bodu v rovině.

Jsou-li síly P rovnoběžné, jest jich výslednice R algebraickým součtem sil daných. Rovnice momentová vzhledem k jakémukoli *bodu* v rovině platí zde též; vzhledem pak k jakékoli *rovině* platí rovnice momentová

$$Rc = \Sigma Pa,$$

kdež jest

$$R = \Sigma P,$$

tak že

$$c = \frac{\Sigma Pa}{\Sigma P},$$

kteroužto rovnicí jest dána poloha *středu* rovnoběžných sil, když jí užijeme ve smyslu, jak v § 130. naznačeno, pro tři na sobě kolmé roviny.

Při skládání sil v rovině může však nastati též případ ten, že, skládajíce síly postupně, přijdeme konečně ke dvěma silám stejným a protisměrným, t. j. ke dvojici sil, momentu M.

Jsou tudíž síly v rovině, počtu libovolného, aequivalentní

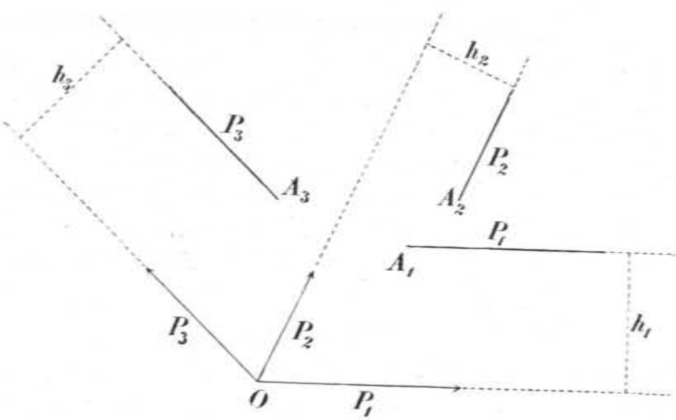
buď *jediné síle výsledné* R,

aneb *jediné dvojici výsledné* M.

Síly v prostoru.

§ 142. Skládání sil různoběžných.

Buďtež dány síly P_1, P_2, P_3, . . ., působící v bodech A_1, A_2, A_3, . . . prostorového útvaru (tělesa), kterýž také zde nepromĕnným předpokládáme. Směry a velikost sil jest libovolná. Majíce tyto síly skládati volíme (obr. 84.) libovolně



Obr. 84.

bod O a do tohoto přenášíme každou sílu P_1, P_2, P_3, . . . rovnoběžně ji pošinouce. Tím vznikají kompensační dvojice momentu P_1h_1, P_2h_2, P_3h_3, . . ., jež znázorníme příslušnými osami ve správném směru, délek $M_1 = P_1h_1$, $M_2 = P_2h_2$, $M_3 = P_3h_3$, . . . Tyto osy můžeme rovnoběžně pošinouti a přenésti též do společného bodu, na př. také do bodu O.

Tím máme pak v bodu O:

soustavu sil P_1, P_2, P_3, . . .,

soustavu os M_1, M_2, M_3, . . .

Sečítajíce jak síly P, tak osy M geometricky, obdržíme konečně v bodě O:

výslednou sílu R,

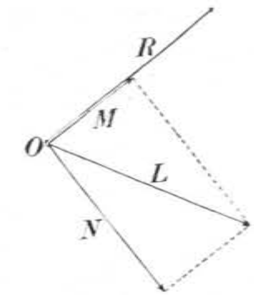
výslednou dvojici L.

Síla R a osa L jsou k sobě nakloněny v jistém úhlu.

Tímto pochodem jest tedy celá soustava daných sil P převedena na jedinou sílu výslednou R a jedinou dvojici výslednou L.

Poněvadž bod O byl volen libovolně, jest patrno, že toto převedení jest možné právě dle volby tohoto bodu způsoby rozmanitými.

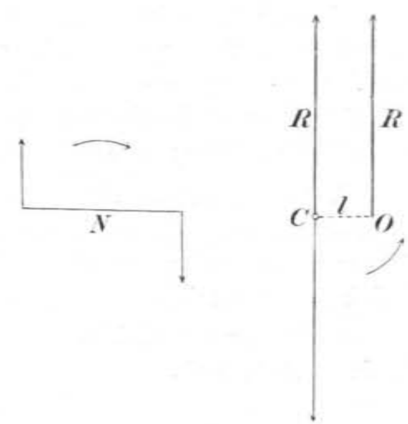
Jest však jistá podmínka, kteráž ze všech těchto možných způsobů určitý jediný vyznačuje a tím polohu bodu O v jistém aspoň smyslu omezuje.



Obr. 85.

Osa L jest, jak řečeno, nakloněna k výsledné R. I můžeme v rovině obou těchto přímek (obr. 85.) rozložiti osu L ve dvě složky M a N, z nichž M padne do směru síly R a N jest k němu kolmá. Hledíme-li pak k rovinám příslušných dvojic, padne síla R patrně do roviny dvojice N (obr. 86.), kdežto jest k rovině dvojice M kolmou. Tu pak jest možno dvojici N pošinutím síly R z bodu O do bodu C zrušiti, což se stane tenkráte, je-li

$$-R \cdot l = N.$$



Obr. 86.

Dvojice N ruší se totiž dvojicí kompensační, vznikající z pošinutí rovnoběžného síly R.

Tím konečně dostáváme: sílu výslednou R v bodě C a dvojici M, jejíž osa jest s touto silou výslednou stejnosměrná.

Bod C může ovšem ve směru výsledné R býti volen kdekoliv; jeho poloha není tedy určitou; ale ovšem jest určitou *poloha výsledné síly R.*

Přímka, do níž tato výsledná padá, zove se *centralní osou dvojic*, nebo též *centralní osou momentů.*

Význačnou její vlastností jest, že výsledná dvojice M, jejíž rovina k ní stojí kolmo, jest ze všech možných *minimalní.*

Jakmile volíme výslednici v přímce jiné, pošinouce ji tam z osy centralní, vzniká ihned dvojice kompensační N, která geometricky sečtena s dvojicí M tuto vždy *zvětšuje*, poněvadž jest $N \perp M$.

§ 143. Skládání sil rovnoběžných.

Jsou-li síly P_1, P_2, P_3, ... rovnoběžné, buď stejnosměrné nebo protisměrné, zjednodušuje se úloha, poněvadž dvě a dvě síly rovnoběžné jsou vždy v téže rovině; můžeme tedy postupně síly skládati dle pravidel známých.

Složíme tedy P_1 a P_2 ve výslednou R', jejíž působiště C' stanovíme na přímce A_1A_2 známým způsobem. Pak k výslednici R' připojíme sílu P_3, a obdržíme další výslednou R'', jejíž působiště C'' na přímce $C'A_3$ opět stanovíme způsobem známým. A tak přibírajíce vždy další a další síly P_4, P_5, P_6 ... vyčerpáme konečně všechny a obdržíme závěrečnou výslednou R, kteráž jest patrně algebraickým součtem daných sil P, a její působiště C. Toto zove se též zde *středem daných sil rovnoběžných.*

Věta o momentech sil vzhledem k danému bodu M zde v prostoru neplatí, poněvadž momenty tak vznikající nemají jenom dvě různá znamení, positivní a negativní, nýbrž smysl jejich je rozmanitý.

Platí však druhá rovnice momentová vzhledem k jakékoliv rovině, totiž

$$Rc = \Sigma Pa.$$

Utvoříme-li momenty vzhledem ke třem na sobě kolmým rovinám, tak zvaným souřadnicovým, obdržíme:

$$Rx_0 = \Sigma Px,$$
$$Ry_0 = \Sigma Py,$$
$$Rz_0 = \Sigma Pz,$$

kdež jest

$$R = \Sigma P.$$

Jsou-li tedy souřadnice x_1, y_1, z_1, bodu A_1, x_2, y_2, z_2, bodu A_2 atd. známy, lze souřadnice x_0, y_0, z_0 *středu* A_0 celé soustavy rovnoběžných sil z těchto rovnic vypočísti.

§ 144. Rovnomocnost sil; výsledky závěrečné.

Přehlédneme-li ke konci celou tuto stať o aequivalenci sil, obdržíme závěrečné výsledky následující:

1. Síly v bodu jsou aequivalentní *jediné síle R.*
2. Síly v přímce jsou aequivalentní rovněž *jediné síle R.*
3. Síly v rovině jsou aequivalentní

buď *jediné síle R,*

nebo *jediné dvojici M.*

4. Síly v prostoru jsou aequivalentní *jediné síle ve spojení s jedinou dvojicí* (R a M).

Polohu síly lze voliti tak, aby provázející dvojice byla *minimum.* Síla padne pak do *centralní osy dvojic.*

Rovina dvojice jest k ní kolmá čili osa dvojice jest s ní stejnosměrná.

Výsledná síla jest ve všech případech *geometrickým* (specialně: algebraickým) *součtem* sil daných.

Pokud jsou dané síly v rovině, platí věta momentová vzhledem k jakémukoli bodu téže roviny.

O silách rovnoběžných platí věta momentová vzhledem k jakékoli rovině; touto větou se určuje *poloha středu sil rovnoběžných.*

VIII.

Tíže zemská.

§ 145. Úkazy základní.

Každé těleso hmotné tíhne k zemi, má svou váhu. Tato jeví se buď staticky, tlakem neb napjetím, anebo kineticky, urychlením. Směr, v jakém tíže působí, ukazuje se vláknem kokonovým, vhodně zatíženým; směr tento zove se svislým (vertikalním), směr pak k němu kolmý vodorovným (horizontalním). Pokud zemi naši pokládáme za kouli a pokud nepřihlížíme k její rotaci, můžeme říci, že směr svislý směřuje ke středu země. V skutku tomu přesně tak není. Následkem rotace země, kterou se též koule zemská sploštila, odchyluje se směr vertikalní od směru geocentrického; odchylka však, o níž na svém místě bude jednáno podrobně, jest velmi malou, jdouc jen do málo minut úhlových. Nedbajíce jí prozatím, můžeme s velkou approximací zůstati při tom, že směry vertikalní se sbíhají ve středu země.

§ 146. Střed hmotný.

Každé těleso tíhne k zemi jako celek, ale také v nejmenších svých částech. Tíže jeví se na př. u pískovce právě tak, pokud jest v celku, jako když jej rozdrtíme na nejmenší zrnka písečná; podobně tíhnou k zemi sebe menší kapky vody, rtuti atd. Na základě toho můžeme dané těleso v myšlenkách si představiti rozděleno v nejmenší částečky hmotné. Je-li m hmota takové částečky a značí-li g skutečné urychlení tíže na jistém místě povrchu zemského, jest mg její váha, jejíž směr míří ke středu země. U těles obyčejných rozměrů jsou směry vertikalní pro tyto jednotlivé částečky tak malounko různosměrné, že mohou za stejnosměrné býti pokládány. Působí tedy síly

mg vesměs stejnosměrně. Takové síly dávají výslednici P (pondus, váha), kteráž se rovná součtu Σmg jednotlivých složek, a působí ve středu C rovnoběžných sil.

Onen součet dává však:

$$\Sigma mg = g \Sigma m = Mg = P,$$

kdež znamená celkovou hmotu tělesa

$$M = \Sigma m.$$

Jest tudíž výslednice P tak veliká, jako by všechna těžká hmota M byla v jejím působišti C soustředěna.

Toto působiště zove se *střed hmotný* (centrum gravitatis) čili *těžiště*. Má tudíž dvojí význam: jeden mechanický, jako střed rovnoběžných sil, druhý fysikalní, jako bod, v němž si můžeme celou hmotu tělesa vůči váze celkové mysliti soustředěnu. Tento názor jest v mnohých případech, zejména u těles tuhých někdy i u kapalin, výhodný; tvar tělesa ustupuje tu úplně do pozadí a místo toho jest činiti s jediným hmotným bodem.

Z významu těžiště jako *středu rovnoběžných sil* jest patrno, že jeho poloha vzhledem k tělesu samému jest *určitou*, že se nemění, když těleso všelijak stavíme, měníce tím relativně směr sil vůči tělesu; poloha těžiště nezávisí též na absolutní velikosti sil, tudíž také ne na urychlení g; zůstala by tedy poloha tato stejnou, kdybychom v myšlenkách si těleso představili na některé oběžnici, kde jest urychlení g docela jiné než na zemi.

§ 147. Stanovení těžiště počtem.

Těžiště dané soustavy hmotných bodů m lze určiti *methodicky* na základě mechanického významu těžiště jako středu rovnoběžných sil. Pro tento platí věta o momentech sil vzhledem k rovině. Užijeme věty této pro tři na sobě kolmé roviny souřadnicové. Jsou-li x, y, z souřadnice jednotlivé hmotné částečky m, a podobně x_0, y_0, z_0 souřadnice těžiště, v němž působí výslednice Mg všech jednotlivých rovnoběžných sil mg, obdržíme vztahy platící pro střed rovnoběžných sil ve formě

$$Mg \,.\, x_0 = \Sigma mg \,.\, x,$$
$$Mg \,.\, y_0 = \Sigma mg \,.\, y,$$
$$Mg \,.\, z_0 = \Sigma mg \,.\, z,$$

kdež jest

$$M = \Sigma m.$$

Z rovnic těch krátí se urychlení g; tím jest mathematicky vyjádřena nezávislost polohy středu hmotného na tomto urychlení. Souřadnice, polohu tuto určující, jsou pak dány rovnicemi

$$x_0 = \frac{\Sigma mx}{\Sigma m},$$

$$y_0 = \frac{\Sigma my}{\Sigma m},$$

$$z_0 = \frac{\Sigma mz}{\Sigma m}.$$

Prochází-li jedna z rovin souřadnicových, na př. rovina YZ těžištěm, jest

$$x_0 = 0,$$

tudíž také

$$\Sigma mx = 0.$$

Rovnicí touto jest mathematicky formulována *souměrnost hmotná* vzhledem k oné rovině. Vzdálenosti x jsou na jedné straně roviny počítány kladně, na druhé záporně. Součet všech kladných mx jest roven součtu všech záporných. Je-li těleso homogenní, přejde souměrnost hmotná v souměrnost geometrickou.

Summace v rovnicích předešlých má význam, pokud jde o *konečný* počet *jednotlivých* hmotných bodů m, spojených v jedinou soustavu. U těles fysikalních pozmění se věc potud, že se zde hmotné body m druží k sobě *spojitě* v počtu *nekonečně velkém*, při čemž hmota m *jednotlivých* bodů jest *nekonečně malá.* Diskontinuita přechází v kontinuitu, summace obyčejná, konečného počtu sčítanců velikosti konečné, následkem toho v summaci zvláštní, nekonečně velikého počtu sčítanců velikosti nekonečně malé, to jest v integraci. Proto jest stanovení těžiště fysikalních těles úkolem počtu integralního; i v případech takových, kde se úkol ten předvádí v rouchu elementarním, jest způsob odvození vlastně integrací zastřenou.

Rozhoduje při tom geometrický tvar tělesa, kterýž se musí mathematickými vztahy dáti vyjádřiti, a vedle toho rozdělení hmoty tělesa v prostoru geometrickém. Toto rozdělení jest blíže určeno hustotou na určitém místě, platící pro objem nekonečně malý, a může se v případě všeobecném měniti; hustota jest pak závislou na poloze hmotné částečky. Úkol se ovšem značně zjednoduší, když tato hustota jest pro celý geometrický objem tělesa konstantní, t. j. když těleso jest homogenní. V úvahách následujících, není-li výslovně jinak poznamenáno, vždy případ tento předpokládáme. Při počítání skutečném rozeznávají se pak případy zvláštní. Těleso hmotné může dle rozměrů svých se rozprostírati buď jen v jediném směru, neb ve dvou, neb ve třech; dle toho rozeznáváme hmotné útvary délkové nebo plošné nebo prostorové. V tomto smyslu počítá se těžiště čar, jistého tvaru a omezení, podobně těžiště ploch, také daného tvaru a omezení, a konečně těžiště těles. Příslušné integrace se dle toho již napřed všeobecně upraví. Hledání těžiště má pak, podobně jako stanovení plošného neb objemového obsahu těles pravidelně omezených, zájem více mathematický než fysikalní*).

§ 148. **Stanovení těžiště konstrukcí.**

V mnohých případech zjednodušuje se stanovení těžiště těles homogenních některými podmínkami. Má-li dané těleso rovinu souměrnosti v geometrickém slova smyslu, musí patrně těžiště ležeti v této rovině. Má li dané těleso dvě roviny souměrnosti, leží těžiště v přímce, ve které se roviny tyto protínají. Přímku tuto zoveme osou. Těžiště leží tudíž na ose tělesa. Obyčejně bývají tyto roviny souměrnosti na sobě kolmé. Má-li konečně těleso tři roviny souměrnosti, jest jich průsekem těžiště dáno. Průsek tento, jenž se zove středem geometrickým tělesa, jest tudíž také středem hmotným. Obyčejně bývají též zde ony roviny na sobě kolmé.

Příkladů k tomu poskytuje ve velkém množství stereometrie a krystallografie. Pravidelné mnohostěny, čtyřstěn, šestistěn, osmistěn, dvanáctistěn, dvacetistěn, dále koule, krychle, ellipsoid a pod. jsou příkladem, kdy střed geometrický jest zároveň těžištěm. U válce kruhového neb elliptického a pod. leží těžiště na ose, a to uprostřed, je-li válec omezen rovinnými řezy rovnoběžnými. Těžiště kužele kruhového neb elliptického a pod. leží na jeho ose. Podobně má se věc u rovnoběžnostěnu a jehlanu.

Těžiště hmotné přímky, jak dle analogie „hmotného bodu“ říkáme — tedy na př. tenkého rovného drátku a pod. — jisté délky leží patrně uprostřed.

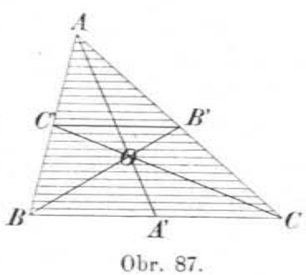
---

*) Sestavení výsledků pro některé zvlášť zajímavé případy obsahuje na př. Dr. A. Seydler, Mechanika, I. pag. 212., 1880, přehledně též Červený a Řehořovský, Technický průvodce, I. pag. 126., 1896.

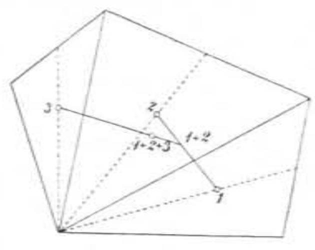
Těžiště hmotného trojúhelníka, jako na př. trojúhelníkové velmi tenké destičky, nalezneme jednoduchou konstrukcí. Je-li ABC (obr. 87.) daný trojúhelník, rozdělíme v myšlenkách jeho plochu řezy, se stranou BC rovnoběžnými, na samé hmotné přímky. Těžiště každé z nich jest v jejím středu, a tyto středy leží vesměs na přímce AA' vedené od vrcholu A ke středu A' protější strany BC. I jest patrno, že v této přímce, kteráž se proto *těžná*, *těžnice* (mediana) zove, musí ležeti také těžiště *celého* trojúhelníka. Stejným právem lze říci totéž o těžných přímkách BB' a CC'; protínají se tudíž všechny tři přímky těžné v témže bodě O, kterýž jest těžištěm trojúhelníka. Patrně jest:

$$\frac{C'B'}{BC} = \frac{AC'}{AB} = \frac{1}{2} = \frac{C'O}{OC} = \frac{B'O}{OB},$$

$$OB' = \tfrac{1}{3}BB', \qquad OC' = \tfrac{1}{3}CC', \qquad OA' = \tfrac{1}{3}AA'.$$



Obr. 87.



Obr. 88.

Majíce konstrukcí nalézti těžiště mnohoúhelníka (obr. 88.), rozdělíme jej úhlopříčkami z téhož vrcholu vedenými v trojúhelníky; stanovíce pak těžiště každého z nich, soustředíme v něm hmotu úměrnou plošnému obsahu každého toho trojúhelníka 1, 2, 3, ... Tak obdržíme soustavu hmotných bodů, jichž hmoty m_1, m_2, m_3, ... a tudíž i jich váhy relativně známe. Hledajíce pak výslednou těchto vah, přijdeme známým způsobem k jejímu působišti, kteréž jest těžištěm daného mnohoúhelníka. Podobně jednoduše lze stanoviti hmotný střed trojbokého jehlance aneb jehlance vůbec, kužele a jiných jednoduchých útvarů stereometrických, hmotou stejnoměrně vyplněných.

§ 149. **Rovnováha tuhého tělesa těžkého.**

Bylo řečeno, že tíže působí na dané těleso tak, jako by celá jeho hmota M byla soustředěna v těžišti O, a zde svou vahou Mg působila. Z toho vysvítá, že se tíží přivádí těžiště tělesa tak blízko k zemi jak možno. To platí rovněž tak o kapalných a vzdušných jako o tuhých tělesech. Často jde o to, udržeti těleso v jisté poloze proti tomuto působení tíže. U kapalin a vzdušin jsou toho podmínky zvláštní. U těles tuhých však, kde jednotlivé hmotné body tvoří jedinou neproměnnou soustavu, jak zde předpokládáme, stačí, když se ruší síla Mg, čemuž jest vyhověno, když v jejím směru dole nebo nahoře jest v pevném spojení se zemí aspoň jeden bod tělesa, po případě přímka (osa) anebo plocha anebo i řada bodů v rovině určujících rovinný mnohoúhelník. Pravíme pak, že těleso jest vzhledem k tíži *v rovnováze.*

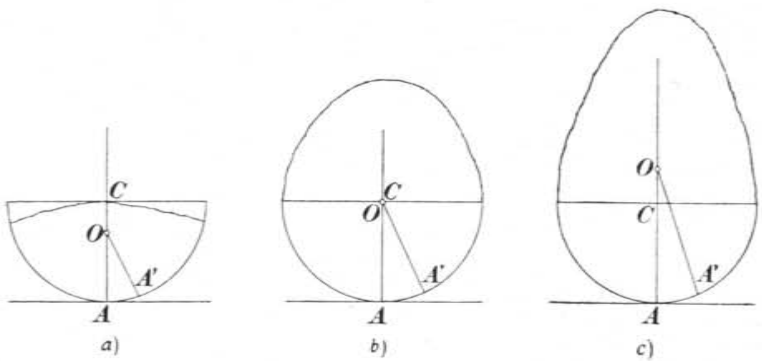
Tato rovnováha může však býti trojího způsobu: buď jest *stabilní* (stálá), anebo *labilní* (vratká), anebo *indifferentní* (volná, neurčitá).

Za účelem rozpoznati rovnováhu vyšiňme těleso z dané polohy rovnovážné do polohy nové, málo rozdílné, tak, aby se vyšinutí toto, jemuž *virtualné* (možné) říkáme, srovnávalo s danými podmínkami. Vrací-li se pak těleso do polohy původní, byla jeho rovnováha stabilní; nevrací-li se, nýbrž naopak oddaluje-li se ještě dále od polohy původní, byla jeho rovnováha labilní; zůstává-li konečně i v nové poloze v rovnováze, byla jeho rovnováha indifferentní.

Všeobecné toho kriterium jest, že při vyšinutí tělesa v prvém případě *těžiště* jeho *stoupá*, v druhém *klesá*, v třetím zůstává *na výši stejné.* V prvém případě těleso práci *konsumuje,* jeho energie polohy stoupá, v druhém případě těleso práci *produkuje,* jeho energie polohy klesá a mění se v energii pohybu; proto se těleso oddaluje od polohy původní; v třetím případě není žádné změny energie.

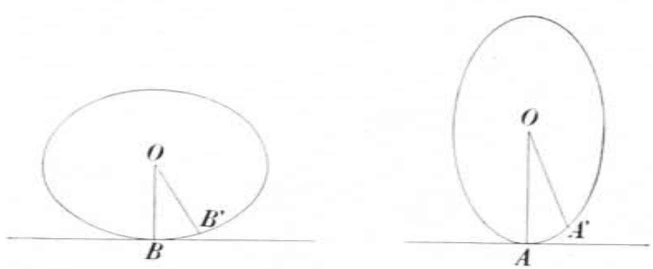
Když je rovnováhy tělesa docíleno pevným bodem, jehož posice vzhledem k tělesu se *nemůže měniti,* anebo pevnou osou, kteráž jest rovněž s tělesem *v nepromĕnném spojení,* pak lze snadno stanoviti, kdy hořejší tři případy nastávají; záleží tu patrně na poloze těžiště vzhledem k onomu bodu neb k oné přímce, zda-li je totiž těžiště níže — stabilnost — nebo výše

— labilnost — anebo v onom bodu samém resp. v přímce samé — poloha indifferentní. V posledním případě chová se těleso tak, jako by bylo bez váhy, jako by tíže na ně neměla vlivu žádného. Proto užíváme tohoto způsobu upevnění, když chceme těleso vymaniti z vlivu tíže.



Obr. 89.

Ne tak snadno lze rozhodnouti o rovnováze, když se těleso opírá bodem nebo přímkou o rovinu, ale tak, že onen bod neb ona přímka se při pošinutí tělesa mění.



Obr. 90.

Mějmež na př. skleněnou misku tvaru polokulovitého, do níž jest nasypáno nějaké soli. Miska spočívá na stole, opírajíc se bodem A. Při vyšinutí misky stane se oporou bod A'. I jest patrno: je-li těžiště O pod středem C polokoule, jest $OA < OA'$, t. j. OA minimum; těžiště při vyšinutí stoupá, poloha jest stabilní (obr. 89. a). Pakli jest těžiště O nad středem C, jest $OA > OA'$, t. j. OA maximum; těžiště při vyšinutí klesá,

poloha jest labilní (obr. 89. c). Přechod od stability k labilitě polohou indifferentní stane se, když těžiště O padne právě do středu C, tak že jest $OA = OA$ (obr. 89. b).

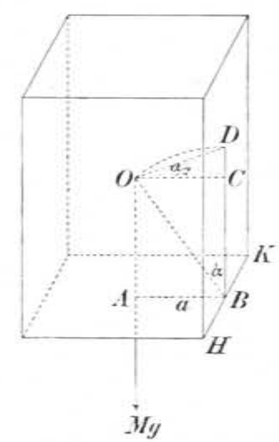
Úvahy podobné možno učiniti u válce, (na př. průřezu elliptického nebo kruhového), kterýž leží na stole opíraje se přímkou (stranou).

Podobně dává ellipsoid trojosý příklad polohy stabilní neb eventualně labilní (obr. 90.), homogenní pak koule příklad polohy indifferentní.

§ 150. **Míra stálosti polohy.**

Měrou stability jest práce, kterouž těleso spotřebuje, když se má ze stabilní polohy uvésti v jinou, při které pak nastává labilnost, tak že se těleso zvrátí. Obyčejně posuzuje se stabilita tělesa v tom případě, když spočívá na rovině v opěrném mnohoúhelníku, při čemž jest jednostejno, zda-li je podepřeno celou plochou tohoto mnohoúhelníka anebo jen jednotlivými jeho rohy (na př. stůl na nohách, stativy na trojnožkách a pod.).

Mějmež na př. kolmý hranol, jenž stojí na své dolejší rovině (obr. 91.). Jde-li o to, zkoušeti, jak se má jeho stabilita, když by se hranol otáčením kolem hrany HK měl zvrátiti, tedy jest patrno, že se musí těžiště zvednouti podél oblouku OD až do nejvyšší polohy D, tak že stoupne o výšku $= CD$. Vykonaná práce, kterouž dlužno vynaložiti, jest tudíž: $Mg \,.\, CD$. Zavedeme-li: $AB = a$, úhel $OBD = \alpha$ jest úhel COD jakožto obvodový $= \frac{\alpha}{2}$, tudíž $CD = a \,.\, tg\, \frac{\alpha}{2}$.



Obr. 91.

Vykonaná práce, t. j. míra stability, jest tudíž dána výrazem

$$W = Mg \,.\, a \,.\, tg\, \frac{\alpha}{2}.$$

Při téže intensitě g tíže jest tudíž stabilita onoho hranolu — vzhledem k hraně HK — tolikráte větší, kolikrát jest větší jeho hmota M (material), kolikrát jest větší délka a (rozměr hranolu kolmo k hraně HK v rovině opěrné), a konečně čím jest větší úhel α, t. j. čím jest těžiště O níže položeno.

Při $\alpha = 90^0$ byla by vynaložená práce maximum $= Mga$.

Za jinak stejných okolností stojí tudíž sloupy na př. železné pevněji než kamenné nebo dřevěné; trojnožky stativů hotoví se těžké a jejich nohy objímají velkou plochu; zvířata na čtyřech nohách stojí stabilněji než člověk na dvou; pyramidy jsou stabilnější než věže; vůz, na němž naloženo cihel, nezvrátí se tak snadno jako vůz se stejně těžkým nákladem sena, snopů obilních a pod.

§ 151. **Empirické stanovení těžiště.**

Z výkladu o rovnováze stabilní odvodíme snadno pravidlo, dle něhož se lze jednoduše orientovati o poloze těžiště daného tělesa tuhého. Zavěsíme těleso to v nějakém jeho bodě na nit; těleso se ustálí i musí pak ve směru niti ležeti těžiště. Označíme tedy nějakým způsobem tento směr. Na to zavěsíme těleso v jiném bodě na nit. Těleso se ustálí a opět naznačuje nit směr, ve kterém těžiště hledati dlužno. Protínají se tudíž oba směry niti v těžišti hledaném.

Jistota, s jakou lze tímto způsobem těžiště stanoviti, záleží ovšem na tom, jak přesně lze ony směry v daném tělese označiti.

Podobně lze těžiště určiti průsekem tří rovin, když totéž těleso pevné stavíme na ostrou hranu a poznamenáme při rovnováze polohu příslušné roviny vertikalní v tělese.

Mnohdy padne těžiště mimo vlastní těleso, t. j. do prostoru, hmotou nevyplněného. Známým toho příkladem jest prsten, miska, láhev, dutý válec, dutá koule a pod.

Úkoly o těžišti řešil již *Archimedes* (287—212 a. Ch.), stanoviv těžiště rovnoběžníka, trojúhelníka, parabolického úseku, a j. K těžišti hleděly též první samostatné mathematické práce, jež podal *G. Galilei* jako jinoch 19letý na universitě Pisanské, při nichž mu byla statika Archimedova východištěm a základem. Úspěch prací těchto rozhodl opuštění studií medicinských a věnování se oboru mathematicko-přírodovědeckému. Zde budiž též vzpomenuto mechanických prací, jež provedl *Jeroným Cardanus*, (narozený 1501 v Miláně, zemřel 1576 v Římě), proslulý jako filosof a mathematik. Známa jest jeho formule k řešení rovnic (redukovaných) třetího stupně. Cardanus sestrojil pro císařský vůz zvláštní sedadlo, jež zachovávalo polohu vodorovnou při jakémkoli

postavení vozu a to v provedení, jehož se dosud užívá při zavěšování lodních lamp, kompasů, chronometrů, barometrů, a j. Při tomto závěsu Cardanově jest těleso otáčivě kuželovitými hroty umístěno ve dvou diametralně proti sobě položených místech kruhového prstenu, kterýž sám je též podobně umístěn na jiných dvou o 90^0 od dřívějších odlehlých diametralních hrotech ve vlastním stojanu upevněných. Těleso, jehož těžiště jest co možno hluboko, má tím volnost současného otáčení kolem dvou na sobě kolmých os, což stačí, aby mohlo zůstati v téže poloze, i když onen stojan se všelijak staví. Tak jest na př. ve své skříňce umístěn chronometr (obr. 26.), jenž má úpravu podobnou jako chronometry lodní.

Nahoře bylo řečeno, že vypočítání těžiště má zájem více mathematický než fysikalní. V skutku fysika, jsouc dle povahy své vědou všeobecnou, jedná obyčejně o těžišti vůbec, zřídka o těžišti zvlášť. Jen v applikacích, ve fysice praktické, jde o těžiště, ve smyslu konkretním, pro určitá daná tělesa, a i tu dlužno výsledky počtu přijímati s jistou reservou, poněvadž podmínka *homogenity* u těles tuhých zřídka bývá přesně vyplněna.

Název „střed hmotný“ jest obsažnější než obvyklý název „těžiště“ a má též přednost všeobecnějšího názoru, ježto platí pro síly rovnoběžné jakékoliv. Při tom odpovídá „střed“ výrazům, jimiž se stanoví jeho souřadnice; neboť tyto se jeví jako průměrné (střední) hodnoty souřadnic jednotlivých částic hmotných m_1, m_2, m_3, . . . utvořené vzhledem k jich hmotám. Jsou-li tyto stejné, přejdou ony výrazy v průměrné (střední) v obyčejném slova smyslu. Naproti tomu má název „těžiště“ tu přednost, že přímo k tíži poukazuje, tedy k síle, vzhledem ke které se pojmu „středu hmotného“ fakticky výhradně užívá.

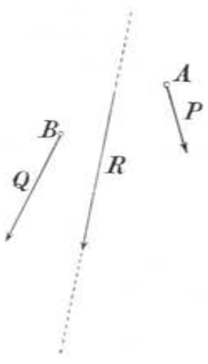
IX.

Jednoduché stroje.

§ 152. Úvahy všeobecné.

Názvu „stroj“ užívá se ve významech rozmanitých. Jest proto velmi nesnadno stanoviti definici, která by byla dosti jednoduchou a hodila se na všechny různé druhy strojů, které známe. Nejvšeobecnějším účelem strojů jest zprostředkovati proměnu energie. Příklad podává rovněž tak kladkostroj jako lokomotiva nebo stroj dynamoelektrický.

V tomto oddílu chceme však jednati jen o t. zv. *jednoduchých strojích*. Pro tyto uvádí Poinsot definici tuto: *Stroje jsou hmoty k tomu způsobilé, aby v rovnováze udržovaly síly jakéhokoli směru a jakékoli velikosti.*



Obr. 92.

Pro jednoduchost jest obyčejem voliti síly tyto v *počtu co nejmenším*, t. j. voliti síly pouze *dvě*. Jedná se tedy u strojů jednoduchých z pravidla o *rovnováhu sil dvou*. Jedna ze sil těchto Q bývá *dána* i co do směru i co do velikosti; nazýváme ji *břemenem*; bývá to na př. váha nějaké těžké hmoty. Druhá síla P, která se pak „silou“ zvlášť nazývá, má se stanoviti tak, aby břemeno Q udržela v rovnováze. Při tom se předpokládá, že nemá síla P působiti *protisměrně* s břemenem Q, ve kterémžto případě by se síla břemenu rovnala a stroj by se stal zbytečným, nýbrž že má působiti v nějakém jiném *pohodlnějším směru* z pravidla *v téže rovině*, a že právě strojem rovnováhy se má docíliti (obr. 92.).

V čem toto prostřednictví stroje záleží, je snadno poznati. Poněvadž, jak řečeno, síly P a Q působí ve směrech do jisté míry libovolných, dávají určitou *výslednici* R. Mají-li tudíž býti v rovnováze, musí se tato jich výsledná *rušiti*; to jest možno jen tím, že stroj má jistý pevný bod nebo pevnou přímku nebo pevnou rovinu, a že právě *pevností* těchto částí se ruší výslednice R. Tomuto „*rušení*“ dlužno tak rozuměti, že se výslednice R nejeví *kineticky*; za to však jeví se *staticky* a sice *tlakem*, který ona pevná část stroje musí vydržeti.

Všeobecnou úvahou touto, kterouž zde předesíláme a kteráž pro všechny dále následující zvláštní případy platí, jest již naznačena *cesta*, jakou bráti se dlužno při řešení úloh jednotlivých. Břemeno Q bývá *dáno*; pevná část stroje je též dána, ať jest to již bod nebo přímka neb rovina. Nutno tedy voliti sílu P tak, aby výslednice R sil P a Q onou pevnou částí procházela a tím ve významu nahoře vyloženém se zrušila.

§ 153. Princip virtualných posuvů.

Určujíce sílu P tak, aby s daným břemenem Q byla v rovnováze, držíme silou břemeno. Často jde však o to, břemeno zvedati, tedy překonávati podél jisté dráhy. Nutno pak sílu P zvýšiti o část p; přebytkem p nastane pohyb. Při tom pošinují se působiště A a B do poloh nových a nových, následkem čehož se všeobecná konformace na stroji ponenáhlu jinak utváří. Abychom tedy vystihli jisté vztahy, platící pro uspořádání určité, jak jest dáno jistými délkami, jistými úhly a pod., pozorujme, jak se onen pohyb jeví v první chvíli, v době velice (nekonečně) krátké. Posuvy AA' a BB', jež pak jsou též velmi (nekonečně) malé, lze pokládati za přímočaré; jich směr a délka jsou určeny danými podmínkami stroje; proto se zovou *posuvy virtualné*. Jsouce pak stejnodobé, udávají též rychlosti pošinování bodu A a B; odtud též název *virtualné rychlosti**).

Pozorujme, jak se virtualné posuvy jeví ve směrech jednak síly P, jednak břemena Q. Buďtež a, b průměty oněch po-

*) Slovo virtualný, jehož se ve fysice často užívá, jest odvozeno od latinského virtus ve významu mohutnost, tudíž možnost něco provésti; přídavné jméno virtualis v latině nepřichází, ale ovšem v jazycích s latinou spřízněných, jako virtuel (franc.), virtuale (ital.), virtual (angl.). Znamená tedy tolik jako možné, t. j. srovnávající se s danými podmínkami, souhlasící s danou situací.

suvů AA', BB' do směrů těch. Utvořme součiny Pa, Qb; tyto zovou se *virtualné práce*, anebo též *virtualné momenty*.

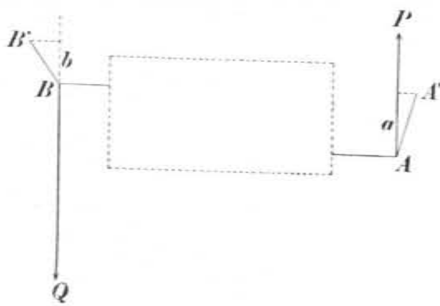
Děje-li se pošinování přírůstkem p síly P, padne (obr. 93.) průmět a do směru této síly a práce $(P + p)\,a$ jest positivní, silou *produkovaná*. Proti tomu padne průmět b do opačného směru břemena Q; práce Qb jest negativní, břemenem *konsumovaná*. Je-li $p = 0$, t. j. rovnováha, a učiníme-li ono pošinutí, jež skutečně nenastane, v myšlenkách, pak se ukazuje vztah

$$Pa = Qb,$$

z něhož plyne úměra

$$P : Q = b : a.$$

Dle rovnice této jest poměr síly P ke břemenu Q vyjádřen poměrem dvou délek a, b, totiž *virtualných posuvů* (rychlostí), *vzatých dle směrů jednak síly, jednak břemena*; i vyjadřuje úměra ta *princip virtualných posuvů* (rychlostí).



Obr. 93.

Se stanoviska tohoto principu nemusíme bližší uspořádání stroje ani znáti, může tento stroj býti třeba v nějaké skříni uzavřen, tak že vyčnívají jen na př. tyče, na jichž koncích působí síly P a Q (obr. 93.).

Vhodnější jest však formulovati hořejší rovnici — vzhledem ke znamení — ve způsobu

$$Pa + Qb = 0.$$

Rovnicí touto jest pak vyjádřen *princip virtualných prací* (momentů). Smysl jest zcela jednoduchý. Jest rovnováha, poněvadž *není, z čeho by nastal pohyb*. Není zde při myšleném pošinutí žádného *přebytku* práce — a pohyb nemůže jinak vzniknouti

než z práce; kde však práce silou P *produkovaná* $(+ P . a)$ se břemenem Q v plné míře *konsumuje* $(- Qb)$, není žádného přebytku, a tudíž pohyb nenastane.

Uvedli jsme tyto úvahy již z předu se stanoviska *povšechného*; přejdouce již ke strojům jednotlivým, můžeme úvahy ty při každém stroji zvlášť opakovati a tím ještě více je objasniti. Mnohdy není onoho omezení na pošinutí velice (nekonečně) malé ani třeba, když totiž povšechná situace stroje se oním pošinutím nemění, jakož toho příklady dále poznáme.

Je-li počet působících sil libovolný, na př. P_1, P_2, P_3 … a jsou-li a_1, a_2, a_3 … průměty virtualných posuvů působišť do směrů těchto sil, vyjadřuje výraz

$$\Sigma Pa = P_1 a_1 + P_2 a_2 + P_3 a_3 + \ldots$$

veškerou práci virtualnou, vznikající při velice malém pošinutí soustavy, vyhovujícím daným podmínkám. Rovnováha jest, když tato úhrnná virtualná práce buď jest nullová anebo i negativní, t. j. když virtualné pošinutí systemu jest spojeno se spotřebou práce. Obsahuje tedy podmínka

$$\Sigma Pa \leqq 0$$

požadavek rovnováhy ve formě všeobecné. Pohyb nenastane, když při tom není žádného přebytku práce, z něhož by energie pohybu mohla vzniknouti.

Platnost principu virtualných posuvů vystihl ve zvláštním případě již *Stevin*. Pojednávaje o rovnováze na kladce volné pro případ provazců rovnoběžných, znázorněný v obrazci 94. (jenž jest kopií originalu), praví, že v bodě F provazce držena jest pouze polovice váhy břemena B, a připojuje dále: „Zde ona zásada statická má též místo:

Jak se má dráha síly ke dráze břemena,

tak se má velikost břemena k velikosti síly.

Neboť rukou F, která zde jest jako síla o dvě stopy pošinutou váha, která jest jako břemeno, o jedinou pouze stopu stoupne: čehož příčina zjevna jest“ *).

---

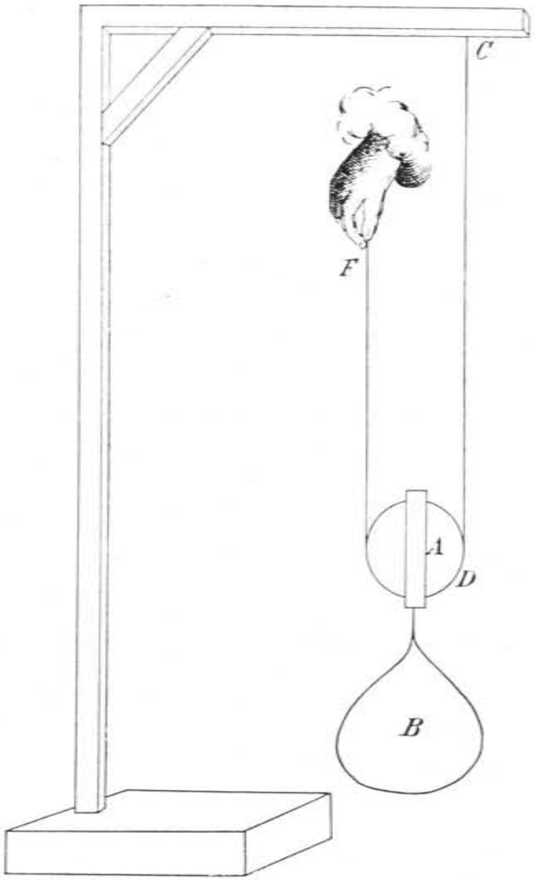
*) „Notato autem hic illud Staticum axioma etiam locum habere:

Ut spatium agentis, ad spatium patientis,

Sic potentia patientis, ad potentiam agentis.

Nam manu F, quae hic agit, duos pedes promota, pondus, quod patitur, unicum duntaxat pedem procedet: cujus causa manifesta est.“ Hypomnemata mathematica, Lugduni Batavorum, 1608. De Trochleostatica pag. 171. *Simon Stevinus* (= Steven, Stephan) žil (většinou v Leydenu a v Haagu) v letech 1548 až 1620; původně zaměstnán v obchodu a ve vojenství byl později vrchním dozorcem pozemních a vodních staveb v Hollandsku.

Rovněž *Galilei* při nakloněné rovině mimochodem o principu tom se zmiňuje. Všeobecnou jeho formulaci s poukazem na jeho obecnou platnost uvádí teprve *Jan Bernoulli* (r. 1717) v dopise k *Varignonovi.*



Obr. 94.

Lagrange na principu virtualných prací ve všeobecné formulaci

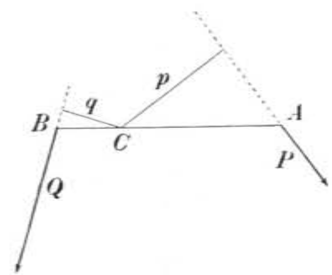
$$\Sigma\, Pa \leq 0$$

založil celou mechaniku, podav též důkaz principu všeobecný, anebo spíše*) podav pomocí kladek výklad, jímž smysl a jádro principu se objasňuje.

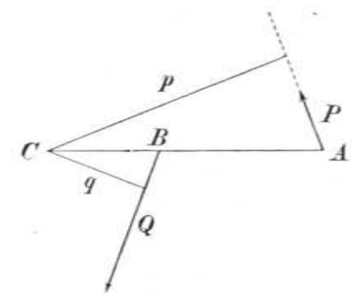
*) Viz E. Mach, Mechanik, pag. 63, 1897.

§ 154. Páka.

Pákou může býti každá pevná tyč jakéhokoli tvaru, která se kolem pevného bodu C (po případě kolem pevné osy C) dá otáčeti (obr. 95. a 96.). V bodě B působí břemeno Q, kteréž jest dáno. Tím dán jest také jeho moment Qq vzhledem k C.



Obr. 95.



Obr. 96.

Hledáme sílu P, kterou by se břemeno Q udrželo v rovnováze. Musí tedy výslednice R sil P a Q se rušiti t. j. procházeti pevným bodem C. To však vyžaduje, aby obě síly byly v jedné rovině, a aby vzhledem k tomuto bodu C moment $P.p$ síly P byl téže velikosti, ale opačného smyslu než moment $Q.q$ břemena Q. Tím jest úloha řešena.

Silou Q a bodem C položíme rovinu a v ní volíme P tak, aby

$$P.p = Q.q$$

co do velikosti, při čemž moment síly musí býti s momentem břemena smyslu opačného.

Dle uspořádání sil P a Q rozeznává se často *„páka dvouramenná“* (obr. 95.) a *„páka jednoramenná“* (obr. 96.) dle toho, zda-li síly P a Q působí na různých stranách aneb na téže straně bodu C.

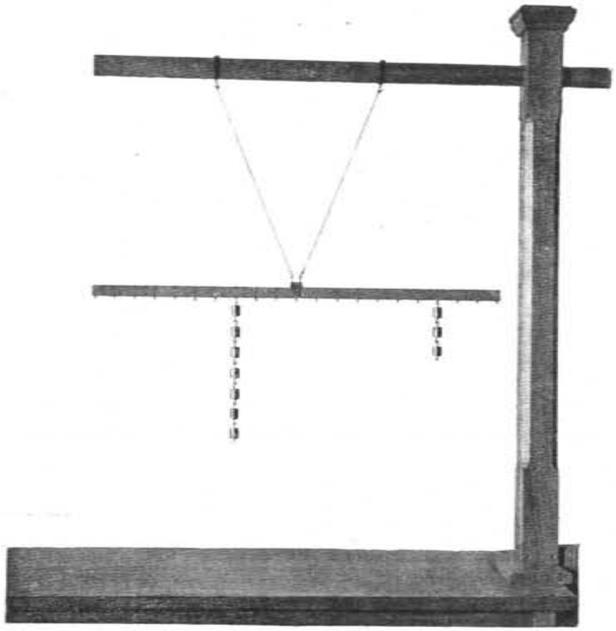
Pro výslednici R, t. j. pro tlak, který musí pevný bod (neb pevná osa) C páky vydržeti, máme vzorec

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos(P, Q).$$

Jest tedy $(Q > P)$

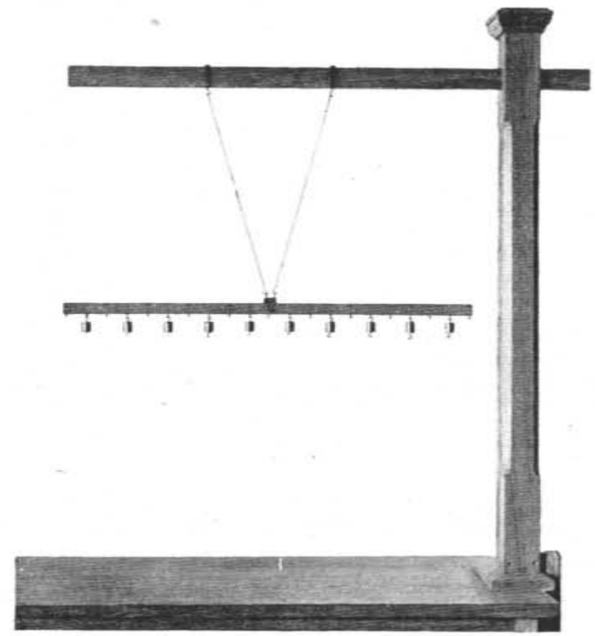
$$R = Q + P \text{ maximum při úhlu } (P, Q) = 0,$$
$$R = Q - P \text{ minimum } \text{,, } \text{,, } (P, Q) = 180^0.$$

V obrazcích 95. a 96. jsou body A, B, C voleny na téže přímce; tím není všeobecnosti učiněna ujma, poněvadž lze síly ve vlastním směru z působiště daného přeložiti do jiného.



Obr. 97.

Zákony o páce dvouramenné lze experimentalně předvésti způsobem, kterýž znázorňují obrazce 97. a 98. Dřevěná tyč představující páku, jsouc otáčivou kolem osy těžištěm položené, jest jako by bez váhy. Síla a břemeno realisují se opět jako v podobných případech dřívějších, vahou řady hmot stogrammových; délka řady připomíná délku přímky geometricky znázorňující sílu neb břemeno. Zároveň lze pěkně ukázati, jak postupným rozestavováním závaží případ na páce obr. 97. lze převésti na případ 98., v němž rovnováha jest samozřejmou; rozestavení se děje dle zásady, že dvě závaží v různých závěsích působí tak, jak by spojena v jediné působila uprostřed obou závěsů (Archimedes). Jde-li o páku jednoramennou, dlužno tyč páku přestavující, upevněnou na jednom svém konci, vyvážiti závažím zvláštním na konci druhém. Uspořádání pokusu objasňuje pak obr. 99. Závaží pomocné, jehož váha se rovná poloviční váze tyče, vystupuje světleji a liší se tak od ostatních. Jest poučno upozorniti na souvislost obrazců 97. a 99. s obrazcem 72.; vynikne tím dobře význam rovnováhy způsobené tím, že výslednice síly a břemena se ruší pevností osy; vynikne zároveň tlak, jaký osa musí vydržeti.



Obr. 98.

Že jest při páce princip virtualných pošinutí zachován, t. j. že platí

$$P . a = Q . b,$$

vysvítá z obr. 100. jednoduchou úvahou geometrickou.

Přeložíme-li k vůli jednoduchosti působiště A a B do konečných bodů ramen p a q a otočíme-li pákou o malý úhel α, jest pošinutí a působiště A ve směru síly P dáno $a = p . \alpha$, pošinutí b působiště B proti směru síly Q dáno $b = q . \alpha$.

Poněvadž jest

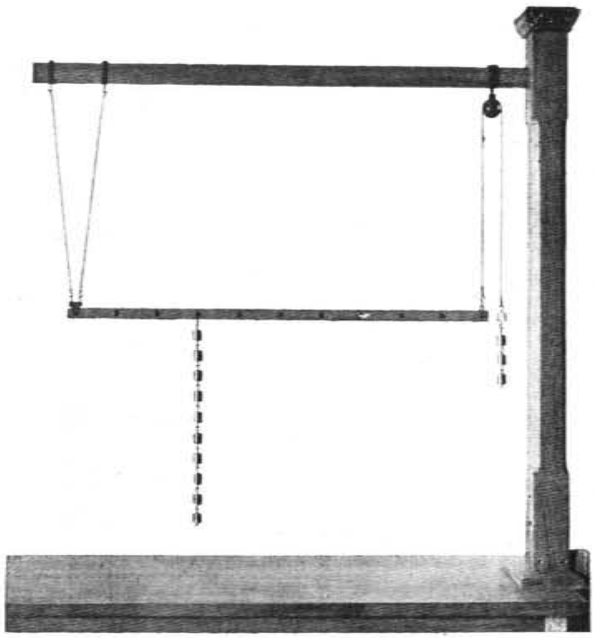
$$P . p = Q . q,$$

čili

$$P . p\alpha = Q . q\alpha,$$

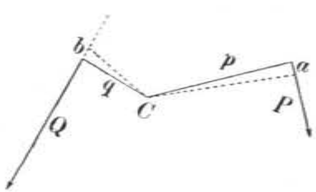
jest též

$$P . a = Q . b,$$



Obr. 99.

jakož vyžaduje princip virtualných pošinutí. Práce Pa, kterou by síla P produkovala, konsumovala by se břemenem Q.



Obr. 100.

Na přístrojích v obr. 97. a 99. lze výklad učiniti ještě názornějším. Zároveň lze upozorniti, proč při formulaci principu nutno pošinutí a a b bráti velmi malá; neboť při větších změní se vzájemné směry sil a páky a tím i délky ramen p a q.

§ 155. **Kladka pevná a volná.**

Pevnou částí kladky, dle níž se kladka sama též pevnou zove, jest její osa C (obr. 101.). Břemeno Q a síla P působí na provazci kolem kladky ovinutém. Jako při páce jest i zde

$$Pr = Qr,$$

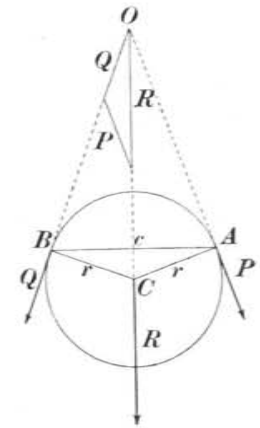
tudíž

$$P = Q.$$

Vedeme-li tětivu c, platí úměra

$$\frac{P}{r} = \frac{Q}{r} = \frac{R}{c}$$

t. j. béřeme-li poloměr r kladky za míru sil P a Q, jest tětiva c měrou tlaku, působícího směrem na tuto tětivu kolmým, kterýž osa kladky musí vydržeti.



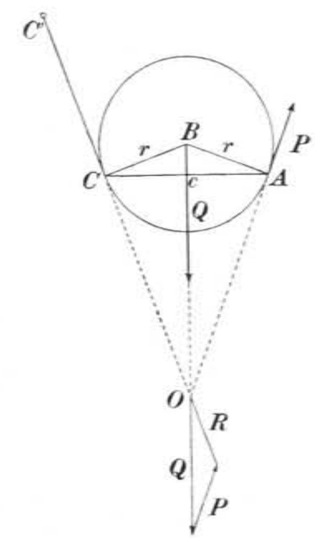
Obr. 101.

Že tomu tak, vysvítá z podobnosti trojúhelníku sil (P, Q, R) do společného jich průseku přeložených a trojúhelníku stran (r, r, c).

Patrně jest c maximum $= 2r$, a tudíž R maximum $= 2P$, jsou-li síly P a Q rovnoběžné.

Kladkou pevnou nezmenší se sice síla P vůči břemenu Q, ale může účinkovati ve směru, který po případě jest pohodlným.

Kladka volná nemá žádného pevného bodu. Pevný bod, kterým se výslednice R má rušiti, nalézá se mimo kladku v C' (obr. 102.); od něho jde provazec kolem dolejší části obvodu kladky a odtud obyčejně k nějaké pevné kladce, která slouží ku přeměně směru síly P; břemeno Q působí v ose B kladky směrem obyčejně svislým.



Obr. 102.

Obr. 102. znázorňuje stav rovnováhy. Z podobnosti trojúhelníku sil (P, Q, R) a stran (r, r, c) plyne (podobně jako u kladky pevné)

$$\frac{P}{r} = \frac{Q}{c} = \frac{R}{r},$$

tedy

$$R = P$$

a

$$P = \frac{r}{c} Q.$$

Jest tedy P a tudíž i R minimum $= \frac{1}{2}Q$, je-li c maximum $= 2r$ pro případ, že provazce jdou od kladky rovnoběžně.

Srovnávajíce obr. 102. a obr. 101. pozorujeme úplnou analogii obou obrazců; tato jeví se též v rovnicích.

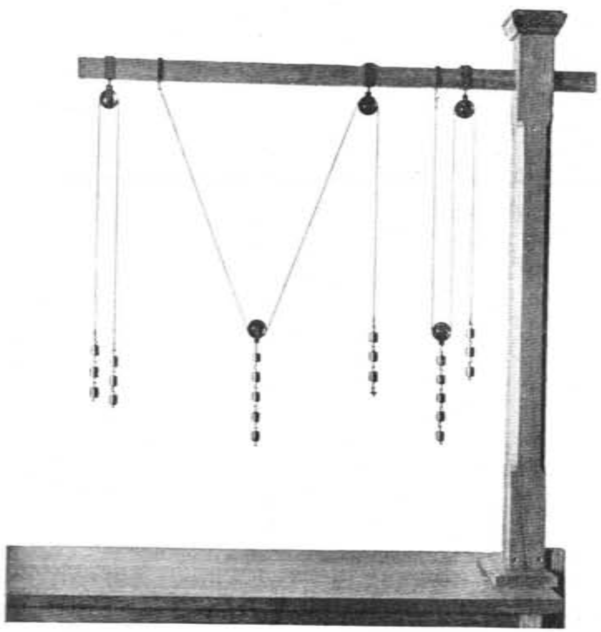
Pro kladku pevnou měli jsme

$$\frac{P}{r} = \frac{Q}{r} = \frac{R}{c};$$

pro kladku volnou pak

$$\frac{P}{r} = \frac{Q}{c} = \frac{R}{r}.$$

Čím jest tedy při kladce volné břemeno Q, tím jest u kladky pevné tlak R, který musí vydržeti její osa.



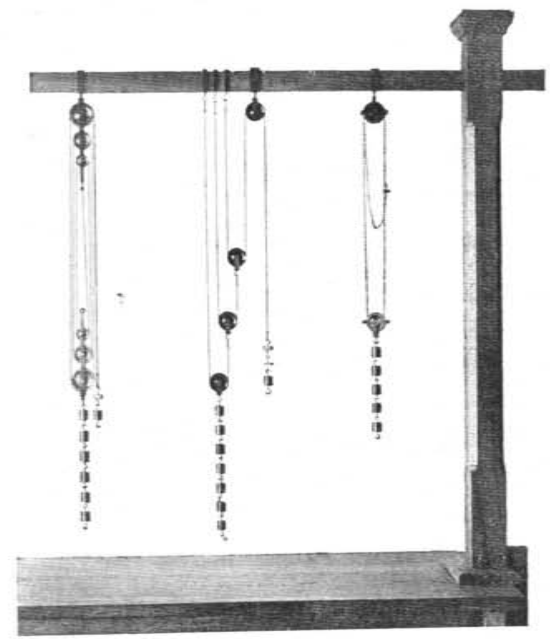
Obr. 103.

Kladka volná podává další vhodný příklad k objasnění toho, proč virtualná pošinutí z pravidla nutno voliti velmi malá, ač někdy je lze voliti i libovolně veliká. Případ tento nastává, jsou-li provazce rovnoběžné (Stevinus). Pak-li provazce jsou různoběžné, zvedne se kladka na př. při positivním pošinutí působiště síly: provazce tvoří úhel větší a obepíná se tětiva menší; touže měrou musí pak k udržení rovnováhy býti

vynaloženo síly větší. Poměry tyto se názorně vyloží uspořádáním, jež obr. 103. dostatečně objasňuje; zejména lze ukázati, jak rovnováha, při provazcích rovnoběžných zjednaná, se poruší, když se — pošinutím závěsného háčku — provazce stanou různoběžnými; nutno pak k docílení rovnováhy sílu o váhu přívažku jistého zvětšiti; na důkaz, že při provazcích rovnoběžných jest úspora síly největší. Váha kladky volné, kteréž k pokusům těmto užíváme, volí se takovou, jako jest váha jedné stogrammové hmoty; tím platí pak kladka ta za jedno stogrammové závaží.

§ 156. **Kladkostroje.**

Vhodným spojováním kladek pevných a volných vznikají *kladkostroje*.



Obr. 104.

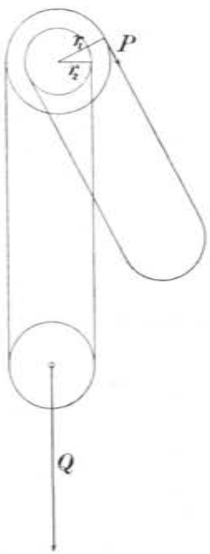
Obr. 104. znázorňuje kladkostroj tak zv. *obecný*, kladkostroj zvaný *Archimedův*, a *Westonův* kladkostroj *differencialní*.

Je-li n počet kladek *volných*, jest

$$P=\frac{Q}{2n}\ \text{při kladkostroji obecném,}$$

$$P=\frac{Q}{2^n}\ \text{při kladkostroji Archimedově,}$$

a to pro případ nejjednodušší, kdy provazce jsou rovnoběžné.



Obr. 105.

Dokladné pokusy s kladkostroji dějí se způsobem, jakýž obr. 104. dostatečně znázorňuje. U kladkostroje obecného dlužno váhu kladek dolejších vyrovnati závažím zvláštním, jež v obrazci vystupuje bleději. U kladkostroje Archimedova platí první volná kladka za jedno závaží stogrammové, druhá volná kladka jest vyrovnána závažím 25 ~~padesáti~~grammovým, třetí pak závažím 50 ~~dvacetipěti~~grammovým, jež obě v obrazci rovněž bleději jsou vyznačena. Princip virtualných pošinutí lze demonstrovati velmi dobře.

Kladkostroj differencialní (obr. 105.) skládá se ze dvou nestejných kladek pevných a spolu na společné ose jako by v jediný celek spojených. Poloměr větší budiž r_1, menší r_2. K těmto přistupuje ještě kladka volná. Kolem kladek pevných ovinut je řetěz bezkonečný způsobem v obrazci naznačeným, kterýžto zasahuje na obvodě jejich v zuby tak, aby nemohl se smýkati.

Táhne-li se ve směru síly P a otočí-li se při tom obě kladky pevné spolu spojené o úhel α, *odvine* se na straně síly P řetězec s kladky větší v délce $r_1\alpha$; na straně břemena *navine* se v téže délce $r_1\alpha$ na kladku *větší*, ale **současně** se *odvine* s kladky *menší* o délku $r_2\alpha$, tedy celkově se navine v délce $r_1\alpha - r_2\alpha = (r_1 - r_2)\,\alpha$, při čemž však břemeno, jsouc na kladce volné zavěšeno, vystoupí jen o délku poloviční. Dle principu virtualných pošinutí máme pak:

$$P : Q = \tfrac{1}{2}\,(r_1 - r_2)\,\alpha : r_1\alpha,$$

čili

$$\frac{P}{Q}=\frac{r_1 - r_2}{2r_1}.$$

Rozdílem obou poloměrů r_1 a r_2 stanoví se tudíž úspora síly P.

§ 157. Kolo na hřídeli.

Pevnou částí stroje jest zde (obr. 106.) osa válce (hřídele); pevností její ruší se výslednice R; břemeno Q působí řetězem neb provazem na obvodě válce, poloměru r_2, síla pak P rovněž řetězem neb provazem na obvodě kola, poloměru r_1.

Pro rovnováhu jest (jako při páce)

$$P \,.\, r_1 = Q \,.\, r_2,$$

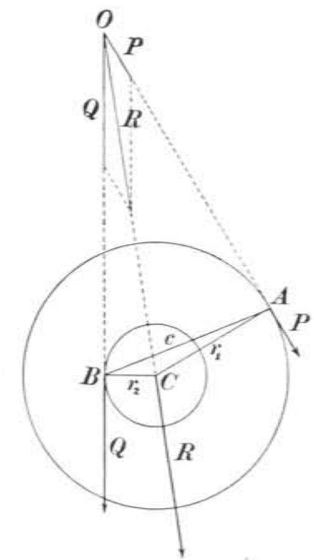
čili

$$P=\frac{r_2}{r_1}\,.\,Q\,.$$

Princip virtualných pošinutí lze dovoditi jako při páce. Tětiva $AB = c$ udává délkou svou *velikost úhrnného tlaku* R, jakýž musí *osa hřídele* vydržeti; jest totiž:

$$\frac{P}{r_1}=\frac{Q}{r_2}=\frac{R}{c}\,.$$

Směr tohoto tlaku obdržíme, prodloužíce směry sil P a Q, až se protnou v O, a vedouce OC; na tento směr dlužno nanésti sílu R úměrnou tětivě c.



Obr. 106.

Patrně jest c maximum $= r_1 + r_2$, tudíž také R maximum $= Q + P$. Obráceně jest c minimum $= r_1 - r_2$, tudíž také R minimum $= Q - P$; v prvém případě jsou provazy stejnosměrné, v druhém protisměrné.

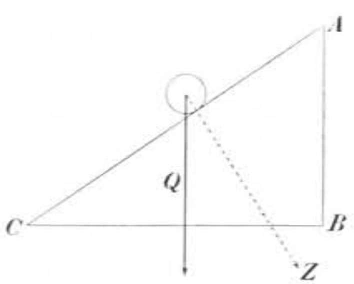
Při *differencialním* kole na hřídeli užito jest téhož principu jako při differencialním kladkostroji, že se totiž navinuje provaz na obvod válce poloměru většího, ale odvinuje s obvodu souosého a s oním pevně spojeného válce poloměru menšího.

§ 158. Nakloněná rovina.

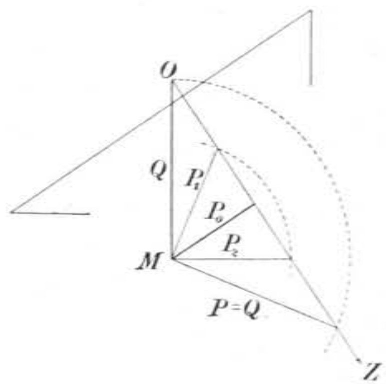
Břemenem Q bývá tu obyčejně váha nějaké hmoty, která se má jakousi silou P *držeti* na rovině, jež jest o úhel α od roviny vodorovné odchýlena. Výslednice R obou těchto sil P a Q má se rušiti *pevností roviny samé*, což vyžaduje, aby směr této výsledné byl na rovinu kolmým (obr. 107.). Jest tedy dáno:

1. Břemeno Q i co do směru (z pravidla svislého) i co do velikosti,

2. směr OZ výslednice R.

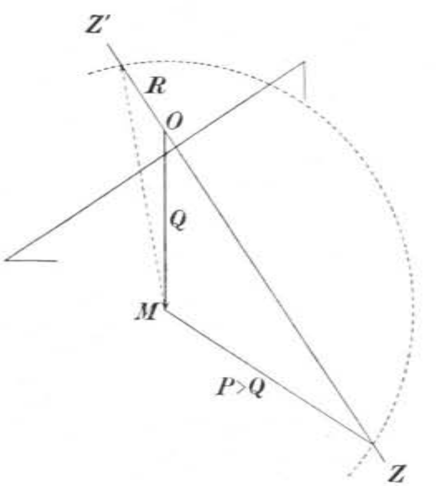


Obr. 107.

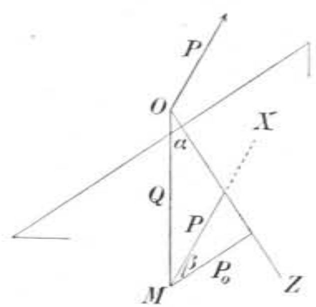


Obr. 108.

Jedná se o sílu P. Úloha není určitou; neboť síly P, Q a R musí tvořiti trojúhelník, z něhož však jest dána jen zá-



Obr. 109.

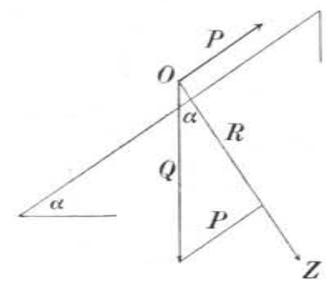


Obr. 110.

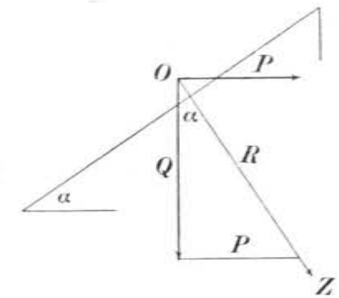
kladna Q a směr OZ druhé strany. Ale úloha stává se určitou, když volíme

buď *a*) velikost nebo *b*) směr síly P.

a) Volme velikost síly P. Pro úlohu rozhoduje patrně délka P_0 kolmice spuštěné z bodu M na směr OZ. Volíme-li $P < P_0$, (obr. 108.), nestačí síla P k udržení břemena. Teprve když P vzroste aspoň na $P = P_0$, což jest hodnota minimální, jest rovnováha možnou. Je-li $P > P_0$, připouští úloha řešení dvoje, silami P_1 a P_2, jež jsou velikostí svou stejné, ale směrem v němž působí, rozdílné: jedna, P_1, míříc nahoru (od kolmice P_0), nadlehčuje břemeno a zmenšuje tudíž tlak R_1 na rovinu; druhá P_2, míříc dolů (od kolmice P_0), tlačí břemeno více k rovině a zvětšuje tudíž tlak R_2, kterýž rovina tato musí vydržeti. Při $P = Q$ stává se $R_1 = 0$ a $R_2 = 2\,Q \cos \alpha$. Když se konečně volí $P > Q$ (obr. 109.), zbývá řešení jen silou P_2, neboť R_1 stává se negativní; řešení silou P_1 mělo by fysikalní smysl, kdyby rovina reagovala nejen proti tlaku, nýbrž i proti tahu směrem totiž od roviny.



Obr. 111.



Obr. 112.

Zavedeme-li úhel $\beta = (P_0, P)$, platí všeobecně vztahy

$$\frac{P}{\sin \alpha} = \frac{Q}{\cos \beta} = \frac{R}{\cos (\alpha + \beta)}.$$

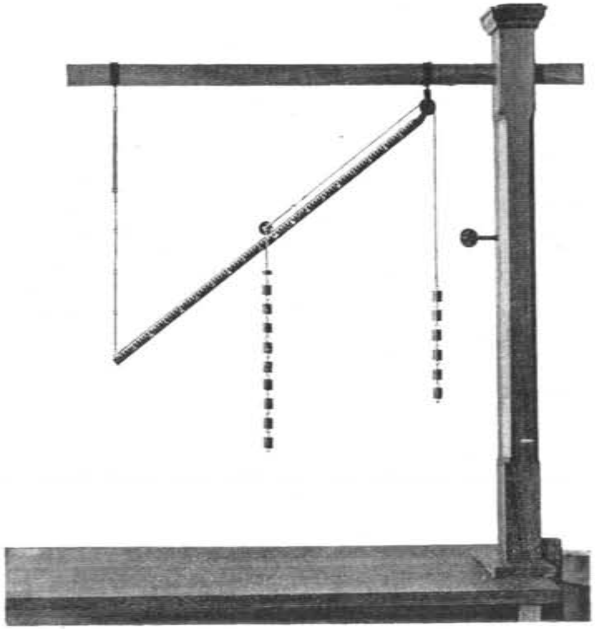
Pro P_1 jest β positivní, pro P_2 jest β negativní. Znamení úhlu β nemá vlivu na poměr $\frac{P}{Q} = \frac{\sin \alpha}{\cos \beta}$,

ale ovšem na poměr $\frac{R}{Q} = \frac{\cos (\alpha + \beta)}{\cos \beta}$.

b) Volme směr OX síly P. Vedouce (obr. 110.) ve směru voleném přímku doplníme tím trojúhelník sil a stanovíme ihned jak P tak R. Také zde platí vztahy

$$\frac{P}{\sin \alpha} = \frac{Q}{\cos \beta} = \frac{R}{\cos (\alpha + \beta)},$$

jenom že zde pokládáme úhel β za daný a dle něho počítáme síly P a R.



Obr. 113.

Z libovolných směrů OX vyniká především směr s délkou roviny rovnoběžný, pro který jest $\beta = 0$ (obr. 111.). Máme pak pro tento případ zvláštní

$$P = Q \sin \alpha, \qquad R = Q \cos \alpha.$$

Dále vyniká směr se základnou roviny rovnoběžný (tedy z pravidla vodorovný), pro který jest $\beta = -\alpha$ (obr. 112.). Pro tento případ zvláštní plyne

$$P = Q \operatorname{tg} \alpha, \qquad R = Q \sec \alpha.$$

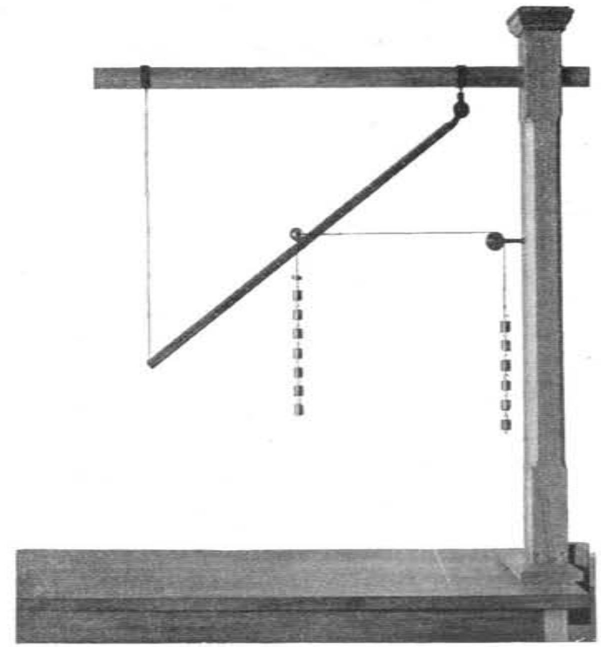
Zavedeme-li na místě goniometrických funkcí úhlu α raději rozměry nakloněné roviny, totiž délku $= AC$, výšku $= AB$, šířku $= CB$, platí úměrnost: v případě obr. 111. znázorněném

$$\frac{P}{\text{výška}} = \frac{Q}{\text{délka}} = \frac{R}{\text{šířka}},$$

v případě v obr. 112. pak

$$\frac{P}{\text{výška}} = \frac{Q}{\text{šířka}} = \frac{R}{\text{délka}}.$$

Výsledky theorie lze experimentalně doložiti a objasniti mnohými apparaty k tomu konci zvláště upravenými a více méně prakticky provedenými. Přístroj jednoduchý témuž účelu sloužící jest znázorněn v obrazcích 113. a 114. Šikmá rovina jest tu



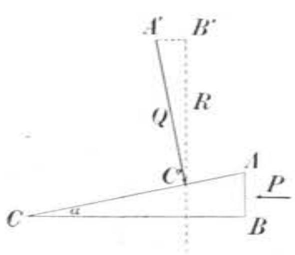
Obr. 114.

zastoupena mosazným linealem délky 10 decimetrů, otáčivým kolem osy, která jest zároveň osou pevné kladky. Odchylka α roviny čili výška roviny se řídí řetízkem, jenž v decimetrových vzdálenostech má kroužky větší a který se zavěšuje na háček umístěný v téže rovině horizontalní jako jest osa linealu. Na lineal klade se kladka se dvěma vidlicema, z nichž lze jednu druhou prostrčiti. Síly, o jichž rovnováhu se jedná, jsou dány vahou závaží 100grammových háčky opatřených, jež se ve vhodně voleném počtu na sebe zavěšují; délka takové řady připomíná opět grafické znázornění síly délkou přímky.

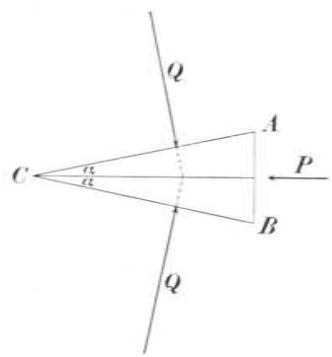
Kladka má váhu 50 grammů, tak že ve spojení se závažím ještě 50 grammů zastupuje jedno závaží 100grammové. Lze vyložiti případy zvláštní dříve projednané, pro $\beta = 0$ a $\beta = -\alpha$, ale také případy obecnější; třeba jen ještě nastrčiti na lať kladku a přes tuto vésti provazec napřed a pak teprve přes kladku na ose otáčivé roviny. Pošinováním oné pomocné kladky lze pro působící sílu docíliti směru, který se směrem roviny svírá úhel β libovolný.

§ 159. **Klín.**

Klín *jednoduchý* jest trojboký přímý hranol, jehož hlavním řezem jest trojúhelník pravoúhlý ABC (obr. 115.). Plochou BC spočívá na pevné rovině, jejížto pevností se výsledná R má rušiti; musí tudíž k ní býti kolmou. Břemeno Q působí kolmo na plochu AC, síla P kolmo na plochu AB.



Obr. 115.



Obr. 116.

Je-li břemeno Q dáno na př. $Q = A'C' \perp AC$, jest úloha určitou, poněvadž směr síly P jakož i směr síly R jsou dány; vedeme-li $B'C' \perp BC$ a $A'B' \perp AB$, jest $B'A' = P$, $B'C' = R$, tudíž

$$\frac{P}{AB} = \frac{Q}{AC} = \frac{R}{BC},$$

t. j. každá ze sil P, Q, R jest úměrna té straně klínu, na niž kolmo působí. — Je-li úhel klínu α, můžeme též psáti

$$\frac{P}{\sin\alpha} = \frac{Q}{1} = \frac{R}{\cos\alpha}.$$

Plocha AB zove se často čelem klínu.

Obyčejně užívá se klínu dvojitého, totiž trojbokého přímého hranolu, jehožto hlavní řez jest trojúhelník rovnoramenný ABC (obr. 116.). Břemeno Q působí s obou stran kolmo na plochy AC a BC; síla P působí kolmo na plochu čela AB. Úloha stane se určitou, jakmile Q se udá, poněvadž jest směr síly P dán. V rovnováze jest

$$\frac{P}{AB} = \frac{Q}{BC} = \frac{Q}{AC},$$

t. j. síly jsou úměrny stranám, k nimž kolmo působí.

Je-li 2α úhel klínu dvojitého, možno též psáti:

$$\frac{P}{2\sin\alpha} = \frac{Q}{1} = \frac{Q}{1},$$

t. j.
$$P = 2Q\,.\sin\alpha.$$

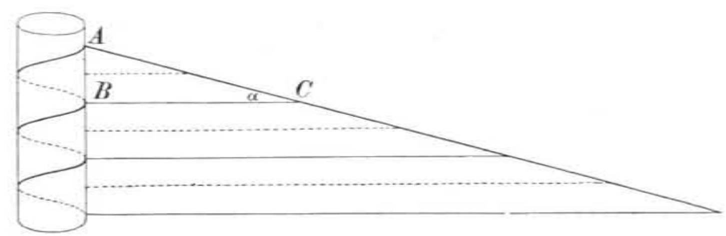
U klínu jednoduchého bylo

$$P = Q\,.\sin\alpha.$$

Síla P, majíc u klínu dvojitého v rovnováze držeti břemeno Q s obou stran klínu působící, musí býti dvakrát větší než jest u klínu jednoduchého.

§ 160. **Šroub.**

Myslíme-li si trojúhelník ABC (obr. 117.), značící stranou AC nakloněnou rovinu, navinutý na plášť kruhového válce,

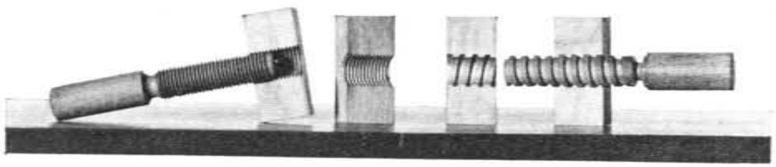


Obr. 117.

jehož osa jest kolmá na stranu BC souhlasící se šířkou nakloněné roviny, tvoří strana AC na válci určitou křivku, kterou zoveme křivkou *šroubovou* čili *šroubovicí*. Učiníme-li stranu BC rovnou obvodu válce, padne bod B pod bod A na touž stranu válce; odlehlost AB zove se pak *výstupem šroubovice*, její část mezi A a B nazýváme *otočkou šroubovou*; úhel α udává *sklon* šroubovice.

Chtějíce od *šroubovice* přejíti k *šroubu hmotnému*, musíme podél šroubovice vytvořiti *závit šroubový*. Tento bývá buď *ostrý*, když jest jeho průřez trojúhelník, aneb *plochý*, je-li jeho průřez pravoúhelník (obr. 118.).

Se šroubem spojena jest vždy *matice šroubová*, která jest válcem dutým, do něhož vryty jsou otočky šroubové duté, úplně souhlasící se závity šroubu samého.



Obr. 118.

Břemeno Q působí buď na šroubu nebo na matici a to ve směru osy válce, na nějž šroub jest nanesen; síla pak P působí na obvodě tohoto válce. Uvážíme-li, že plocha šroubu souhlasí se šikmou rovinou, můžeme podmínky rovnováhy na šroubu převésti na podmínky rovnováhy na této šikmé rovině a to pro případ, kde síla působí rovnoběžně se šířkou. Jest pak:

$$\frac{P}{\text{výška}} = \frac{Q}{\text{šířka}}.$$

Výškou roviny jest výstup h šroubovice, šířkou pak obvod $2\pi r$ válce, na němž šroubovice nanesena. Jest tudíž

$$P = \frac{h}{2\pi r} Q.$$

Jinak ovšem jsou při šroubu poměry zvláštní, jiné než u nakloněné roviny, analogické spíše těm, jaké jsou při kole na hřídeli. Jest totiž při šroubu matice pevnou, tak že se šroub v ní otáčí kolem určité osy. (Eventualně jest naopak šroub pevným, tak že matice na něm vystupujíc otáčí se kolem určité osy.) Působí tudíž jak břemeno tak i síla *momentem rotačním*, podobně jako při kole na hřídeli. Proto se také z pravidla u šroubu působívá proti břemenu nikoli silou jedinou, nýbrž *dvojicí sil*. Aby se pak moment této dvojice zvýšil, prodlužuje se průměr válce, na němž šroubovice navinuta, na rameno značně větší. Často bývá tímto ramenem delší pevná tyč, kteráž sama jest prodloužením průměru válce

po obou stranách jeho osy stejně dlouhým. Šroubujíce stáčíme na př. oběma rukama za onu tyč šroub, jako u lisu otiskovacího a pod. U menších šroubů, jak jich ve fysice v přečetných případech užíváme (šrouby mikrometrické, upevňovací, svírací atd.), bývá na válci šroubu soustředně připevněna kolmá kruhová destička (hlavička šroubu) s krajem obyčejně vroubkovaným, jejížto průměr jest pak prodloužením průměru válce šroubového. Také zde šroubujíce působíme dvojicí sil, berouce onu destičku do ruky palcem a ukazováčkem a točíce oběma prsty zároveň. U velkých šroubů vstupuje na místě takové destičky pevné velké kolo, jako u hydraulických šroubových lisů atd. V poslední rovnici pro P dlužno pak připojiti faktor $\frac{r}{L}$, kdež jest L délka tyče od osy válce počítaná, nebo poloměr takového kola, a když se působí dvojicí sil, připojiti ještě faktor $\frac{1}{2}$. Tak lze velké břemeno Q udržeti v rovnováze silou P velmi nepatrnou anebo naopak malou silou P způsobiti tlak Q velmi velký. Rozsáhlé užívání šroubu ve fysice spočívá dále na té jeho zvláštnosti, že, je-li jeho výstup malým, značným otočením šroubu vzniká pošinutí jen velmi malé; lze tudíž šroubem pošinování takové ovládati a říditi velice jemně a přesně, při čemž značné tření v závitech zaručuje samo sebou stálost každé polohy. V tomto smyslu užíváme šroubů upevňovacích, svíracích, stavěcích, mikrometrických, jak jsme je seznali v oddílu o strojích měřících.

§ 161. **Kombinace jednoduchých strojů.**

Stroje, v předešlých odstavcích popisované, jsou určité typy, jsou jako by základní elementy, z nichž lze sestaviti stroje úpravy složitější. Zákon o rovnováze pro celek lze však vždy jednoduše odvoditi ze zákonů o rovnováze pro jednotlivé části. U těchto se vždy břemeno Q udržuje v rovnováze silou, kterou lze vyjádřiti součinem kQ, kdež jest k převodním koefficientem z pravidla menším než jednička. Je-li tudíž dána soustava strojů jednoduchých, jest u stroje I. s převodním koefficientem k_1 břemeno Q udržováno v rovnováze silou $k_1 Q$; tato jest břemenem pro stroj II. s převodním koefficientem k_2; zde tedy břemeno $k_1 Q$ se udržuje v rovnováze silou $k_2 k_1 Q$; tato jest opět břemenem pro stroj III. s převodním koefficientem

k_3; udržuje se tedy v rovnováze silou $k_3 k_2 k_1 Q$ atd. U posledního n-tého stroje s převodním koefficientem k_n působí tudíž síla

$$P = k_1 . k_2 . k_3 \ldots k_n . Q.$$

Příkladem takového kombinování jednoduchých strojových elementů ve stroj komplikovanější jest již kladkostroj Archimedův; zde jest

$$k_1 = k_2 = k_3 = \ldots = \frac{1}{2},$$

tudíž $$P = k^n Q,$$

čili $$P = \frac{Q}{2^n}.$$

Jiným příkladem jest šroub ve spojení s pákou jednoramennou, délky L.

Zde jest

pro šroub $$k_1 = \frac{h}{2\pi r},$$

pro páku $$k_2 = \frac{r}{L},$$

tudíž $$P = \frac{h}{2\pi L} \cdot Q.$$

tak že se délkou páky L poloměr válce r, na němž šroub navinut, prodlužuje.

Podobné, velmi často užívané kombinace, jsou ozubená kola s hřídelem, ozubené kolo se šroubem a pákou atd. Principem virtualných pošinutí lze často rychle se orientovati o poměru síly P ke břemenu Q.

§ 162. **Úvahy závěrečné.**

Ve všech jednotlivých případech, o nichž jednali jsme v odstavcích předcházejících, řešili jsme *problem statický* hledajíce sílu P, jež by při daném uspořádání stroje udržela dané břemeno Q v rovnováze. Vlastní příčina rovnováhy dána jest *rovností práce*, která by při myšleném pohybu na jedné straně silou P byla produkována a na druhé straně břemenem Q konsumována. Součet práce jedné i druhé jest tudíž roven nulle: není tedy, z čeho by pohyb povstal. Jinak se však má věc, když sílu P o nějakou část p zvýšíme. Práce silou $(P + p)$ produkovaná jest pak větší než práce silou Q konsumovaná, jest zde tedy *přebytek práce*, a tímto vzniká pohyb všech hmotných částí na stroji se nalézajících.

Dle toho zdálo by se, že postačí sebe menší přírůstek síly p, aby pohyb nastal. Pokud hledíme ke strojům, jak o nich v theorii uvažujeme, jest tomu v skutku tak; avšak u strojů skutečných, u strojů, jak jich v životě praktickém užíváme, má se věc jinak.

Při *vznikání* pohybu vznikají totiž současně síly nové, které v klidu nepůsobily, které teprve pohybem se *budí*, síly, které pohybu *odporují*. Jsou to rozmanité překážky pohybu. Zejména dlužno tu uvésti *tření, tuhost provazů a lan* a pod.

Má-li tudíž u strojů skutečných pohyb vzniknouti, musí přírůstek p síly P vzrůsti především na takový stupeň p_0, aby překážky pohybu byly překonány, teprve přebytkem síly nad p_0 vzniká pohyb.

Jinak řečeno: Neproměňuje se celá práce síly p v energii pohybu hmot: jistá *část* této práce spotřebuje se ku překonávání oněch rozmanitých překážek pohybu a teprve, co potud zbude, obrátí se na způsobení pohybu vlastního.

Otázka pohybu u strojů je velmi důležitou; neboť jedná se mnohem častěji o to, strojem vykonati práci, což jest možno jenom v pohybu, nežli držeti dané břemeno v rovnováze.

Budiž však zřejmě vytčeno, že překážky pohybu nemají žádného účinku na poměry *statické*, jinými slovy: výsledky, jichž jsme pro *rovnováhu* nabyli v předcházejících odstavcích theorie strojů, platí také o strojích, jak ve skutečnosti bývají, byť by u nich při eventualním pohybu bylo tření atd. sebe větší. Neboť tření a pod. vzniká teprve při pohybu; jednáme-li však o klidu, tedy pohyb vylučujeme, čímž přestávají také překážky pohybu. Vliv jejich jeví se však tím, že rovnováha ještě *trvá*, když se síla P, theoreticky stanovená, buď ještě až do $P + p_0$ zvětší anebo až do $P - p_0$ zmenší. Platí tudíž rovnováha pro jakoukoli sílu P, jejíž hodnota jest v intervallu $P - p_0$ až do $P + p_0$

Dle principu o zachování energie nepřichází ovšem nikterak na zmar ta práce, která se konsumuje překonáváním překážek pohybu. Je-li ztracena pro pohyb, t. j. neproměňuje-li se v energii pohybu, tedy jest tomu tak rozuměti, že neproměňuje se v energii *pohybu viditelného* čili v energii *mechanickou* — za to však z velké části mění se v energii *pohybu neviditelného*, v energii *tepelnou*. Poněvadž však právě tato přeměna není úmyslem, nutno, aby tření bylo vhodnými prostředky sníženo na *míru nejmenší.*

X.

Váhy a vážení.

§ 163. Úvahy základní.

Rovnováha na jednotlivých strojích vede k podmínce, kterouž lze vždy vyjádřiti rovnicí tvaru

$$P : Q = b : a.$$

V rovnici této jest *poměr dvou sil* určen *poměrem dvou délek*. Lze-li délky tyto měřiti, jest dána možnost, rovnovahou samou zkoumati, po případě číselně stanoviti *poměr dvou sil* původu jakéhokoliv, a je-li jedna z obou známa, druhou určiti.

Má-li se určování toto díti se žádoucí přesností, musí stroj býti povahy takové, aby i nejmenší pozměnění poměru silového, pro který rovnováha platí, ihned způsobem očividným se ukázalo, aby tedy ihned nastal pohyb, ale nikoli pohyb bez ustání, stále se urychlující, jako by tomu bylo na př. u kladek neb kladkostrojů, nýbrž jen pohyb do *nové rovnovážné polohy*. To pak vyžaduje především, aby překážky tohoto pohybu, jak o nich u strojů bylo jednáno, byly sníženy na míru nejskrovnější a pak, aby stroj změnou rovnovážné polohy novým poměrům vyhověl. Podmínkám těmto může dokonale vyhověti *páka*.

V oddílu, kterýž začínáme, jedná se o síly určitého původu, totiž o *váhu* jistých hmot. Značí-li M jakoukoli z hmot těch, g intensitu gravitačního pole zemského, jest Mg váha této hmoty, působící směrem svislým. Srovnávání sil Mg na místě, kde gravitační intensita jest jakákoli, ale konstantní, znamená pak srovnávání hmot; a právě toto srovnávání jest účelem *vážení*.

Budiž přímka A_2OA_1 (obr. 119.) pákou mathematickou, otáčivou kolem bodu O, na kteréž v bodech A_1 a A_2 působí ve vertikalní rovině nákresné směrem svislým váhy M_1g a M_2g

hmot M_1 a M_2. Je-li páka v poloze vodorovné, jsou $OA_1 = L_1$ $OA_2 = L_2$ její ramena; i jest rovnováha podmíněna rovností momentů

$$M_1g \,.\, L_1 = M_2g \,.\, L_2.$$

Je-li této podmínce vyhověno, *zůstane* páka v rovnováze také *v každé jiné poloze* než vodorovné; když se na př. ve svislé rovině nákresné otočí o úhel φ, platí též rovnost momentů

$$M_1g \,.\, L_1 \cos\varphi = M_2g \,.\, L_2 \cos\varphi,$$

poněvadž se ramena L na obou stranách zkrátí touže měrou. Kdyby se pak ke hmotě na př. M_1 přidala malá hmota m_1, přibyl by na pravo moment

$$m_1g \,.\, L_1 \cos\varphi,$$

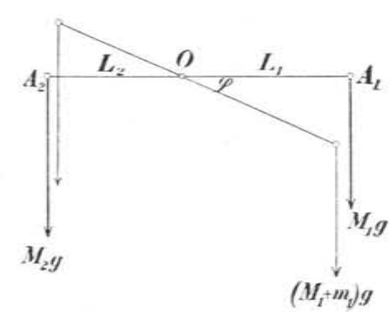
proti němuž na levo není žádného momentu opačného; vznikl by tedy účinkem onoho nového momentu pohyb do nové rovnovážné polohy, jež by konečně nastala při

$$m_1g \,.\, L_1 \cos\varphi = 0,$$

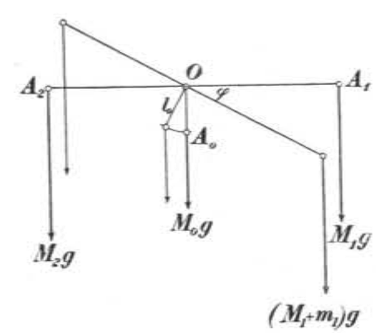
t. j. při

$$\varphi = 90^0$$

páka postavila by se vertikalně.



Obr. 119.



Obr. 120.

Jako ona páka mathematická chovala by se také páka fysická, kteráž by těžiště své měla v ose O, t. j. kteráž by byla v poloze indifferentní.

Zcela jinak měla by se však věc u páky fysické, jež by *sama o sobě* měla polohu *stabilní*.

Budiž dána (obr. 120.) páka fysická, A_0 budiž její těžiště svisle pod osou O v odlehlosti $OA_0 = l_0$, působiště A_1 a A_2 buďtež s bodem O umístěna na téže přímce a to tak, že v rovnovážné poloze páky, kdy přímka OA_0 se stává vertikalní, ona přímka A_2OA_1 jest horizontalní. V těžišti můžeme si hmotu M_0 celé páky fysické mysliti soustředěnou; zde působí váha její M_0g vertikalně. Ve vodorovné poloze páky ruší se váha tato pevností osy.

Budiž opět splněna podmínka

$$M_1g \,.\, L_1 = M_2g \,.\, L_2$$

pro polohu páky vodorovnou. Kdyby se páka otočila o úhel φ, platila by opět rovnost

$$M_1g \,.\, L_1 \cos\varphi = M_2g \,.\, L_2 \cos\varphi,$$

ale zároveň by přibyl moment

$$M_0g \,.\, l_0 \sin\varphi,$$

proti němuž není nikde momentu opačného. Vznikl by tudíž zpětný pohyb do polohy rovnovážné, jež by nastala při

$$M_0g \,.\, l_0 \sin\varphi = 0,$$

t. j. při $\varphi = 0.$

Působením *vlastní váhy* vrací se tudíž páka *zatížená* do své *původní* polohy vodorovné, tak jako když jest nezatížená.

Kdyby se pak opět ke hmotě na př. M_1 přidala malá hmota m_1, přibyl by na pravo moment

$$m_1g \,.\, L_1 \cos\varphi,$$

proti němu by však na levo vahou páky samé působil moment opačný

$$M_0g \,.\, l_0 \sin\varphi.$$

Spolupůsobením obou momentů nastal by tudíž pohyb do *nové polohy rovnovážné*, jež jest určena podmínkou

$$M_0g \,.\, l_0 \sin\varphi = m_1g \,.\, L_1 \cos\varphi,$$

$$tg\,\varphi = \frac{m_1 L_1}{M_0 l_0}.$$

V rovnicích odvozených jest obsažen princip vážení. Rovnovahou na páce lze stanoviti *poměr vah* a tím i *poměr hmot* těles daných; a je-li páka rovnoramennou, t. j. je-li $L_1 = L_2$, lze ihned rozhodnouti z rovnováhy samé, jsou-li dvě hmoty M_1 a M_2 *stejny* čili nic. Určování takovéto zoveme *vážením*; ona páka zove se *vahadlem*, a celý přístroj, pro vážení zvláště vhodně sestrojený, *vahami*. Ze hmot srovnávaných jest z pravidla jedna, na př. M_1 známou a jest dána řadou hmot dle jednotky gramm

upravených, t. j. závažím. Vážením pak stanovíme, že těleso M_2 váží tolik jako jistý počet M_1 jednotek grammových; jest tudíž číslo nalezené nikoli vahou, nýbrž hmotou tělesa M_2.

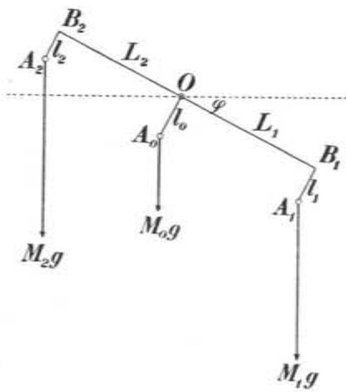
§ 164. **Citlivost vážení.**

Má-li toto srovnávání hmot dle jich váhy se díti se žádoucí citlivostí, musí sebe menší porušení správného poměru působících sil způsobené na př. přívažkem m_1 se jeviti patrně značnou odchylkou φ vahadla z polohy vodorovné. O velikosti této odchylky poučuje rovnice

$$tg\,\varphi = \frac{m_1 L_1}{M_0 l_0}.$$

Jest tudíž citlivost vah, měřená tangentou úhlu φ, tolikrát větší, kolikrát jest větší přívažek m_1 a rameno L_1 a kolikrát jest menší hmota M_0 vahadla a odlehlost l_0 jeho těžiště od osy. Nezávislá jest však citlivost na zatížení vahadla vahou srovnávaných hmot M_1 a M_2.

Výsledky tyto o citlivosti vážení můžeme za *orientační* pokládati; v skutku orientují *v hlavní věci*, oč zde jde. Avšak *definitivními* nejsou, ježto se zakládají na podmínce, kteráž ve skutečnosti nebývá, ba ani nemůže býti splněna.



Obr. 121.

Předpokládali jsme (obr. 120.), že body A_1 a A_2 leží s bodem O na téže přímce, kteráž jest vodorovnou, když jest vahadlo samo v poloze rovnovážné, t. j. když jeho těžiště A_0 jest svisle pod bodem O. Dlužno ovšem vytknouti, že praxis se snaží co možná tento případ realisovati; avšak jest třeba též vyšetřiti, jak by se poměry změnily, kdyby body A_1 a A_2 padly buď nad nebo pod přímku vedenou bodem O kolmo na OA_0. Neboť jednak může se státi, že by skutečné provedení vahadla zůstalo za onou snahou, jednak i kdyby skutečně provedení bylo bezvadné, může se státi, že by vahadlo, následkem své pružnosti, zatížením samým se poněkud prohnulo — což ovšem by smělo býti jen dočasně, v mezích pružnosti, — čímž by body A_1 a A_2 se snížily. Nutno tudíž vzhledem k těmto důvodům za vahadlo schematické pokládati vahadlo $A_2 B_2 O B_1 A_1$ (obr. 121.).

Zaveďme obdobné označení:

$$OB_2 = L_2 \qquad OB_1 = L_1$$
$$B_2 A_2 = l_2 \qquad B_1 A_1 = l_1$$
$$OA_0 = l_0.$$

V poloze rovnovážné buďiž, jako dříve

$$M_1 g \,.\, L_1 = M_2 g \,.\, L_2.$$

Připojme opět na pravo přívažek m_1. Vahadlo se skloní o úhel φ účinkem momentu tohoto přívažku. Sestavíme-li veškeré momenty v jednom i druhém smyslu působící, obdržíme pro rovnováhu rovnici následující

$$(M_1 + m_1) g (L_1 \cos\varphi - l_1 \sin\varphi) = M_2 g (L_2 \cos\varphi + l_2 \sin\varphi) + M_0 g\, l_0 \sin\varphi$$

čili vzhledem k rovnici předešlé

$$m_1 g\, L_1 \cos\varphi - (M_1 + m_1)\, g\, l_1 \sin\varphi = M_2 g\, l_2 \sin\varphi + M_0 g\, l_0 \sin\varphi.$$

V rovnici této můžeme malý additivní přívažek m_1 proti velké hmotě M_1 opomenouti. Upravíce pak obdržíme

$$tg\,\varphi = \frac{m_1 L_1}{M_0 l_0 + M_1 l_1 + M_2 l_2}.$$

Urychlení g odpadne; na místě momentů silových nastupují momenty hmotné.

Definitivní rovnici tuto pro citlivost lze snadno pamatovati a vyložiti. Odchýlená poloha, úhlem φ stanovená, jest jakousi střední mezi polohou vahadla horizontalní a vertikalní. V poloze horizontalní působí jen přívažek m_1 momentem $m_1 L_1$. V poloze vertikalní působí ve smyslu opačném

hmoty	M_0,	M_1,	M_2,
na ramenu	l_0,	l_1,	l_2,
momenty	$M_0 l_0$.	$M_1 l_1$,	$M_2 l_2$.

V šikmé poloze vahadla se umenšují momenty

$$m_1 L_1 \quad \text{na} \quad m_1 L_1 \cos\varphi,$$
$$M_0 l_0 + M_1 l_1 + M_2 l_2 \quad \text{na} \quad (M_0 l_0 + M_1 l_1 + M_2 l_2) \sin\varphi,$$

až se vyrovnají; odtud pak rovnice pro $tg\,\varphi$.

Přehledně obdržíme, zavedouce symbol summační,

$$tg\,\varphi = \frac{m_1 L_1}{\Sigma Ml}$$

a ovšem analogicky

$$tg\,\varphi = \frac{m_2 L_2}{\Sigma Ml},$$

kdyby se přídavek m_2 dal na stranu levou.

Odvodili jsme rovnici pro citlivost vah vycházejíce od vahadla jakožto páky nerovnoramenné, poněvadž všeobecnější případ tento není nikterak složitějším než obvyklý případ vahadla jakožto páky rovnoramenné. Předpokládáme-li, že jest $L_1 = L_2$, tudíž pak také $M_1 = M_2$, $l_1 = l_2$, obdržíme, vynechávajíce indexy, jichž pak k rozeznávání pravé a levé strany vahadla není potřebí, na místě všeobecné rovnice tuto zvláštní:

$$tg\,\varphi = \frac{mL}{M_0 l_0 + 2Ml},$$

ve kteréž však souměrnost výrazu ve jmenovateli jest zastřena.

§ 165. **Doba kyvu vah.**

Jak později seznáme, děje se vážení k přesným účelům vědeckým methodou zvláštní, totiž pozorováním kyvů vah. Jest tudíž též důležito přihlédnouti, s čím doba kyvu vah souvisí, tím spíše, poněvadž veličina tato jest v těsném spojení s citlivostí.

Váhy jsou kyvadlo fysické. Doba t kyvu takového kyvadla jest stanovena vzorcem

$$t = \pi \sqrt{\frac{\lambda}{g}},$$

kdež jest λ redukovaná délka kyvadla. Tato jest pak určena poměrem, v jakém jsou momenty hmotné stupně druhého k momentům hmotným stupně prvého.

Moment hmotný druhého stupně jest moment setrvačnosti; závisí jednak na vahadle samém, jednak na jeho zatížení.

Je-li L_0 poloměr setrvačnosti vahadla samého, jest jeho moment setrvačnosti dán výrazem

$$M_0 L_0^2.$$

K tomuto přistupuje moment setrvačnosti zatěžujících hmot M_1 a M_2. Vzhledem k tomu, že závěs hmot zatěžujících jest volně pohyblivý kolem závěsných bodů (resp. přímek), můžeme si ony hmoty mysliti jako by soustředěny v bodech A_1 a A_2 ve vzdálenostech $\sqrt{L_1^2 + l_1^2}$ a $\sqrt{L_2^2 + l_2^2}$ od osy O, místo nichž lze vždy psáti L_1 a L_2, poněvadž délky l_1 a l_2 jsou proti oněm zcela nepatrné. Momenty setrvačnosti hmot zatěžujících jsou tedy

$$M_1 L_1^2 \text{ a } M_2 L_2^2.$$

Uhrnný moment hmotný druhého stupně jest tudíž

$$M_0 L_0^2 + M_1 L_1^2 + M_2 L_2^2.$$

Moment stupně prvého jest týž, který způsobuje stabilitu hmoty kývající, totiž

$$M_0 l_0 + M_1 l_1 + M_2 l_2.$$

Z toho plyne délka redukovaná

$$\lambda = \frac{M_0 L_0^2 + M_1 L_1^2 + M_2 L_2^2}{M_0 l_0 + M_1 l_1 + M_2 l_2}$$

čili přehledněji

$$\lambda = \frac{\Sigma M L^2}{\Sigma M l}$$

všeobecně pro kyvadlo jakožto páku nerovnoramennou.

Ve zvláštním případu, je-li $L_1 = L_2$, $M_1 = M_2$ $l_1 = l_2$ obdržíme, vynechávajíce indexy, jichž pak k rozeznávání pravé a levé strany vahadla není potřebí,

$$\lambda = \frac{M_0 L_0 + 2 M L^2}{M_0 l_0 + 2 M l}.$$

§ 166. **Rozbor rovnice o citlivosti vah a době kyvu.**

Přestaňme zde na případu obyčejnějším, kdy vahadlo jest pákou rovnoramennou. Pak tedy platí rovnice

$$tg\,\varphi = \frac{m L}{M_0 l_0 + 2 M l}$$

$$\lambda = \frac{M_0 L_0^2 + 2 M L^2}{M_0 l_0 + 2 M l}.$$

Rozeznávejme dva hlavní případy:

1. l_0 a l mají znamení souhlasná,
2. l_0 a l mají znamení opačná.

Případ 1. jest jednoduchý. Fysikalní smysl má zde jen positivní znamení. Citlivosti $tg\,\varphi$ ubývá se zatížením. Naproti tomu délky redukované λ může buď též ubývati se zatížením nebo přibývati, nebo může zůstávati konstantní. To vynikne lépe z rovnice poslední, když ji píšeme ve tvaru tomto:

$$\lambda = \frac{M_0 + 2M \frac{L^2}{L_0^2}}{M_0 + 2M \frac{l}{l_0}} \cdot \frac{L_0^2}{l_0}.$$

Je-li tedy

$$\frac{l}{l_0} = \frac{L^2}{L_0^2},$$

vychází nezávisle na zatížení

$$\lambda = \frac{L_0^2}{l_0}.$$

Dle toho pak, je-li

$$\frac{l}{l_0} < \frac{L^2}{L_0^2} \quad \text{anebo} \quad \frac{l}{l_0} > \frac{L^2}{L_0^2},$$

stoupá nebo klesá λ se zatížením: zároveň jest

$$\lambda > \frac{L_0^2}{l_0} \quad \text{anebo} \quad \lambda < \frac{L_0^2}{l_0}.$$

Případ 2. jest charakterisován tím, že zde může jak citlivost $tg\,\varphi$ tak redukovaná délka λ býti $= \infty$, totiž tehdá, kdy

$$\pm M_0 l_0 \mp 2 M l = 0$$

čili

$$2M = M_0 \frac{l_0}{l}.$$

Tím jest stanoveno jisté *mezní zatížení vah.*

Je-li l_0 positivní a l negativní, stoupá citlivost i doba kyvu se zatížením až do mezního zatížení, kdy pak vah nelze dále potřebovati. Je-li l_0 negativní a l positivní, nelze z počátku vah potřebovati než až zatížení dostoupí oné mezní hodnoty, od které pak při dále stoupajícím zatížení citlivosti i doby kyvu se zatížením od hodnoty nekonečné ubývá.

Mezní zatížení má dle toho dvojí význam. Značí zatížení, buď *do kterého* (končíc) anebo *od kterého* (počínajíc) lze vah užívati.

Při tomto rozboru předpokládali jsme, že odlehlosti l_0 a l zůstávají při stoupajícím zatížení M vah konstantními. Při l_0 jest podmínce této vyhověno měrou dostatečnou — je-li nějaká změna, bývá v případech, jak ve skutečnosti jsou, velice nepatrná. Jinak je tomu však při l. Pružností může se vahadlo poněkud při rostoucím zatížení dočasně prohnouti. Tím se může značně modifikovati případ 2., je-li l z počátku negativní. Stoupá-li zatížení, začíná se toto negativní l znenáhla (absolutně) umenšovati, stává se $= 0$ a pak nabývá hodnoty positivní. Tím citlivost z počátku vzrůstá, ale vždy méně a méně, pak stává se téměř konstantní

$$tg\,\varphi = \frac{m L}{M_0 l_0}$$

a pak dále zase klesá. Případ tento, kterýž pro praxis vážení není nevýhodný, poněvadž citlivost pro jisté střední zatížení jest konstantní, v skutku se vyskytuje.

Z krátkého tohoto rozboru jest patrno, že otázka citlivosti vah a s ní souvisící otázka doby kyvu nejsou zcela tak jednoduché, jak v úvahách orientačních bylo řečeno. Zejména není správné, že by váhy stávaly se nepotřebnými, kdyby vahadlo samé mělo polohu labilní; účinkem positivního l a přiměřeného stálého zatížení, jakéž jest dáno miskami vah, bylo by lze také takových vah dobře potřebovati.

K úplnému porozumění výkladů těchto jest nezbytno, míti *číselné představy* o tom, *jakého řádu* jsou veličiny zde rozhodující, zejména odlehlosti l_0 a l. Proto jest ke konci celého oddílu tohoto uveden příklad na základech konkretních propočítaný, který tuto otázku objasňuje. K orientaci budiž zde *povšechně* poznamenáno, že u jemných vah analytických odlehlost l_0 těžiště jde asi do desetin, odlehlosti l pak asi do setin millimetru. Že pak mizí čtverec l^2 proti čtverci L^2 celé na decimetry čítající délky L ramena vahadlového, jest ihned patrno, jakož i ne méně, že prohnutí vahadla v mezích pružnosti jest číselně téhož řádu, jako odlehlosti l samé.

§ 167. **Zařízení vahadla.**

Z theoretických úvah dosavadních lze dobře posouditi, jak třeba vypracovati vahadlo jakožto nejdůležitější část vah, aby bylo vyhověno všem požadavkům přesného vážení.

U vah sestrojených k účelům vědeckým jest vahadlo pákou *rovnoramennou*. Aby otáčejíc se zůstávalo v téže rovině (vertikalní), otáčí se kolem *osy*, dané hranou trojbokého hranolu ve vahadle blízko u těžiště A_0 upevněného, tak že těžiště zůstává pod osou v malé vzdálenosti, kterou lze dodatečně ještě poněkud měniti.

Vahadlo má podélnou rovinu souměrnosti; střední hranol jest do vahadla tak zasazen, aby jeho hrana, tvořící osu, byla k oné rovině kolmo. Tato rovina jest totožná s rovinou nákresnou při dřívějších úvahách theoretických. V ní leží těžiště A_0 vahadla a osa se do ní promítá bodem O. Působiště sil nejsou body, nýbrž rovněž hrany trojbokých hranolů zasazených do vahadla tak, aby jich hrany k oné rovině souměrnosti byly kolmo, tudíž s hranou středního hranolu rovnoběžnými. Šroubky se jich poloha dá dodatečně jemně korrigovati. Je-li vahadlo ve své poloze rovnovážné, mají hrany postranních hranolů býti v rovině vodorovné, v níž leží též osa vahadla; není však závadou, jde-li rovina tato o malou délku l pod osu neb nad osu, raději nad osu, jak patrno z úvah dřívějších, zvláště u vahadla jemně pracovaného, kteréž se větším zatížením spíše dočasně prohýbá.

Jinak žádá se, aby vahadlo bylo dlouhé a lehké. Obě podmínky jsou patrně v odporu: vahadlo delší jest povšechně těžší. Přijde tudíž na to, má-li se větší důraz položiti na délku neb na lehkost vahadla. Vahadlo dlouhé kývá velmi volně; účinek členu $2ML^2$ na dobu kyvu převládá. Poněvadž se pak při vážení tyto kyvy pozorují, jest jasno, že velmi volné kývání jest postupu práce na újmu. Proto jest rozumnější, klásti důraz na lehkost vahadla, pracovati je tudíž velmi jemně a užiti materialu lehkého, tedy na př. aluminia, když se z důvodů jiných neužije mosazi. Avšak tato jemnost v mechanickém provedení nesmí jíti tak daleko, že by se vahadlo jsouc zatíženo trvale prohnulo. Proto musí *především* býti rozhodnuto o tom, až do jakého *největšího zatížení* se má vah užívati. Jinak se pracuje vahadlo, má-li vydržeti (na obou stranách) ještě zatížení 5 *kg* neb 1 *kg*, a opět jinak pro 250 *g*, 100 *g*, 50 *g* neb jenom 20 *g*; to jsou údaje v praxi obvyklé.

Pravili jsme, že lze vzdálenost $OA_0 = l_0$ poněkud měniti. Za tím účelem bývá na vahadle upevněn šroub, na němž se matice jakožto hmota posuvná nahoru neb dolů dá pohybovati, čímž se poloha těžiště A_0 mění. Jiná menší na šroubu posuvná matička slouží ke korrekci rovnovážné polohy vahadla. Tato rovnovážná poloha pozoruje se pomocí ukazovatele na vahadle upevněného z pravidla směrem dolů obráceného na zvláštní stupnici. S vahadlem bývá konečně na přední straně spojen lineal, rozdělený na 10 neb též 20 dílců, nejlépe výřezy označených, v té délce, kteráž odpovídá vzdálenosti $2L$ hran postranních hranolů. Na tomto linealu pošinuje se tak zvaný jezdec, malé závažíčko 10- neb 5milligrammové. Zařízení takové jest velmi výhodné, poněvadž pak netřeba velmi malých a tím právě nepohodlných závažíček milligrammových upotřebovati; na místě toho pošinuje se jezdec při uzavřených vahách do vzdálenosti $\frac{1}{10}L$, $\frac{2}{10}L$ atd. od osy C. Upevnění linealu na přední části vahadla ruší ovšem jeho souměrnost; proto shledáváme u mnohých vah, že lineal jest upevněn nad vahadlem v jeho prvé rovině symmetrie, anebo že vahadlo samo v hořejší části je pracováno rovně a děleno, aby se ho přímo k pošinování jezdce mohlo užiti. Dlužno však vytknouti, že vzhledem k methodě vážení, kteráž pomocí kyvů stanoví rovnovážné polohy, jak o tom níže obšírně jednáme, nelze zásadně jiné upevnění linealu za správné uznati než to, kde lineal jest v rovině hran všech tří hranolů.

§ 168. **Úprava vah.**

Osa vahadla spočívá na lůžku, jež jest u jemných vah rovinné, u hrubších (bez arretace) úžlabovité. Lůžko jest upevněno na hlavním sloupu vah. Libellou vhodně umístěnou aneb olovnicí staví se sloup tak, aby osa spočinouc na lůžku byla vodorovnou. Na hranách hranolů postranních spočívají závěsy s lůžky, jež jsou též u jemných vah rovinné, u hrubších užlabovité. Na závěsích visí misky vah. Závěsy a misky tvoří stálé zatížení vahadla; při vážení netřeba tohoto zatížení si všímati; jde pak o to, aby *přírůstek* momentu na př. na levé straně, způsobený hmotou, kterouž vážíme, se rovnal *přírůstku* momentu na pravé straně způsobenému závažím. Na dobu kyvu a na citlivost má však zatížení vahadla závěsy a miskou určitý vliv, kterýž při upotřebení příslušných formulí nutno bráti do počtu.

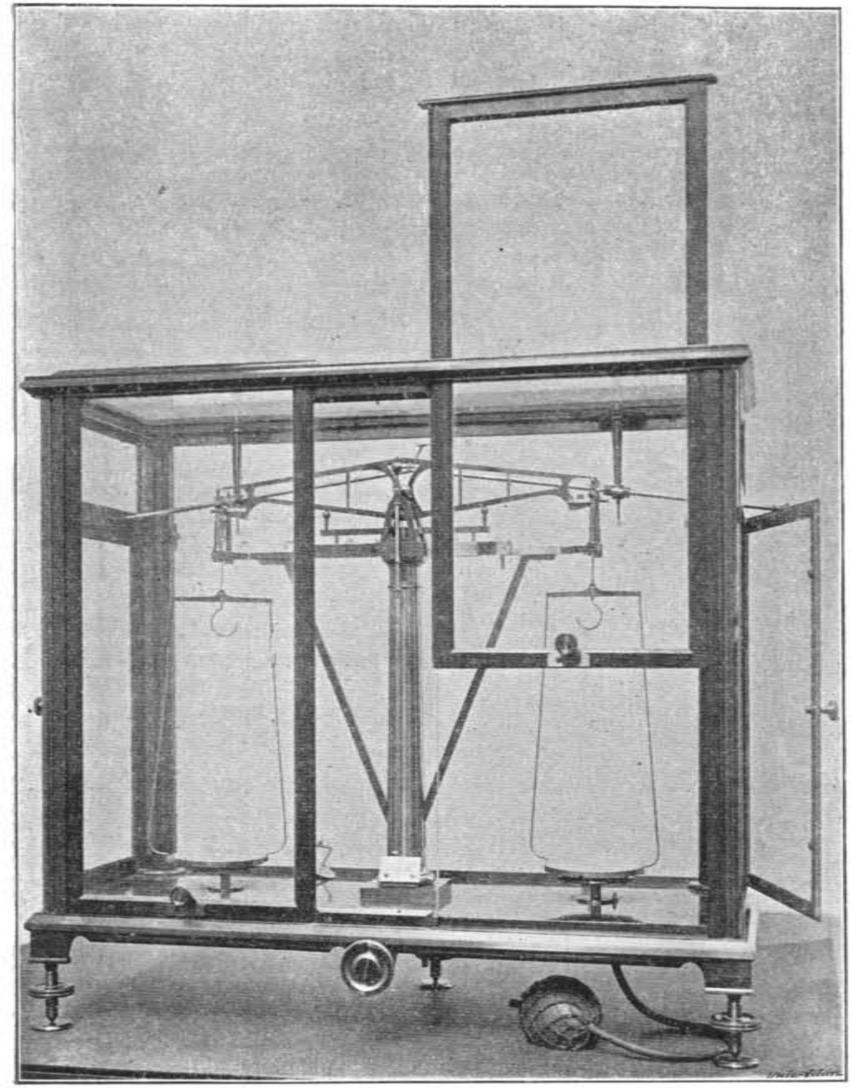
Důležitou část vah tvoří mechanismus, kterým lze váhy zabaviti (arretovati). Účel jest dvojí. Jednak má se tím dociliti, aby hrany všech tří hranolů, když se neváží, nebyly zbytečně zatíženy a tím aby se neotupovaly. Důležitější jest však účel druhý, aby se vahadlo svým hranolem *vždy stejně* položilo na příslušné lůžko, jakož i aby lůžka závěsů *vždy stejně* se položila na postranní hranoly. Zabavení vah děje se v určitém pořádku: nejprve vahadlo, pak závěsy, naposled misky. Vybavení děje se v pořádku opačném: nejprve misky, pak závěsy, naposled vahadlo. Zabavení (podchycení) misek není sice nutné, ale jest velmi pohodlné. Přidávání závaží děje se jenom, jsou-li váhy arretovány; když pak jsou též misky podepřené, lze klásti na ně i větší hmoty bez obavy, že by neopatrným, prudším nárazem hmoty na misku kladené mohlo nějaké poškození vah vzniknouti. Arretace vah má jíti zcela jemně: při vybavení vah mají se misky i závěsy zcela současně spustiti a naopak při zabavení zachytiti. Ukazovatel vah arretovaných má státi nad středním bodem stupnice. Jak vybavení tak zejména zabavení vah nesmí se díti prudce, zvláště jsou-li váhy značně zatíženy; zabavení nechť se děje v té poloze, kdy ukazovatel vah je velmi blízký onomu střednímu bodu stupnice. Udaný zde pořádek při vybavení vah jest jediný možný; hledíc však k zabavení vah byl by pořádek opačný vhodnější. Váhy jemné musí vždy býti montovány ve skříni; nejenom proto, aby byly chráněny před prachem, sazemi atd., kterýmž v obyčejných našich latoratořích nelze se ubrániti, nýbrž hlavně proto, aby při vážení proudy vzduchové nerušily volné a pravidelné kývání vah. Definitivní vážení děje se vždy při skříni zavřené a ne přímo po uzavření, nýbrž po jisté přestávce, aby se vzduch uvnitř ve skříni uklidnil. Na skříni jest pak umístěn přístroj k pošinování jezdce na linealu vahadla často důmyslně upravený, aby se pošinování dálo jistě, aby se na vahadlo nemohl učiniti při tom náraz a aby se jezdec na linealu sedící jistě podchytil a zvedl. Na vhodném místě jest ve skříni zavěšen teploměr; po případě též postaven malý vlhkoměr.

V době novější hotoví se u skříní vah též mechanismus, kterým lze při zavřené skříni klásti závaží — daná ve formě malých válečků — na pravou misku vah, kteráž pak ovšem nabývá k účelu tomu zcela zvláštní úpravy.

Obr. 122.

Dole na sloupu, kde končí ukazovatel vahadla, jest upevněna malá stupnice (obr 122.). Dílce její bývají millimetry, někdy, zvláště užívá-li se optického zvětšení, mohou dílce býti také menší. Střední dílec přísluší (aspoň velmi blízce) rovnovážné poloze vah, jsou-li nezatíženy, t. j. jsou-li misky vah prázdny. Od středního tohoto dílce jest pak z pravidla deset dílců na pravo a deset na levo. Aby při odčítání nenastaly chyby parallaxou, jest žádoucno, aby konec

ukazovatele byl těsně před stupnicí anebo ještě lépe nad stupnicí v téže s ní rovině.

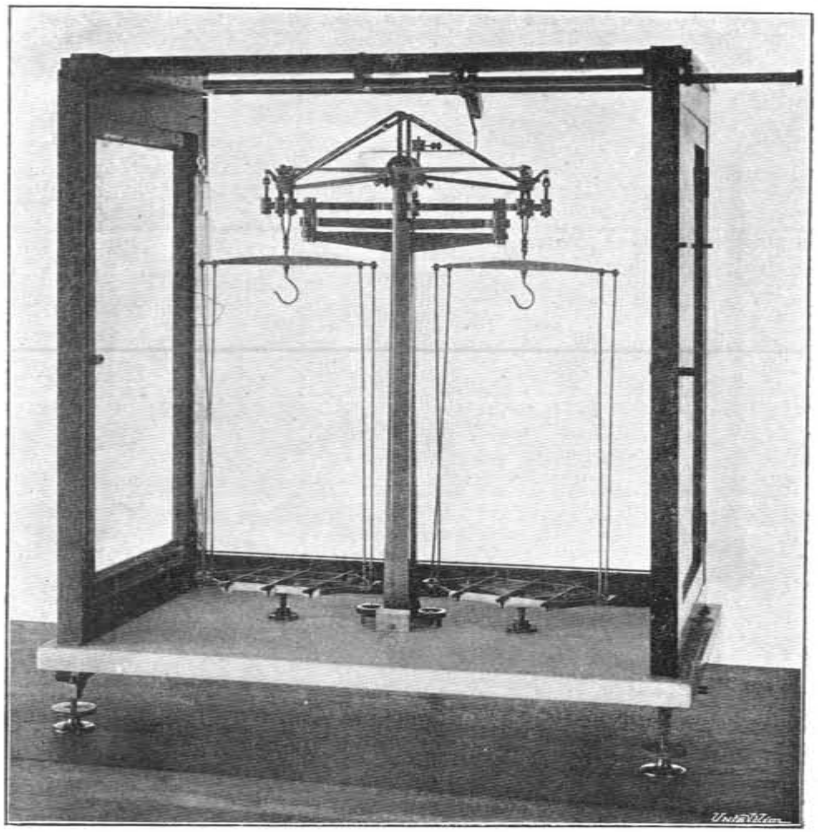


Obr. 123.

Odčítání stupnice děje se při nejpřesnějším vážení pozorovacím dalekohledem; postačí však i pro účely velmi přesné postaviti do skříňky vah odčítací velkou konvexní čočku přiměřené dálky ohniskové, na př. $f = 15\ cm$, montovanou na malém stojánku.

K objasnění toho, co o úpravě jemných vah bylo řečeno, buďtež připojeny následující příklady.

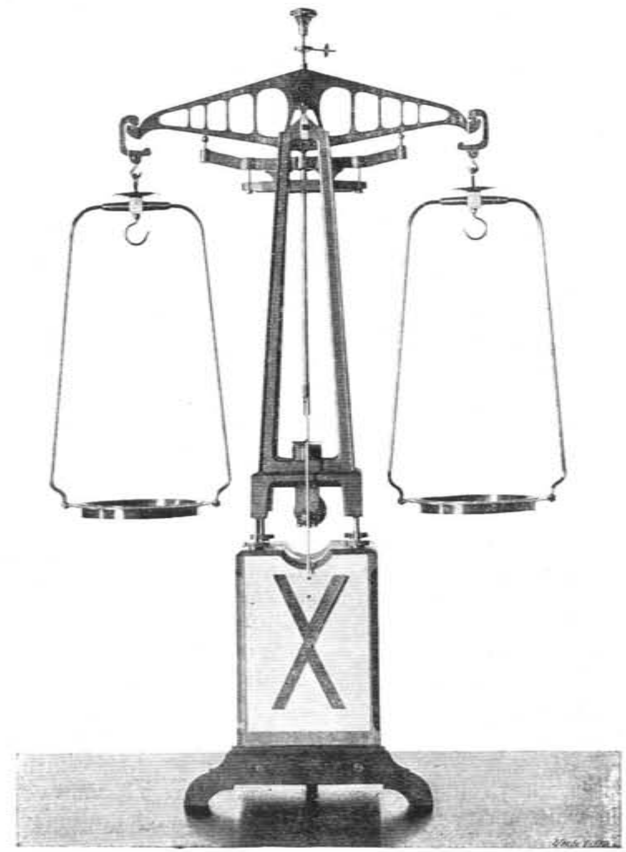
Obr. 123. ukazuje analytické váhy (Rueprecht), při nichž lze jíti do největšího oboustranného zatížení 250 *g*. Vážení zaručuje ještě několik (asi 3) setin *mg*. Pošinování jezdce jest zařízeno na obou stranách a děje se na vahadle samém, kteréž má na rameni pravém i levém



Obr. 124.

dělení od 0 do 100 dílců pokračující. Arretace jest trojí. Skříň vah jest celá mosazná. To jest výhodou, poněvadž lze kov přesněji zpracovati než dřevo, tak že dvířka se pohybují volněji a desky skleněné v předu na pošinování vzhůru a dolů zařízené a vyvážené jdou rovněž jemněji než by tomu bylo ve dřevě. Aby pak při vážení dle kyvů mohl pozorovatel docíliti snadno, bez nového zabavování a vybavování a také ovšem bez otvírání skříně vhodné amplitudy, jest dole po ruce gumový ballonek, jímž lze jemný proud vzduchu řiditi proti misce na pravé straně.

Obr. 124. ukazuje velké fysikalní váhy (Bunge) krátkoramenné, při nichž lze jíti do největšího oboustranného zatížení až 1000 *g*. Jsou montovány na velké desce mramorové. Prostranná skříň jest dřevěná, zasklená; přední i zadní skleněná stěna jsou zařízené na zvedání a dají se vyndati úplně; po stranách jsou dvířka. Na pošinování jezdce jest lineal zvláštní před vahadlem, rozdělený na 100 dílů a opatřený

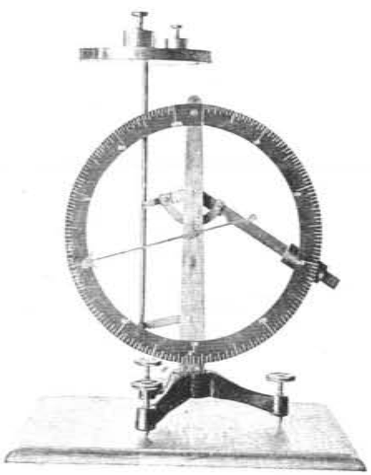


Obr. 125.

v dělicích bodech jemnými výřezy, do nichž jezdec určitým vždy způsobem zasedne. Hranoly, lůžka, jakož i podchycující polokulovité části arretace jsou vesměs achatové. Při obyčejném způsobu odčítání (lupou) jest i při zatížení největším zaručena jedna neb dvě desetiny *mg*. Jest zde však na vahadle upevněno též zrcádko pro pozorování dalekohledem se svislou stupnicí. Tím se přesnost *odčítání* dá zvětšiti značnou měrou, avšak přesnost *vážení* nelze zde vésti dále než na nejvýše na půl desetiny *mg*, poněvadž stálost poloh rovnovážných při značnějším zatížení nelze s větší přesností zaručiti.

Pro účely fysikalních experimentů v přednáškách hodí se velmi dobře váhy demonstrační (Rueprecht) v obrazci 125. znázorněné. Vydrží zatížení oboustranné až 5000 *g*. Aby změny rovnovážné polohy také z daleka bylo lze pozorovati, slouží zařízení z obrazce samého patrné. Misky na levo i na pravo lze vyndati a vložiti na jich místo nádoby skleněné aneb zavěsiti na drátkách tělesa jakákoli, na př. ke stanovení hmoty specifické a pod.

V mnohých případech jest při experimentech přednáškových pohodlnější užívati demonstračních vah na lati sloupu zavěšených, kteréž tudíž směrem dolů visí zcela volně a umožňují zde rozestavení apparatů v úplné volnosti. Váhy takové seznáme při experimentech hydrostatických.



Obr. 126.

Služby velmi dobré konají váhy, jichž ukazovatel ihned výsledek vážení stanoví na stupnici, jež před tím empiricky se graduovala. U vah takových zvedá se při zatížení páka a přechází do nové polohy rovnovážné, se kterou pak poloha ukazovatele souvisí. Takové váhy ukazuje obr. 126. Odčítání jde do 1000 *g* a lze ještě odhadnutím 1 *g* stanoviti. Váhy takové orientují tedy rychle o hledané hmotě tělesa, která se pak definitivně na vahách jemných stanoví; to znamená jednak úsporu času a práce, jednak větší šetření jemných vah samých. Rozmanité modifikace vah takových jsou rozšířeny jako vážky listovní, nákladní a pod.

Pro velká břemena jsou zařízeny váhy decimalní anebo centesimalní, jichž konstrukce stává se velmi složitou, když jde o vážení břemen velmi velikých, na př. železničních waggonů s nákladem a pod. Váhy takové, v nichž již základy musí býti velmi solidní, montují se na určitých místech na nádražích; spouštění nákladů a zvedání děje se strojem buď parním nebo elektrickým.

§ 169. Methoda pozorovací.

Vybavíme-li váhy buď nezatížené anebo na obou miskách stejně, po případě i téměř stejně zatížené, kývají; tyto kyvy pozorujeme ukazovatelem na stupnici; dějí se kolem jisté *rovnovážné polohy*, na kteréž by se konečně váhy ustálily; neboť odporem vzduchu a jinými překážkami výkyvů ubývá. Avšak čekati, až by se váhy ustálily a pak

polohu rovnovážnou odečísti, bylo by nejen ztrátou času, ale vedlo by též k nesprávnostem; neboť když již výkyvy jsou zcela malé, může se zastavení státi nahodilou nějakou a jinak nepatrnou překážkou právě na místě, kteréž od skutečné polohy rovnovážné jest poněkud odchylné. Proto jest i z tohoto důvodu správnosti nutné tuto polohu *počtem* stanoviti na základě pozorování kyvů samých.

K účelu tomu třeba dílce stupnice číslovati. Mohli bychom dílec střední označiti jakožto nullový a počítati dílce na př. na pravo za positivní, na levo za negativní. Dvojí takové znamení bylo by však pro počítání nepohodlné a vedlo by k častým omylům. Proto jest lépe onen střední dílec označiti číslem 10 a bod nullový položiti stranou, buď na levo neb na pravo. Jest rozumné položiti jej tak, aby, když *závaží přidáváme*, kteréž se klade na misku *pravou*, pohyb ukazovatele se dál na stupnici směrem k číslům *stoupajícím*. Je-li tedy ukazovatel obrácen dolů, jak to bývá u vah jemných, jest přirozeno položiti nullový bod stupnice na pravo (obr. 122.).

Polohu rovnovážnou stanovíme z bodů obratu; sledujeme tedy okem pohyb ukazovatele a hledíme až na $\frac{1}{10}$ dílce stanoviti bod, kde se při kývání ukazovatel obrátil. Znamenejme tyto body obratu

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ \ldots$$

Hledaná poloha rovnovážná budiž a_0.

Je-li tedy na př. $a_1 > a_0$, jsou výkyvy následující:

$$a_1 - a_0,\ a_0 - a_2,\ a_3 - a_0,\ a_0 - a_4,\ \ldots$$

Kdyby těchto výkyvů neubývalo, bylo by

$$a_1 - a_0 = a_0 - a_2,$$

tudíž

$$a_0 = \frac{a_1 + a_2}{2}.$$

Stačilo by tedy pozorovati dva body obratu a z odečtení obou vzíti arithmetický průměr.

Avšak výkyvů ubývá následkem překážek pohybu, hlavně odporu vzduchu; jest tedy

$$(a_1 - a_0) > (a_0 - a_2) > (a_3 - a_0) > (a_0 - a_4) > \ldots$$

Zákon, dle kterého tato čísla se umenšují, závisí na tom, jak překážky pohybu působí. Obyčejně se předpokládá, že jsou úměrny rychlosti pohybu. Na tomto základě pak vychází, že ony amplitudy tvoří klesající *řadu geometrickou*. Dle toho jest

$$\frac{a_0 - a_2}{a_1 - a_0} = \frac{a_3 - a_0}{a_0 - a_2} = \frac{a_0 - a_4}{a_3 - a_0} = \ldots = k.$$

Stálý koefficient k, charakterisující kývání tlumené, zove se *poměrem útlumu*; jeho logarithmus zove se *logarithmickým dekrementem* amplitud.

Dlužno však uvážiti, že u vah překážky pohybu jsou uvedeny na míru nejskrovnější. Následkem toho jest poměr k jen o velmi málo menší než 1, tak že lze psáti

$$k = 1 - \varkappa,$$

kdež jest $\varkappa$ číslo velmi malé.

Nazveme-li ještě první výkyv $a_1 - a_0$ krátce $= e$, obdržíme pro výkyvy, jež následují, hodnoty tyto:

$$\begin{aligned} a_1 - a_0 &= e \\ a_0 - a_2 &= e(1-\varkappa) \\ a_3 - a_0 &= e(1-\varkappa)^2 \\ a_0 - a_4 &= e(1-\varkappa)^3 \\ &\vdots \end{aligned}$$

Z těchto rovnic plyne dále:

$$\begin{aligned} a_1 &= a_0 + e \\ a_2 &= a_0 - e(1-\varkappa) \\ a_3 &= a_0 + e(1 - 2\varkappa + \varkappa^2) \\ a_4 &= a_0 - e(1 - 3\varkappa + 3\varkappa^2 - \varkappa^3) \\ &\vdots \end{aligned}$$

Na základě rovnic těchto lze posouditi, kolik bodů obratu a nutno nejméně pozorovati, aby se rovnovážná poloha určila a jak se určení toto má díti. Číslo $\varkappa$ jest jak praveno malé, tak že lze nikoli ovšem prvé ale všech vyšších mocností tohoto čísla pomíjeti.

Vzhledem k této možnosti soudíme, že postačí pozorovati body obratu tři,

$$a_1,\ a_2,\ a_3;$$

neboť jest:

$$\frac{a_1 + a_3}{2} = a_0 + e\left(1 - \varkappa + \frac{\varkappa^2}{2}\right),$$

$$a_2 = a_0 - e(1-\varkappa),$$

tedy arithmetický průměr obou

$$\frac{1}{2}\left(\frac{a_1 + a_3}{2} + a_2\right) = a_0 + e\,.\,\frac{\varkappa^2}{4},$$

tedy $= a_0$ až na velmi malou hodnotu $e\,.\,\frac{\varkappa^2}{4}$, kterouž lze zanedbávati.

Ještě přesněji lze polohu rovnovážnou a_0 určiti ze čtyř bodů obratu

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4.$$

Zde máme:

$$a_1 + a_4 = 2a_0 + e(3\varkappa - 3\varkappa^2 + \varkappa^3)$$

$$3(a_2 + a_3) = 6a_0 - e(3\varkappa - 3\varkappa^2),$$

tudíž součet obou:

$$a_1 + a_4 + 3(a_2 + a_3) = 8a_0 + e\,.\,\varkappa^3.$$

Zde lze ještě větším právem než nahoře zanedbávati malou hodnotu $e\,.\,\varkappa^3$; tím vychází:

$$\tfrac{1}{8}(a_1 + 3a_2 + 3a_3 + a_4) = a_0.$$

Pozorovati snad pět bodů obratů nelze doporučovati. Neboť jest důležito, aby pozorovatel okem sledoval pohyb ukazovatele *nepřetržitě*, aby tudíž čísla bodům obratu odpovídající si prozatím pamatoval, a teprve po ukončení pozorování zaznamenal; tři čísla pak a dobře také ještě

čtyři lze si pamatovati, více však již ne s jistotou; při větším počtu musil by tedy pozorovatel po každém odečtení bodu obratu psáti, tudíž oko obrátiti na papír, pak opět na ukazovatele a opět na papír atd., tedy střídavě brzy sem, brzy tam, což oko velmi unavuje a způsobuje neklid, kterým pak snadno chybná pozorování vznikají.

Početní schema pro tři pozorované body obratu jest patrno z následujícího příkladu*).

9·6	11·25	9·7
	9·65	
	10·45	

Pozorovaná tři čísla píší se tedy do jedné řádky; pod druhé napíše se arithmetický průměr obou krajních a spojí se s oním druhým číslem v průměr definitivní udávající polohu rovnovážnou.

Početní schema pro čtyři pozorované body obratu vysvítá z následujícího příkladu:

11·15	4·75	10·9	5·1
	14·25	32·7	
	63·20 : 8 = 7·90		

Pozorovaná čtyři čísla napíší se do jedné řádky, pod prostřední dvě dá se jich trojnásobné, pak utvoří se součet těchto trojnásobných a krajních a dělí osmi. Toto schema početní vychází z formule. Avšak tím přijdou do počtu zbytečně velká čísla, která mimo to nemají žádného zájmu, ničeho fysikalně neznamenajíce. Proto se daleko výhodněji počítá dle schematu následujícího:

11·15	4·75	10·9	5·1
	8·13		
	7·83		
	7·98	7·90.	

To znamená, že se výpočet rovnovážné polohy vede *postupně* z arithmetických průměrů dvou a dvou čísel. Utvoří se totiž arithmetický průměr z bodů obratu krajních a pod ten hned z bodů obratu středních; z obou utvoří se opět průměr, z tohoto pak a předchozího vypočítá se průměr definitivní, jenž jest hledanou polohou rovnovážnou. Pozorovatel jen poněkud cvičený tvoří ze dvou čísel průměr arithmetický bez skutečného teprve sečítání přímo z pohledu na čísla daná způsobem velmi rychlým. Zde pak jde výpočet proto ještě rychleji, poněvadž, když daná čtyři pozorování jsou do řádky napsaná, průměr krajních a průměr středních již téměř souhlasí; — jich rozdíl dává průměrný úbytek výkyvů. — Počítání další má tudíž vlastně jen ještě rozhodnouti poslední místa decimalní. Průměr oněch bodů obratu středních vstupuje do definitivního výsledku dvakrát vzhledem k tomu, že body obratu krajní

*) U následujících příkladů ze skutečnosti vzatých byly desetiny dílce odhadnuty; kde vznikla nejistota, má-li se na př. vzíti 11·2 neb 11·3, vzal se arithmetický průměr 11·25; jinak setiny se ovšem pozorovati nemohly, naproti tomu *počet*, jak je vždy pravidlem, vedl se o jedno decimalní místo *dále* než jde pozorování, tedy zde na setiny.

hlasují pro výsledek jako by každý jedním hlasem, body obratu střední však každý jako by třemi hlasy. Z toho také plyne naučení, že na správné odečtení bodů obratu středních dlužno zvláště dbáti.

V případu zde voleném byly výkyvy dosti značné a rovnovážná poloha dosti se lišila od středního dílce stupnice. Váhy byly zatíženy. Příklad následující dává pozorování u vah nezatížených:

$$\begin{array}{cccc} 9{\cdot}65 & 11{\cdot}25 & 9{\cdot}75 & 11{\cdot}1 \\ \hline & 10{\cdot}38 & & \\ & 10{\cdot}50 & & \\ & 10{\cdot}44 & 10{\cdot}47. & \end{array}$$

Rovnovážná poloha vah nezatížených zove se jich *bodem nullovým*.

Kdyby se tento byl odvodil pouze z prvých tří pozorování, bylo by vyšlo = 10·48; kdyby se prvé pozorování vynechalo, vyšlo by z tří dalších = 10·47, tedy v mezích chyb pozorovacích totéž.

Vůbec lze připustiti, že tři pozorování, jsou-li správna, postačí úplně i pro vážení velmi přesná. Avšak přes to jest přece lépe zvyknouti si na pozorování bodů obratu čtyř; neboť dva na pravo a dva na levo se vzájemně kontrolují; nahodilý omyl při odečtení se ihned prozradí; naproti tomu při pozorování tří bodů obratu zůstává na jedné straně pouze jediné odečtení, tak že nahodilé pochybení může spíše zůstati nepovšimnuto; a právě toto pochybné, poněvadž nekontrolované odečtení působí na výsledek dvěma hlasy. Pozorování pak čtyř bodů obratu jest také proto vhodnější, poněvadž nezpůsobuje výpočet rovnovážné polohy, když se vede, jak nahoře udáno, po průměrných hodnotách, pražádné větší obtíže než u tří bodů obratu. Budeme tedy v následujícím předpokládati, že rovnovážné polohy vah se určí z pozorovaných čtyř bodů obratu.

§ 170. Zkouška vah.

Veškeré vážení vztahuje se k nullovému bodu vah. I jest jedním ze základních požadavků, jimž jemné váhy musí vyhověti, aby *nullový bod* byl *stálým*. Proto jest zkouška *stálosti bodu nullového* první, kterou u vah třeba provésti.

Když tedy váhy byly vhodně umístěny, zařízeny a když teplota se ustálila, vybavíme váhy, necháme je stále kývati a zaznamenáváme body obratu a_1, a_2, a_3 ... Již zde nesmí se jeviti nějaké nápadnější ubývání výkyvů. Na to kombinujeme je vždy po čtyřech a počítáme nullový bod, tedy na př. z čísel a_1 až a_4, pak a_5 až a_8 atd. Nullový bod musí v mezích, jež jsou dány chybami pozorovacími, vycházeti souhlasně.

Týž souhlas musí se jeviti, když se váhy střídavě vybaví a zabaví, po případě i poněkud prudčeji zabaví; nullový bod po novém vybavení musí býti týž jako před zabavením.

Konečně se váhy zatíží, vybaví, nechají kývati, zabaví a opět vybaví, atd.; nullový bod určený po tom, když se závaží sejmou, musí rovněž souhlasiti s původním.

Vzhledem k tomu, že chyby pozorovací nejsou větší než $\frac{1}{10}$ dílce, a že nullový bod se určuje kombinací několika pozorování, nesmí nesouhlas mezi jednotlivě určenými body nullovými činiti více než málo setin dílce, nebo nanejvýše též $\frac{1}{10}$ dílce, což by souhlasilo s případem pravdě velice nepodobným, že by veškerá pozorování byla jednostranně o $\frac{1}{10}$ dílce nesprávna.

Ukazují-li se odchylky větší, jest to znamením, že váhy jsou citlivěji zařízeny než to dle jich mechanického provedení jest oprávněno. V tom případě jest tato větší citlivost zcela illusorní a lépe jest (hlavně se zřetelem k rychlejšímu kývání vah) ji zmenšiti a uvésti v souhlas se stálostí nullového bodu.

Hrubší odchylky ve výsledcích pozorování poukazují k nějaké chybě mechanické; na př. nějaký šroubek není dotažen a viklá se, hranoly nejsou dobře očištěny neb broušeny a pod.

Umístění vah jest při tom ovšem důležité. Mají býti postaveny na konsole, jež jest upevněna na *hlavní* zdi budovy, možná-li, ne blízko okna ani ne blízko kamen, poněvadž v zimě účinkem obou nastávají značné jednostranné rozdíly teploty.

Požadavku stálosti nullového bodu nesmí se však rozuměti tak, jako by nullový bod *průběhem celého dne* neb měsíce a roku musil býti stálým. Působí zajisté na bod nullový rozdělení teploty ve skříni vah; nejmenší nesouměrnost teploty prozrazuje se v bodu nullovém. Když tedy teplota — dle daných poměrů laboratoře — jednostranně stoupá (účinkem kamen) neb klesá (účinkem okna a pod.), jeví se to velmi pravidelně jistým chodem bodu nullového. Proto by bylo také zpozdilé chtíti snad nullový bod tak regulovati, aby byl přesně = 10·00; i kdyby se to jednou podařilo, jindy se již jeví odchylka. Proto se také při přesném vážení musí bod nullový určiti před i po vážení a základem počtu učiniti hodnota průměrná.

Vše to, co zde řečeno o souhlasu jednotlivě určených bodů nullových, platí všeobecněji o souhlasu rovnovážných poloh, když jsou váhy zatížené. Tyto polohy, několikráte jsouce pozorováním určené, musí vespolek souhlasiti v mezích pozorovacích chyb. Také v této příčině dlužno provésti zkoušku vah; zejména dlužno zkusiti, zda-li tato poloha rovnovážná se nemění, když se závaží na různá místa misky položí, na př. jednou na střed, podruhé blíže kraje a pod.

§ 171. Jak se stanoví citlivost vah.

V předběžných úvahách theoretických byla odvozena rovnice

$$tg\,\varphi = \frac{m\,L}{M_0\,l_0 + 2\,Ml}.$$

Touto rovnicí se udává, na čem citlivost vah závisí, nelze však z ní citlivost počítati, poněvadž malinké délky l_0 a l nejsou přímému měření přístupné. Proto se citlivost vah stanoví pokusem.

Buďtež váhy na obou stranách stejně zatíženy. Určíme na stupnici rovnovážnou polohu. Na to přidáme na př. na pravo přívažek μ (v milligrammech) a určíme znovu rovnovážnou polohu. Je-li rozdíl obou rovnovážných poloh $= n$ dílců a je-li R délka ukazovatele od osy C počítajíc, jest patrně

$$tg\,\varphi = \frac{n}{R}.$$

Číslo n jest citlivosti úměrné; u týchž vah jest tudíž měrou citlivosti; a poněvadž ovšem roste s přívažkem μ, přepočítá se dělením $\frac{n}{\mu}$ na přívažek *jednoho milligrammu. Citlivost vah jest dána rozdílem rovnovážných poloh pro přívažek jednoho milligrammu.*

Aby se vyšetřilo, jakou měrou citlivost závisí na zatížení vahadla, určí se pro zatížení různá. Pro praxis jest výhodno voliti jakožto zatížení nullové to, které jest dáno vahou závěsů a misek a odtud počínajíc zvětšovati zatížení na př. na 50, 100, 150, 200, 250 gramm, neb jinak, dle toho, jaké největší zatížení jisté váhy připouštějí.

Výsledky takovéto práce sestaví se tabellárně a znázorní graficky; dostane se tak *křivka citlivosti*, kteráž jest pro určité váhy charakteristickou. Z jejího průběhu lze souditi na povahu vzdáleností l_0 a l.

Křivka citlivosti mění se poněkud teplotou; ale poněvadž teplota síně, v níž se vážení děje, jen v úzkých mezích se měnivá, netřeba k účinku jejímu přihlížeti. Je-li jednou křivka citlivosti určena, může se jí při vážení po dlouhá léta užívati při čemž ovšem ob čas některé kontrolní pozorování se provede. Rozumí se však samo sebou, že se s vahami nesmí státi žádné jakékoliv změny, kteréž by mohly míti na citlivost vliv, zejména pak, že se vzdálenost těžiště vahadla od osy nesmí regulační maticí změniti*).

Aby se výkyv při přidávání přívažku μ milligramm nestal jednostranně velikým, zařídí se zatížení — pomocí jezdce — tak, že prvá rovnovážná poloha padne as tak daleko před nullový bod jako druhá (po přidání přívažku μ) za ním. Na př. prvá na 7·65, druhá na 12·17 rozdíl 4·52 na 3 milligrammy, tudíž citlivost $=$ 1·51.

§ 172. Příklady citlivosti vah.

Vzhledem k zajímavosti a důležitosti věci buďtež zde uvedeny některé konkretní příklady. Pozorovatel: V. Šťastný, 1887.

1. Váhy Bungovy (obr. 124). Největší zatížení 1000 g. Křivku citlivosti lze sestrojiti z dat následujících.

Zatížení:	0	200	500	600	800	1000 g
Citlivost:	1·03	0·95	0·89	0·84	0·78	0·73

Váhy jsou zařízeny zúmyslně méně citlivě, aby doba kyvu byla menší.

2. Váhy Rueprechtovy (obr. 123.). Největší zatížení 250 g. Užívá se jich však jen pro málo více než 200 g. Křivka citlivosti sestrojí se z čísel následujících.

Zatížení:	0	50	100	150	200 g
Citlivost:	1·53	1·37	1·29	1·24	1·23

*) Předpis, že se má citlivost při každém vážení regulační maticí zařiditi dle zatížení, jest zcela absurdní.

3. Váhy Herzbergovy (nástupce firmy Bunge). Velice jemné. Největší zatížení jen 20 g. Křivka citlivosti udá se z dat následujících.

Zatížení:	0	5	10	15	20 g
Citlivost:	9·14	8·06	7·37	6·85	6·29

V příkladech těchto jsou zastoupeny váhy pro velké, střední a malé zatížení. Křivky citlivosti, jež snadno a rychle lze sestrojiti, ukazují spád citlivosti se zatížením z počátku prudší, pak vždy mírnější.

§ 173. Methoda vážení.

Methoda vážení objasní se nejlépe následujícím konkretním příkladem. Bylo přesně stanoviti váhu daného kusu křišťálu K. Užito vah Bungových, jichž největší zatížení smělo býti jen 50 grammů; v souvislosti s tím byla jejich citlivost značná; udávaly ještě setiny milligrammu. Výpis z protokollu jest následující:

		Nullový bod . . .	8·61
K	10·005 g.	rovnov. poloha . .	5·24
		nullový bod . . .	8·61
Pro zatížení	10 g,	citlivost vah . . .	7·96
odchylka rovnov. polohy od středního nullového bodu . . .			3·37
přepočtená na mg,		3·37 : 7·96 $=$	0·423

tudíž jest

$$K = 10{\cdot}005423\ g.$$

Příklad tento podává úplné schema vážení; obsahuje tudíž tři pozorování. Citlivost vzata z tabulky. Nullový bod pozorován dvakrát ke kontrole. Zná-li pozorovatel své váhy a ví-li, že nullový bod v krátké době se nemění, může kontrolní jeho určení odpadnouti.

Redukuje se pak celé vážení na dvě pozorování; jedním se stanoví nullový bod vah, druhým se určí rovnovážná poloha, když jest hmota na jedné misce a na druhé tolik závaží, aby váhy, vybaveny, kývaly v mezích stupnice. Vážení se pak jaksi dokončí počtem. Poslední decimala výsledku přibírá se, jako vždy, jen k zajištění decimaly předposlední.

§ 174. Jak se zkoumá správnost vah.

Z rovnováhy na páce jsme oprávněni souditi jen na *rovnost statických momentů*. Přidáme-li na pravou misku vah hmotu M_1 a na levou hmotu M_2, zvětšíme moment při vahadle, které jest již zatíženo závěsy a miskami, na pravo o M_1gL_1, na levo o M_2gL_2. Je-li rovnovážná poloha tatáž jako nullový bod, lze psáti

$$M_1L_1 = M_2L_2.$$

My však jsme zvyklí z rovnováhy oné souditi na *rovnost hmot*, t. j. klásti

$$M_1 = M_2.$$

To však předpokládá

$$L_1 = L_2$$

a v rovnici této jest obsažen požadavek *správnosti vah.*

Dle toho *stačí* pro správnost vah, když jest vahadlo pákou přesně rovnoramennou, t. j. když hrany hranolů postranních jsou od hrany středního hranolu stejně vzdáleny.

Obyčejně se však požadavek správnosti *stupňuje*: žádá se *úplná symmetrie* vahadla vzhledem k rovině dané těžištěm A_0 a hranou O středního hranolu. Vyšší tento požadavek má ovšem dobrý smysl se zřetelem na vliv teploty. Jde o to, aby rovnoramennost vah, byla-li zjednána pro jistou teplotu, se *zachovala* při *teplotě jakkoli rozdílné*; úplná pak souměrnost vahadla zaručuje nejlépe stejnou změnu obou ramen při vzrůstání neb klesání teploty.

Jak dalece rovnici $L_1 = L_2$ jest u daných vah vyhověno, rozhodne se nikoli snad měřením těchto délek, nýbrž vážením, které jest daleko přesnějším než měření délková.

Položme na levou misku hmotu M a na pravou závaží A, aby byla rovnovážná poloha souhlasná s bodem nullovým; i jest

$$M \,.\, L_2 = A \,.\, L_1.$$

Položme pak hmotu M na misku pravou, a závaží A na levou; velmi zřídka obdržíme rovnovážnou polohu stejnou; z pravidla jest nutno závaží to poněkud pozměniti na B, o něco (málo) zvětšiti neb zmenšiti, aby opět byla rovnovážná poloha souhlasnou s bodem nullovým; platí pak

$$B \,.\, L_2 = M \,.\, L_1.$$

Z obou těchto rovnic plyne, když se vespolek násobí, při čemž se M krátí,

$$B \,.\, L_2^2 = A \,.\, L_1^2,$$

odkudž

$$\frac{L_1}{L_2} = \sqrt{\frac{B}{A}}.$$

Na místě tohoto výrazu přesného lze psáti vždy výraz velmi přibližný, je-li na př. $A > B$,

$$\frac{L_1}{L_2} = 1 - \frac{A - B}{A + B}$$

anebo

$$\frac{L_1}{L_2} = 1 - \frac{\frac{1}{2}(A - B)}{\frac{1}{2}(A + B)}.$$

Měrou nerovnoramennosti vah čili nesprávnosti vah jest tedy

poloviční rozdíl obou závaží *procentualní*, t. j. vzatý vzhledem k hodnotě průměrné. Tak se výhodněji počítá.

Je-li totiž touto hodnotou arithmetický průměr

$$C = \tfrac{1}{2}(A + B),$$

uchylují se A i B od hodnoty té v opačném smyslu o rozdíl δ, který jest vzhledem k hodnotě C velmi malý. Platí pak rovnice

$$\frac{A}{B} = \frac{C - \delta}{C + \delta} = \frac{1 - \dfrac{\delta}{C}}{1 + \dfrac{\delta}{C}}.$$

Provedouce dělení aneb užívajíce věty binomické obdržíme

$$\frac{1}{1 + \dfrac{\delta}{C}} = 1 - \frac{\delta}{C} + \frac{\delta^2}{C^2} - \ldots$$

Pomíjejíce tedy vyšších mocností poměru $\dfrac{\delta}{C}$ obdržíme

$$\frac{A}{B} = \left(1 - \frac{\delta}{C}\right)^2,$$

tudíž

$$\sqrt{\frac{A}{B}} = 1 - \frac{\delta}{C} = 1 - \frac{\frac{1}{2}(A - B)}{\frac{1}{2}(A + B)}.$$

Příkladem budiž opět vážení onoho křišťálu odstavce předešlého. Vážení opakováno, při čemž křišťál K položen na misku pravou. Výpis z protokollu ukazuje následující:

		Nullový bod . . .	8·60
10·005 *g*	*K*,	rovnov. poloha . .	12·70
		nullový bod . . .	8·65.
Pro zatížení 10 *g*.		citlivost vah . . .	7·96
odchylka rovnov. polohy od středního nullového bodu . .			4·08
přepočtena na *mg*,		4·08 : 7·96 =	0·513

$$K = 10{\cdot}005513.$$

V tomto příkladě jest tudíž

$$\tfrac{1}{2}(A - B) = -\ 0{\cdot}000045$$

$$\tfrac{1}{2}(A + B) = \ 10{\cdot}0$$

$$\frac{L_1}{L_2} = 1 + 0{\cdot}0000045.$$

Jedná-li se jenom o stanovení poměru L_1/L_2, lze vážiti a počítati jednodušeji dle schematu následujícího:

		Nullový bod	8·60
K	10·005,	rovnov. poloha . . .	5·24
10·005	*K*,	rovnov. poloha . . .	12·70
		nullový bod	8·65.

Počítá se pak takto:

Střed obou rovnov. poloh		8·97
střed obou nullových bodů		8·62
odchylka střední rovnov. polohy od středního nullového bodu		0·35
přepočtená na *mg*,	0·35 : 7·96 =	0·044

$$\frac{L_1}{L_2} = 1 + 0{\cdot}000\,004\,4.$$

Poměr ramen vahadla není dokonce konstantou vah. Praxis ukazuje, že souvisí již se zatížením samým, hlavně však s rozdělením teploty ve skříni vah.

Tak byl poměr tento u vah Rueprechtových (do 250 *g*) určen jistého dne v souvislosti pro různá zatížení, kdy teplota se neměnila. Výsledky byly následující:

$$\begin{aligned} \frac{L_1}{L_2} &= 1 - 0{\cdot}0000055, & &\text{zatížení } 200\ g \\ & 1 - 0{\cdot}0000076 & &\ \text{„}\ \ 100\ g \\ & 1 - 0{\cdot}0000101 & &\ \text{„}\ \ \ 50\ g \\ & 1 - 0{\cdot}0000117 & &\ \text{„}\ \ \ 20\ g. \end{aligned}$$

Následujícího dne pokračováno v těchto měřeních dále, tak že se onen poměr stanovil pro zatížení 10 *g*. Dle postupu čísel očekávalo se číslo větší než 117, avšak vyšlo:

$$\frac{L_1}{L_2} = 1 - 0{\cdot}0000084, \text{ zatížení } 10\ g.$$

Patrně bylo rozdělení teploty ve skříni vah již poněkud jiné.

§ 175. Jak lze vážiti správně na vahách nesprávných.

1. Zdálo by se býti nejjednodušším, určiti číselně stupeň nesprávnosti vah, t. j. poměr $\frac{L_1}{L_2}$ a pak na základě rovnice

$$M_1 L_1 = M_2 L_2$$

počítati

$$M_2 = M_1 \frac{L_1}{L_2}.$$

Avšak pravili jsme již, že poměr obou ramen není konstantou vah, že se mění dle zatížení a hlavně dle rozdělení teploty ve skříni vah. Nelze tudíž číselné hodnoty jednou určené užiti také jindy.

Přes to slouží však takovéto určení poměru L_1/L_2 za *orientační*, aby bylo lze posouditi, kdy by se ho smělo přece užiti a kdy by se na něj vůbec nemusilo míti zření.

Tak na př. při oněch vahách Rueprechtových bylo co do hlavního čísla

$$\frac{L_1}{L_2} = 1 - 0{\cdot}00001.$$

Korrekce *M*. 0·00001 činila tudíž

$$\begin{aligned} 2{\cdot}0\ mg \text{ pro } M &= 200\ g \\ 1{\cdot}0\ \ \text{„}\ \ \text{„}\ \ M &= 100\ \text{„} \\ 0{\cdot}1\ \ \text{„}\ \ \text{„}\ \ M &= 10\ \text{„} \\ 0{\cdot}01\ \ \text{„}\ \ \text{„}\ \ M &= 1\ \text{„} \end{aligned}$$

Váhy udávaly ještě přesně desetinu, při menším zatížení půl desetiny *mg*. Z toho tedy patrno, že nerovnoramennost vah by se byla nesměla zanedbávati při zatížení kolem 200 neb 100 grammů, kde vliv její šel do celých *mg*, že však při zatížení jenom několika grammů vliv její byl menší než chyby pozorovací.

A tak to bývá u všech jemných vah. Pro jistá malá zatížení lze je považovati za rovnoramenné, tudíž za správné; jest to věcí pozorovatele určením poměru obou ramen se orientovati o tom, až do kterého zatížení váhy mohou prakticky za zcela správné platiti. Tvar oné rovnice

$$M_2 = M_1 \frac{L_1}{L_2},$$

ve které M_1, pro pravou mísku, znamená závaží, motivuje zároveň, proč se má počítati vždy poměr L_1/L_2 a nikoli snad obráceně L_2/L_1.

2. Při větším zatížení vah lze nerovnoramennost vymýtiti dvojím vážením, jednou se závažím *A* na misce pravé, po druhé se závažím *B* poněkud jiným na misce levé. (Gauss.) Platí pak opět rovnice

$$\begin{aligned} M \,.\, L_2 &= A \,.\, L_1, \\ B \,.\, L_2 &= M \,.\, L_1, \end{aligned}$$

z nichž plyne

$$M = \sqrt{AB}.$$

Správná hmota *M* jest tudíž geometrickým průměrem závaží *A* a *B*.

Místo geometrického lze přibližně vzíti též průměr arithmetický:

$$C = \tfrac{1}{2}(A + B).$$

Dle označení již dříve užívaných jest totiž

$$AB = (C + \delta)\ (C - \delta) = C^2 - \delta^2 = C^2\left(1 - \frac{\delta^2}{C^2}\right)$$

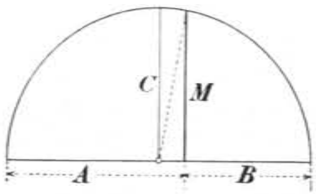
$$\sqrt{AB} = C\left(1 - \tfrac{1}{2}\frac{\delta^2}{C^2}\right) = C.$$

Jednoduchou geometrickou interpretaci těchto vzorců podává obr. 127. Sestrojíme-li nad součtem $A + B$ polokruh, jest *C* poloměr, *M* polotětiva, tudíž vždy $M < C$, ale v blízkosti středu kruhového velmi blízce $M = C$.

Tak byla hmota onoho křišťálu dvojnásobným vážením nalezena.

$A = 10{\cdot}005423$
$B = 10{\cdot}005513$
$C = 10{\cdot}005468$

jakožto správná hmota křišťálu.



Obr. 127.

3. Ještě jinak lze na vahách nesprávných vážiti správně *tarováním* (Borda). Na misku pravou položí se hmota K a vyváží se na misce levé nějakou jinou hmotou (starším sebe nedokonalejším závažím, zrnky granatovými a pod.) tak, aby váhy kývaly v mezích stupnice. Určí se rovnovážná poloha, kteráž pak platí za bod nullový.

Na to se sejme hmota K a na *touž misku*, kde byla, klade se tolik závaží M, až rovnovážná poloha jest opět tatáž; to znamená, že se klade závaží, až váhy kývají v mezích stupnice, určí se rovnovážná poloha, počítá se, o kolik dílců stupnice se ještě liší od dřívější, t. j. od tohoto jaksi nullového bodu a dle známé citlivosti se dělením dopočítá, kolik by se bylo mělo závaží ještě přidati neb ubrati.

Jak patrno, jest methoda tato methodou *substituční*; klade se hmota známá M t. j. závaží na místo hmoty neznámé K, až jest rovnovážná poloha tatáž jako před tím.

Jest vhodné za taru užiti na levé misce závaží, třeba staršího, poněvadž toto udává s velkou přibližností, jak mnoho závaží pak na pravo položiti dlužno.

Jinak lze též tak si počínati. Na levou misku položí se největší závaží, jež váhy ještě vydrží, na př. 200 g, neb 100 g, 50 g atd. a na pravo součet všech ostatních závaží, který se nominalně onomu velkému rovná. Určí se rovnovážná poloha, která pak platí za nullový bod.

Pak se opět závaží na pravé misce všechna — anebo jen kolik je třeba — sejmou, položí se tam hmota K a přidá se tolik závaží, až se rovnovážná poloha shoduje s dřívější.

Jest patrno, že zde difference závaží při obou váženích na misce pravé užitých dává správnou váhu M.

4. Srovnáváme-li obě methody Gaussovu a Bordovu, shledáme, že poslední jest jednodušší. Vede k cíli rychle, vyžadujíc jen dvojího pozorování. Methoda Gaussova vyžaduje pozorování tří, neb čtyř, když se nullový bod vah ke konci vážení chce

ještě kontrolovati. Za to však methoda Gaussova dává více než Bordova; neboť dovoluje počítati též poměr L_1/L_2, kterýž jest v jistém smyslu kontrolou vážení, jakož i jinak cenným vedlejším výsledkem.

Kdyby při methodě Gaussově šlo jenom o hmotu M a nikoli též o poměr L_1/L_2, dalo by se pozorování též jenom na dvě redukovati, neboť nullový bod se vymýtí.

V onom příkladu, kdy šlo o správnou váhu křišťálu K, bylo by postačilo vážiti a počítati dle schematu tohoto:

K . . . 10·005,	rovnov. poloha . . .	5·24
10·005 . . . K,	rovnov. poloha . . .	12·70
poloviční rozdíl obou rovnov. poloh	. . .	3·73
přepočtený na mg, 3·73 : 7·94 =	. . .	0·469

$K = 10{\cdot}005469.$

Nullový bod vah netřeba pozorovati; ovšem že se předpokládá, že při vážení zůstane konstantním.

Když se tedy váží methodou Gaussovou a pozoruje se jen co je nutné ke stanovení hmoty M, pak se vážení redukuje též jen na dvě pozorování a nejeví se tudíž methoda ta býti méně jednoduchou než Bordova. V skutku jsou obě rovnocenné, a jen důvody vedlejší mohou vésti k tomu, které se má dáti v případech konkretních přednost.

Methody vážení, zde popisované, nejsou tak všeobecně užívané, jak by býti mělo. I tam, kde jde o účely vědecké (technické analyse, stanovení hustoty a pod.), vážívá se obyčejně tak, že se jezdec trpělivě popostrkuje na linealu až vážení souhlasí, t. j. až výkyvy na levo a na pravo od středního dílce škály jsou stejné. Předpokládá se tedy, že s tímto středním dílcem nullový bod souhlasí, že jest stálým a že výkyvů neubývá. Nehledíc k nepřesnosti vědecké v tom obsažené jest tento způsob vážení též zdlouhavý a unavující. Pozorovatel zvyklý na způsob vážení, jak zde byl popsán, ani nechápe, jak by kdo měl vážiti jinak. Příčinou toho, proč mnohý se neodhodlá k pozorování kyvů, jest jakási nechuť k počítání i tak jednoduchému, jakého se zde vyžaduje. Ovšem také při tom primitivním způsobu vážení pozorovatel nikdy nemůže zjistiti, jak přesnými váhy jsou, jimiž pracuje, ač na druhé straně přesnosti výsledků, jež obdrží, důvěřuje.

§ 176. **Kdy není nerovnoramennost vah na závadu.**

V případech velmi četných, jak ve fysice tak i v chemii, lze i na vahách sebe nesprávnějších vážiti docela správně i vážením obyčejným, lze vůbec otázku správnosti vah ignorovati. Při mnohých pracích jde totiž o *poměr* dvou hmot; na př.

při chemické analysi, při určování hustoty atd. Provádíme pak vážení *relativní*. Že při takovém vážení eventualní nerovnoramennost vahadla nemá žádného vlivu na výsledek, který hledáme, jest patrno. Máme totiž

$$M_1 L_1 = M_2 L_2\,,$$

tudíž

$$M_1' L_1 = M_2' L_2\,,$$

$$\frac{M_1}{M_1'} = \frac{M_2}{M_2'}\,,$$

bez ohledu na jakékoliv L_1 neb L_2. Ovšem se předpokládá, že se poměr L_1/L_2 od jednoho vážení ke druhému nezměnil, což zase vyžaduje, aby se vážení druhé konalo co možná brzy po prvém.

Vážení, které není *relativní*, zove se *absolutní*. Při tomto jde o stanovení hmoty v grammech; zde jest nutno vážiti buď methodou Gaussovou anebo Bordovou, touto nejvhodněji v té modifikaci, kde netřeba žádného závaží výpomocného. Tak na př. jde-li o stanovení množství stříbra neb mědi elektrolysou vyloučeného, nutno vážiti absolutně.

§ 177. Účinek vzduchu při vážení absolutním i relativním.

Vážíce srovnáváme váhu hmot ve vzduchu umístěných. Avšak v tomto ústředí jsou hmoty ty nadlehčovány, nepůsobí svou vahou plnou. Následkem toho dlužno jak absolutní tak i relativní vážení přepočísti, redukovati na vacuum. Tato redukce předpokládá známost hustoty jak hmoty, kterou vážíme, tak i závaží, a to aspoň přibližně. Redukce dopadne tím větší, čím více se hustoty od sebe liší. Příslušné formule a tabulky, jimiž se redukce tato provádí, uvedeme později v souvislosti se stanovením hustoty.

Sestrojují se také „váhy vakuové“ pro vážení fundamentalní důležitosti, na př. srovnávání normalních kilogrammů. Skříň u vah takových musí vůči velmi značnému tlaku vzduchu míti kostru železnou velmi pevnou a desky skleněné velmi silné; musí též býti postaráno o mechanismus, kterým by se i při zavřených vahách daly hmoty na misky klásti a dle methody Gaussovy překládati. Vzhledem k vysoké ceně takových vah bývají jimi opatřeny jen ústavy metronomické prvého řádu. Avšak zkušenosti zde učiněné ukázaly, že výsledky, při vážení

v prostoru vzduchoprázdném nabyté, dlužno přijímati s velikou kritičností a obezřelostí, poněvadž jest velice málo takových tuhých látek, které vacuum beze změn svého stavu vydrží.

§ 178. Kontrola závaží.

Říkává se plným právem, že váhy náleží k nejpřesnějším fysikalním apparatům, jež známe; neboť váhy, jdoucí do 1 *kg* maximalního zatížení, udávají zcela snadně ještě 1 *mg*, t. j. $\frac{1}{1000000}$ celku; lze však dobře upraviti váhy ty tak, aby udávaly ještě 0·1 *mg*, čímž stupeň přesnosti stoupne na $\frac{1}{10000000}$. Kdyby na př. délka 1 metru měla býti stanovena s touže přesností, musila by se zaručiti ještě $\frac{1}{10000}$ *mm*, t. j. 0·1 μ, což jest nemožné.

Nemá-li však tato přesnost, jakéž při vážení lze dosáhnouti, býti illusorní, nutno dbáti toho, aby také závaží bylo tak přesně vyrovnáno jak se to nominalně udává. Zde pak největší opatrnost tím více má místo, poněvadž se závaží užívá a to ne všech kusů stejně. Užíváním se však nominalní jich hodnota může dosti značně změniti, tak že chyby v závaží jsou pak značně větší než chyby pozorovací při vážení samém. Snadno stává se, že pozorovatel snaží se vážiti správně na $\frac{1}{10}$ *mg* a v závažích, jichž užívá, jsou chyby mnoha desetin neb i celých milligrammů. Jest tudíž důležitou úlohou čas od času závaží, jichž pozorovatel užívá, kontrolovati.

Tato kontrola provádí se tím způsobem, že se od největšího kusu počínajíc každý jednotlivý kus závaží srovnává s následujícími, po případě se součtem tolika následujících, aby nominalně byla tatáž hodnota zjednána. Kusy, kteréž se vyskytují dvakrát, nutno nějakým označením (bodem, hvězdičkou a pod.) rozlišovati. Srovnávání velkých kusů dlužno prováděti methodou Gaussovou dvojího vážení. Redukce na vacuum při tom odpadává, poněvadž hmoty srovnávané jsou z téhož materialu, tudíž téže hustoty. Malé kusy, zejména deci- a centigrammy, dlužno vážiti na vahách velmi citlivých, aby možno-li ještě setiny milligrammu byly zajištěny. Jakožto výsledek všech těchto vážení obdržíme tolik rovnic, kolik kusů závaží má. Rovnice tyto tvoří pozorovací material, který se má propočítati.

Když se chce způsob počítání objasniti všeobecně, přichází se k rovnicím a formulím velmi nepřehledným a složitostí svou odstrašujícím. Při počítání číselném tato složitost úplně odpadává, poněvadž se čísla vespolek kombinují opět v čísla, jež výsledek jednoduše udávají. Proto jest daleko výhodnějším předvésti určitý, ze skutečnosti vzatý početní příklad a na tomto způsob počítání objasniti. Spolu jest pak na příkladě takovém viděti, jak značné ony odchylky jednotlivých kusů závaží od hodnoty nominalní bývají.

Aby se odchylky tyto obdržely *absolutně*, bylo by nutno, aby jeden kus závaží, nejlépe kilogramm, se srovnal s kilogrammem normalním. Kde jde o vážení absolutní, jest srovnání toto nezbytné. Avšak při pracích chemických a při velmi četných pracích fysikalních jde jen o vážení relativní. V případě tomto stačí, když se úhrnný součet všech kusů závaží pokládá za správný, čímž se chce jen říci, že se odchylky po jednotlivých kusech závaží přiměřeně rozdělí; odchylky ty jsou tedy jen *relativní*. Způsob počítání jest však v obou případech stejný.

Bylo kontrolováno (pozorovatel *V. Šťastný*, 1887 v říjnu) závaží Bungovo (Hamburg), jehož se málo let (od r. 1884) při pracích fysikalních užívalo. Největší kusy byly srovnávány methodou Gaussovou na vahách Bungových, udávajících ještě desetiny *mg*; malé a nejmenší kusy na vahách Herzbergových, udávajících ještě setiny *mg*. Počítáno bylo na tisíciny *mg*, aby se setiny zajistily; ve výsledku se ovšem třetí decimalní místo jako korrekční vynechá.

Výsledek jednotlivých vážení až do grammu ukazují rovnice následující.

							mg
1000	=		500 +	200 +	200* +	100	— 0·160
500	=			200 +	200* +	100	— 1·171
200	=				200*		+ 0·081
200*	=	100 +	50 +	20 +	20* +	10	— 0·825
100	=		50 +	20 +	20* +	10	— 0·533
50	=			20 +	20* +	10	+ 0·044
20	=				20*		+ 0·047
20*	=	10 +	5 +	2 +	2* +	1	— 0·293
10	=		5 +	2 +	2* +	1	— 0·277
5	=			2 +	2* +	1	— 0·165
2	=				2*		— 0·048
2*	=	1 + σ					+ 0·012
1	=	σ					— 0·019

Při takovémto srovnávání vyniká zvlášť výhoda soustavy 5, 2, 2, 1. Značka σ značí součet všech decigrammů rovnající se jednomu grammu. Tento gramm přijme se jako by na neznámou veličinu x a touto se vyjádří všechny ostatní kusy závaží postupnou substitucí. To dává rovnice následující.

				mg
1	=	x	—	0·019
2*	=	$2x$	—	0·007
2	=	$2x$	—	0·055
5	=	$5x$	—	0·246
10	=	$10x$	—	0·604
20*	=	$20x$	—	1·224
20	=	$20x$	—	1·177
50	=	$50x$	—	2·961
100	=	$100x$	—	6·499
200*	=	$200x$	—	13·290
200	=	$200x$	—	13·209
500	=	$500x$	—	34·169
1000	=	$1000x$	—	67·327.

Kdyby se nyní některý kus závaží, na př. 1000gramm, srovnal s normalním kilogrammem, obdržela by se odchylka onoho kusu od správné hodnoty nominalní a tím také hodnota neznámé x.

Jinak přijmeme součet všech kusů za správný. Sečítajíce tedy všechny předcházející rovnice vespolek obdržíme

$$
\begin{aligned}
2110\,g &= 2110\,x - 140{\cdot}787\,mg \\
x &= 1\,g + 0{\cdot}066724\,mg.
\end{aligned}
$$

Tím jest hodnota x určena; odchylku její nutno počítati na tolik decimal, aby v její největším násobku, zde 1000 x, ještě tolik decimal ciferně zůstalo, na kolik se počet vede, zde tedy na 3 decimaly. Zbývá ještě jen dosaditi hodnotu za x vypočítanou do rovnic, v nichž jednotlivé kusy závaží touto veličinou x jsou vyjádřeny. Tak vyjde konečně výsledek závěrečný následující:

					Odchylka	
1	=	1 *g*	+	0·048 *mg*	+	0·05 *mg*
2*	=	2 *g*	+	0·126	+	0·13
2	=	2 *g*	+	0·078	+	0·08
5	=	5 *g*	+	0·088	+	0·09
10	=	10 *g*	+	0·063	+	0·06
20*	=	20 *g*	+	0·110	+	0·11
20	=	20 *g*	+	0·157	+	0·16
50	=	50 *g*	+	0·375	+	0·38
100	=	100 *g*	+	0·173	+	0·17
200*	=	200 *g*	+	0·055	+	0·06
200	=	200 *g*	+	0·136	+	0·14
500	=	500 *g*	—	0·807	—	0·81
1000	=	1000 *g*	—	0·603	—	0·60.

Srovnávání malých závažíček, decigrammů a centigrammů, se k těmto výsledkům připojí. Pozorovací material obsahují následující rovnice, vážením zjednané.

			mg
1	=	0·5 + 0·2 + 0·2* + 0·1	— 0·019
0·5	=	0·2 + 0·2* + 0·1	+ 0·038
0·2	=	0·2*	+ 0·002
0·2*	=	0·1 + 0·05 + 0·02 + 0·02* + 0·01	+ 0·110
0·1	=	0·05 + 0·02 + 0·02* + 0·01	+ 0·078
0·05	=	0·02 + 0·02* + 0·01	— 0·023
0·02	=	0·02*	— 0·002
0·02*	=	0·01 + 0·01*	— 0·073
0·01	=	0·01*	— 0·034.

Zavedeme-li hodnotu 0·01* za neznámou y, kterou pak všechny jednotlivé kusy malých závažíček vyjádříme, obdržíme postupnou substitucí

			mg
0·01	=	y	— 0·034
0·02*	=	$2\,y$	— 0·107
0·02	=	$2\,y$	— 0·109
0·05	=	$5\,y$	— 0·273
0·1	=	$10\,y$	— 0·445
0·2*	=	$20\,y$	— 0·858
0·2	=	$20\,y$	— 0·856
0·5	=	$50\,y$	— 2·121
1	=	$100\,y$	— 4·299.

Avšak kus poslední, 1 jest již určen. Jeho hodnota jest

$$1 = 1\,g + 0{\cdot}048\ mg.$$

Z toho se tedy vypočte

$$y = 0{\cdot}01\ g + 0{\cdot}04347\ mg.$$

Když pak výsledek tento opět postupně dosazujeme, obdržíme jakožto závěrečný výsledek následující.

				Odchylka
0·01*	=	0·01 *g*	+ 0·043 *mg*	+ 0·04 *mg*
0·01	=	0·01 *g*	+ 0·009	+ 0·01
0·02*	=	0·02 *g*	— 0·020	— 0·02
0·02	=	0·02 *g*	— 0·022	— 0·02
0·05	=	0·05 *g*	— 0·056	— 0·06
0·1	=	0·1 *g*	— 0·010	— 0·01
0·2*	=	0·2 *g*	+ 0·011	+ 0·01
0·2	=	0·2 *g*	+ 0·013	+ 0·01
0·5	=	0·5 *g*	+ 0·052	+ 0·05.

Nazvali jsme malá ta výslední čísla *odchylkami* a nikoli korrekcemi; neboť nejedná se o to, hledati *korrekce* závaží, t. j. stanoviti, mnoho-li dlužno k nějakému kusu přidati nebo od něho ubrati, aby kus ten měl tu hmotu *fakticky*, jakou má *nominalně*, nýbrž jen stanoviti, jaká jest jeho *hmota skutečná*, oč váží, jak říkáme, více nebo méně, než jak jest při něm udáno. Korrekce by měly patrně opačné znamení než ony odchylky.

§ 179. Jak lze pozorováním číselně stanoviti konstanty vah.

Vraťme se ke konci oddílu tohoto o vahách k základům theoretickým, jimiž jsme výklad začali. Pro citlivost a dobu kyvu, jež pro práci s vahami mají hlavní význam, odvodili jsme rovnice

$$n = R\,tg\,\alpha \qquad tg\,\alpha = \frac{mL}{M_0 l_0 + 2Ml}$$

$$t = \pi\sqrt{\frac{\lambda}{g}} \qquad \lambda = \frac{M_0 L_0^2 + 2ML^2}{M_0 l_0 + 2Ml}$$

Z rovnic těchto poznáváme, jaké to jsou veličiny, jež zde rozhodují. Vedle vahadla, t. j. jeho hmoty M_0, délky $2L$ a poloměru setrvačnosti L_0, a vedle jeho zatížení $2M$, jsou to odlehlosti l_0 a l (obr. 121.). O těchto bylo již z výkladu samého patrno, že jsou vzhledem k délkám L a L_0 velmi malé. Mají-li však ony vzorce býti zcela jasnými, jest velice žádoucno, aby se na nějakém případu konkretním, pro jisté určité váhy, jak se jich k účelům vědeckým užívá, číselně ukázalo, jak jsou malými, jakého řádu. K tomu je třeba provésti *pozorování*, jak *citlivosti* tak *doby kyvu*, pro *zatížení rozličná*; pozorování ta se doplňují a zároveň navzájem se kontrolují, čímž se úkol, sám sebou důležitý, stává zajímavějším.

Za příklad buďtež uvedena pozorování, jež Dr. *Vlad. Novák* provedl na vahách Rueprechtových (obr. 123.). Váhy tyto, jdoucí do zatížení až 250 g, byly k účelu tomu citlivěji regulovány než jak bylo původně a jak v § 172. udáno. Ukázalo se, že s tímto zvýšením citlivosti jest jich provedení mechanické v úplném souhlasu. Číselné konstanty určeny takto:

Hmota vahadla	$M_0 =$	140·353 *g*,
délka vahadla	$2\,L =$	29·02 *cm*,
délka ukazovatele	$R =$	27·50 *cm*.

Vykonána pak mnohá pozorování orientační jak citlivosti tak doby kyvu. Za urychlení vzata hodnota (Praha)

$$g = 981{\cdot}0\,\frac{cm}{sec^2}.$$

Mezi výsledky, odvozenými jednak z citlivosti jednak z doby kyvu, nebylo žádoucího souhlasu. Ukázalo se však, že délka l, kteráž vyšla positivní, nejevila se býti konstantní, nýbrž v mezích pružnosti se zatížením měnlivou; při větším zatížení se tedy vahadlo poněkud více prohýbá. O jak malinká prohnutí zde však jde, objasní se výsledky níže uvedenými. Z okolnosti, že vahadlo se v mezích pružnosti většímu zatížení poddává, usouzeno, že zde asi také bude rozhodovati doba působení a že tudíž, aby docíleno bylo souhlasu, nutno pracovati jako by s prohnutím limitním, jaké se dostaví teprve po uplynutí doby dostatečně dlouhé. Na základě toho učiněn zvláštní plán pozorovací, jehož provedením, jak dále viděti, docíleno souhlasu tak dobrého, že tím zase naopak správnost onoho soudu se dotvrdila. Váhy zatíženy a vybaveny; učiněna malá korrekce, aby rovnovážná poloha souhlasila se středním dílcem stupnice. Na to se nechaly váhy volně kývati $^1|_4$ hodiny; tím se prohnutí vahadla ustálilo; teprve potom přikročeno, — *bez arretace vah* — ke stanovení doby kyvu. Pozorováno chronometrem Bröckingovým (obr. 26.) 13 průchodních okamžiků t. j stanoven vždy okamžik, kdy ukazovateľ prošel právě přes střední dílec stupnice. Na to pak — *opět bez arretace vah* — stanovena citlivost ($m = 1\ mg$), jako by v přímé souvislosti s pozorováním doby kyvu při témže prohnutí vahadla. Rovnovážné polohy počítány ze čtyř bodů obratu. Dílce stupnice jsou millimetry. Na to doba kyvu opětně — *bez arretace vah* — určena ke kontrole ještě jednou. Do počtu pak zavedeny hodnoty průměrné, při nichž decimala poslední má ovšem jen početní význam, byvši podržena tak, jak z průměrných hodnot vyšla bez zaokrouhlení.

Takovým způsobem zjednána mezi stanovením citlivosti a mezi určením doby kyvu jako by přímá *souvislost*, arretace vah mezi pozorováním způsobila by *diskontinuitu*, následkem kteréž by nebylo lze pozorování kombinovati.

Pozorování definitivní konána v únoru 1900. Nejprve určeno n a t pro $M = 0$ t. j. pro vahadlo samotné, nezatížené (ani miskami). Vyšlo:

$$n = 3{\cdot}372\ mm \qquad t = 9{\cdot}0087\ sec.$$

Na základě těchto dat, vzhledem k rovnici

$$n = \frac{RL}{M_0 l_0} \quad \text{vypočteno } l_0 = 0{\cdot}08431\ mm,$$

a vzhledem k rovnici

$$\lambda = \frac{L_0^2}{l_0} \quad \text{vypočteno } L_0 = 82{\cdot}47\ mm.$$

Čísla tato udávají další konstanty vahadla, určujíce polohu jeho těžiště pod osou a jeho poloměr setrvačnosti.

Na to zavěšeny na vahadlo jeho misky se závěsy. Jich hmota byla před tím určena a nalezena,

hmota misky a závěsu v pravo . . . 36·3613 *g*,
„ „ „ v levo . . . 36·3609 „ .

Po tom provedeno ve způsobu dříve vylíčeném pět řad pozorování citlivosti i doby kyvu, a to pro zatížení miskami a závěsy samotnými a pak pro zatížení o 50, 100, 150 a 200 grammů větší.

Výsledek práce a výpočty odlehlosti l jak z pozorování citlivosti tak z pozorování doby kyvu udává přehledně tabulka následující.

Citlivost a doba kyvu vah Rueprechtových.

Výpočet odlehlosti l.

	M	n	l	t	l
	g	mm	mm	sec	mm
1	36·361	3·133	0·0124	14·0854	0·0106
2	86·361	2·878	0·0118	18·3558	0·0109
3	136·361	2·652	0·0118	21·1000	0·0121
4	186·361	2·415	0·0126	23·2847	0·0121
5	236·361	2·219	0·0130	24·6305	0·0132

Srovnávajíce výsledky pro l, jak vyšly jednak z citlivosti jednak z doby kyvu, shledáváme souhlas velmi dobrý.

Dlužno zajisté uvážiti, že se l počítá z *přírůstku* $2Ml$ momentu celkového $M_0 l_0 + 2Ml$, tudíž z hodnot *differenčních*; proto jest také souhlas lepší tam, kde tyto přírůstky jsou větší, t. j. kde zatížení M jest větší. Čísla ukazují se zatížením chod, který se pravidelněji jeví z pozorování doby kyvu. Jest to pochopitelné, poněvadž dobu kyvu t lze stanoviti přesněji než citlivost n. Redukce doby kyvu na vacuum, zde velice nesnadná, jde do chyb pozorovacích. Také redukce na amplitudy „nekonečně malé“ nebyla nutná, poněvadž amplitudy byly již velmi malé. Onen chod čísel l jest však mírný. Pozorování tudíž ukazují, že se vahadlo větším zatížením poněkud prohýbá, ač prohnutí nečiní více než asi 3 tisíciny millimetru. A i jinak jest odlehlost l samotna velmi malá, činíc asi osminu odlehlosti l_0 těžiště, něco málo přes setinu millimetru. A přec vidíme, jak i tyto nepatrné délky způsobují v citlivosti ubývání dosti značné, totiž od $n = 3{\cdot}37$ při zatížení vahadla nullovém až do $n = 2{\cdot}22$ při zatížení vahadla miskami a závažím 200gramm. Tím se vysvětluje, proč jest prakticky nemožno zhotoviti váhy, jichž citlivost by byla konstantní.

Grafickým znázorněním výsledků pozorovaných, jehož zde neuvádíme, vynikne průběh veličin n a t jakož i průměrných hodnot l velice poučně.

XI.

Tíže všeobecná.

Gravitační pole.

§ 180. Rozvoj historický.

Tíži zemskou pozorujeme v nížinách i na výšinách, pokud jsou nám přístupny; z četných úkazů soudíme na její působnost i ve výškách nám nepřístupných, ve výškách, v nichž se tvoří oblaky, v nichž meteory prolétají vzduchové vrstvy, odtud po případě na zem padajíce; i jest blízkou myšlenka, že působnost tíže sahá ještě dále, že sahá na př. až k měsíci. Přesvědčení toto pronikalo poměrně záhy, již proto, že na vzájem působení měsíce na zemi, jak se jeví přílivem a odlivem, ode dávna bylo poznáno. Myšlenku, že působí země na měsíc a naopak, rozšířiti v tom smyslu, že podobně slunce působí na své oběžnice a naopak, nebylo krokem tak nesnadným; zakončením pak tohoto postupu myšlenkového bylo, vlastnost tuto připsati hmotě vůbec, a tak dojíti zákona o tíži čili o gravitaci všeobecné. Tento krok poslední, toto dovršení díla, víže se na jméno *I. Newton*.

O gravitaci všeobecné měl již tušení jakési *M. Koprník*; aspoň nasvědčuje tomu jedno místo v jeho slavném spise: De Revolutionibus Orbium coelestium (1543): „Já však domnívám se, že není tíže ničím jiným, než přirozenou jakousi snahou vloženou v částice božskou prozřetelností Tvůrce veškerenstva, aby v jednotu a celek se spojily, nabývajíce tvaru koule. I jest pravdě podobno, že tato snaha i v slunci, měsíci a při jiných oběžnicích se nalézá, tak že jejím působením v tom kulatém tvaru, v němž se nám jeví, setrvávají, vykonávajíce při tom mnohými způsoby oběhy své.“

Také *J. Kepler* ve spise Astronomia nova 1609 četné uvádí výroky, z nichž vysvítá, že hledal sílu ze slunce jakožto středu světa vycházející, kteráž by ovládala oběžnice; avšak představoval sobě sílu tu jako magnetickou. Neznaje pak zákona setrvačnosti hmoty v pohybu

vysvětloval pohyb oběžnic kolem slunce, jak bychom nyní řekli, spolupůsobením síly centralní, od slunce vycházející, a jiné ještě síly tangencialní přímo oběžnici vrozené. Nadpis hlavy XXXIII. spisu výše uvedeného na př. zní: „Síla, kteráž oběžnice v pohyb uvádí, sídlí v tělese slunečním.“ Analogicky praví pak o zemi naší: „Měsíc zemí se v oběhu pohání, ne však slunce neb ostatní: země však sluncem“ *) Co se pak týče otázky o povaze oné síly centralní, dokazuje v následující hlavě XXXIV. větu: „Těleso sluneční jest magnetické.“ Hledí tudíž neznámou sílu gravitační vysvětliti známější magnetickou. Jak této myšlenky došel, naznačuje sám slovy: „ježto země sama, jak Angličan Vilém Gilbert dokazuje, velkým jakýmsi jest magnetem“ **). Byl tudíž pod dojmem spisu, kterýž krátce před tím vydal *W. Gilbert* již ke konci svého života ***).

Ne dlouho po J. Keplerovi proniklo poznání setrvačnosti hmoty v pohybu vždy jasněji a tím odpadla pro jeho nástupce nutnost pátrati po oné síle tangencialní, která by oběžnice vedla kolem slunce anebo měsíc kolem země. Tím větší pozornost mohla býti věnována síle centralní. V tomto smyslu učinili mnohé pokroky někteří vrstevníci I. Newtona, jako *Halley, Hooke, Wren* a j. Než přes to plným právem zakončení celého díla přičítá se I. Newtonovi samému, kterýž nepřestal na pouhém vyslovení myšlenky, nýbrž pátral po číselném důkazu a teprve, když tento se zdařil, formuloval zákon o tíži všeobecné quantitativně v té formě, jak dosud jí užíváme, a jak jest obsažena ve slavném spise Newtonově: Philosophiae naturalis principia mathematica. Spis tento vyšel roku 1687, a lze tudíž tento rok pokládati za datum objevu zákona o všeobecné gravitaci †).

*) Virtutem, quae Planetas movet, residere in corpore Solis. — Lunam a Tellure circumagi at non Solem aut caeteros: Tellurem vero a Sole.

**) Corpus Solis esse magneticum; cum ipsa Tellus Gulielmo Gilberto Anglo demonstrante magnus quidam sit magnes.

***) „De magnete magneticisque corporibus et de magno magnete tellure physiologia nova“ (London, 1600). První vědecký spis o magnetismu, zejména zemském. William Gilbert (1540—1603) žil většinou v Londýně, jsa lékařem královny Alžběty a krále Jakuba I.

†) *Isaac Newton* narodil se $^{5}/_{1}$ 1643 ve Whoolstorpe v Lincolnshire. Jako jinoch 18tiletý přišel na Trinity College v Cambridge, kdež se věnoval hlavně studiu mathematiky; učitelem jeho byl Barrow. Do doby těchto studií připadá první pokus o numerické zkoušce zákona gravitačního vzhledem k měsíci, ke kteréž byl prý veden pozorováním padajícího jablka; avšak zkouška ta nevedla k výsledku očekávanému, poněvadž do počtu byl vzat průměr země (10 500 *km*) nepřesný; teprve po 20 letech, když Picard ve Francii na základě měření poledníkových odvodil hodnotu správnou, obnovil počet, jenž pak souhlasil. Do doby jeho studií v Cambridge připadají též první jeho práce optické. Roku 1669 stal se nástupcem svého učitele mathematiky, jenž se místa svého v jeho prospěch vzdal. V tomto postavení setrval Newton až do roku 1703, kdy přesídlil do Londýna, kdež se stal předsedou Royal Society. Zemřel $^{31}/_{3}$ 1727 na svém sídle v Kensingtonu. Srovnej obšírné vypsání jeho života a ocenění jeho hlavního díla ve spise Isaak Newton a jeho principia, A. Seydler (1887); dále Bohatýrové ducha, F. J. Studnička, (1898).

§ 181. Základní výraz zákona gravitačního.

Základní formulace zákona gravitačního stanoví sílu f, jakou na sebe působí, k sobě gravitují, dvě hmoty m_1 a m_2 rozměrů tak malých, že je lze ve známém již smyslu za hmotné body pokládati; tím jest určitě dána jich odlehlost D. I jest pak vzorec

$$f = \varkappa \frac{m_1 \cdot m_2}{D^2}$$

základním pro všeobecnou gravitaci. Při tom jest $\varkappa$ jistá číselná konstanta, podmíněná volbou jednotek; zove se konstantou gravitační.

Zákon gravitační lze uvésti na formu jinou, když na místě síly f zavedeme urychlení. Zde však dlužno rozeznávati. *Síla* f jest pro gravitující hmoty m_1 a m_2 stejná; silou touto přitahují se hmoty na vzájem. *Urychlení* jsou však různá. Značí-li a_1 urychlení, které hmota m_2 udílí hmotě m_1 a podobně a_2 urychlení, které hmota m_1 udílí hmotě m_2, jest

$$a_1 = \frac{f}{m_1}, \qquad a_2 = \frac{f}{m_2}.$$

Anebo vzhledem k rovnici hořejší

$$a_1 = \varkappa \frac{m_2}{D^2}, \qquad a_2 = \varkappa \frac{m_1}{D^2}.$$

Tudíž urychlení vzájemné

$$a = a_1 + a_2,$$

t. j.

$$a = \varkappa \frac{m_1 + m_2}{D^2}.$$

Rovnice tato udává druhou základní formulaci zákona gravitačního.

Pro urychlení a_1 a a_2 plyne:

$$a_1 : a_2 = m_2 : m_1.$$

Poměr urychlení jest tudíž dán obráceným poměrem hmot, a naopak. Dle toho bylo by možno hmoty m srovnávati dle urychlení a, jež udílí sobě na vzájem.

§ 182. Intensita pole gravitačního.

Mějmež libovolnou hmotu m v bodě soustředěnou. Dle výkladů předešlých vzniká v okolí této hmoty pole silové, zde *gravitačním* zvané, jevící se tím, že jakákoli hmota v tomto poli podléhá určité síle, která jest této hmotě samé vždy

úměrnou. Proto jest pole silové dostatečně charakterisováno, je-li známo, jaké síle podléhá *jednotka* hmotná. Tuto sílu zoveme *intensitou pole gravitačního*.

Podle základního zákona gravitačního jest tato intensita a gravitačního pole hmoty dané m stanovena výrazem

$$a = \varkappa \frac{m}{D^2}.$$

Podobným způsobem stanovíme intensitu pole magnetického, elektrického, tedy silového vůbec. Zavedení tohoto pojmu má výhodu formální: při úvahách gravitačních netřeba stále v počet bráti hmotu druhou, kterou jako by za passivní považujeme, tak že tím více vynikne význam hmoty prvé, kterou za aktivní pokládáme, v tom smyslu, jako by od ní působení gravitační vycházelo. Rozumí se ovšem samo sebou, že působení gravitační jest vždy vzájemné; přes to užíváme často onoho způsobu mluvy, abychom právě význam jisté hmoty vyznačili. Tak pravíme, že slunce ovládá pohyby oběžnic, považujeme tedy slunce jako by za aktivní a oběžnice za passivní, ačkoli se ovšem pohyby tyto na působení vzájemném zakládají.

Pro silové pole *gravitační* jest intensita pole číselně stejná jako urychlení, poněvadž jde o jednotkové množství *hmotné*; proto v následujících úvahách označujeme intensitu pole stejnou písmenou a jako urychlení. Je-li silové pole elektrickým neb magnetickým, jde o jednotkové množství elektrické neb magnetické, tak že pojem intensity pole se od pojmu urychlení liší.

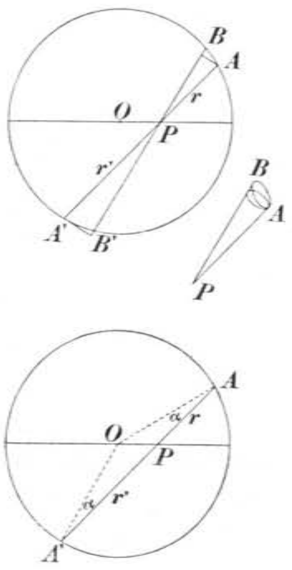
§ 183. Gravitační pole homogenní kulové vrstvy.

Vycházejíce od základního zákona gravitačního, platícího pro hmoty bodové, odvodíme snadným mathematickým rozborem výraz pro gravitační působení homogenní kulové vrstvy hmotné, tloušťky velice (nekonečně) malé; konstantní hmota povrchové jednotky budiž ϱ.

Majíce stanoviti intensitu gravitačního pole takové vrstvy v libovolném bodě P, rozeznávejme případy dva. Bod P jest buď vnitř nebo vně dané vrstvy kulové.

1. Budiž bod P vnitř kulové vrstvy (obr. 128.). Položme bodem tím kruhový kužel otvoru velice (nekonečně) malého. Tento vytne z kulové vrstvy na opačných stranách plošky velice (nekonečně) malé AB a $A'B'$. Lze snadno poznati, že působení obou těchto hmotných plošek na jednotkovou hmotu v bodě P jest stejné a protisměrné, tak že výsledek jest nullový. Neboť působení toto jest úměrno výrazu *plocha*: (*vzdálenost*)^2. Avšak touže měrou, kterou při stejném sklonu

k přímce AA' na př. ploška $A'B'$ jest větší než AB, jest také čtverečná odlehlost r'^2 větší než r'. Intensita pole v bodě P, pokud pochází od plošek AB a $A B'$, jest tedy nullová. A poněvadž podobnými malými kuželi lze celou kulovou vrstvu rozděliti a vyčerpati, jest patrno, že intensita gravitačního pole uvnitř dané kulové vrstvy vůbec jest nullová.



Obr. 128.

Podrobnější výklad jest následující. Prostorový úhel kužele budiž $d\omega$; jest to plocha vyseknutá kuželem na kouli poloměru $= 1$; na koulích poloměru r a r' byla by vyseknutá ploška $r^2\, d\omega$ a $r'^2\, d\omega$. Jedna i druhá jest k ploškám AB a $A'B'$ nakloněna o týž úhel α. Máme pak:

$$AB = \frac{r^2 d\omega}{\cos\alpha}, \qquad A'B' = \frac{r'^2 d\omega}{\cos\alpha}.$$

Gravitační působení na jednotkovou hmotu v bodě P jest dáno výrazem:

$$\varkappa \frac{\varrho \, . \, AB}{r^2} = \varkappa\varrho \frac{d\omega}{\cos\alpha},$$

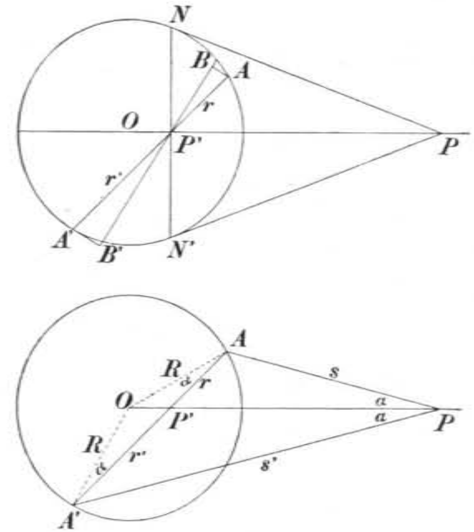
$$\varkappa \frac{\varrho \, . \, A'B'}{r'^2} = \varkappa\varrho \frac{d\omega}{\cos\alpha}.$$

Jest tedy stejné a protisměrné a dává tudíž výsledné působení nullové.

2. Budiž bod P vně kulové vrstvy (obr. 129.). Abychom podobným způsobem jako při 1. zjednali dvě plošky AB a $A'B'$, jichž působení na jednotkovou hmotu v bodě P by bylo stejné, stanovme k tomuto vnějšímu bodu P vnitřní bod P' sdružený, vedouce centralu PO a mimo to v rovině nákresné přímky PN a PN' tečné ke kruhu rovinou nákresnou z kulové vrstvy vyříznutému a spojíce body tečné N a N'; průsek P' spojnice NN' s centralou PO jest bodem k danému vnějšímu P vnitř sdruženým.

Položme opět tímto bodem P' kruhový kužel velice malého otvoru; tento vytne na kulové vrstvě plošky AB a $A'B'$, jichž odlehlost od bodu P jest s a s'. Lze snadno dokázati, že působení každé z těchto vrstev na jednotkovou hmotu v bodě P jest stejné a že působení výsledné obou padne do směru centraly. Když pak celou kulovou vrstvu rozdělíme na podobné podvojné plošky, vychází, že také úhrnné působení

celé kulové vrstvy padne do směru centraly a že jest takové, jako by celá hmota vrstvy byla v jejím středu O soustředěna.



Obr. 129.

Jako dříve jest i zde

$$AB = \frac{r^2 d\omega}{\cos\alpha}, \qquad A'B' = \frac{r'^2 d\omega}{\cos\alpha}.$$

Gravitační působení na jednotkovou hmotu v bodě P jest dáno výrazem

$$\varkappa \frac{\varrho \, . \, AB}{s^2} = \varkappa\varrho \frac{r^2}{s^2} \frac{d\omega}{\cos\alpha},$$

$$\varkappa \frac{\varrho \, . \, A'B'}{s'^2} = \varkappa\varrho \frac{r'^2}{s'^2} \frac{d\omega}{\cos\alpha}.$$

Aby oba účinky byly stejně veliké, závisí na úměře

$$\frac{r}{s} = \frac{r'}{s'},$$

kteráž plyne z podobnosti trojúhelníků jednak OPA a $OP'A$, jednak OPA' a $OP'A'$. Základem této podobnosti jest společný úhel a úměra

$$OP' : R = R : OP$$

plynoucí z konstrukce bodu P'. Z oné podobnosti vychází však:

$$\frac{r}{s} = \frac{R}{OP},$$

$$\frac{r'}{s'} = \frac{R}{OP}.$$

Působení plošky AB i $A'B'$ jest tedy dáno týmž výrazem

$$\varkappa\varrho\,\frac{R^2}{OP^2}\cdot\frac{d\omega}{\cos\alpha}.$$

Při stejnosti úhlu $\alpha = OPA = OPA'$ jest patrno, že výslednice obou sil padne do směru centraly PO a že každá z obou plošek přispívá k výslednici složkou

$$\varkappa\varrho\,\frac{R^2}{OP^2}\cdot\frac{d\omega}{\cos\alpha}\cdot\cos\alpha = \varkappa\varrho\,\frac{R^2}{OP^2}\cdot d\omega.$$

Tato složka jest tedy konstantní pro všechny plošky vyříznuté jakýmkoli velice malým kuželem, který položíme bodem P. — Úhrnné působení obdržíme sečtouce tyto složky pro všechny kužele otvoru $d\omega$, kterými celá plocha dané kulové vrstvy se vyčerpá. Toto sečítání patrně přejde na sečítání všech plošek $d\omega$, které vyplňují kouli poloměru jednotkového, povrchu 4π. Jest tedy úhrnné působení dáno výrazem

$$\varkappa\varrho\,\frac{4\pi R^2}{OP^2}.$$

Zde však jest ϱ hmotou jednotky povrchové dané vrstvy kulové, $4\pi R^2$ jest celý její povrch, tedy $\varrho\,.\,4\pi R^2$ jest úhrnná její hmota m.

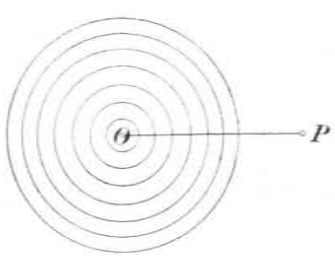
Intensita gravitačního pole v bodě P jest tudíž dána výrazem

$$\varkappa\,\frac{m}{OP^2},$$

tak že jest taková, jako by celá hmota dané kulové vrstvy byla v jejím středu O soustředěna.

§ 184. Gravitační pole koule z homogenních kulových vrstev složené.

Výsledků odstavce předcházejícího lze užiti na hmotnou kouli, složenou z jednotlivých kulových vrstev, kteréž jednotlivě jsou homogenní, mezi sebou však heterogenní. Intensita gravitačního pole v bodě P, pokud tento bod leží mimo kouli (obr. 130.), jest taková, jako by hmota každé jednotlivé kulové vrstvy a tudíž i úhrnná hmota celé koule v jejím středu byla soustředěna. Blíží-li se tudíž bod P z velké dálky ke středu O koule, roste intensita jako čtverec reciproké hodnoty odlehlosti OP. Představíme-li si však, jako by bod P vnikal do vnitř koule, odpadá pro intensitu pole působení těch vrstev, proti kterým bod P jest vnitř, naproti tomu zvyšuje



Obr. 130.

se působení těch vrstev, proti kterým jest bod P vně, poněvadž vrstvy tyto jsou jemu blíže.

Otázka, stoupá-li i dále intensita pole či klesá-li, závisí patrně na tom, zda-li působení vrstev, kteréž pro intensitu pole odpadávají, jest více než vyváženo větší blízkostí a eventualně větší poměrně hmotností vrstev zbývajících. Ve středu O samém jest intensita gravitačního pole nullová; proto musí intensita pole při pokračujícím přibližování bodu P ke středu O po eventualním vystoupení na hodnotu maximalní zase klesati až k hodnotě nullové. Velmi instruktivně vynikne tato věc v konkretním příkladě, když se applikuje na naši zemi.

§ 185. Průměrná hustota země.

Intensitu gravitačního pole na *povrchu* země pro hladinu mořskou, čili urychlení tíže ryze gravitační, lze stanoviti. Skutečné urychlení g_0 tíže na *rovníku*, jak se vypočítá z pozorování kyvadlových, jest totiž

$$g_0 = 978{\cdot}10\,\frac{cm}{sec^2}.$$

Připočteme-li k tomu centrifugalní urychlení γ_0 na rovníku

$$\gamma_0 = 3{\cdot}39\,\frac{cm}{sec^2},$$

obdržíme urychlení G_0 pouze gravitační pro rovník

$$G_0 = 981{\cdot}49\,\frac{cm}{sec^2}.$$

Urychlení skutečné g_1 na *polu*, kde urychlení centrifugalní $\gamma_1 = 0$, jest identické s urychlením G_1 pouze gravitačním, a činí

$$G_1 = 983{\cdot}11\,\frac{cm}{sec^2}.$$

Pro hodnotu průměrnou $\frac{1}{2}(G_0 + G_1) = G$ vychází tudíž

$$G = 982{\cdot}30\,\frac{cm}{sec^2}.$$

S tímto průměrným urychlením lze s přibližností, jež pro účely naše úplně stačí, identifikovati urychlení vypočtené pro zemi naši jakožto kouli poloměru středního R dle rovnice

$$G = \varkappa\,\frac{♁}{R^2},$$

kdež znamená ♁ úhrnnou hmotu země jako by v jejím těžišti soustředěnou. Formulace tato jest dovolena, poněvadž zemi naši s velkou přibližností lze pokládati za kouli složenou z homogenních vrstev kulových. Zavedeme-li pak průměrnou specifickou hmotu S všech těchto vrstev, čili celé země naší, můžeme psáti

$$♁ = \tfrac{4}{3}\pi R^3 . S$$

tak že

$$G = \tfrac{4}{3} \varkappa \pi R S.$$

V rovnici této zůstávají neznámými veličiny $\varkappa$ a S, jichž součin lze počítati z rovnice

$$\varkappa S = \frac{G}{\frac{4}{3}\pi R}.$$

Rozměr tohoto součinu jest

$$\frac{1}{T^2} \text{ všeobecně}, \qquad \frac{1}{sec^2} \text{ zvlášť};$$

není tedy podmíněn volbou jednotky délkové a hmotné. Číselná jeho hodnota závisí ještě na středním poloměru R země (§ 22.). Obyčejně brává se pro tento hodnota starší Besselova. Rozhodneme-li se pro novější Fayeovu, máme číselně

$$G = 982{\cdot}30 \frac{cm}{sec^2}, \quad R = 6371{\cdot}103\ km,$$

$$\varkappa S = 3{\cdot}6808 . 10^{-7} \frac{1}{sec^2}.$$

Další určení konstant $\varkappa$ a S jest možno jen na základě pokusů zvláštních. Patrně jest to jednostejné, řekne-li se, že pokusy těmito stanovíme $\varkappa$ anebo že jimi stanovíme S, poněvadž hodnota jedna se dá ihned počítati z druhé. Konstanta gravitační jest počtu bližší, vstupujíc do příslušných vzorců přímo; za to jest průměrná hustota země číselnou hodnotou svou přehlednější a i významem svým jednodušší, a proto také oblíbenější. Přes to není vhodné, do vzorců, jež při oněch zvláštních pokusech se odvozují, konstantu S skutečně zaváděti, poněvadž se tím vzorce tyto zbytečně komplikují; lépe jest podržeti vesměs konstantu $\varkappa$ a pak hustotu S dle posledního, jednou pro vždy odvozeného vzorce číselně počítati.

Dle nynějšího stavu věcí jeví se býti pravdě nejpodobnějšími hodnoty

$$\varkappa = 6{\cdot}69 . 10^{-8} \frac{cm^3}{g . sec^2}, \qquad S = 5{\cdot}50 \frac{g}{cm^3}.$$

Objem země činí (H. Faye, § 22.), v kubických metrech

$$V = 1{\cdot}08326 . 10^{21} . m^3.$$

Násobíce toto číslo specifickou hmotou S v jednotkách

$$S = 5{\cdot}50 \frac{t}{m^3},$$

obdržíme hmotu země naší

$$♁ = 5{\cdot}9579 . 10^{21} . t,$$

tedy okrouhle šest tisíc trillionů tůn.

§ 186. Gravitační jednotka hmoty.

Hmota m v bodu soustředěná způsobuje v okolí svém gravitační pole, jehožto intensita v odlehlosti D jest dána výrazem

$$a = \varkappa \frac{m}{D^2}.$$

Výraz tento zjednodušil by se formalně, když bychom zavedli za hmotu m vyjádřenou v grammech, novou číselnou hodnotu m^* dle relace

$$\varkappa m = m^*,$$

tudíž založenou na jednotce hmotné, rovnající se $\frac{1}{\varkappa}$ gramm. Tato jednotka hmotná, určená konstantou gravitační, zove se dle toho jednotkou gravitační. Její rozměr jest

$$\frac{L^3}{T^2} \text{ všeobecně}, \qquad \frac{cm^3}{sec^2} \text{ zvlášť}.$$

Číselná pak její hodnota $\frac{1}{\varkappa}$ činí

$$0{\cdot}1495 . 10^8\, g = 14950\, kg = 14{\cdot}95\, t.$$

Kdyby se gravitační jednotka hmoty, jakožto odvozená, zavedla do fysiky, tak že by základními jednotkami zůstaly toliko dvě, jednotka délky a času, změnily by se výrazy rozměrové všech odvozených jednotek tak, že by v nich přicházely jen celé mocnosti délky L a času T. Tak byl by na př. rozměr síly L^4/T^4, rozměr práce L^5/T^4 a pod. Zejména — předbíháme-li do jiných oborů fysiky — byl by rozměr jednotky pro množství magnetické a elektrické týž jako pro množství hmotné, což jest pochopitelno, poněvadž základní zákon Coulombův pro vzájemné působení jistých v bodě soustředěných množství magnetických a elektrických jest parafrase gravitačního zákona Newtonova.

Počítejme ještě, jak veliký by byl poloměr r koule z jistého materialu vytvořené, kterou by se astronomická jednotka realisovala. Je-li s specifická hmota materialu toho, platí rovnice

$$\tfrac{4}{3}\pi r^3 . s = \frac{1}{\varkappa}.$$

Pro olovo na př. jest

$$s = 11{\cdot}30 \frac{g}{cm^3},$$

$$r = 68{\cdot}10\ cm.$$

Olověná koule, představující astronomickou jednotku hmoty, měla by tedy průměr přes $1\frac{1}{3}$ metru.

Kdybychom chtěli kouli takovou vytvořiti z materialu naší země, průměrné hmoty specifické, obdrželi bychom

$$S = 5{\cdot}50 \frac{g}{cm^3}.$$

$$r = 86{\cdot}56\ cm.$$

Koule tato měla by tudíž průměr $1\frac{3}{4}$ metru. Přehlednější vztah obdržíme pro tento případ, kladouce

$$S = \frac{\overset{+}{\circlearrowleft}}{\frac{4}{3}\pi R^3},$$

čímž vyjde

$$\frac{r^3}{R^3} = \frac{\frac{1}{\varkappa}}{\overset{+}{\circlearrowleft}},$$

kterážto rovnice má jednoduchý význam.

§ 187. Gravitační jednotka času.

Úvahami podobnými, jaké učiněny v odstavci předešlém, bylo by lze odvoditi ze zákona gravitačního novou jednotku časovou, když by se přijala určitá jednotka pro délku a hmotu, na př. centimetr a gramm. V sekundách činila by

$$\sqrt{\frac{1}{\varkappa}} = 3866\ sec = 1^h 4^m 26^s.$$

Rozměr její byl by

$$\sqrt{\frac{\mathrm{L}^3}{\mathrm{M}}} \text{ všeobecně,} \quad \sqrt{\frac{cm^3}{g}} \text{ zvlášť.}$$

Souvisela by tudíž se specifickým objemem $\frac{1}{s}$. Proto by se neměnila, kdyby se současně

na místě cm volil mm neb dm neb m
a na místě g volil mg neb kg neb t.

Nová jednotka časová charakterisovala by svou velikou hodnotou číselnou podobně jako konstanta $\varkappa$ svou velmi malou hodnotou číselnou pole gravitační jednotky hmotné, grammu v odlehlosti jednotky délkové, centimetru. Jakákoli hmota, jsouc v této odlehlosti pod vlivem gravitačním oné jednotky hmotné, podléhá jisté síle. Kdyby tato síla *konstantně* *působíc* po $1^h 4^m 26^s$ uváděla onu libovolnou hmotu z klidu v pohyb, dosáhla by hmota tato rychlosti, kterou by pak, jsouc své setrvačnosti přenechána, za následující dobu $1^h 4^m 26^s$ urazila dráhu jednoho centimetru.

Netřeba připomínati, že by se ze zákona gravitačního dala konečně také gravitační jednotka délková odvoditi na základě jednotek hmoty a času. Případ tento jest však méně zajímavý. Předešlý případ naproti tomu ukazuje, jak by se z působení gravitačního hmot dala restituovati doba rotace naší zeměkoule, když by konstanta $\varkappa$, na základě této doby rotační vypočítaná, zůstala zachována.

Jak již na svém místě vytčeno, jsou tyto jednotky gravitační zajímavé svým odvozením, avšak významu metronomického nemají.

§ 188. Hustota jednotlivých vrstev zemských.

Průměrná hustota $S = 5{\cdot}5$ celé země naší vychází značně větší než hustota vrstev, na nichž bydlíme a kteréž jsou přístupny našemu zkoumání. Pro vrstvy tyto dostáváme výsledky, jež celkově jsou blízké hodnotě značně menší $S = 2{\cdot}0$. Z toho následuje, že hustota vrstev vnitřních zase značně jest větší, než hustota průměrná.

Pokládáme-li zemi naši za složenou z kulových vrstev jednotlivě homogenních, mezi sebou však heterogenních, můžeme hustotu S_r každé vrstvy poloměru r pokládati za závislou na relativní hodnotě $\frac{r}{R}$ poloměru vrstvy k poloměru R celé zeměkoule, tudíž položiti

$$S_r = f\left(\frac{r}{R}\right).$$

O funkci této mohou býti hypothesy různé. Vhodným příkladem jest zákon, jehož došel *Ed. Roche* na základě úvah astronomických*). Dle něho jest

$$S_r = 10{\cdot}0\left[1 - \frac{4}{5}\left(\frac{r}{R}\right)^2\right].$$

Užijeme příkladu tohoto k výpočtům dalším, hledajíce na jeho základě intensitu gravitačního pole uvnitř země.

§ 189. Gravitační pole uvnitř země.

Intensita gravitačního pole v bodu P uvnitř země ve vzdálenosti $OP = r$ od středu zemského jest určena působením všech vrstev až do poloměru r. Úhrnná jich hmota m jest stanovena integralem

$$m = \int_0^r 4\pi r^2\, dr\,.\, S_r.$$

*) Ed. Roche, C. R. de l'académie des Sciences, t. 39 p. 1215, 1854. Korrigováno dle průměrné hustoty 5·50.

Dosadíce výraz pro S_r a provedouce integraci obdržíme:

$$m = 4\pi \,.\, 10{\cdot}0 \left[\frac{r^3}{3} - \frac{4}{5}\,\frac{1}{R^2}\cdot\frac{r^5}{5} \right].$$

Násobíce konstantou gravitační $\varkappa$ a dělíce čtvercem odlehlosti r od středu země, v němž aequivalentní hmotu m si myslíme soustředěnou, obdržíme intensitu G_r pole gravitačního

$$G_r = \varkappa \,.\, \tfrac{4}{3}\pi \,.\, 10{\cdot}0 \,.\, r \left[1 - \frac{12}{25}\left(\frac{r}{R}\right)^2 \right].$$

Abychom obdrželi výraz přehlednější, zaveďme intensitu G pro povrch zemský $r = R$, totiž

$$G = \varkappa \,.\, \tfrac{4}{3}\pi \,.\, 10{\cdot}0 \,.\, R \,.\, \frac{13}{25}.$$

Pro hodnotu relativní plyne pak:

$$\frac{G_r}{G} = \frac{25}{13}\,\frac{r}{R}\left[1 - \frac{12}{25}\left(\frac{r}{R}\right)^2\right],$$

čili

$$\frac{G_r}{G} = 1{\cdot}923\,\frac{r}{R}\left[1 - 0{\cdot}48\left(\frac{r}{R}\right)^2\right],$$

kteroužto relací jest úkol mathematicky řešen.

§ 190. Řešení numerické a grafické.

Poučnější jest však nepřestávati na tomto řešení mathematickém, nýbrž odvoditi z něho řešení numerické a grafické. Jde tedy o to, propočítati obě rovnice předešlých dvou odstavců:

$$S_r = 10{\cdot}0\left[1 - \frac{4}{5}\left(\frac{r}{R}\right)^2\right].$$

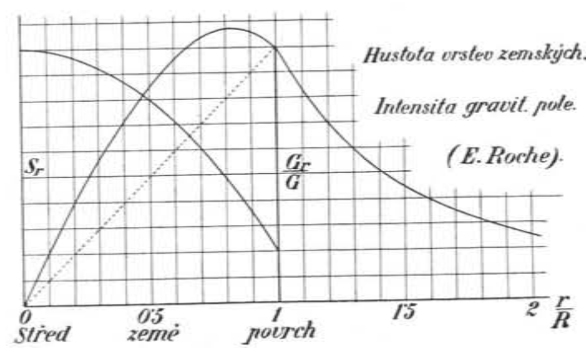
$$\frac{G_r}{G} = 1{\cdot}923\,\frac{r}{R}\left[1 - 0{\cdot}48\left(\frac{r}{R}\right)^2\right].$$

Tabulka následující uvádí výsledek počtu provedeného pro aequidistantní hodnoty relativní odlehlosti $\frac{r}{R}$ jednotlivých vrstev od středu zemského, po desetinách od 0 do 1 pokračující.

Hustota vrstev zemských a intensita gravitačního pole uvnitř země.

$\frac{r}{R}$	S_r	$\frac{G_r}{G}$	$\frac{r}{R}$	S_r	$\frac{G_r}{G}$
0	10·00	0·000	0·5	8·00	0·846
0·1	9·92	0·191	0·6	7·12	0·954
0·2	9·68	0·377	0·7	6·08	1·030
0·3	9·28	0·562	0·8	4·88	1·066
0·4	8·72	0·710	0·9	3·52	1·059
0·5	8·00	0·846	1·0	2·00	1·000

Na základě tohoto číselného materialu jest v obr. 131. nakreslen diagramm, jímž se průběh veličin S_r a G_r předvádí názorně graficky. Maximum intensity gravitační vystupuje velmi zřetelně, nastávajíc při $r = 0{\cdot}84\,R$. Jinak jest $G_r < G$ teprve asi od $r = \frac{3}{2}R$ počínajíc.



Obr. 131.

Výsledky tyto doznaly by jistých modifikací, kdyby se za základ vzal jiný zákon pro přibývání specifické hmoty S_r než zákon za příklad volený. Celkově však, zejména co se týče maximalní hodnoty pro intensitu tíže zemské, zůstanou výsledky v platnosti. Přibývání intensity G_r do hloubky bylo pokusy dokázáno.

§ 191. Gravitační pole vně země.

Pro intensitu gravitačního pole vně země platí jednoduše

$$G' = \varkappa \frac{♁}{L^2}$$

anebo pro hodnotu relativní, vzhledem k intensitě pole G na povrchu země,

$$\frac{G'}{G} = \frac{R^2}{L^2}.$$

V obr. 131. připojena jest čára značící ubývání intensity G' s odlehlostí L. Ve spojení s čarou pro vnitř země platnou jeví se diskontinuita na povrchu země, a to z té příčiny, poněvadž ubývání specifické hmoty S_r nepostupuje až k hodnotě nullové, nýbrž k jisté hodnotě (2·0) konečné.

Kdybychom chtěli na př. počítati G' pro střední vzdálenost měsíce od země, kterážto vzdálenost činí*)

$$= 60{\cdot}2745$$

poloměrů aequatorealních naší země, měli bychom

$$\frac{G'}{G_0} = \frac{1}{(60{\cdot}2745)^2},$$

kdež znamená G_0 urychlení na rovníku, jaké by bylo, kdyby se země neotáčela. Jak dříve uvedeno, jest

$$G_0 = 981{\cdot}49 \frac{cm}{sec^2},$$

tudíž

$$G' = 0{\cdot}270 \frac{cm}{sec^2}.$$

Chceme-li počítati, jakou silou f země naše ovládá měsíc, násobíme intensitu G' gravitačního pole hmotou měsíce. Proti hmotě ♁ naší země jest (Hansen)

$$\frac{☾}{♁} = 0{\cdot}0125522,$$

což vyjádřeno zlomkem obyčejným činí 1/79·667, tedy okrouhle 1/80. Dříve jsme vypočetli (§ 185.)

$$♁ = 5957{\cdot}9 \,.\, 10^{24} g,$$

z čehož plyne

$$☾ = 74{\cdot}785 \,.\, 10^{24} g.$$

*) Pro data číselná, týkající se našeho měsíce, jest autoritou astronom *Petr O. Hansen* (1795—1874) v letech 1825—1874 ředitel hvězdárny v Gotě, jehož Tables de la lune (1857) jsou dílem základním.

Násobíce tedy tuto hmotu urychlením G' dříve vypočteným, obdržíme sílu

$$f = 20{\cdot}20 \,.\, 10^{24} \, dyn,$$

t. j. země ovládá měsíc silou 20 trillionů megadyn.

§ 192. Gravitační pole v malé výšce nad povrchem země.

Ve výšce h nad hladinou mořskou umenší se urychlení G tíže o část γ. Vzhledem k poloměru R země naší a vzhledem k výškám, do jakých výstup takový vůbec jest možný, jest relativní hodnota $\frac{h}{R}$ oné výšky, a v souhlasu s tím také relativní hodnota $\frac{\gamma}{G}$ onoho úbytku urychlení zlomkem tak malým, že čtverec jeho již mizí. Proto lze klásti:

$$\frac{G-\gamma}{G} = \frac{R^2}{(R+h)^2} = \frac{1}{\left(1+\frac{h}{R}\right)^2}$$

$$\left(1+\frac{h}{R}\right)^{-2} = 1 - 2\frac{h}{R} + 3\left(\frac{h}{R}\right)^2 - \ldots = 1 - 2\frac{h}{R},$$

z čehož plyne vzorec velmi jednoduchý

$$\frac{\gamma}{G} : \frac{h}{R} = 2.$$

Relativně (procentualně) ubývá tudíž urychlení dvakráte více než přibývá relativní (procentualné) výšky.

Koefficient 2 souvisí s tím, že urychlení G klesá *čtverečně* s odlehlostí R dle zákona

$$G = \frac{const.}{R^2}.$$

Když rovnici tuto logarithmujeme a pak differencujeme, vyjde ihned

$$\frac{dG}{G} = -2\frac{dR}{R},$$

kdež jest — dG identické s hořejším γ a dR s hořejším h.

Dle toho lze posouditi, jak se umenší urychlení na př. ve výškách, do nichž lze vystoupiti ballonem. Položíme-li za příklad $h = 8$ *km*, máme číselně

$$h = 8000 \, m \qquad R = 6371103 \, m,$$

$$\frac{h}{R} = 0{\cdot}001256,$$

z čehož pak vychází

$$\frac{\gamma}{G} = 0{\cdot}002512.$$

Vyvýšení činí tedy asi $\frac{1}{8}$ procenta, tudíž úbytek urychlení asi $\frac{1}{4}$ procenta.

Avšak jinak má se otázka, jde-li o stanice nikoli isolovaně nad povrchem zemským položené, nýbrž na vysočinách, po případě na horách, kde tedy pod stanicí se rozestírá pevnina, působící přítažlivě jako celá země. Jest samozřejmo, že zde ubývá urychlení s vyvýšením mírněji. V mnohých případech nelze počtem tento úbytek urychlení vystihnouti; nezbývá, než určiti je přímo, pokusem. Často bývá však rozloha horizontalní takové vysočiny daleko větší než vyvýšení vertikalní, tak že jest to, jako by se vysočina šířila horizontalně do dálek velmi (nekonečně) velikých. Pro tento případ lze odvoditi*) vzorec následující:

$$\frac{\gamma}{G} : \frac{h}{R} = 2 - \frac{3}{2}\frac{s}{S}.$$

Koefficient dřívější 2 jeví se tedy býti umenšeným o část, která souvisí jednak s průměrnou hustotou S celé země, jednak s hustotou s horstva samého. Obyčejně brávají se početně hodnoty

$$S = 5{\cdot}50, \qquad s = 2{\cdot}75,$$

pak jest

$$\frac{\gamma}{G} : \frac{h}{R} = \frac{5}{4}.$$

Proti dřívějšímu koefficientu 2 stojí tudíž koefficient menší $\frac{5}{4}$, platící pro orientační hodnotu $s = \frac{1}{2}S$. Kdyby bylo $s = \frac{4}{3}S$, stal by se koefficient nullou, urychlení by zůstávalo konstantním.

Pro početní applikaci upravují se rovnice hořejší tak, že se pro R v metrech hodnota

$$\frac{1}{R} = 0{\cdot}000\,000\,157$$

do vzorce jednou pro vždy zavede. Tím vyjde jednak pro stanice isolované, jednak pro stanice na horách, ve výšce h rovněž v metrech vyjádřené

$$\frac{\gamma}{G} = 0{\cdot}000\,000\,314\,.\,h,$$

$$\frac{\gamma}{G} = 0{\cdot}000\,000\,196\,.\,h.$$

Skutečné urychlení G_h ve výšce h jest pak $G \mp \gamma$, tudíž pro oba případy

$$G_h = G\,(1 - 0{\cdot}000\,000\,314\,.\,h),$$

$$G_h = G\,(1 - 0{\cdot}000\,000\,196\,.\,h).$$

Pro Prahu, $h = 200\,m$, činí umenšení tíže asi 4 tisíciny procenta.

*) S. D. Poisson, Traité de Mécanique, 2 ed. I. pag. 495, Paris 1833.

§ 193. Gravitační pole koule homogenní.

Kdyby země naše byla veskrze homogenní, t. j. specifická hmota S_r konstantní, platila by patrně rovnice

$$G_r = \varkappa\,\frac{\frac{4}{3}\pi r^3\,.\,S_r}{r^2},$$

t. j.

$$G_r = const.\,r$$

Pro nitro země nastoupila by tedy v obr. 131. přímka (tečkovaná) na místo křivky. Pro pole vnější zůstaly by výsledky ovšem v platnosti.

§ 194. Gravitační pole slunce.

Intensita a gravitačního pole slunce jest určena rovnicí

$$a = \varkappa\,\frac{\odot}{L^2}.$$

Pro výpočet číselný jest výhodno intensitu a uvésti v poměr s intensitou G_0 země naší na rovníku, kteráž jest

$$G_0 = \varkappa\,\frac{♁}{R_0^2}.$$

Z obou rovnic plyne

$$\frac{a}{G_0} = \frac{\odot}{♁} : \left(\frac{L}{R_0}\right)^2.$$

Astronomické tabulky *) dávají

$$\frac{\odot}{♁} = 324439,$$

kteréžto číslo jest konstantou pro všechny další výpočty.

1. Pro povrch slunce jest

$$\frac{L}{R_0} = 109{\cdot}36, \qquad \frac{a}{G_0} = 27{\cdot}16,$$

$$G_0 = 981{\cdot}49\,\frac{cm}{sec^2}, \qquad a = 26655\,\frac{cm}{sec^2}.$$

Urychlení tíže na povrchu slunce jest tudíž 27·16kráte větší než urychlení tíže na rovníku zemském, předpokládajíc, že ani slunce ani země nemají rotace. Hmota jednoho kilogrammu způsobuje na povrchu slunce tlak 26655×1000 *dyn*, t. j. velmi blízce 27 megadyn.

*) Pro výpočty tohoto odstavce přijata astronomická data dle Annales de l'Observatoire de Paris 1900.

2. Pro odlehlosti, v jakých obíhá země naše kolem slunce, udává výsledek počtu tabulka následující:

Intensita gravitačního pole slunce v odlehlosti naší země.

Země	Relativní vzdálenost	$\frac{L}{R_0}$	$a \frac{cm}{sec^2}$
v periheliu	0·9832289	23046·1	0·5996
ve střední odlehlosti	1	23439·2	0·5796
v apheliu	1·0167711	23832·3	0·5606

3. Znajíce intensitu a pro střední vzdálenost země od slunce, kteráž pro aequatorealní parallaxu slunce 8·80″ činí 149501000 km (§ 40.) a kteráž jest astronomickou jednotkou, počítáme snadno intensitu pro vzdálenosti planetarní vůbec, dělíce čtvercem odlehlosti v astronomické jednotce vyjádřené.

Výsledek počtu jest obsažen v tabulce následující. Tato obsahuje též kolumnu pro sílu f, jakou slunce jednotlivé oběžnice ovládá. Sílu tuto počítáme nejprve pro hmotu země, kteráž jest (§ 185.)

$$♁ = 5·9579 \, . \, 10^{27} \, g,$$

u ostatních pak oběžnic vyjmeme z tabulek astronomických poměrná čísla hmoty každé oběžnice ke hmotě naší země, násobíme tato čísla příslušnou intensitou pole a konečně též hmotou země.

Oběžnice	Střední vzdálenost od slunce	Intensita gravitačního pole slunce	Hmota oběžnice v dílech země	Síla, kterou slunce ovládá oběžnici
Značka	relativní	$\frac{cm}{sec^2}$	relativní	trilliony megadyn
☿	0·387 098	3·868	0·061	1406
♀	0·723 332	1·108	0·787	5194
♁	1	0·579 6	1	3453
♂	1·523 691	0·249 7	0·105	156
♃	5·202 800	0·021 41	309·816	39524
♄	9·538 856	0·006 370	91·919	3489
♅	19·183 29	0·001 575	13·518	127
♄	30·055 08	0·000 642	16·469	63

Výsledky tyto jsou velmi poučné. Ubývání intensity pole gravitačního v prostorách planetarních ukazuje se velmi názorně; v končinách, kde Neptun kolem slunce krouží, jest intensita pole již jen $6·4 \frac{\mu}{sec^2}$. Niméně síla, která v tomto již slabém poli Neptuna ovládá, jest přece velmi veliká, jdouc do trillionů megadyn, poněvadž hmota Neptuna jest značná.

§ 195. Gravitační pole měsice.

Intensita a gravitačního pole měsice jest určena rovnicí

$$a = \varkappa \frac{☾}{L^2} \, .$$

Také zde jest výhodno počítati hodnoty relativní vzhledem k intensitě G_0 na rovníku zemském

$$G_0 = \varkappa \frac{♁}{R_0^2} \, .$$

Z obou rovnic plyne

$$\frac{a}{G_0} = \frac{☾}{♁} : \left(\frac{L}{R_0}\right)^2 .$$

Tabulky astronomické*) dávají

$$\frac{☾}{♁} = 0·0125522 \, ,$$

což zůstává pro další výpočty konstantou.

1. Pro povrch měsice jest

$$\frac{L}{R_0} = 0·272957 \, , \qquad \frac{a}{G_0} = 0·16847 \, .$$

$$G_0 = 981·49 \frac{cm}{sec^2} \, , \qquad a = 165·35 \frac{cm}{sec^2} \, .$$

2. Pro odlehlosti, v jakých bývá země naše vzhledem k měsíci, podává výsledek počtu tabulka následující.

Intensita gravitačního pole měsice v odlehlosti naší země.

Měsíc	Relativní vzdálenost	$\frac{L}{R_0}$	$a \frac{cm}{sec^2}$
v perigeu	0·94509193	56·9650	0·003797
ve střední odlehlosti	1	60·2745	0·003391
v apogeu	1·05490807	63·5841	0·003047

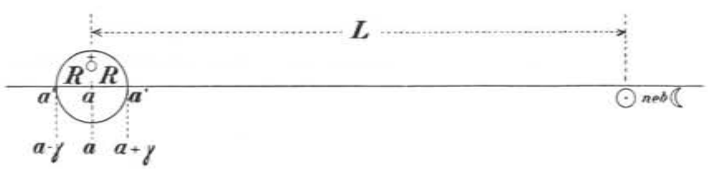
*) Pro výpočty tohoto odstavce přijata jsou data Hansenova, jak je přijímá též observatoř Pařížská i jiné.

Změny intensity a postavením měsíce vzhledem k zemi naší působené jsou dle toho dosti značné; jich význam vynikne, když se položí za základ úvahám o přílivu a odlivu, kteréž s výklady právě učiněnými přímo souvisí.

Příliv a odliv.

§ 196. Různosti gravitačního pole slunce a měsíce na povrchu zemském.

V oddílech předcházejících počítali jsme intensitu a gravitačního pole slunce a měsíce, jak se při střední neb maximalní neb minimalní vzdálenosti L země od slunce nebo měsíce jeví *ve středu země*. Jest však patrno, že na povrchu země, na přímce spojující střed země se středem slunce nebo měsíce, bude vzhledem k poloměru zemskému R urychlení větší a' nebo menší a'', dle toho, jsme-li na straně ke slunci



Obr. 132.

resp. měsíci obrácené neb od něho odvrácené (obr. 132.). Patrně jest

$$\frac{a'}{a} = \frac{L^2}{(L-R)^2} = \frac{1}{(1-\varepsilon)^2} = 1 + 2\varepsilon + 3\varepsilon^2 + 4\varepsilon^3 + \ldots$$

$$\frac{a''}{a} = \frac{L^2}{(L+R)^2} = \frac{1}{(1+\varepsilon)^2} = 1 - 2\varepsilon + 3\varepsilon^2 - 4\varepsilon^3 + \ldots,$$

kdež jest $\varepsilon = \frac{R}{L}$ malý zlomek. Přestáváme-li na druhé mocnosti tohoto zlomku, vyšších zanedbávajíce, obdržíme:

$$a' = a + a\,(2\varepsilon + 3\varepsilon^2),$$
$$a'' = a - a\,(2\varepsilon - 3\varepsilon^2).$$

Rozdíl $a' - a$ není tedy, přísně vzato, týž jako $a - a''$; vzhledem k průměrné hodnotě $\gamma = 2a\varepsilon$ obou, jest onen o $3a\varepsilon^2$ větší, tento o $3a\varepsilon^2$ menší. Poněvadž však tyto odchylky jsou velice malé, můžeme vzhledem k úvahám dalším přestati na průměrné hodnotě γ oněch rozdílů, kterouž vyjadřuje vzorec

$$\gamma = 2a\,\frac{R}{L}.$$

Jak viděti, není rozdíl γ ani vzhledem ke slunci ani vzhledem k měsíci veličinou konstantní, poněvadž se pohyb země kolem slunce a pohyb měsíce kolem země děje nikoli v kruhu nýbrž v ellipse, tak že odlehlost L a tím také intensita pole a se mění. Pro důležitý význam, jakýž difference γ má na zemi, jest dobře, hodnotu γ numericky stanoviti jak pro střední vzdálenost L tak i pro extremy této vzdálenosti. Výsledek počtu provedeného na základě dat uvedených v § 194. a 195. ukazuje tabulka následující:

Rozdíly intensity gravitačního pole měsíce na povrchu zemském.

Měsíc	$\frac{L}{R_0}$	$a\,\frac{cm}{sec^2}$	$\gamma\,\frac{cm}{sec^2}$
v perigeu	56·9650	0·003797	0·0001333
ve střední odlehlosti	60·2745	0·003391	0·0001125
v apogeu	63·5841	0·003047	0·0000958

Rozdíly intensity gravitačního pole slunce na povrchu zemském.

Slunce	$\frac{L}{R_0}$	$a\,\frac{cm}{sec^2}$	$\gamma\,\frac{cm}{sec^2}$
v perigeu	23046·1	0·5996	0·0000520
ve střední odlehlosti	23439·2	0·5796	0·0000495
v apogeu	23832·3	0·5606	0·0000470

Zavedeme-li pro γ přiměřenější jednotku $\frac{\mu}{sec^2}$ na místo $\frac{cm}{sec^2}$, obdržíme přehledné čísla tato:

Rozdíly intensity gravitačního pole měsíce a slunce na povrchu zemském.

postavení	měsíce γ	slunce γ
v perigeu	1·333 $\frac{\mu}{sec^2}$	0·520 $\frac{\mu}{sec^2}$
ve střední odlehlosti	1·125 „	0·495 „
v apogeu	0·958 „	0·470 „

§ 197. Příliv a odliv.

Dle výkladů předešlých nalézá se země naše v gravitačním poli měsíce, kteréž však v prostoru zemí zaujatém není homogenním; na té straně zemské, která jest k měsíci obrácena, jest silnější než ve středu zemském a zde zase silnější než na té straně zemské, která jest od měsíce odvrácena. A co vzhledem k měsíci platí, lze opakovati též vzhledem ke slunci. Tyto různosti v intensitě gravitačního pole nejevily by se žádnými následky, kdyby země naše byla hmotou zcela strnulou, jako jest na př. náš měsíc. Avšak na povrchu země rozestírá se moře, jehož vodstvo, jsouc pohyblivým, může na ony různosti v intensitě pole reagovati. Způsob reakce byl by však jiný, kdyby země byla v relativním klidu k měsíci neb ke slunci, a jest jiným, kdy země jest proti oběma tělesům v relativním pohybu.

Představme sobě pro jednoduchost, jako by země byla celá mořem oblitou. V případě prvém šlo by o zjev statický; vodstvo by se zvedlo na straně k měsíci obrácené a opadlo by na straně opačné. V skutku však platí případ druhý; jde o zjev kinetický, jde o pohyb. Země naše relativně padá k měsíci. Je-li a urychlení pádu pro střed zemský, padá vodstvo na straně k měsíci obrácené s urychlením $a + \gamma$ a na straně opačné s urychlením $a - \gamma$. Onde tedy vodstvo padajíc předbíhá se proti středu země, tudíž se zvedá, na straně opačné padajíc zůstává za středem země zpět, *tudíž se zvedá také*. V okolnosti poslední jeví se právě rozdíl mezi problemem

statickým a kinetickým nejzřetelněji. Zvednutí vodstva oceanového zoveme *přílivem*, opadnutí *odlivem* (aestus maris, fluxus et refluxus maris).

Dle výkladu tohoto nastává příliv pro všechna místa povrchu zemského, pro kteráž jest měsíc v *kulminaci* hořejší neb dolejší. *Vrcholy* pak přílivu budou na těch místech, na kterých měsíc při kulminaci své jest v zenitu neb nadiru. Geometricky jsou vrcholy určeny oběma body, v nichž centrala země a měsíce povrch zemský protíná.

Měsíc obíhá však zdánlivě — následkem rotace zemské — kolem země od východu k západu, při čemž současně — následkem svého pohybu vlastního — postupuje na své dráze od západu k východu, tak že se v kulminaci proti hodinám našim denně asi o 50 minut opozďuje. Dobu od hořejší kulminace měsíce ke kulminaci hořejší nejblíže příští zoveme *dnem lunarním*. Střední jeho délka jest $24^h\,50^m\,28{\cdot}5^s$ středního času slunečního. Souhlasně s tím postupuje vydmutí a za ním opadnutí vodstva oceanového od východu k západu, tak že za den lunarní na určitém místě povrchu zemského dvakrát nastává příliv a dvakrát odliv v časových intervallech $12^h\,25^m$.

Avšak dvojí tento příliv během dne lunarního není — všeobecně — stejně mohutný, a v tom záleží *nestejnost* tak zvaná *denní*. Ta souvisí s polohou obou vrcholů přílivu. Je-li měsíc v rovníku nebeském, pak padnou oba vrcholy do rovníku zemského a v tomto zvláštním případě odpadá nestejnost denní pro jisté určité místo povrchu zemského. Všeobecně není však měsíc v rovníku nebeském; oba vrcholy padnou pak na opačné strany rovníku zemského, jeden na polokouli severní, druhý na jižní. Proto se na jistém místě na př. polokoule severní z obou přílivů během dne patrně ten jeví mohutněji, kdy vrchol přílivu se nalézá též na polokouli severní; druhý příliv jest mnohdy tak slabý, že ani zvlášť nevynikne.

K této nestejnosti denní druží se *nestejnost* druhá, zvaná *měsíční*, kteráž vzniká vlivem slunce.

Svrchu již bylo řečeno, že, co o měsíci platí, lze týmž způsobem přenésti na slunce. Vliv slunce jest ovšem značně slabší než měsíce; stojí tu pro urychlení γ, jak v § předešlém vypočítáno, proti sobě *střední* čísla $\left(\frac{\mu}{sec^2}\right)$

pro měsíc $\gamma = 1{\cdot}125$,
pro slunce $\gamma = 0{\cdot}495$.

Proto pokládáme zjevy měsícem způsobené za hlavní a uvažujeme, jak se modifikují sluncem. Jest patrno, že nastává sesílení zjevu nebo seslabení, podle vzájemného postavení slunce a měsíce. Nalézá-li se měsíc se sluncem současně v kulminaci, buď dolejší neb hořejší, nastává sesilování přílivu, jež přísluší summační hodnotě

$$\gamma = 1·125 + 0·495 = 1·620.$$

Pak-li hořejší neb dolejší kulminace měsíce nastává v době střední mezi hořejší a dolejší kulminací slunce, vzniká seslabování přílivu, jež přísluší differenční hodnotě

$$\gamma = 1·125 - 0·495 = 0·630.$$

Prvý případ platí pro *syzygie* *), t. j. pro úplněk neb novoluní, druhý pro *quadratury*, t. j. pro čtvrt prvou neb poslední.

Rozdíly v mohutnosti přílivu jsou značné; stojí tu proti sobě čísla $\gamma = 1·620$ a $\gamma = 0·630$, jichž poměr jest

$$\frac{1·620}{0·630} = 2·57.$$

Nestejnosti tyto zovou se *měsíčními*, též *poloměsíčními*, poněvadž od úplňku k novému měsíci uplyne doba asi půl měsíce. Rozeznává se tu doba „vod živých“ (přílivu zvýšeného) a „vod mrtvých“ (přílivu sníženého).

Při tom jsme pro γ vzali hodnoty střední. V extremech jeví se rozdíly ty ještě větší měrou. Maximum vydmutí obdržíme při maximech γ pro slunce i měsíc, tedy

$$\gamma = 1·333 + 0·520 = 1·853.$$

Minimum pak, když od minimalního γ pro měsíc odečteme maximalní γ pro slunce, tedy

$$\gamma = 0·958 - 0·520 = 0·438.$$

Zde tedy stojí proti sobě čísla 1·853 a 0·438, jichž poměr jest

$$\frac{1·853}{0·438} = 4·23.$$

Poznáváme tudíž, že dle poměrů kosmických, dle vzájemného postavení měsíce a slunce a dle místa, jež zaujímají na svých drahách, mohou nastati přílivy velmi značné (příboje) anebo zase jen velmi mírné.

Při výkladech dosavadních, více schematických, předpokládali jsme, jako by celá země byla oblita mořem; a již zde jevila se v úkazech přílivu a odlivu veliká rozmanitost. Daleko větší vzniká však rozdělením pevnin a moří, nestejností hloubky moře, tvářností pevnin a ostrovů a poloostrovů, konečně také překážkami pohybu vodstva. Líčili jsme zjev tak, jako by vydmutí vod postupovalo *s měsícem*; v skutku však jde *za měsícem*, opozďujíc se následkem rozmanitých překážek pohybu. Příliv nastává, nikoli když měsíc kulminuje (nahoře neb dole), nýbrž když již kulminoval, tedy nějakou dobu po kulminaci. Ale ani tato doba není pro určité místo stálou, nýbrž mění se poněkud vlivem slunce dle fasí měsíce. Je-li měsíc v úplňku neb na nově, uplyne po kulminaci jeho do přílivu jistá pro určité místo pobřežní určitá doba, která se zove *rovnicí přístavní*. (Etablissement, establishment of port, Hafenzeit). Pro dny mezi úplňkem a novým měsícem nastávají od této rovnice jisté úchylky, kteréž se empiricky jako korrekce hledí vystihnouti (nestejnosti poloměsíční). Vzhledem k tomu, že měsíc, je-li úplněk neb novoluní, kulminuje se sluncem zároveň, udává patrně rovnice přístavní, v kolik hodin odpoledne nebo po půlnoci toho dne příliv nastává. Korrigovaná pak rovnice přístavní pro jakékoli fase měsíce udává, jak brzy po kulminaci měsíce hořejší neb dolejší příliv nastane.

Průměrné hodnoty korrekce udává tabulka následující:

Doba kulminace měsíce	Korrekce rovnice přístavní	Doba kulminace měsíce	Korrekce rovnice přístavní
h	*m*	*h*	*m*
0	0	6	— 63
1	— 13	7	— 44
2	— 29	8	— 15
3	— 43	9	+ 9
4	— 55	10	+ 16
5	— 63	11	+ 11
6	— 63	12	0

*) Z řeckého σύν spolu a ζεύγνυμι spřežuji, ζυγόν τό jařmo.

§ 198. Podrobnosti o rovnici přístavní.

Co se týče rovnice přístavní, buďiž poznamenáno vzhledem k pobřežním městům nám nejbližším, francouzským, anglickým, hollandským a německým následující. Pro nejzápadnější místo *Brest* počítá bureau des longitudes v Paříži dobu přílivu pro každý den v roce. Pro místa východněji ležící, k nimž kanalem la Manche dojde příliv se značným opozděním, udává pak dobu tohoto opozdění proti Brestu.

V Brestu samém nastává příliv — je-li měsíc v úplňku neb na nově — odpoledne po třetí anebo někdy až po 4. hod., což se řídí dle bližších poměrů astronomických. Rovnice přístavní pro toto město činí tedy 3^h až 4^h. *Opozdění* pak proti Brestu činí jak následuje pro některá místa východně ležící:

Saint-Malo	$+ 1^h$	41^m
Cherbourg	+ 4	0
le Havre	+ 5	41
Calais	+ 7	40
Dunkerque	+ 8	7
Ymniden (canal d'Amsterdam)	+ 11	27
Emden	+ 20	47
Wilhelmshaven	+ 21	20
Bremerhaven	+ 21	30
Cuxhaven	+ 21	25
Hamburk	+ 25	38

Na straně pak anglické:

Plymouth	+ 0	57
Portsmouth	+ 7	21
Dover	+ 6	47
Harwich	+ 20	17
Londýn	+ 22	24.

Z příkladů těchto dobře jest viděti, jak vlna podél měst francouzských, hollandských a německých na jedné straně a měst anglických na druhé od velkého oceanu postupuje zpět na východ, kdežto jinak v oceanu samém vydmutí ovšem pokračuje za měsícem od východu k západu.

Zavedením zvláštních přístrojů, tak zvaných *vydmoměrů* neb *limnimetrů* *) jest možno studovati též amplitudu stoupání a klesání vod mořských, t. j. výšku, o kterou vody *nad jistý průměrný stav* buď vystoupí neb sestoupí (amplituda periodické oscillace). Dvojamplituda udává pak variaci výšky úhrnnou, tedy rozdíl mezi výší maximalní a minimalní **). Z důvodů dříve uvedených jest amplituda tato dle poměrů astronomických a kosmických velmi rozmanitou. Zajímavo jest, jaké největší amplitudy, pro syzygie, asi mohou přicházeti.

V kanalu la Manche má značnou amplitudu Saint-Malo (5·7 *m*) a blízké Granville (6·2 *m*). Podobně v kanalu Bristolském, na. př. Portishead (6·1 *m*). V těchto místech činí tedy úhrnná variace až přes 12 metrů. Největší variace pozorovány v Novém Skotsku ve Fundybai až přes 15 metrů, podobně na východním pobřeží Patagonie a j. V moři Středozemním činí úhrnná variace sotva 1 metr. Vytknouti dlužno, že na širém moři jest amplituda též jen skrovná, asi 1 až 2 metry, jak lze zjistiti na ostrůvkách v oceanu isolovaně ležících. Vlna jest zde patrně více plochou, ale za to rozsáhlou; když pak dojde na pobřeží, kdež při svém postupu narazí na překážky, pak teprve vzniká značné vydmutí do výšky ***).

Dojmy, jakéž při břehu mořském zejména znenáhla stoupajícím (Scheweningen) činí vydmutí vod mořských na pozorovatele úkaz ten ponejprv pozorujícího, jsou velmi mohutné. V této příčině jest též zajímavo čísti plastické líčení takových dojmů z dob dávných, jaké podává *Q. Curtius Rufus* v díle: Historia Alexandri Magni libri X (IX cap. 9). Vypráví se tu o plavbě vojínů Alexandra Velikého po Indu.

„Tam (Alexandr) nucen byl déle setrvati, ježto uprchli jim vůdcové, kteréž poněkud nebedlivě hlídali; i vyslal lidi, aby opatřili jiné; a když žádných nenalezli, přiměla jej tvrdošíjná touha spatřiti oceán a dostati se až k hranicím světa k tomu, že bez lidí, znalých toho kraje, svěřil neznámé řece i hlavu svou i život tolika statečných mužů. Pluli tedy, neznalí jsouce naprosto krajin, jimiž se brali. Jak daleko odtud vzdáleno je moře, jací kmenové tam obývají, je-li ústí řeky klidné, je-li splavné pro dlouhé lodi, toho domýšleli se

*) Z řeckého: λίμνη ἡ jezero, moře (u Homera).

**) Amplituda jest zde definována tak jako ve fysice při pohybech oscillačních vůbec; mnozí zavádějí však zde amplitudu jakožto úhrnnou differenci mezi výškou moře maximalní a minimalní, označujíce pak rozdíly od stavu středního jako poloamplitudu.

***) O přílivu a odlivu srovnej v literatuře české: *F. Studnička*, Zeměpis přírodnický, 1883, *Gruss*, Z říše hvězd, stručně též *A. Seydler*, Theorie potencialu, 1885.

jen pochybným a nejistým dohadem; jedinou útěchou jich nerozvážného podniku bylo jich stálé štěstí. Již pokročili 400 stadií, když kormidelníci oznámili králi, že cítí vzduch mořský a že dle jich zdání není daleko ocean. On počal radostně napomínati lodníky, aby statně veslovali, že přiblížil se konec jich klopot všemi vytoužený; nic že již slávě jich neschází, nic statečnosti jich nepřekáží, bez nebezpečenství boje, bez krveprolití že okres zemský si podmaňují; ani příroda již dále nemůže pokročiti; v krátce že spatří to, co známo jest pouze nesmrtelníkům. Přece však poslal po lodi několik lidí na břeh, aby chytli některé venkovany na polích, doufaje, že od nich může zvěděti něco určitějšího. Ti, prohledavše všecky chýše, konečně nalezli je v úkrytech. Když se jich tázali, jak daleko je odtud moře, odpověděli, že žádného moře ani z doslechu neznají; ale že za tři dni lze dojíti k hořké vodě, která kazí sladkou. Poznali, že označují tím moře, neznajíce jeho povahy.

A proto s velikou čilostí veslaři veslují a každým dnem, čím více se blížila naděje, rostla lidí horlivost. Již třetího dne dosahovala jich voda mořská, smíšená s vodou řeky, ježto mírný dosud příliv mísil různé vlny. Tu připluvše k jinému ostrovu ležícímu uprostřed řeky, přirazí s loďstvem ku břehu poněkud volně, poněvadž lodi byly přílivem zpět odráženy, a rozběhnou se opatřit si potravu netušíce příhody, která je mimo nadání zastihla.

Bylo asi tři hodiny, když ocean vzrůstaje přílivem pravidelně se vracejícím začal se tlačiti do řeky a zpět hnáti její proudy. Příliv nejprve proud řeky zadržel, potom tak mocně naň dolehl, že řeka s větší prudkostí hnala se zpět než řítí se bystřiny srázným svým řečištěm. Neznáma byla lidem povaha moře i zdálo se jim, že vidí přízraky a znamení hněvu božího. Znova a znova přibývalo moře i rozlévalo se po půdě, jež nedávno před tím byla suchá. Již zdviženy byly vlnami lodi a všechno loďstvo rozptýleno, když tu ti, kdož vyšli na břeh, se všech stran se sbíhají poděšeni a ohromeni tou nenadálou nehodou. Ale ve zmatku i spěch působil zdržování. Jedni lodi odstrkovali tyčemi (se břehu), jiní usedli na nich pokoušejíce se upraviti k plavbě vesla, někteří hledíce se spěšně dostati od břehu, ale nevyčkavše těch, kteří měli býti s nimi, jen pomalu poháněli lodi v před, jimiž (pro nedostatek veslařů) těžko bylo hýbati a vládnouti; jiné lodi nestačovaly zase pojmouti mužstvo nerozvážně na ně se hrnoucí, i zároveň tu přebytek onde nedostatek lidí zdržoval je ve spěchu. Křik jedněch nařizujících, aby čekali, jiných, aby spěchali, zmatené hlasy lidí brzy o to, brzy o ono se pokoušejících, působily, že přecházel zrak i sluch. Ani u kormidelníků nebylo pomoci, ježto jejich hlasu nemohli slyšeti pro povyk, kterýž působili, ani rozkazy vykonávati pro zděšení a zmatek. Proto vrážely do sebe lodi a na vzájem urážely si vesla a jedni začali narážeti na lodi druhých. Člověk byl by soudil, že nepluje tu loďstvo jednoho vojska, nýbrž že loďstva dvou vojsk utkala se v bitvě námořské. Přídi lodí vrážely do zádí jiných; kdo uvedli ve zmatek jiné před nimi plující, sami tísněni byli těmi, kdož pluli za nimi; hádali se a hněv doháněl je až ke rvačce. Již příliv zatopil všechnu půdu kolem řeky i vyčnívaly jen pahorky jako malé ostrovy, na kteréž většina mužstva zanechavši lodí snažila se ve strachu se dostati spěšným plováním. Loďstvo

roztroušené dílem stálo ve vodě velmi hluboké, kde pod vodou byly úvaly, dílem vázlo na mělčinách, podle toho, jak nerovnou půdu země zatopily vlny: tu padne na ně náhle hrůza nová a větší hrůzy dřívější. Moře začalo ustupovati, ježto voda mocným proudem do svého koryta zpět odtékala, i vystupovala opět země nedávno před tím v hlubokých vlnách potopená. Proto z opuštěných lodí jedny kácely se na příď, jiné lehaly na bok. Pokryta byla půda zavazadly, zbraněmi a troskami odervaných prken a vesel. Vojínové neodvažovali se ani vstoupiti na zemi ani setrvati na lodi očekávajíce každé chvíle, že nastane ještě něco horšího než co je již potkalo. Sotva zraku svému věřili, vidouce, co se jim děje, totiž troskotání lodí na suchu, moře v řece. A nebyl to konec hrůz: neboť nevědouce, že příliv brzo opět mořskou vodu přižene, již lodi se zvednou, báli se hladu a věcí nejhorších. Také strašná zvířata vlnami zanechaná kolem lezla.

A již se blížila noc a také krále zoufajícího nad zachráněním pojala tesknost. Ale starost nemohla udolati nepřemožitelného ducha jeho, i seděl po celou noc na výhledech a jezdce posílal napřed k ústí řeky, aby, jakmile by znamenali, že opět nastává příliv, před tím přišli to oznámiti. Rozkázal také, aby lodi porouchané opravili a vlnami překocené zvedli a aby byli hotovi a pozorni, až by opět moře zemi zatopilo. Celá ta noc strávena hlídkami a napomínáním, když tu jezdci nesmírným klusem zpět přichvátali a nastal opět příliv. Ten počal nejprve, dokud vody mírným proudem přitékaly, zvedati lodi, brzy však po zatopení vší půdy uvedl v pohyb: i rozléhal se po březích moře i řeky tleskot vojínů i lodníků nesmírnou radostí vítajících neočekávané zachránění. S podivem se tázali, odkud se vrátila náhle mořská voda tak mocně vzrostlá, kam předešlého dne ustoupila, jaká jest živlu toho povaha, jež brzo je zpurná, brzy podléhá vlivu času. Král usuzuje z toho co se stalo, že po slunce východu je pravidelná doba přílivu, o půlnoci, aby předešel příliv, s několika málo loďmi vyplul dolů po řece. Dostihnuv jejího ústí plul 400 stadií do moře, dosáhnuv konečně toho, čeho si žádal; vykonav pak oběť bohům, kteří byli ochránci i moře toho i míst, vrátil se k loďstvu."

Stanovení konstanty gravitační čili průměrné hustoty země naší.

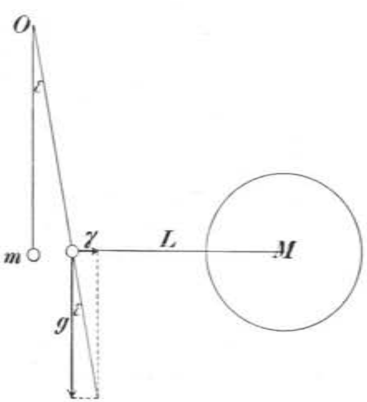
§ 199. **Srovnávání polí gravitačních.**

K porozumění method, jimiž experimentalně určena byla konstanta gravitační a tím i průměrná specifická hmota naší země, učiňme k orientaci úvahu předběžnou. Mějmež malou kuličku na př. mosaznou, zavěšenou na vláknu kokonovém. Vahou její mg napíná se vlákno a ustálí ve směru svislém. Položme pak stranou od kuličky m nějakou velkou kouli, na př. olověnou, hmoty M. Ke kouli této gravituje kulička m qualitativně právě tak, jako k ohromné kouli naší země; možno mluviti právě tak o váze kuličky m vzhledem ke kouli M, jako mluvíme o váze kuličky m vzhledem k zemi naší ♁; také formalně můžeme jednu i druhou váhu stejně vyjádřiti.

Váha kuličky m vzhledem k zemi ♁ jest dána součinem mg. Podobně vyjádříme váhu kuličky m vzhledem ke kouli M součinem $m\gamma$; činitelé g a γ značí intensity polí gravitačních pro danou polohu kuličky m, a sice jest

$$g = \varkappa \frac{♁}{R^2}, \qquad \gamma = \varkappa \frac{M}{L^2}.$$

Zde znamená souhlasně ♁ hmotu země, M hmotu postranní koule a podobně R, poloměr země, znamená odlehlost středu kuličky m od středu země, jako L odlehlost středu kuličky M od středu koule M. Počítajíce takto urychlení g nehledíme k rotaci a ke zploštění země, pokládajíce faktické urychlení za stejné s urychlením ze zákona gravitačního pro kouli vypočteným, což pro tuto orientační úvahu úplně stačí.



Obr. 133.

Obě váhy mg a $m\gamma$ se sečítají geometricky, dávají váhu výslednou, a ve směru této výsledné ustálí se vlákno kokonové odchýlíc se o úhel ε od původního svého směru svislého.

K jednoduchosti volme na př. střed koule M ve stejné výšce se středem kuličky m, — ač by i jiný případ libovolný se rovněž jednoduše dal řešiti. — Pro tuto zvláštní polohu jest rýsován obr. 133. Úhel ε jest pak dán rovnicí

$$tg\, \varepsilon = \frac{m\gamma}{mg},$$

čili

$$tg\, \varepsilon = \frac{\gamma}{g}.$$

Hmota m ze vzorce odpadne. To jest pochopitelno, uvážíme-li, že vlastně srovnáváme intensity g a γ obou polí gravitačních, totiž země a koule M. Původní vertikalní směr vlákna označoval

silokřivky gravitace zemské; k těm se připojily silokřivky gravitace koule postranní; do výsledného směru se ustálí vlákno a ukazuje svou odchylkou ε na poměr obou intensit. Zcela tak srovnáváme boussolou tangentovou intensity magnetických polí proudu a země a soudíme z úchylky magnetky, dle téhož vzorce, na jich poměr. Kdybychom tedy pokusem stanovili pro jistý konkretní případ úhel ε, mohli bychom počítati intensitu γ a z této pak dále jednoduše konstantu gravitační $\varkappa$.

Abychom se orientovali o tom, jak veliký tento úhel ε lze očekávati, považujme naopak $\varkappa$ za známé a počítejme ε.
Dle § 185. jest

$$\varkappa S = 3{\cdot}6808 \,.\, 10^{-7} \frac{1}{sec^2}.$$

Přijmeme-li

$$S = 5{\cdot}50 \frac{g}{cm^3},$$

jest

$$\varkappa = 6{\cdot}69 \,.\, 10^{-8} \frac{cm^3}{g \,.\, sec^2}.$$

Ustanovme určité hodnoty. Volme za M kouli olověnou hmoty jedné tuny $= 1000000\ g$. Při specifické hmotě olova $11{\cdot}3 \frac{g}{cm^3}$ vypočítáme, že by poloměr koule této byl $27{\cdot}64\ cm$. Položme kouli tuto stranou tak, aby, když se vlákno v nové poloze ustálí, bylo

$$L = 100\ cm.$$

Pak vypočteme ihned intensitu dle příslušného vzorce

$$\gamma = 6{\cdot}69 \,.\, 10^{-6} \frac{cm}{sec^2},$$

proti tomu jest (pro geografickou šířku střední)

$$g = 980{\cdot}6 \frac{cm}{sec^2},$$

z čehož plyne

$$\varepsilon = 0{\cdot}00141''.$$

Úchylka ε jest tedy ohromně malá. Mohli bychom s koulí M jíti blíže, aby pak kulička m byla „na povrchu" této koule M, jako je na povrchu země. Vzhledem k hodnotě $27{\cdot}64\ cm$ poloměru dříve vypočteného mohli bychom jíti na př. až

$$L = 28\ cm,$$

pak by byla intensita γ větší $\left(\frac{100}{28}\right)^2 = 12{\cdot}8$ krát,

a úhel ε by stoupl na hodnotu i tak velmi malou

$$\varepsilon = 0{\cdot}018''.$$

Z orientační a poučné úvahy této poznáváme, že většího úhlu ε nelze docíliti přiblížením koule M, nýbrž jenom její zveličením. Kdybychom tedy poloměr koule této zvětšovali, pak by gravitační působení koule na jejím povrchu vzhledem k rostoucí hmotě stoupalo s třetí mocností poloměru, ale zároveň vzhledem ke vzdalujícímu se středu koule klesalo s druhou mocností poloměru, tak že by $tg\,\varepsilon$ se zvětšoval jen s prvou mocností poloměru, tudíž vzhledem k objemu koule prudce rostoucímu jen volně. Aby na př. úhel ε stoupl na 1·8″, musila by koule M býti zveličena na million tun.

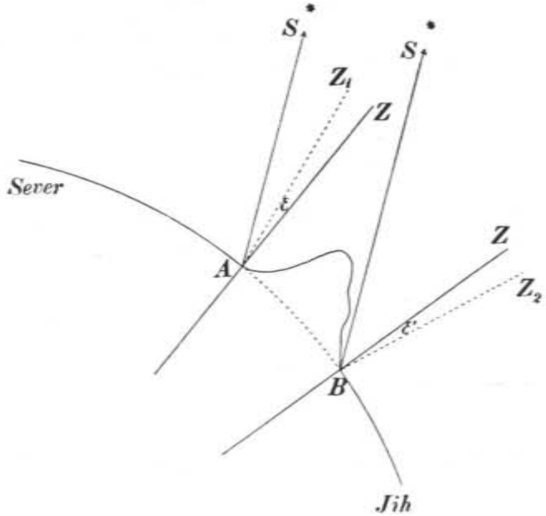
§ 200. **Měření na základě odchylky svislice.**

Velikými hmotami jsou v přírodě osamělé mohutné hory. Na úpatí svém mají vliv podobný jako ona postranní koule; způsobují malou změnu směru vertikalního, tudíž pošinutí zenitu, o úhel ε. Souhlasně ustálí se též libella v poloze, kteráž od horizontalní se o týž úhel odchyluje. Na tento vliv osamělých hor poukázal již *Bouguer* a *La Condamine*. Roku 1738 konstantoval *Bouguer* na úpatí hory Chimborasso úchylku svislice o úhel $7\frac{1}{2}''$. Úplné však měření, se zřetelem ke konstantě gravitační čili průměrné hustotě země, provedli (1774) *Maskelyne* a *Hutton**). Volili k tomu cíli horský hřbet Shehallien, dosti isolovaný, rozestírající se ve směru východozápadním ve Škotsku, (severovýchodně od Perthu). Na úpatí severním a jižním určeny dvě stanice A, B (obr. 134.), ležící na témž poledníku. Z obrazce, schematicky narýsovaného, vysvítá ihned, že každé měření zenitové distance **) hvězdy S jakékoli, kulminující na př. na straně severní, dopadne na severní stanici A o úhel ε menší, a na jižní stanici B o úhel ε' větší, než by dopadlo v rovině. Rozdíl obou zenitových distancí se tedy působením hory zvětší o $(\varepsilon + \varepsilon')$. Poněvadž pak tento rozdíl jest jinak identický s rozdílem

*) *Nevil Maskelyne* (1732—1811) byl pátým ředitelem hvězdárny Greenwichské a král. astronomem anglickým. Založil Nautical Almanac, jehož ročníky 1767—1815 sám vydal. U jména *Hutton* musí býti rozeznáváni vrstevníci *James Hutton* (1726—1797), geolog, a *Charles Hutton* (1737—1823), mathematik; tento byl účastníkem měření. Příslušná pojednání jsou obsažena ve Phil. Trans., 1775 (Maskelyne), 1778, 1780, 1821 (Hutton).

**) Pro jednoduchost názoru jest vhodné vykládati věc tak, jako by se přímo měřily distance zenitové hvězd; fakticky se měří jich výšky, což jsou úhly komplementarní.

geografických šířek obou stanic, lze ono zvětšení počítati. Nalezeno z kulminací hvězdy polarní $\varepsilon + \varepsilon' = 11·66''$. Z přibližného odhadnutí hmoty M hory a polohy jejího těžiště na základě geognostickém bylo možno počítati průměrnou hustotu země; vyšla $= 4·7$.



Obr. 134.

Měření podobná úhlu ε ale bez applikace na problem gravitační provedena byla též na úpatí Alp (v Ženevě 6·41″, v Bernu 7·73″) dále na úpatí Kavkazu (ve Vladikavkazu 35·8″) a j.*).

§ 201. **Měření z přibývání intensity gravitační do hloubky.**

Při methodě předešlé srovnává se působení hmoty osamělého horstva s působením země ostatní. Myšlenka analogická jest obsažena v methodě, dle níž první měření prováděl *Airy*; její základem jest srovnávání gravitační intensity G naší země *na jejím povrchu* s gravitační intensitou G' v *dané hloubce* h pod povrchem zemským.

Početní rovnice této methody odvodíme snadno, znajíce, jaké jest gravitační působení kulových vrstev na venek i do vnitř.

*) F. J. Studnička, Zeměpis hvězdářský, pag. 374.

Budiž V objem zemské koule poloměru R. Je-li S průměrná specifická její hmota, udává intensitu gravitační G na jejím povrchu rovnice

$$G = \varkappa \frac{VS}{R^2}.$$

Sestupujeme-li do hloubky h, působí jen koule zemská poloměru $R-h$, nikoli však vrstva kulová tloušťky h; neboť uvnitř vrstvy kulové jest intensita pole gravitačního nullou. Je-li tedy v objem a s specifická hmota této kulové vrstvy, udává intensitu gravitační G' v hloubce h rovnice:

$$G' = \varkappa \frac{VS - vs}{(R-h)^2}.$$

Pro poměr obou intensit obdržíme tedy

$$\frac{G'}{G} = \frac{VS - vs}{VS} \cdot \frac{R^2}{(R-h)^2}.$$

Majíce rovnici tuto dále upraviti, mějme na mysli, že hloubka h, do niž lze sestoupiti, mizí téměř proti poloměru R země naší; rovněž tak mizí objem v oné kulové vrstvy proti objemu V celé země. Jsou tudíž zlomky

$$\frac{h}{R}, \qquad \frac{v}{V},$$

tak nepatrné, že jich čtverce (a tím více jich vyšší mocnosti) jakož i jich součin lze zcela zanedbávati.

V souhlasu s tím jest také urychlení G' jen velmi málo rozdílné od urychlení G. Víme již, že jest poněkud větší. Můžeme tedy psáti

$$G' = G + \gamma.$$

Na tomto základě vyjádříme hořejší oba faktory, jednak přesně, jednak přibližně, takto:

$$\frac{VS - vs}{VS} = 1 - \frac{v}{V} \cdot \frac{s}{S}$$

$$\left(\frac{R}{R-h}\right)^2 = \left(1 - \frac{h}{R}\right)^{-2} = 1 + 2\frac{h}{R}.$$

Pak jest dále

$$1 + \frac{\gamma}{G} = \left(1 - \frac{v}{V} \cdot \frac{s}{S}\right)\left(1 + 2\frac{h}{R}\right),$$

z čehož

$$\frac{\gamma}{G} = 2\frac{h}{R} - \frac{v}{V} \cdot \frac{s}{S}.$$

Ježto

$$V = \tfrac{4}{3}\pi R^3$$
$$V - v = \tfrac{4}{3}\pi (R-h)^3,$$

tudíž

$$v = \tfrac{4}{3}\pi \left[R^3 - (R-h)^3\right],$$

$$\frac{v}{V} = 1 - \left(1 - \frac{h}{R}\right)^3,$$

t. j.

$$\frac{v}{V} = 3\frac{h}{R}.$$

Obdržíme tedy:

$$\frac{\gamma}{G} = 2\frac{h}{R} - 3\frac{h}{R} \cdot \frac{s}{S}.$$

aneb definitivně

$$\frac{\gamma}{G} : \frac{h}{R} = \frac{2S - 3s}{S}.$$

Rovnice tato vystihuje formou elegantní a způsobem velmi poučným jádro methody, stanovíc poměr, jaký jest mezi procentualní změnou intensity gravitační a procentualní změnou vzdálenosti od středu zemského.

Počtem differencialním lze odvození rovnice této zkrátiti. Zejména vychází vztah

$$\frac{v}{V} = 3\frac{h}{R}$$

ihned logarithmováním a differencováním výrazu pro V, když klademe v a h na místo dV a dR.

Kdyby bylo

$$S = s,$$

t. j. kdyby země byla homogenní, vyšlo by

$$\frac{\gamma}{G} : \frac{h}{R} = -1,$$

t. j. intensity gravitační by *ubývalo*, a to v témže poměru jak by přiblížení ke středu zemskému vzrůstalo. Bylo by, nehledíc ke znamení,

$$\frac{\gamma}{G} = \frac{h}{R}.$$

Kdyby bylo

$$S = \tfrac{3}{2}s,$$

vyšlo by

$$\gamma = 0,$$

t. j. intensita G zůstávala by při stoupání do (malé) hloubky konstantní.

Fakticky jest γ od nully rozdílné a positivní, z čehož vychází, že jest jistě

$$S > \tfrac{3}{2} s .$$

Zaveďme ke zkrácení koefficient číselný η pro poměr

$$\frac{\gamma}{G} : \frac{h}{R} = \eta ;$$

máme pak

$$\eta = 2 - 3 \frac{s}{S} .$$

Dlužno ještě promluviti o tom, jak stanovíme poměr $\frac{\gamma}{G}$. Jednáme v pozdějších odstavcích o kyvadle, kteréž se často označuje jako přístroj geognostický. Kyvadlem můžeme totiž studovati nejjemnější variace v intensitě gravitačního pole. Budiž g tato intensita, jak jest skutečně, vzhledem k otáčení se země naší a vzhledem k urychlení centrifugalnímu tím vznikajícímu. Doba kyvu kyvadla jest určena rovnicí

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} ,$$

kdež jest l délka kyvadla redukovaná. Zavedeme-li frequenci N, t. j. počet kyvů za sekundu místo doby kyvu, jest

$$N = \frac{1}{t} ,$$

tudíž zkrátka

$$g = const.\, N^2 .$$

Intensita gravitační g měří se tedy čtvercem frequence kyvů. Zcela podobně měří se intensita magnetického pole čtvercem frequence kyvů magnetky deklinační. Sestoupíme-li tudíž s kyvadlem, t. j. s hodinami kyvadlovými, do hloubky h, pozorujeme zvýšení frequence o n kyvů. Pak jest

$$g = const.\, N^2$$

$$g + \gamma = const.\, (N + n)^2 ,$$

z toho

$$\gamma = const.\, [(N + n)^2 - N^2]$$

$$\frac{\gamma}{g} = \left(1 + \frac{n}{N}\right)^2 - 1 ,$$

t. j.

$$\frac{\gamma}{g} = 2 \frac{n}{N} ,$$

vzhledem k tomu, že poměr $\frac{n}{N}$ mezi přírůstkem frequence a původní frequencí jest zlomek tak malý, že možno čtverec jeho a vyšší mocnosti zanedbávati.

Také tento vztah vychází ihned, když logarithmujeme a differencujeme rovnici

$$g = const.\, N^2 ,$$

kladouce γ a n na místě dg a dN.

Pohyb kyvadla řídí se urychlením skutečným g; naproti tomu v rovnicích dříve na základě zákona gravitačního odvozených přichází urychlení G pouze gravitační. Jest však patrno, že *změna* γ vzhledem k nepatrným hloubkám h, do nichž vůbec můžeme sestoupiti, jest identická pro urychlení jedno i druhé. A i jinak jde rozdíl mezi g a G jen do desetin procenta, tak že v mezích přesnosti této methody můžeme eventualně jedno urychlení klásti za druhé.

Dle toho máme

$$\eta = 2 \frac{n}{N} : \frac{h}{R} .$$

Poněvadž jde o relativní frequence, uvádí se n obyčejně pro celý střední den sluneční, t. j. pro

$$N = 86400.$$

Stanovení experimentalní koefficientu η nečiní obtíží žádných. Neboť hloubku h lze stanoviti dosti přesně, tudíž i číslo $\frac{h}{R}$. Accelerace hodin n bývá velmi malá, několik málo sekund za den. Ale poněvadž pozorování časové lze prostředky spolehlivými, na př. elektrickou registrací, prováděti velmi přesně, lze i číslo $\frac{n}{N}$ dosti spolehlivě udati. Tím jest pak určen koefficient η a z něho počítáme

$$\frac{S}{s} = \frac{3}{2 - \eta} .$$

Z koefficientu η obdržíme tedy poměr hustot $\frac{S}{s}$. Tím však jest stanovení hledané hustoty S celkové podmíněno stanovením hustoty s té kulové vrstvy, uvnitř kteréž pozorovací stanice ve hloubce se nalézá. Zde pak vznikají obtíže, kteréž celou methodu, jinak velmi duchaplnou, činí méně významnou. Neboť stanovení hustoty s může se díti, ovšem se zřetelem na poměry geologické, přece pouze odhadem a tudíž nikdy s tou přesností, jak by zde bylo žádoucí.

Poučný toho doklad dává první pozorování, kteréž na tomto základě provedl *Airy**). Stanice jeho byla v uhelných dolech na Harton Colliery pobliž South Shieldsu ve Walesu, ve hloubce 383 *m*. Hodiny předbíhaly zde pro den o $2\frac{1}{4}$ sekundy.

Z těchto dat vychází koefficient η následovně:

$$h = 383\,m, \qquad 2n = 4{\cdot}5,$$
$$R = 6371103\,m, \qquad N = 86400,$$
$$\frac{h}{R} = 0{\cdot}0000601, \qquad \frac{2n}{N} = 0{\cdot}0000521,$$
$$\eta = \frac{2n}{N} : \frac{h}{R} = 0{\cdot}866$$

odtud pak vychází dále

$$\frac{S}{s} = \frac{3}{2-\eta} = 2{\cdot}646.$$

Šlo tedy ještě o hodnotu s. Airy dal prozkoumati vrstvy zemské v blízkosti své pozorovací stanice a přijal pak za hodnotu pravdě nejpodobnější

$$s = 2{\cdot}50,$$

ze kteréž pak vyšlo

$$S = 6{\cdot}62.$$

Oproti tomu *S. Haughton* přivedl při diskussi pozorování Airyho k platnosti, že při hustotě s nelze přihlížeti jen k vrstvám, jež jsou pozorovací stanici nejbližšími, nýbrž i k vrstvám vzdálenějším, že tato stanice byla pod hladinou mořskou a že tudíž vzhledem k malé hustotě vod dlužno pro s přijmouti hodnotu značně menší. Za pravdě nejpodobnější přijal

$$s = 2{\cdot}06,$$

ze kteréž pak následuje

$$S = 5{\cdot}45.$$

Zde tedy jest jasně viděti, jak i při téže pozorovací stanici mohou odhady pro touž veličinu s se značně od sebe lišiti.

Pozorování podobná prováděl u nás v novější době (1882) plukovník (tehdy major) *Robert Daublebsky ze Sternecků*, v šachtě

*) George B. Airy, Sir, slavný hvězdář anglický, ředitel observatoře v Cambridgi a pak v Greenwichi, muž neobyčejné činnosti vědecké a literarní, narodil se 27/7. 1801 a zemřel 2/1. 1892 ve vzácném věku více než 90 let. Pojednání, hledící k pokusům zde popisovaným, má název:

Pendulum experim. in t. Harton colliery for determ. t. mean density of t. earth 58 p. Phil. Trans. 1856.

sv. Vojtěcha v Příbrami. Sestoupil s kyvadlovým apparatem, který pro účely takové sám sestrojil, do hloubky 561 *m* a 972 *m* pod ~~nad~~ povrchem půdy. Při tom se ukázal zvláštní zjev, že kyvadlo v hloubce větší neukazovalo souhlasně větší acceleraci, jak by se očekávalo, nýbrž téměř jen takovou, jako v hloubce poloviční. Následkem toho, na základě hodnoty $s = 2{\cdot}75$, vyšlo pro S nesouhlasně

pro hloubku 516 *m* . . . $S = 6{\cdot}28$,

„ „ 972 *m* . . . $S = 5{\cdot}01$.

Z tohoto příkladu vychází jasně, že nelze výsledkům dle této methody nalezeným přikládati významu jiného než jen orientačního, právě tak jako výsledkům dle methody v předešlém odstavci popsané. V skutku mají obě methody to společné, že se na hledanou střední hustotu země soudí z hustoty zemských hmot nám sice přístupných ale ve vnitřním složení svém neznámých, pro kteréž tudíž nelze hustotu přesněji než jen odhadem ustanoviti.

Budiž ještě poukázáno na zajímavé analogie. Koefficient η v tom významu, jak zde byl zaveden, jakožto poměr mezi relativní změnou $\frac{\gamma}{G}$ intensity gravitační a relativní změnou $\frac{h}{R}$ odlehlosti od středu zemského, jsme již seznali (§ 192.).

Stoupáme-li do stanic isolovaných, na př. v ballonu, jest h positivní, γ negativní a koefficient

$$\eta = 2.$$

Rozestírá-li se pod stanicí horstvo horizontalně velmi rozsáhlé, hustoty s, umenší se koefficient η, tak že jest

$$\eta = 2 - \frac{3}{2}\frac{s}{S}.$$

Analogicky má se věc, když sestupujeme do hlubin. Zde jest h negativní, γ positivní. Kdyby se celá hmota země rozestírala pod hlubší stanicí, byl by koefficient

$$\eta = 2;$$

avšak vrstvou kulovou, uvnitř kteréž stanice leží, hustoty s, umenší se opět koefficient η, tak že jest

$$\eta = 2 - 3\frac{s}{S}.$$

Srovnávajíce umenšení koefficientu η zde i nahoře, vidíme, že zde jest dvojnásobné. Vrstva, rozestírající se jen horizontalně do dálek velmi velikých, tedy jako by jen do tvaru polokulovitého, působí vlivem polovičním. Poznámka tato má význam mnemotechnický.

§ 202. Měření vážením na jemných vahách pákových.

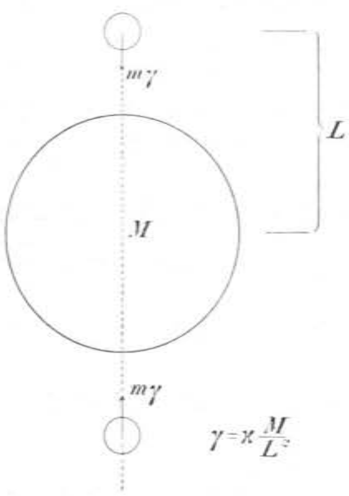
Při uspořádání úvodního pokusu, jak o něm v § 199. bylo jednáno, sečítaly se váhy $m\gamma$ a mg koule m geometricky. Snadno lze však uspořádání pozměniti tak, aby se obě váhy sečítaly algebraicky; třeba jen středy obou koulí, m a M, zaříditi do směru svislého (obr. 135.). Je-li tedy koule m nad koulí M v odlehlosti středové L, zvětší se její váha mg vzhledem k zemi ♁ o váhu $m\gamma$ vzhledem ke kouli M, tak že jest úhrnem

$$m(g+\gamma).$$

Je-li koule m stejně daleko jednou nad, po druhé pod koulí M, přistupuje k váze mg hmoty m její váha $m\gamma$ vzhledem ke kouli M jednou additivně po druhé subtraktivně tedy celkově

$$m(g+\gamma), \quad m(g-\gamma),$$

tak že rozdíl činí $2\,m\gamma$.



Obr. 135.

Jak veliký tento rozdíl lze očekávati, rovná-li se hmota M jedné tůně, o tom poučují data uvedená v § 199. Kdybychom s koulí m šli až do odlehlosti $L = 30\,cm$, bylo by

$$\gamma = 74{\cdot}3\,.\,10^{-6}\,\frac{cm}{sec^2}.$$

Volme za m na př. jeden kilogramm, tedy

$$m = 1000\,g,$$

pak jest

$$m\gamma = 74{\cdot}3\,.\,10^{-3}\,dyn.$$

Váha mg koule m by se tedy o tolik jednou zvětšila, podruhé zmenšila. Počítejme, jakému přívažku μ to přísluší. Přívažek μ působí vahou μg, musí tedy býti

$$\mu g = m\gamma,$$

čili

$$\frac{\mu}{m} = \frac{\gamma}{g},$$

t. j. kolik procent činí γ proti g, tolik procent činí μ proti m.

Pro vypočítanou hodnotu γ vyjde

$$\mu = \frac{74{\cdot}3}{980{\cdot}6}\,10^{-3}\,g,$$

čili

$$\mu = 0{\cdot}076\,mg,$$

z toho

$$2\mu = 0{\cdot}152\,mg.$$

Orientační tato úvaha ukazuje, že jest možná, jemnými vahami tento rozdíl ve váze zjistiti; neboť setinu milligrammu lze vahami velmi jemnými (opatřenými odčítacím zrcadlem a dalekohledem se stupnicí) dobře zaručiti; zde pak rozdíl činí 15 setin mg. Kdyby se hmota M vzala větší než jedna tůna, byl by přírůstek ovšem větší. Při počítání pak definitivním nutno též přihlédnouti k malinkým změnám intensity g zemského pole gravitačního, jež vznikají tím, že se pozoruje v různých hladinách.

První měření na tomto základě prováděl (1879—1880) *Jolly**) ve věži universitní budovy Mnichovské. Schody ve věži této jsou vedeny po zdi vnější, následkem čehož jest uvnitř věže volná prostora, jejíž strana jest $1{\cdot}5\,m$, výška $25\,m$. Zde umístil Jolly jemné váhy, do $5\,kg$ maximalního zatížení, opatřené zrcádkem na příč k vahadlu upevněným, tak že bylo lze při vážení pozorovati nejjemnější optickou methodou, dalekohledem a stupnicí. Váhy měly na každé straně dvě misky, z nichž dolejší, o $21\,m$ níže, visela na drátu (mosazném, zlaceném), který od hořejší byl veden trubicí z plechu zinkového. Na jedné straně byla blízko pod dolejší miskou umístěna velká koule M olověná průměru 1 metru, jejíž hmota byla

$$M = 5775\,kg,$$

tedy bez mála 6 tůn. Za hmotu m volena rtuť v baňce skleněné; s touto bylo vždy současně užíváno stejné baňky prázdné, aby účinek vzduchu při vážení byl vymýcen. Pro druhou stranu vah byla rovněž připravena jedna baňka se rtutí a druhá prázdná ve stejném způsobu. Hmota m rtuti netto činila

$$m = 5009{\cdot}45\,g,$$

tedy okrouhle $5\,kg$. Při začátku pozorování byly baňky plné na miskách hořejších, prázdné na dolejších; pak se baňky vyměnily, dolejší za hořejší, jednou na straně koule M, po druhé

*) Ph. v. Jolly, professor university Mnichovské, žil v letech 1809—1884.

na straně opačné. V obou případech shledán přírůstek na váze, v souhlasu s tím, že gravitační pole země jest intensivnější v poloze dolejší proti hořejší; ale na straně koule M shledán přírůstek větší, o přívažek

$$\mu = 0{\cdot}589\ mg.$$

Pro hořejší polohu baňky mizí sice účinek koule M, vzhledem k značné odlehlosti, ale vystupuje v bezprostřední blízkosti, jako by na povrchu této koule, v odlehlosti středové

$$L = 56{\cdot}86\ cm.$$

Z uvedených dat vypočítal Jolly se zřetelem k některým korrekcím

$$S = 5{\cdot}69\ \frac{g}{cm^3}.$$

Methoda Jollyho, jednoduchá svou základní myšlenkou, činila v provedení mnohé obtíže, jež vznikaly velikou rozlohou výškovou, v níž bylo pracovati. Proudy vzduchové, před nimiž váhy co možná dobrým uzavřením musily býti chráněny, změny teploty, vlhkosti a pod. způsobovaly mnohé zdroje chyb.

Pokusy podobné prováděl v době novější (1878 a 1891) *Poynting* v Londýně a obdržel ze dvojí řady měření hodnotu

$$S = 5{\cdot}493.$$

Methodou poněkud pozměněnou, ale v podstatě na témže základě, obdržel *Wilsing* (1887) v Postupímu hodnotu

$$S = 5{\cdot}58.$$

V době nejnovější provedli velmi přesná, mnoho let trvající měření *F. Richarz* a *O. Krigar-Menzel* *) v kasematte pevnosti Spandavské methodou, která proti methodě Jollyho byla zdokonalena, ve smyslu hořejší úvahy orientační, tím, že vliv velké hmoty M stanoven nikoli jednostranně, nýbrž oboustranně. Při své práci měli zřetel ke všem zkušenostem, jež Jolly učinil a jež v práci své podrobně popisuje. Místnost zaručovala velmi dobře stálost i teploty i vlhkosti vzduchu. Hmota M byla $=$ 100 tůn. Sestavena totiž veliká krychle, o straně něco větší než 2 metry, objemu téměř 9 krychlových metrů, z olověných menších pravoúhlých kusů a umístěna na zvláštních velmi pevných základech. Koule m byla platinová, hmoty jednoho kilogrammu. Vážení prováděno ovšem dle

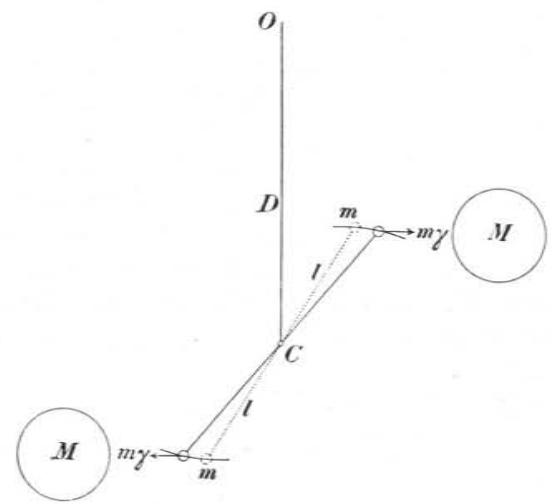
*) Publikováno v Pojedn. Akademie Berlinské 1893, 1896, též ve Wied. Ann., svazek 51., 1894, a svazek 66., 1898.

optických method nejpřesnějších a nejjemnějších, vhodně kombinovaných. Vliv vzduchu eliminován opět tím, že vždy současně s koulí m massivní byla vážena koule stejného objemu a stejného materialu, ale dutá, lehká; když tedy koule plná byla nad olověnou krychlí, zaujala koule dutá místo pod krychlí; pak se vyměnily. Podobně i na druhé straně vah bylo užíváno stejné koule i plné i duté. Vážení kombinováno dle methody Gaussovy. Krychle olověná byla středem svisle provrtána, aby skrze ni se protáhly spojovací tyče vah. Tyto váhy a celý prostor kolem massy olověné byl zvlášť uzavřen skříní z dvojnásobného zinkového plechu. Z měření tohoto vyšla definitivní hodnota

$$S = (5{\cdot}505 \pm 0{\cdot}009)\ \frac{g}{cm^3}.$$

§ 203. Měření vážením na jemných vážkách točivých.

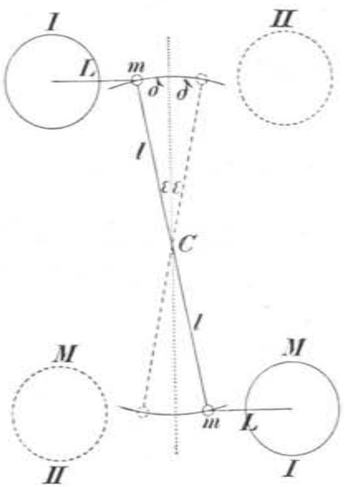
Váha $m\gamma$ koule m vzhledem k velké kouli M nemůže přijíti tak k platnosti, když vedle ní anebo proti ní spolupůsobí



Obr. 136.

její daleko značnější váha $m\gamma$ vzhledem k zemi naší. Proto jeví se býti výhodnějším, účinek země eliminovati, a měření attrakce obou koulí m a M upraviti v rovině nikoli vertikalní nýbrž horizontalní. Na základě tomto provedl v letech 1797—98 pokusy s tak zvanými točivými vážkami *Cavendish**), srovnávaje účinek oné attrakce s torsí drátu.

Uspořádání pokusu jeho objasňují schematicky obrazce 136. a 137. Zvoleny dvě stejné koule m, malé, a proti nim souhlasně dvě stejné koule M, velké, všechny olověné. Ony koule malé spojeny v jediný hmotný system tyčinkou z jedlového dřeva, délky $2l$, velmi lehkou, kteráž uprostřed byla zavěšena na dlouhém a tenkém drátku stříbrném. Také velké koule M byly spolu spojeny soustavou tyčí měděných takové úpravy, aby se celek dal kolem osy vertikalní otáčeti a tudíž koule M do blízkosti koulí m buď s jedné neb s druhé strany postaviti. Vzájemnou přítažlivostí koulí M a m na obou stranách vzniká dvojice sil, otáčející jistým momentem tyčinku dřevěnou s kuličkami m; tím se však kroutí drátek a kroucení působí momentem opačným; nastane tudíž v jisté odchylce ε tyčinky rovnováha. Formulovati mathematicky tuto rovnováhu značí odvoditi základní rovnici celého problemu.



Obr. 137.

Koule m gravituje ke kouli M na jedné i druhé straně silou $m\gamma$. Obě síly působí tudíž při délce $2l$ tyčinky momentem $2m\gamma l$. Proti tomuto momentu působí otáčivý moment drátu. Je-li D direkční síla kroucení čili direkční moment torse, činí při otočení tyčinky o úhel ε faktický moment otáčivý $D\varepsilon$.

Máme tedy základní rovnici

$$2m\gamma l = D \cdot \varepsilon ,$$

při čemž jest

$$\gamma = \varkappa \frac{M}{L^2} ,$$

značíc intensitu gravitačního pole velké koule M ve vzdálenosti L od středu jejího, v níž se nalézá střed kuličky m.

*) Henry Cavendish žil v letech 1731—1810 v Londýně jako soukromník, zanášeje se pracemi chemickými, fysikalními a astronomickými.

Jednou pro vždy určí se hmoty m a M koulí. Při pokusech, jež Cavendish prováděl, bylo

$$m = 730\ g, \qquad M = 158\ kg.$$

Jednou pro vždy určí se též délka l; byla 8 angl. palců.

Dále nutno, též jednou pro vždy, předběžným pozorováním určiti direkční moment D drátu. To se děje z doby kyvu. Když se totiž soustava kuliček m na tyčince, jak je zavěšena na drátku, vychýlí o malý úhel z rovnovážné polohy, co zatím koule M jsou v poloze symmetrické, v rovině k tyčince aequatorealní, aby na postavení tyčinky neúčinkovaly, vrací se torsí drátku tyčinka s kuličkami do polohy rovnovážné, přejde přes ni na druhou stranu, vrací se opět, atd., tak že vykonává kyvy v době t dosti dlouhé, jež jest určena rovnicí

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{D}} .$$

V této značí K moment setrvačnosti systemu hmotného, který jest v pohybu kývavém. Poněvadž hmota tyčinky dřevěné jest velmi malá, rozhodují hlavně obě kuličky m a dávají v odlehlosti l od osy moment setrvačnosti

$$K = 2ml^2.$$

Tento moment K se vypočítá; když se pak stanoví pokusem doba t, může se dle vzorce direkční moment D počítati.

Po těchto pracích předběžných záleží pak vlastní pozorování v tom, konstatovati, v jaké odchylce ε se ustálí tyčinka, když se koule M dají ke kuličkám m do vzdálenosti středové L.

Odchylku úhlovou ε stanovil Cavendish z linearní δ, z malinkého obloučku, dle rovnice

$$\varepsilon = \frac{\delta}{l} .$$

Odlehlost L stanovil rovněž z odlehlostí krajů koulí vzhledem k jich poloměrům.

Zaváděti všechny tyto pomocné veličiny do hlavního vzorce není výhodné, poněvadž se tím vzorec stává komplikovaným a nepřehledným, jevícím se pak oku jako seskupení nejrozmanitějších písmen, označujících věci hlavní i vedlejší smíšeně. Také se dle takových komplikovaných vzorců nikdy číselně nepočítá.

Cavendish užíval při pokusech svých dvojího drátu; při drátku slabším byla doba kyvu asi 14 minut, při silnějším

7 minut. Poloha rovnovážná nenastane při jemnosti celého uspořádání vlastně nikdy; musí se tedy počtem odvoditi z pozorovaných bodů obratu, jako při vážení na jemných vahách. Že celek byl uzavřen ve skříni, aby se vliv proudění vzduchu odstranil; že pak všechny manipulace musily býti konány z venčí, a že také odčítání se dálo z venčí, rozumí se samo sebou. Celý způsob pozorování podobá se tomu, jakého při manipulaci jemnými vahami užíváme. Proto není nevhodný název říkati celému přístroji „vážky“ točivé. V skutku se stanoví váha jemných těch kuliček, a to vzhledem k velkým koulím; jest tedy pozorování také jakýmsi vážením.

Uváděti podrobná data z měření, jež Cavendish provedl, nemělo by žádného zájmu; přestáváme na hlavních rysech jeho methody, velmi důležité, uvádějíce níže ještě jen výsledek, kterého z 29 pozorování nabyl.

První měření točivými vážkami konal Cavendish v posledních letech století předešlého; od těchto let uplynulo století další, a v době té, zejména v druhé její polovici, prováděny pokusy touže methodou s největší péčí a vytrvalostí, překonávající všechny ty četné obtíže, kteréž ukázal jednak průběh prací samých, jednak kritický rozbor jich výsledků. Uvádíme zde experimentatory následující, připojujíce výsledek, který za definitivní uznali, jakož i letopočet, kdy výsledek publikovali. Při tom přestáváme na průměrné hustotě S země, z níž lze konstantu gravitační snadno určiti.

Pozorovatel	$S, \frac{g}{cm^3}$
Cavendish . . (1798, Londýn)	5·48
Baily . . . . . (1842, Londýn)	5·67
Reich . . . . . (1837, Freiberg)	5·44
„ . . . . . (1849, „)	5·58
Cornu a Baille (1878, Paříž)	5·53
Boys . . . . . (1894, Londýn)	5·53
Braun . . . . (1896, Šejnov)	5·53

Každý z těchto experimentatorů hleděl zabezpečiti pro svá pozorování přesnost co největší, zejména vzhledem k účinkům takovým, kteréž lze velmi nesnadno v počet uvésti.

Sem náleží především vliv teploty. Pozorování vyžadují doby dlouhé, často několika let; neboť nutno dlouho čekati, než se poměry uklidní a ustálí. Při tom má se teplota udržovati co jen možná stálou, poněvadž změny teploty vždy rušivě na fysikalní měření působí. Zejména jest to elasticita drátu a vše, co s tím souvisí, která by teplotou se měnila způsobem pro korrekce velmi nepřístupným. Proto se pozorování konala v místnostech podzemních, sklepních anebo v dolech hluboko pod zemí (Reich ve Freiberku).

Pro sledování pohybů celého pohyblivého systemu hmotného na drátku zavěšeného zavedl již Reich methodu Gaussovu, užívání odčítacího stupnicí opatřeného dalekohledu, který jest namířen proti zrcádku spojenému pevně v ose otáčecí s onou soustavou hmotnou. Rovnovážná poloha určována z bodů obratu; neboť klid nenastává zde nikdy. Doba kyvu stále kontrolována; neboť z této se počítala veličina zde nejvíce rozhodující, direkční moment drátu. Tato doba kyvu jest vždy velmi dlouhá. Neboť má-li attrakcí hmot býti způsobena značnější úchylka, musí direkční moment býti velmi malý, následkem čehož pak doba kyvu jest velmi značná. Činí mnoho minut, na př. 7 až 14 (Cavendish), 6·8 (Cornu a Baille) atd. Proto užíváno při měření této doby kyvu registrace elektrické (Cornu a Baille). Doba tato nemá se během celého roku měniti než jen v desetinách sekundy.

Odchylka, attrakcí velkých hmot postranních způsobená stanovila se rozdílem rovnovážných poloh, pozorováním bodů obratu. Ale právě velmi citlivý způsob odčítání objevil obtíže nové, dříve netušené. Ukázalo se, že nová poloha rovnovážná, způsobená attrakcí postranních hmot, nenastává ihned, nýbrž až po dlouhé době, následkem toho, že se drát vlivům točivým jen znenáhla poddává. A právě tak po oddálení postranních hmot vrací se drát v původní polohu rovnovážnou jen ponenáhlu. Úkaz zde popisovaný má základ svůj v dopružování se drátů, vlastnosti i všeobecněji vystupující. Vzhledem k obtížím těmto zavedl Boys na místě obyčejně užívaných drátů (stříbrného, mosazného žíhaného, a j.) vlákno křemenové. Tím získal i výhody jiné. Vlákno toto jest vůči silám stáčivým nad míru citlivé. Proto bylo lze síly tyto voliti slabší, t. j. manipulovati s hmotami značně menšími. Vlákno není hygroskopické. Hlavní však přednost jeho spočívá v tom, že jest dokonale pružným, neukazujíc dopružování než jen v míře velice skrovné.

V skutku vyžadovaly hmoty, jak ony uchylované, tak ony uchylující, také zvláštního zřetele. Při hmotách uchylovaných, malých, jež se upevňovaly na tyčinku aluminiovou, musilo se pomýšleti na eventualní změny povrchové, oxydaci a pod. Proto užito kovových koulí zlacených (Braun) anebo malých kuliček zlatých (Boys). Při hmotách pak uchylujících, velkých, musilo býti dbáno jich homogenity. U olova toho dobře nelze; proto užíváno rtuti (Cornu a Baille), která proti olovu jest také specificky hmotnější. Tím pak docíleno ještě výhody jiné. Bylo možno těsně vedle koulí uchylovaných umístiti pevně, jednou pro vždy, čtyři duté koule železné, které tudíž nebylo nutno teprve otáčeti a stavěti; rtuť pak hnána bez otřásání do nich tlakem vzduchu, střídavě buď na jednu nebo druhou stranu, anebo z nich ven, když se měla kontrolovati doba kyvu.

Přítomnost vzduchu bývá při pozorování též zdrojem nesnází a chyb; proto umístil Braun celý přístroj pod velký recipient, z něhož pak vzduch byl vyčerpán.

Veškerá tato a podobná opatření měla pro pozorovatele ten výsledek, že jednotlivá pozorování, jichž počet u některých až do tisíců šel (Baily více než 2000), souhlasila mezi sebou dosti dobře; následkem toho pravděpodobná chyba výsledku se vypočítala velmi skrovná. Tak na př. udává Braun svůj výsledek

$$S = 5{\cdot}5273 \pm 0{\cdot}0012.$$

A přece vidíme, že v resultatech pozorovatelů různých jsou rozdíly daleko značnější než jest udaná pravděpodobná chyba výsledků. Z toho dlužno souditi, že se zde velmi snadno dostavují chyby stálé, systematické, kteréž se ovšem nevymýtí ani sebe větším počtem jednotlivých pozorování.

§ 204. **Výsledek závěrečný.**

Ke stanovení výsledku závěrečného bylo by nutno provésti kritickou diskussi všech dotud vykonaných měření a to nikoli jen dle methody jediné, nýbrž dle method všech *). Diskusse taková, ovšem velice nesnadná, dosud provedena není; tím se stává, že různí autorové pro konstantu gravitační aneb, což

*) O methodách těchto pojednal též Dr. Vlad. Novák v článku: Měření konstanty gravitační a střední specifické hmoty země, Časopis J. Č. M., XXIX., pag. 10, 1899. Methodu zvláštní, na základě interferencí optických založenou, udal V. Láska, kteráž však dosud prakticky nebyla provedena.

jest aequivalentní, pro průměrnou hustotu S země přijímají hodnoty různé. V novějších spisech německých *) přijímá se

$$S = 5{\cdot}516 \frac{g}{cm^3},$$

jakožto hodnota resultující z měření nejnovějších (Richarz, Poynting, Braun, Wilsing). Ve spisech anglických volí se hodnota (Boys)

$$S = 5{\cdot}527 \frac{g}{cm^3}.$$

Oproti tomu přijímá Bureau des longitudes v Paříži hodnotu menší

$$S = 5{\cdot}50 \frac{g}{cm^3}.$$

Patrně rozhodoval pro volbu tuto také zřetel k výsledkům starším a zejména také k pozorováním astronomickým. V skutku jest pozoruhodno, že methody, při nichž se hodnota S počítá na základě působení hmot přírodou samou daných, tedy hor, vrstev zemských, (Maskelyne, Airy), vedou k výsledkům rozhodně menším (4·7 až 5·48) než methody ostatní, při nichž se počítá s hmotami, jež si experimentator sám připraví. Konečně jest zajímavo, že pozorování nejnovější, jež provedli Richarz a Krigar-Menzel v dlouhé době 14 let (1884—1898) methodou rozhodně nejpřesnější a při němž vládli všemi prostředky nejjemnější mechaniky, vedlo k hodnotě

$$S = 5{\cdot}505 \pm 0{\cdot}009,$$

kteráž se tedy shoduje (v mezích udané pravděpodobné chyby) s onou, již přijímá bureau des longitudes. Z tohoto důvodu byla také v této knize za pravdě nejpodobnější uznána a výpočtům za základ položena.

Jisto jest, že tím, aspoň na málo desetin procenta přesně, vystižena konstanta, kteráž má význam kosmický a jejížto určování právě pro tento význam působilo zvláštním kouzlem. Znáti tuto konstantu znamená vážiti světy, vážiti hmoty těles nebeských. Relativně toho dovedla astronomie, vzhledem ke hmotě země neb slunce jako jednotce; zásluhou pak měření fysikalních jest, že lze toto stanovení provésti též v jednotce absolutní.

*) Srovnej na př. Dr. Auerbach, Kanon der Physik, 1899, pag. 57.

METEOROLOGICKÝ ÚST. C. K. ČESKÉ UNIVERSITY

XII.

Pád volný a po šikmé rovině.

§ 205. Úvod.

Pojednavše o poli gravitačním vůbec a země naší zvlášť co do stránky statické, budeme v oddílech následujících jednati o některých význačných pohybech, jež se dějí v poli gravitačním naší země. Aby vynikly především *hlavní typy* pohybů takových, činíme jistá jednoduchá předpokládání, přihlédajíce zároveň, jak dalece jim ve skutečnosti lze vyhověti. Především předpokládáme, že *pole gravitační*, v němž pohyby se dějí, jest *homogenní*. Poněvadž intensita pole gravitačního souvisí se vzdáleností od středu země, jest předpokládání tomuto dostatečně vyhověno, když se ony pohyby dějí ve svislých odlehlostech, jež mizí proti poloměru naší země; obyčejné svislé odlehlosti, v jakých pokusy lze konati, vyhovují tomuto požadavku plnou měrou. Dále předpokládáme, že se pohyby dějí *bez jakýchkoli překážek*, zejména že se dějí v ústředí, jež pohybu neklade žádného odporu. Tomuto předpokladání vyhovuje *přesně* ovšem jen vakuum; *přibližně* však často i vzduch obyčejné hustoty, když totiž pohybující se tělesa při velké hustotě vlastní mají povrch malý. Není-li tomu tak a vznikají-li ještě snad jiné překážky, na př. tření, pak ovšem může se ráz oněch pohybů změniti velmi značně, což v případech jednotlivých nutno zvlášť vyšetřiti. Konečně nepřihlížíme ke změnám velmi nepatrným těchto pohybů, kteréž vznikají tím, že země naše, na jejímž povrchu pohyby tyto pozorujeme, se otáčí.

§ 206. Pád volný.

Těleso v poli gravitačním naší země, jsouc v rovnováze, vybaví-li se z této své rovnovážné polohy, počne padati. Vylučme jakýkoli náraz, vylučme též pohyby cizí, na př. rotační,

vibrační, jež při tomto vybavení mohou vzniknouti a předpokládejme, že veškeré body tělesa se pohybují v přímkách svislých tak jako jeho těžiště. Stačí pak určiti jen pohyb tohoto těžiště a mysliti si v něm hmotu m tělesa soustředěnou.

Je-li pole gravitační homogenním, jest jeho intensita konstantní a tím i urychlení g. Pád tělesa volný jest tudíž pohyb *rovnoměrně urychlený*. Pro tento platí rovnice:

$$a = g$$
$$v = gt$$
$$s = \tfrac{1}{2} g t^2$$
$$\tfrac{1}{2} v^2 = gs.$$

Při volném pádu vzrůstá rychlost úměrně s prvou, dráha úměrně s druhou mocností času, stoupající pak energie pohybu $\frac{1}{2}mv^2$ rovná se práci mgs síly mg podél dráhy s vykonané; hmota m z rovnice této vymizí v souhlasu s tím, že hmoty všechny, padajíce současně, nabývají stejných rychlostí, čili, že stejné dráhy proběhnou za týž čas.

Tabellarně jeví se hořejší rovnice pro urychlení

$$g = 9{\cdot}81 \frac{m}{sec^2} \quad \text{(Praha)},$$

jak následuje.

Průběh volného pádu číselně.

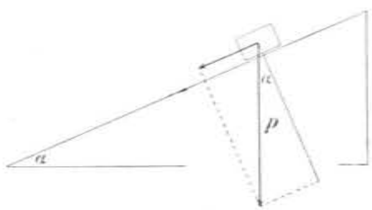
t	v	s	$\frac{1}{2}v^2$
sec	$\frac{m}{sec}$	m	$\left(\frac{m}{sec}\right)^2$
1	9·81	4·91	48·12
2	19·62	19·62	192·47
3	29·43	44·15	433·06
4	39·24	78·48	769·89
5	49·05	122·63	1202·92
6	58·86	176·58	1732·25
7	68·67	240·35	2357·79
8	78·48	313·92	3079·56
9	88·29	397·31	3897·56
10	98·10	490·50	4811·80

Z tabulky této dobře jest viděti prudké stoupání dráhy s a živé síly $\frac{1}{2}mv^2$ pro jednotku hmotnou $m = 1$ gramm. Odporem vzduchu se ovšem čísla ta značně zmenšují. Padající kapky dešťové, kroupy atd., nemají té živé síly, jak by dle výšky, s níž padají, počtem vycházelo.

Směr volného pádu jest svislým aspoň velmi přibližně; nepatrná odchylka vzniká rotací zemskou; dlužno tudíž zásadně směr volného pádu od směru svislého rozeznávati.

§ 207. **Pád po šikmé rovině.**

Pevná rovina, odchýlená o úhel α od roviny vodorovné, připouští padání těles jen po své délce. Jako při volném pádu tak dlužno i zde vyloučiti jakékoli pohyby cizí a předpokládati, že veškeré body tělesa padajícího se pohybují v přímkách s délkou roviny rovnoběžných. Nesmíme tudíž, jde-li o pád po šikmé rovině, pomýšleti na př. na padající po rovině kouli neb válec a pod.; neboť tělesa taková, padajíce, zároveň se otáčejí, čímž se věc komplikuje. I kdybychom při tom jen pohyb těžiště takového valícího se tělesa měli na zřeteli, neplatily by pro tento pohyb zákony, jež dále uvádíme. Některé takové případy projednáme později zvlášť. Zde tedy dlužno předpokládati těleso po rovině šikmé se smýkající, a tu ještě s podmínkou, že v pohybu takovém není zdržováno třením. Požadavku tomuto lze však jen přibližně vyhověti. Proto rovnice a vztahy, jež dále odvozujeme, mají význam mezný, jemuž se blížíme ve skutečnosti více neb méně dle toho, jak dovedeme podmínky zde uvedené realisovati. Poněvadž rovina svou pevností přejímá (obr. 138.) z celé váhy $p = mg$ tělesa kolmou složku $mg\cos\alpha$, zůstává účinnou složka zbývající $mg\sin\alpha$, jež působí po délce roviny. Pád je tedy ovládán urychlením $g\sin\alpha$. Platí tudíž rovnice:



Obr. 138.

$$a' = g\sin\alpha$$
$$v' = g\sin\alpha\,.\,t'$$
$$s' = \tfrac{1}{2}g\sin\alpha\,.\,t'^2$$
$$\tfrac{1}{2}v'^2 = g\sin\alpha\,.\,s'.$$

§ 208. **Zákon o rychlostech.**

Srovnávajíce pro pád volný a po šikmé rovině rovnice

$$\tfrac{1}{2}v^2 = gs, \qquad \tfrac{1}{2}v'^2 = g\sin\alpha\,.\,s',$$

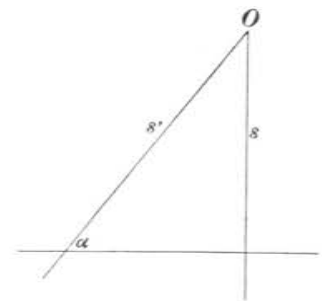
vidíme, že jest

$$v = v',$$

je-li

$$s = s'\sin\alpha.$$

Výsledek tento znamená geometricky, že konečné body svislé dráhy s a šikmé dráhy s' z téhož bodu vycházející (obr. 139.) leží v téže rovině horizontalní, v téže hladině.



Obr. 139.

Těleso padajíc buď volně směrem svislým, nebo po rovině směrem šikmým, probíhá touže hladinou se stejnou rychlostí.

V odvození tohoto výsledku spočívá i jednoduchý jeho význam. Práce mgs plné váhy tělesa mg podél svislé dráhy s jest tatáž jako práce $mg\sin\alpha\,.\,s'$ složky $mg\sin\alpha$ této váhy podél oné dráhy šikmé $s' = \dfrac{s}{\sin\alpha}$. Proto i energie pohybu $\frac{1}{2}mv^2$ a $\frac{1}{2}mv'^2$ z této práce získaná musí býti stejnou a tím i rychlost pohybu.

Padají-li tedy hmoty po rozmanitých nakloněných rovinách — a můžeme dodati všeobecněji, i po jakýchkoli křivých plochách — dopadnou do téže hladiny s rychlostí stejnou, ovšem za dobu rozdílnou.

§ 209. **Zákon o tětivách.**

Srovnávajíce pro pád volný a po šikmé rovině rovnice

$$s = \tfrac{1}{2}gt^2, \qquad s' = \tfrac{1}{2}g\sin\alpha\,.\,t'^2,$$

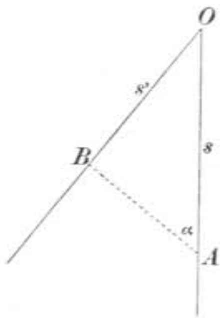
vidíme, že pro

$$t = t'$$

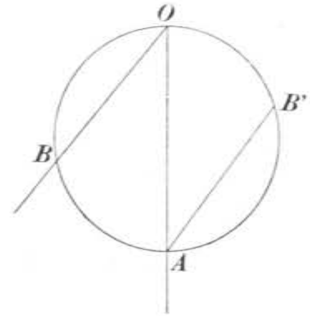
vychází

$$s\,.\,\sin\alpha = s'.$$

Dráhy s a s' vykonané za touž dobu zoveme stejnodobé neb isochronní. Geometrická jich konstrukce jest velmi jednoduchou. Majíce dráhu $s = OA$ svislou, obdržíme isochronní dráhu $s' = OB$ šikmou spustíce kolmici $AB \perp OB$ (obr. 140.). Anebo opíšeme nad s jako průměrem kruh, jenž vytne ze směru



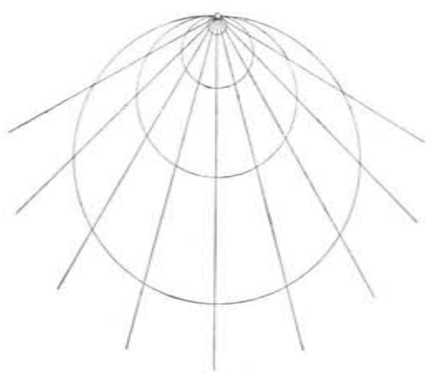
Obr. 140.



Obr. 141.

šikmého tětivu $OB = s'$ isochronní (obr. 141.). Podobně by byla isochronní tětiva $AB' \parallel BO$ jakož vůbec každá tětiva téhož kruhu, kterou vedeme buď od horního bodu O svislého průměru nebo k dolnímu bodu A. Pravíme tedy:

Svislý průměr kruhu jest isochronní s kteroukoli tětivou vedenou jedním z obou konečných bodů.



Obr. 142.

Tomuto zákonu o isochronismu tětiv lze dáti ještě jinou poučnou formulaci (G. Galilei).

Rozmanité hmotné body, jež si můžeme jako světlé mysliti, začnou-li od téhož bodu současně padati v rovině svislé ve směrech různě šikmých, tvoří v každém okamžiku kruh, jehož průměr čtverečně s časem roste.

Obr. 142. ukazuje v měřítku $\frac{1}{2000}$ vzrůstání tohoto kruhu po 1., 2., 3. a 4. sekundě dle skutečného urychlení.

§ 210. Padostroje.

Úkolem padostrojů jest zkoumati experimentalně zákony v předešlých odstavcích uvedené, pokud ovšem lze vyhověti předpokládáním, na nichž zákony ty spočívají.

Urychlení g pádu volného jest velmi značné. Z tabulky dříve uvedené jest viděti, jak dráhy již po několika málo sekundách jsou velikými. Vzhledem k tomuto urychlení jest časová jednotka sekunda příliš dlouhou. Proto nezbývá nic jiného — má-li se *pád volný* experimentalně zkoumati — než na místě sekundy zavésti jinou jednotku časovou τ velmi krátkou, kterouž by bylo možno se sekundou srovnati, a pak založiti padostroj na této jednotce zmenšené. K tomu se hodí dobře doba vibrace ladičky neb pružného péra. Nechá-li se tedy padati na př. skleněná podlouhlá úzká deska, černí lampovou začazená, tak aby se na padající desce v této černi vláskem kreslila svislá přímka, mohou se na této přímce vibracemi jiným vláskem na čerň deskovou přenášenými graficky odměřovati tytéž kratinké doby τ a mohou se pak měřiti a srovnávati dráhy za jistý počet těchto zmenšených časových jednotek vykonané. Na této myšlence zakládají se padostroje, jež konstruovali *Labord*, *Lippich*, *Babo*.

U jiných padostrojů, jak je zavedl *Wheatstone*, měří se kratinká doba, v níž proběhne na př. koule těžká, padajíc, danou (poměrně krátkou) drahou, jemnými chronoskopy, jež se elektricky vybavují a zabavují. K pokusům takovým hodí se též velmi dobře ladička ve spojení s registratorem elektrickým; ladička i registrator píší na válci přibližně rovnoměrně třebas jen rukou otáčeném, na který jest navinut papír sazemi na př. z plamene terpentinového počerněný. Ladička jest chronoskopem velice jemným a spolehlivým. Jde pak o to, aby onen registrator elektrický také přesně registroval oba okamžiky, kdy pád nějakého tělesa, na př. kovové koule, danou drahou začal a skončil. To lze provésti buď elektromagneticky, anebo jiskrami indukčními. V obou případech koule začínajíc padati, galvanický proud jistým mechanismem přeruší a dopadnouc uzavře. Elektromagnetem se tak způsobuje pohyb kotvy; induktorem se indukují malé jiskřičky, jež přeskočí na kovový válec a zanechávají stopy na počerněném papíře.

Všechny takovéto padostroje, vyžadující velké obezřelosti a kritičnosti, hodí se pro studium *subjektivní*, méně pro objektivní, když jde na př. o to, provésti experiment většímu auditoriu. K tomuto účelu hodí se již lépe padostroj, který sestrojil (1833) general dělostřelecký *Arthur Morin*, ředitel konservatoře „des arts et métiers“ v Paříži. Při padostroji tomto jest volný pád graficky časově rozvinut; hmota padajíc píše na papíře, navinutém na svislý, přes 2 metry vysoký válec, který se hodinovým strojem přesně jednou za sekundu otáčí; díly sekundy lze pak jednoduše odměřiti. Apparat dává tedy přímo diagramm volného pádu, ovšem jen pro málo více než půl sekundy. Všeobecnému užívání tohoto padostroje, jehož original v konservatoři „des arts et métiers“ v Paříži má výšku přes 3 metry, vadí jeho massivnost a poměrně vysoká cena; neboť požadavek přísně rovnoměrného otáčení válce jednou právě za sekundu vyžaduje praecisního stroje hodinového; rovněž i vybavení padajícího závaží žádá dobrého mechanického provedení.

Mnohdy však postačí, zejména k účelům vyučovacím, ukázati experimentalně zákony nikoli pádu *skutečného*, nýbrž pádu *zmírněného*. Zmírniti pak urychlení jest možno způsobem dvojím. Jest totiž urychlení dáno všeobecně poměrem síly ke hmotě. Buď se tedy zmenší síla, nebo zvětší hmota. Prvý způsob je proveden u padostroje *Galileova*, druhý u padostroje *Atwoodova*. Onen jest důležitý svým významem historickým, tento svým velmi rozšířeným užíváním. Proto pojednáme o obou obšírněji.

§ 211. **Padostroj Galileův.**

Při padostroji Galileově zmenší se síla, způsobující padání hmoty dané, tím, že se z váhy této hmoty jen malá složka přivádí pro pád k platnosti, na základě zákonů pro šikmou rovinu platících.

Šikmou rovinou, jakéž k prvním pokusům tohoto druhu užíval *Galileo Galilei*, byla dřevěná fošna, délky 12 sáhů, šířky $\frac{1}{2}$ sáhu, tloušťky $\frac{1}{8}$ sáhu; jest zde míněn původní sáh florentský, jehož délka byla as 0·60 *m*. Rozměry oné roviny byly tedy v míře metrické 7·2 *m*, 0·3 *m*, 0·075 *m*.

Ve fošně byl vyhlouben žlábek a potažen hladkým pergamentem, ve žlábku pak padala bronzová koule, buď celou

délkou dráhy neb určitou její částí, při čemž byla výška roviny buď jeden nebo dva sáhy. Dobu pádu určoval Galilei množstvím vody, vyteklé z velkého, vodou naplněného sudu, úzkou trubičkou ve dně sudu umístěnou a kohoutem opatřenou. Srovnávaje pak množství vody vyteklé a délky, po které koule padala, nalezl zákon, že dráhy přibývá jako čtverce doby časové.

Jak již ze způsobu stanovení času patrno, nejednalo se při pokusech těchto o pád po rovině s *určitým* urychlením, nýbrž o pohyb *urychlený vůbec*. V tom případě není na závadu, že padající těleso, zde koule, zároveň se valí; její těžiště vykonává pohyb rovnoměrně urychlený, ale ovšem urychlení není takové, jaké by z výšky a délky roviny počtem vycházelo. Proto také pro pád valící se koule neplatí ani zákon o rychlostech, ani o tětivách. V skutku došel Galilei zákonu o rychlostech úvahami zcela jinými. Galilei realisoval padání koule bez současného se jejího otáčení, ovšem nikoli v dráze přímkové, nýbrž v oblouku kruhovém, zavěsiv kouli na nit; pokusy, o nichž bylo již jednáno (§ 103.), stanovil pak, že rychlost konečná koule padající závisí jen na výšce, se které koule padala, a že koule touto rychlostí zase na touž výšku vystoupí, bez ohledu na dráhu, po jaké padání neb stoupání se děje.

Obyčejné nakloněné roviny, jichž se při vyučování k pokusům užívá, nemohou býti tak dlouhé, jako byla rovina Galileova. Za to nechává se několik koulí, na př. 4 neb i 5 ve žlábcích na prkně rovnoběžně po jeho délce vyhloubených padati současně. Odměří-li se délky těchto drah již napřed v poměru 1 : 4 : 9 : 16 : 25, a omezí-li se vhodnými svěráky, lze i akusticky — nárazem koulí — poznati, že koule, současně spuštěné, dopadají v okamžicích aequidistantních. Kyvadla sekundového k pokusům takovým užívati nelze, spíše metronomu Maelzelova. Mají-li však pokusy jen poněkud býti přesnější, musí prkno býti zcela rovné, žlábek pak hladký a tak pracovaný, aby padající koule se nezachycovaly stranou, tedy aby padaly po svém největším kruhu. Urychlení, s jakým koule padají, není však $g \sin \alpha$, nýbrž jest o 40 procent menší. Jde-li o to aspoň přibližně ukázati platnost zákona o urychlení $a' = g \sin \alpha$ a tím i o rychlostech a tětivách, nutno užívati roviny dané dvěma kolejema na př. železnýma, po kterých padá vozíček, jehož kolečka jsou proti ostatní hmotě vozíčku velmi lehounká.

Spis, ve kterém G. Galilei popisuje pokusy se svým padostrojem, má název: Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla meccanica e ai movimenti locali, 4°, Leida 1638; pokusy samé datují však již od roku 1602 a 1604. Stanovisko Galileovo bylo ovšem při pokusech těchto zcela jiné než s jakého nyní, pokusy ty opakujíce, na ně pohlížíme*).

Vědouce, že se pohyb děje v gravitačním poli homogenním, dedukujeme, že pohyb jest rovnoměrně urychleným a posuzujeme, jak dalece s tím pokus souhlasí. Galilei však hledal, jakým pohyb jest, cestou induktivní a tvořil pojmy dotud neznámé.

§ 212. Padostroj Atwoodův.

U padostroje, který sestrojil *G. Atwood***), uvádí se malou silou v pohyb velká hmota; tím se proti urychlení volného pádu docílí urychlení tolikrát menšího, kolikrát jest menší ona síla pohyb způsobující a kolikrát jest větší ona hmota v pohyb uváděná.

Základní tato myšlenka padostroje jest provedena tímto způsobem.

Přes kladku pevnou vedena jest jemná, hedvábná nitka, jejíž hmotu proti hmotám jiným, zde rozhodujícím, lze zanedbávati. Na koncích této nitky jsou zavěšena dvě stejná závaží m; každé z nich má váhu mg; vespolek jsou v rovnováze.

Přiloží-li se však na jedno z nich malý přívažek hmoty μ, uvede se vahou μg tohoto přívažku daná soustava hmot v pohyb a to rovnoměrně urychlený, poněvadž účinná síla, totiž váha onoho přívažku, jest stálou. Urychlení γ tohoto pohybu obdržíme ze vzorce

$$\gamma = \frac{\text{síla}}{\text{hmota}}.$$

Účinná síla jest μg. Úhrnná hmota budiž M. Máme tudíž

$$\gamma = \frac{\mu}{M} g.$$

Úhrnná hmota M skládá se z několika hmot jednotlivých. Jsou to především hmoty $2m$ a μ, jež jsou v urychleném pohybu postupném. Vedle těchto uvádí se však také kladka v urychlený pohyb otáčivý. Úhlové urychlení jest při tom pro všechny části kladky stejné; linearní však urychlení jest pro části blíže obvodu větší než pro části blíže osy. Kdyby se smělo

*) Dr. E. Mach, Die Mechanik in ihrer Entwickelung historisch und kritisch dargestellt, 1897.

**) *George Atwood* (1745—1807) působil na Trinity College v Cambridge, později žil v Londýně. Padostroj svůj sestrojený r. 1781 popsal ve spise: On the rectilinear motion and rotation of bodies 1784.

předpokládati, že veškerá hmota kladky jest rozložena na obvodě, přes který jde nitka, platilo by urychlení γ pro celou hmotu kladky, kteráž by se pak ke hmotám $2m + \mu$ přičetla. Mnohdy lze přibližně tak učiniti. Jinak dlužno však zavésti do počtu hmotu N menší, kterou zoveme aequivalentní; myslíme-li si hmotu tuto přidanou k závažím, polovičkou $\frac{1}{2}N$ na každé straně k závaží m, děje se pohyb s urychlením γ takovým, jako by kladka byla nehmotnou.

Jest tedy celkem:

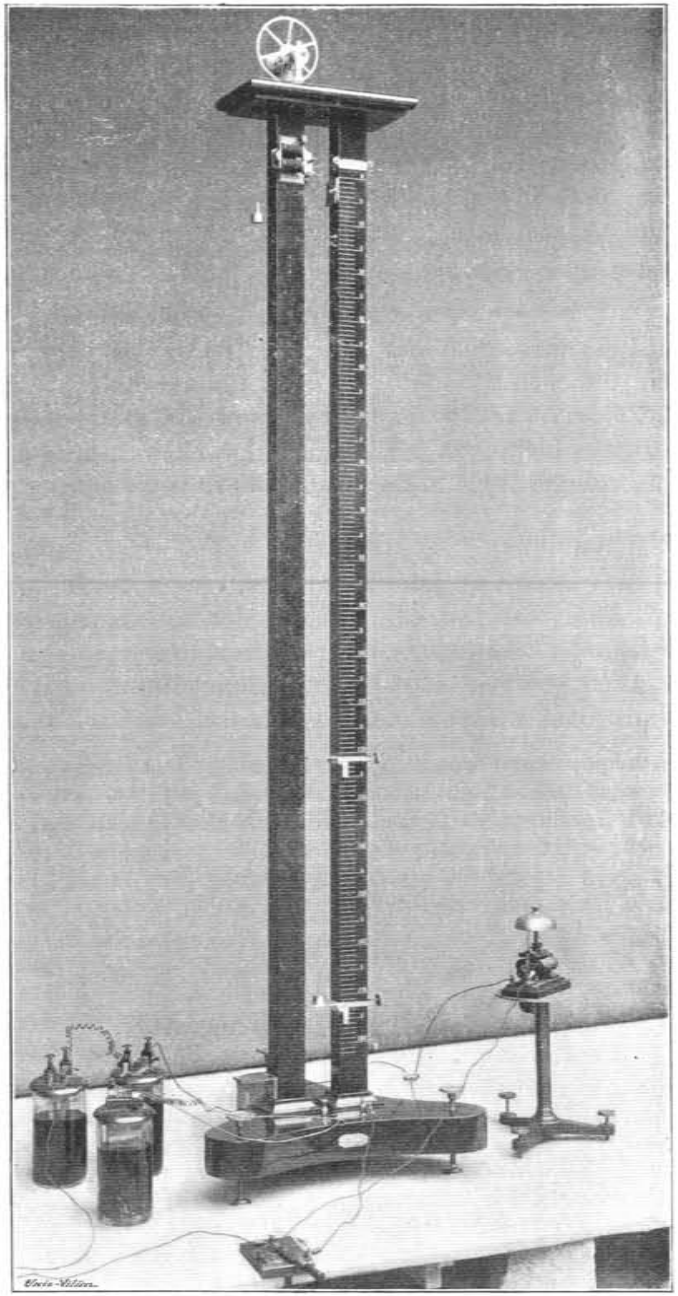
$$M = 2m + \mu + N.$$

Je-li kladka dána, jest tím určena i hmota aequivalentní N. Můžeme pak měniti hmoty μ a m a tak zjednati urychlení γ vhodné. Zákony pádu na padostroji jsou ovšem tytéž jako zákony pádu volného, až na urychlení γ. Aby pak souvislost s pádem volným byla stále na očích ve způsobu co možná přehledném, jest výhodno, voliti poměr $\frac{\gamma}{g}$ na př. $= \frac{1}{100}$; pak jest pád na padostroji jako by 100kráte zmenšeným obrazem pádu volného. Co jest zde délkou jednoho metru, jest tam délkou jednoho centimetru. Experimentujíce tudíž s padostrojem Atwoodovým, máme před sebou tabulku dříve vypočítanou pro pád volný a čteme všude *cm*, kde tam uveden *m*.

Pro aequivalentní hmotu N udávají se tu i tam formule, dle nichž by bylo možno tuto hmotu počtem stanoviti. V skutku však to nelze, poněvadž jistá veličina ve formuli této přicházející — moment setrvačnosti — se počítati nedá, tím méně, když — jakož jest to pravidlem — kladka svou osou spočívá na obvodě čtyř jiných kladek, jimiž se tření má co jen možná umenšiti. Proto se hmota N stanoví vždy zcela jednoduše pokusem.

§ 213. Úprava padostroje Atwoodova.

Padostroj Atwoodův, jak dosud byl popisován, jest schematickým; k pokusům skutečným bývá konstruktivně proveden ve způsobu dosti rozmanitém. Nejvíce rozšířen jest padostroj, na němž jest zároveň umístěno kyvadlo sekundové se zvonkem signalisujícím sekundy. Pád děje se podél svislého měřítka na centimetry rozděleného, číslovaného shora dolů. Nahoře, kde jest nullový jeho bod, nalézá se vodorovný stoleček kolem vodorovné osy otáčivý, na který před začátkem pokusu závaží m s přívažkem μ spočine. Kyvadlo, signalisujíc sekundu nullovou, spustí mechanicky tento stoleček a pád začíná. Na měřítku lze pošinovati jiný stolek vodorovný, na který závaží m s přívažkem μ dopadne, čímž se

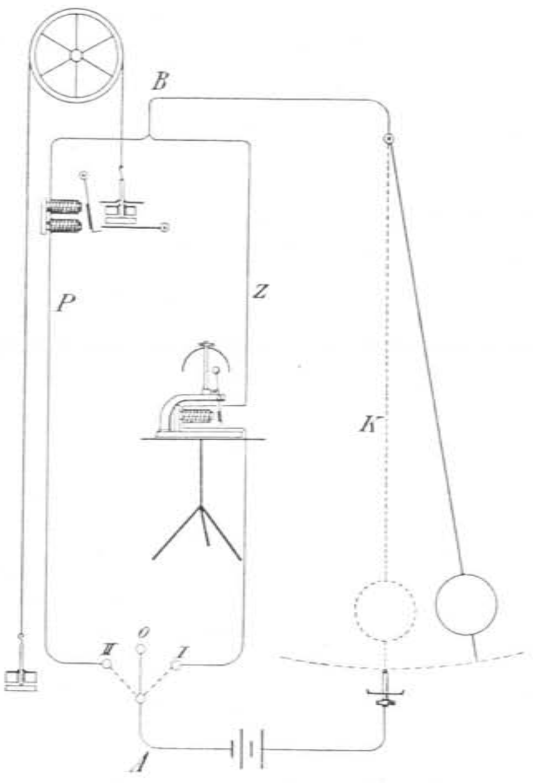


Obr. 143.

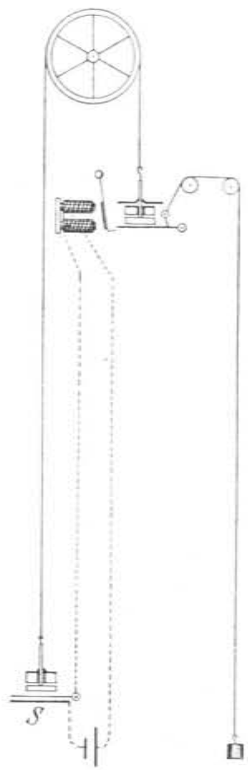
pohyb zarazí. Před tento stolek lze ještě umístiti jiný stolek vodorovný a provrtaný tak, aby závaží m otvorem proběhlo, ale přívažek μ se zachytil; pohyb pak pokračuje dále, ale přestav býti urychleným stává se rovnoměrným, až se zarazí na stolku plném.

Obr. 143. ukazuje padostroj Atwoodův jiné úpravy (Dr. Houdek a Hervert). Na první pohled viděti rozdíl od obyčejných padostrojů v tom, že schází kyvadlo. V skutku není vhodné kyvadlo s padostrojem spojovati. Mají-li pokusy býti přesnými, jest nutno, aby padostroj stál zcela v klidu; těžké kyvadlo však rozhoupává poněkud i padostroj a tím i hmoty m na nitce zavěšené. Měření času jest věcí pro sebe, nesouvisící s padostrojem. Děje se nejlépe sekundovým kyvadlem hodinovým v tom způsobu, jak v oddíle o času (§ 52.) bylo popsáno. Kyvadlo s tyčí kovovou má na konci svém platinový drátek, kterýž v rovnovážné poloze kyvadla probíhá rtutí na ocelové mističce nalitou; tím se zjednává na kratinký čas kontakt a spojuje se galvanický proud, který se vede elektromagnetem signalového zvonku. Signalisování sekundy děje se tak velmi určitě a přesně a může přerušením proudu býti v každém okamžiku zastaveno, při čemž hodiny jdou dále. Je-li pokus připraven, spojí se proud a signalisování sekundy opět začíná.

V sekundě nullové má býti spuštěn stolek, aby pohyb přesně začal. Rukou experimentatora nebylo by lze spuštění přesně v pravý okamžik zaručiti, nehledíc k nepohodlí experimentování. Jest tudíž vhodné spuštění provésti elektromagnetem, do něhož se přepnutím proud kyvadlem samým přesně v sekundě nullové zavede. Obr. 143. představuje uspořádání pokusu dle skutečnosti, obr. 144. objasňuje pak uspořádání toto schematicky. Proud, uzavíraný kyvadlem hodinovým, vzniká ze dvou článků Grenetových. Proudovod dělí se ve dvě větve: jedna $AIZB$ obsahuje elektromagnet signalového zvonku, kdekoli stranou na stativu umístěného, druhá $AIIPB$ elektromagnet s kotvou u hořejšího stolku padostroje. Ku přepínání proudu do jedné neb druhé větve slouží obyčejný přepínač v obr. 143. na kraji stolu patrný. Před pokusem jest v poloze 0. Je-li pokus připraven, přešine se na okamžik do polohy II, až kyvadlo, stanovíc sekundu nullovou, stolek spustí; hned potom přešine se přepínač do polohy I, pád začal, kyvadlo signalisuje zvonkem sekundu prvou, druhou, třetí atd. až do té, kdy závaží dopadne na dolejší stolek a pád se zarazí, načež se přepínač přešine do polohy 0, aby signalisování sekundy přestalo. Jak patrno, byl-li pokus připraven, pak v průběhu pokusu experimentatoru netřeba nic než manipulovati na přepínači. Co se však této přípravy týče, lze i tu usnadniti tak, aby se dála rychle, pohodlně a to po případě i tehdá, kdy padostroj jest postaven na experimentalní stůl, aby i většímu auditoriu bylo umožněno padání sledovati a kde by jinak experimentator, kdyby chtěl rukou na hořejším stolku přípravu provésti, byl nucen stoupati do výše nepohodlné. K přípravě slouží proud, který z jediného článku Grenetova se zavede zvlášť do elektromagnetu nahoře u padostroje a to klíčem zvláštním, který jest dán dvojitým stolkem, dole na padostroji na levo upevněným; lehounkým přitlačením hořejší destičky tohoto dvojitého stolku k velmi blízké destičce dolejší lze proud uzavříti (obr. 145.). Dále jest pro přípravu od hořejšího stolku vedena přes dvě kladky dolů k padostroji nitka dole závažíčkem opatřená, kterou se stolek hořejší dá zdola zvednouti. Příprava k pokusu jest pak velmi rychle provedena. Experimentator, uvolně dolejší stolek, na němž hmota m s přívažkem spočívá, dá stolkem samým lehký popud vzhůru, popožena tím závaží do výše, až může s levé strany hmotu m levou rukou zachytiti; tuto stáhne dolů až dolehne na onen dvojitý stoleček, lehce přitlačí, kontaktem se proud uzavře, elektromagnet nahoře přitáhne kotvu a uvolní stolku, aby se



Obr. 144.



Obr. 145.

mohl onou postranní nitkou na pravo zvednouti; když se tak stalo, přeruší se kontakt, stolek se háčkem zachytí v poloze vodorovné, hmota m s přívažkem na něm spočine a pokus jest připraven.

Co se týče volby závaží m a přívažku μ, budiž uvedeno následující.

Závaží m vezmou se provisorně jakákoli, také přívažek μ. Určí se pokusem urychlení γ a počítá se aequivalentní hmota N kladek. U našeho padostroje jest v grammech $N = 56$. Na základě toho se pak počítá, jak veliké nutno voliti definitivně závaží m, aby přívažkem μ jed-

noho grammu vzniklo urychlení $\gamma = \frac{1}{100}\, g$. Vychází $\frac{\mu}{M} = \frac{1}{100}$, tudíž $M = 100$ čili $2m + \mu + N = 100$. Je-li tedy $\mu = 1$, $N = 56$, bude $m = 21\frac{1}{2}$. Kdyby se volil přívažek μ dvou grammů, musila by hmota M se zveličiti o 100 grammů, tedy $2m$ o 99 čili m o $49\frac{1}{2}$. Podobně kdyby se volil přívažek μ tří grammů, musila by hmota m se zveličiti opětně o $49\frac{1}{2}$. Pokusem lze správnost těchto počtů a tím i správnost celého základu početního jednoduše kontrolovati. Původní závaží $m = 21\frac{1}{2}$ jsou tak upravena, aby se na ně hmoty $49\frac{1}{2}$grammové daly jednoduše nastrčiti (obr. 144.). Když se tedy pokus připraví pro případ jakýkoli, nezmění se ničeho, když se místo přívažku jednogrammového vezme dvougrammový a současně ke každému závaží m připojí hmota $49\frac{1}{2}$grammová. Podobně i dále, když se vezme přívažek třígrammový a ještě přidá další taková hmota $49\frac{1}{2}$grammová. Dále jíti nelze, aby se hedvábná nitka při zaražení pohybu nepřetrhla.

Pokusem lze zkoušeti:

1. Platnost rovnice

$$s = \tfrac{1}{2}\gamma t^2$$

až do dráhy

$$s = 176{\cdot}6\ cm$$

vykonané za 6 *sec.*

2. Platnost rovnice

$$v = \gamma t,$$

na př. pro $t = 5$. Dráha s jest zde $= 122{\cdot}6$ Stoleček s otvorem postaví se tak, aby udeřením páté sekundy se přívažek μ zachytil. System pohybuje se pak dále rovnoměrně rychlostí $5 \,.\, 9{\cdot}81 = 49{\cdot}1 \frac{cm}{sec}$, tak že v sekundě šesté dopadne závaží m na pevný stoleček u čísla $122{\cdot}6 + 49{\cdot}1 = 171{\cdot}7$. Stoleček s otvorem nesmí se ovšem postaviti u čísla 122·6, nýbrž ještě o tolik výše, oč je přívažek μ nad dolejší plochou závaží m, tedy výše o tloušťku tohoto závaží. Podobně se experimentuje pro $t = 4$. kdež lze pohyb rovnoměrný sledovati po dvě sekundy. Jest zde totiž $s = 78{\cdot}5$, $v = 39{\cdot}2$, tudíž buď pro další jednu sekundu $78{\cdot}5 + 39{\cdot}2 = 117{\cdot}7$ nebo pro dvě sekundy $117{\cdot}7 + 39{\cdot}2 = 156{\cdot}9$. Přesnost experimentování padostrojem této úpravy jest taková, že sluchem rozdílu mezi signalem sekundovým zvonku a mezi dopadem závaží na stolek znamenati nelze. Mnoho záleží na tom, aby hedvábná nitka byla hmoty tak malé, že i proti hmotě přívažku nečiní než malou část, není-li tomu tak, pak jednostrannou její převahou se pád z počátku poněkud opozďuje a ke konci poněkud urychluje.

§ 214. Padostroj Poggendorffův.

Tíže zemská jeví se buď staticky nebo kineticky. Případ prvý nastává, když hmota, jsouc podepřena nebo zavěšena, jest k zemi v relativním klidu nebo pohybu *rovnoměrném*; působí pak tlakem neb napjetím o velikosti mg. Případ druhý nastává, když hmota, *volně* padajíc, nabývá *urychlení* g. Oba tyto případy jsou však krajními případu všeobecného, kdy hmota, podepřená neb zavěšená, *padá* s urychlením γ *menším* než g; zbývající pak tlak neb napjetí p určuje vzorec

$$p = m(g - \gamma).$$

Může však také hmota *stoupati* s urychlením γ; tlak neb napjetí stanoví pak vzorec

$$p = m(g + \gamma).$$

Oba tyto případy shledáváme při padostroji Atwoodově. Na niti visí na jedné straně hmota m stoupající s urychlením γ, na druhé hmota $m + \mu$ padající s urychlením γ; zde se nit napíná vahou $(m + \mu)(g - \gamma)$, onde vahou $m(g + \gamma)$, úhrnný tudíž tlak na osu kladky určuje součet

$$m(g + \gamma) + m(g - \gamma) + \mu(g - \gamma) = 2mg + \mu g - \mu\gamma.$$

V klidu byl by tento tlak dán součtem

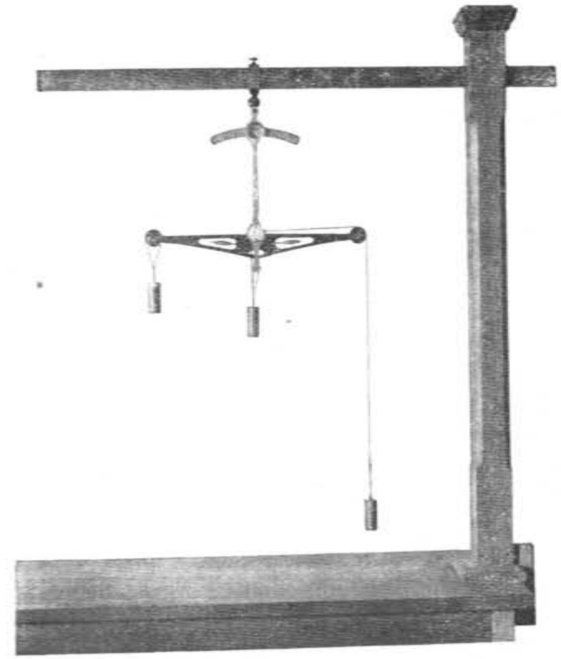
$$mg + (m + \mu)g = 2mg + \mu g.$$

Jest tudíž při padání o část $\mu\gamma$ menší.

U hmot m se totiž rozdíl vyrovnává, ale přívažek μ padaje působí vahou o $\mu\gamma$ zmenšenou. Toto zmenšení lze učiniti zřejmým, když se kladka umístí na jednom konci vahadla citlivých vah. Pokus připraví se v tom způsobu, že se hmota $m + \mu$ vláknem kolem kladky samé ovinutým zachytí, aby se padání zabránilo, a pak vše na druhé straně vahadla vyváží, tak že jest vahadlo čili ukazovatel vah v poloze nullové. Když se pak vlákno přepálí, začne pád a vahadlo se odkloní ve smyslu umenšení váhy.

Vhodnější jest však zařízení pokusu takové, při němž se ukáže nejen zmenšení váhy při padání, nýbrž též zvětšení při stoupání, a to nejen malého přívažku μ, nýbrž hmoty m samé. Úpravu vahadla pro tento účel objasňuje obr. 146. Vahadlo má tři kladky. Osa kladky střední jest uprostřed jako by pokračováním hrany trojbokého, dvojdílného hranolu, kolem něhož se vahadlo otáčí. Osy kladek postranních jsou s osou kladky střední v téže rovině, kteráž v nullové poloze vahadla jest vodorovnou. Vlastně by k pokusu postačila jenom jedna kladka postranní; pracují se však dvě, aby vahadlo bylo v úpravě své souměrným, čímž zároveň jest umožněno experimentovati na straně pravé nebo levé. Nitka vede se přes kladku střední a

jednu krajní, na př. na straně pravé. Zde zavěsí se hmota m. Dle toho, zda-li se má provésti pokus s touto hmotou stoupající neb klesající, zavěsí se proti ní u kladky střední hmota $m + \mu$ nebo $m - \mu$. Před pokusem se vždy padání připraví, avšak jemným vláknem vhodně přivázaným prozatím zamezí, načež se na straně druhé vše vyváží. Pak se vlákno přepálí a padání začíná.



Obr. 146.

Ve skutečnosti komplikuje se věc třením, na jehož překonání dlužno část přívažku μ počítati a teprve zbývající část na urychlení. Proto jest nutno před vlastním pokusem vyzkoušeti, jak velikým jest přívažek překonávající tření, což se pozná tím, že malinký náraz způsobuje *pohyb rovnoměrný* celé soustavy zavěšených hmot; vahadlo se přidrží, malým nárazem zavede se pohyb a pak vahadlo se pustí; *rovnovážná jeho poloha se pohybem nemění.* Pokus jest sám sebou poučný, poněvadž ukazuje, že pohybem *rovnoměrným* se váha hmoty nemění. Pak teprve se připojí přívažek urychlování způsobující.

Při uspořádání, jak obrazcem 146. se znázorňuje, jest

$$m = 250\ g.$$

Tření se překoná přívažkem asi 10 g; na urychlení se volí přívažek 5 g; tím jest velmi blízce, jako při padostroji Atwoodově

$$\gamma = \frac{1}{100}\, g,$$

poněvadž hmota kladek oproti úhrnné hmotě 500 g obou závaží jest malou. Zmenšení váhy jest pak aequivalentní asi váze hmoty $2\frac{1}{2}$ g. Přívažky kladou se jen na závaží střední, buď positivně, t. j. přidávají se, když má závaží m na pravo stoupati, anebo negativně, t. j. ubírají se, když má klesati. Výhodno jest míti k disposici delší dráhu; pak se váhy zavěsí na lati na opačné straně sloupu, mimo stůl, tak že pohyb může se sledovati v rozsahu od vahadla až k podlaze síně. Kdyby se závaží ta zavěsila jen na jedinou kladku, bylo by umenšení váhy aequivalentním váze hmoty, rovnající se $\frac{1}{100}$ *přívažku*; tento jest 5 g; zmenšení by tudíž bylo nepatrné. Proto by se musilo užívati většího přívažku; ale pak jde pád prudce, což způsobuje experimentalní nesnáze. Mimo to vahadlo, zvednouc se, způsobí rozkývání obou závaží, kteráž, jdouce těsně vedle sebe, snadno náhodou na sebe narazí. Musila by tudíž kladka pro tento pokus míti průměr přiměřeně velký. Proto bylo nahoře řečeno, že pokus v této formě jest méně pohodlný. Vysvětlování pokusu způsobovalo v dobách dřívějších slovní nesnáze, když se názvu „váha tělesa“ užívalo ve smyslu „hmota tělesa“; v tomto posledním smyslu jest ovšem tak zvaná „váha“ tělesa veličinou nepromĕnnou, tak že se padáním tělesa nemůže měniti.

Padostrojem Poggendorffovým experimentuje se velmi často tak, že se střední závaží rukou náhle zatáhne aneb popustí, tak že postranní závaží z klidu náhle vystoupí anebo padne. Jest pravda, že tak vznikne urychlení γ dosti značné, dle větší neb menší náhlosti onoho pohybu, kteréž pak příslušnou úchylkou vahadla se objevuje; počítati však toto urychlení nelze, následkem čehož tento, dosti hrubý, způsob experimentování není tak poučným, jako způsob nahoře podrobněji popsaný, kdy lze skutečné padání neb stoupání s urychlením napřed vypočítaným po dobu dosti dlouhou sledovati.

Jan Ch. Poggendorff žil v letech 1796—1877; byl professorem fysiky v Berlíně a redaktorem Annalů fysiky a chemie, jichž za jeho redakce vyšlo 160 svazků. Pojednání o padostroji pochází z roku 1853 (Abänderung der Fallmaschine).

XIII.

Pohyb vrhem způsobený.

§ 215. Roztřídění úkolů.

Pohyb vrhem způsobený jest poučným příkladem skládání pohybů. Těleso vržené rychlostí c určitým směrem pohybovalo by se svou setrvačností rovnoměrně a přímočaře. Nalézajíc se však v poli gravitačním naší země padá současně s urychlením g ve směru svislém. Oba pohyby studovali jsme dříve jednotlivě; nyní máme jednati o pohybu, jenž jest výsledným obou, v němž ony jednotlivé nerušeně přicházejí k platnosti, tedy o pohybu, jenž vzniká, jak pravíme, jich superposicí. Výsledný tento pohyb obdržíme *summací* buď *algebraickou* nebo *geometrickou* dle toho, zda-li směr vrhu jest svislý, nebo zda-li je šikmý, po případě vodorovný.

Se stanoviska mathematického mohli bychom projednati vrh šikmý, jakožto případ všeobecný a z něho odvoditi vrh svislý neb vodorovný jakožto případy zvláštní. Z důvodů fysikalních jest však vhodnější, předeslati vrh svislý, poněvadž jisté vůdčí myšlenky, jež vznikají u tohoto jednoduchého úkolu, opakují se v složitějším úkolu vrhu šikmého. V skutku jest vrh šikmý jako by časově, ve vodorovném směru, rozvinutým vrhem svislým.

Dlužno připomenouti, že veškeré podmínky, jež jsme předeslali, majíce jednati o pádu tělesa volném neb po šikmé rovině platí i zde: vylučujeme jakékoli pohyby cizí, předpokládajíce pohyb tělesa translační a myslíme si veškerou jeho hmotu v těžišti soustředěnou; rovněž předpokládáme ústředí pohybu nepřekážející, to jest přísně vzato vzduchoprázdné. Pro vzduch platí výsledky, jež odvodíme, jen přibližně.

§ 216. **Vrh svislý dolů.**

Zavádíme směr svislý dolů za positivní. Superposici pohybů vyjadřují rovnice:

$$\begin{aligned} a &= \qquad g \\ v &= c + gt \\ s &= ct + \tfrac{1}{2}gt^2 \\ \tfrac{1}{2}v^2 &= \tfrac{1}{2}c^2 + gs. \end{aligned}$$

Oba pohyby, rovnoměrný i rovnoměrně urychlený, přicházejí v rovnicích těchto k platnosti; rychlost c vrhu vystupuje jako konstanta, od jejíž hodnoty počínajíc roste rychlost v s dobou t úměrně; podobně i živá síla $\frac{1}{2}c^2$ vrhu pro hmotu jednotkovou vystupuje jako konstanta, od jejíž hodnoty počínajíc roste energie pohybu $\frac{1}{2}v^2$ s vykonanou drahou s úměrně.

§ 217. **Vrh svislý vzhůru.**

V souvislosti s předešlým případem měli bychom obrátiti znamení rychlosti c a zavésti tuto jako negativní. Jest však obyčejem, zde směr svislý vzhůru voliti za positivní, aby tak vyniklo působení tíže jakožto zpáteční, pohyb zadržující, negativní.

Jako se v předešlém případu tíží pohyb urychluje, tak zde se opozďuje; negativní akcelerace $-g$ jeví se pak jako retardace.

Máme tudíž rovnice:

$$\begin{aligned} a &= \quad -g \\ v &= c - gt \\ s &= ct - \tfrac{1}{2}gt^2 \\ \tfrac{1}{2}v^2 &= \tfrac{1}{2}c^2 - gs. \end{aligned}$$

Rychlosti v ubývá od začáteční hodnoty c s rostoucím časem t, energie pak pohybu $\frac{1}{2}v^2$ hmoty jednotkové od začáteční hodnoty $\frac{1}{2}c^2$ s rostoucím výstupem s; rychlost stává se nullovou, $v=0$, po uplynulé době

$$t = \frac{c}{g},$$

a energie pohybu se vyčerpá, $\frac{1}{2}v^2 = 0$, po dokonaném výstupu

$$s = \frac{\frac{1}{2}c^2}{g}.$$

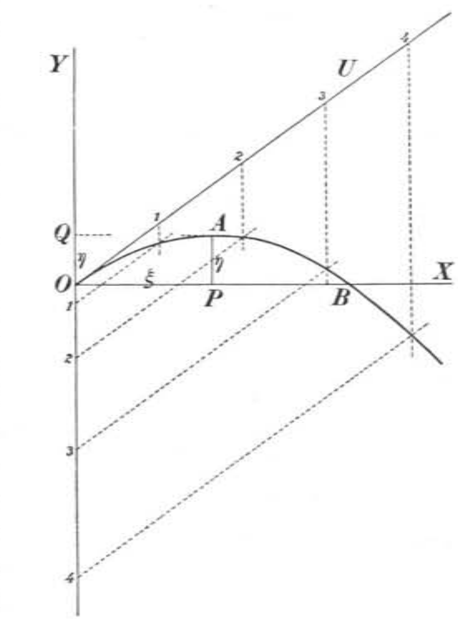
Tento výstup zavádíme vhodně jakožto novou konstantu úkolu s označením $= h$, píšíce:

$$h = \frac{c^2}{2g}.$$

Těleso, dostoupivší výšky h, na okamžik stane a počne pak padati. Rovnice pro rychlost v dává hodnoty negativní, jež co do velikosti jsou časově souměrné s dřívějšími positivními; po uplynutí doby $t = 2\frac{c}{g}$ vychází $v = -c$. Symmetrii pohybu ukazuje ještě lépe rovnice poslední, kde dráha s nejprve roste od 0 do h a potom klesá od h do 0. Při $s=0$ vychází $\frac{1}{2}v^2 = \frac{1}{2}c^2$. Těleso, padajíc právě tak dlouho jak stoupalo, vrací se do původního východiště s touže rychlostí a energií, jakou mělo v okamžiku vrhu, ovšem ve směru opačném.

§ 218. **Vrh šikmý.**

Budiž těleso vrženo rychlostí c ve směru šikmém OU odchylujícím se o úhel α od vodorovného; úhel tento zove se *elevačním*. Obr. 147. ukazuje, jak sestrojíme dráhu, vznikající ze superposice pohybu rovnoměrného ve směru OU a rovnoměrně urychleného ve směru svislém dolů, summací geometrickou.



Obr. 147.

Pravili jsme již, že vrh šikmý můžeme pokládati jako by za svislý vzhůru a při tom časově vodorovně rozvinutý. Vyjadřujíce tuto myšlenku formulemi, rozkládáme rychlost c ve složku vodorovnou $c\cos\alpha$ a svislou $c\sin\alpha$; rovněž tak zavádíme dráhu x vykonanou ve směru vodorovném a dráhu y ve směru svislém, považujíce x a y za souřadnice těžiště vrženého tělesa, a volíce positivní osu X ve směru vodorovném tam, kam pohyb míří, na př. na pravo, positivní pak osu Y ve směru svislém vzhůru (obr. 147.). Konkretně můžeme si rozklad tento mysliti, jako by těleso bylo vrženo rychlostí $c \sin \alpha$ směrem vzhůru na př. na lodi, která rychlostí $c \cos \alpha$ pluje v před; pozorovateli na lodi jest dráha přímočarou, kdežto pozorovateli na břehu vrh jeví se býti šikmým a dráha křivočarou.

Formulemi vyjadřuje se tento rozklad pohybů následovně:

$$\begin{aligned} a_x &= 0 & a_y &= -g \\ v_x &= c \cos \alpha & v_y &= c \sin \alpha - gt \\ x &= c \cos \alpha \, . \, t & y &= c \sin \alpha \, . \, t - \tfrac{1}{2} g t^2 \\ \tfrac{1}{2} v_x^2 &= \tfrac{1}{2} c^2 \cos^2 \alpha & \tfrac{1}{2} v_y^2 &= \tfrac{1}{2} c^2 \sin^2 \alpha - gy. \end{aligned}$$

Těleso pohybuje se horizontalně v před stálou rychlostí $c \cos \alpha$ a stálou energií $\frac{1}{2} c^2 \cos^2 \alpha$. Ve směru vertikalním těleso stoupá, rychlost jeho v_y se umenšuje od začáteční hodnoty $c \sin \alpha$ s dobou t a energie $\frac{1}{2} v_y^2$ od začáteční hodnoty $\frac{1}{2} c^2 \sin^2 \alpha$ s výstupem y. Hodnoty nullové obdržíme za dobu $t = \dfrac{c \sin \alpha}{g}$ při výstupu $\dfrac{\frac{1}{2} c^2 \sin^2 \alpha}{g}$; ve směru horizontalním postoupí současně těleso o délku $x = \dfrac{c^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g}$. Hodnoty x a y zde odvozené znamenají souřadnice vrcholu A dráhy; přijmeme pro tyto označení ξ a η. Zavedeme-li pak ještě do výrazů těch výšku $h = \dfrac{c^2}{2g}$, do jaké by těleso vzhůru vystoupilo plnou rychlostí c, obdržíme jednoduše:

$$\xi = h \sin 2\alpha,$$
$$\eta = h \sin^2 \alpha.$$

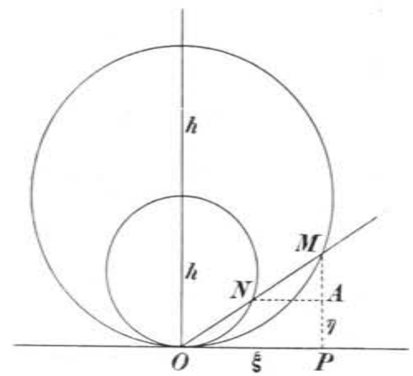
Od vrcholu dále jest pohyb souměrný. Rychlosti v_y se vracejí v pořádku obráceném se změněným znamením, energie $\frac{1}{2} v_y^2$ ve vrcholu vyčerpaná se opět zvyšuje, když y se umenšuje. Původní hodnoty nastupují po době dvojnásobné $t = 2 \dfrac{c \sin \alpha}{g}$; těleso postoupilo ve směru horizontalním za ten čas o délku 2ξ; tato zove se *dálkou vrhu.*

Budiž na př. $c = 28 \dfrac{m}{sec}$; pak vychází při $g = 9{\cdot}8 \dfrac{m}{sec^2}$ pro výstup hodnota $h = 40\ m$. Pro tento určitý případ jsou v oddíle tomto rýsovány všechny obrazce, v měřítku $\frac{1}{2000}$. Je-li dán úhel α, počítá se z této konstanty ihned jednoduše ξ, η, a z toho 2ξ.

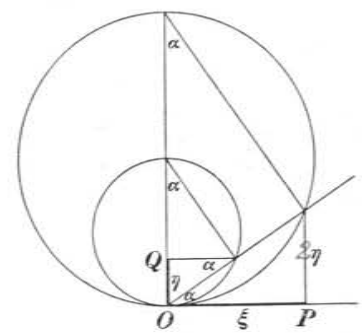
§ 219. **Konstrukce vrcholů.**

Polohu vrcholu A dráhy lze pro jakýkoli elevační úhel α zjednati si konstrukcí velmi jednoduchou. Od bodu O (obr. 148.) jakožto východiště pohybu narýsujeme svisle vzhůru délky h a $2h$ a sestrojíme nad nimi jakožto průměry dva kruhy. Směr daný úhlem α protíná kruhy ty v bodech N a M. Vrchol A leží pak od bodu N horizontalně v před a od bodu M vertikalně dolů. V skutku jest, jak z nejjednodušších úvah geometrických vychází (obr. 149.),

$$OP = 2h \sin \alpha \cos \alpha,$$
$$OQ = h \sin \alpha \, . \sin \alpha.$$



Obr. 148.



Obr. 149.

Pozoruhodná jest relace

$$\frac{PA}{OP} = \tfrac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha, \quad \text{čili} \quad PA = \tfrac{1}{2} PM.$$

Vztah tento, kterýž vychází z rovnic pro ξ a η, jeví se v konstrukci (obr. 148.) samozřejmým.

Vrchol A leží tedy u prostřed výšky, do jaké by těleso rychlostí c vržené v téže vertikale vystoupilo, kdyby současně nepadalo.

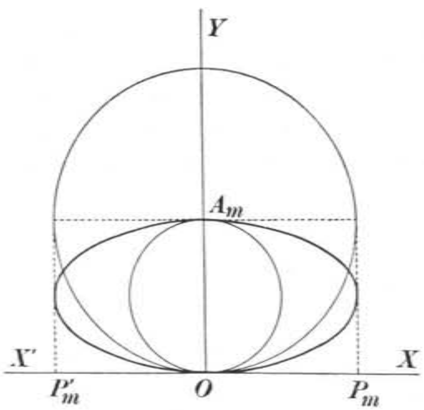
§ 220. **Ellipsa vrcholů.**

V rovnicích

$$\xi = h \sin 2\alpha,$$
$$\eta = h \sin^2 \alpha,$$

jest úhlem α stanoven vrchol A určitý. Vyloučíme-li z rovnic těch tuto konstantu α, kterouž se vrchol *jednotlivý* určuje, obdržíme relaci platící pro *všechny* vrcholy A, t. j. analytickou rovnici jich geometrického místa. Píšíce ony rovnice ve formě

$$\xi^2 = 4h^2 \sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha),$$
$$\eta = h \sin^2 \alpha,$$



Obr. 150.

obdržíme, eliminujíce $\sin^2 \alpha$, ihned

$$\xi^2 + 4\eta^2 = 4h\eta.$$

Jest to rovnice ellipsy, jejíž poloosy jsou h a $\frac{1}{2}h$. Zove se *ellipsou vrcholů* (obr. 150.). Začátek souřadnic jest na dolejším konci vedlejší poloosy.

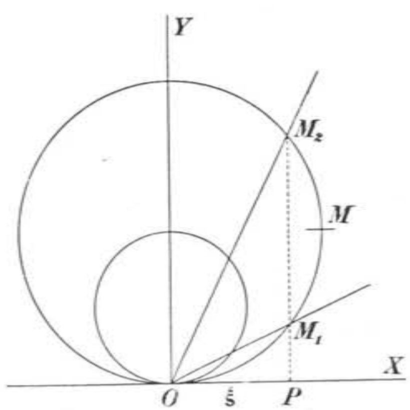
Obyčejnou středovou rovnici této ellipsy

$$\left(\frac{\xi}{h}\right)^2 + \left(\frac{\eta}{\frac{1}{2}h}\right)^2 = 1$$

obdržíme, pošineme-li osy souřadnic rovnoběžně o délku $\frac{1}{2}h$ malé polosy vzhůru, což znamená, že do hořejší rovnice za η klademe $\eta + \frac{1}{2}h$.

§ 221. **Dálka vrhu.**

V horizontalní rovině bodem O — východištěm pohybu — položené dostane se těleso šikmým vrhem do dálky 2ξ. Pro tuto dálku vrhu platí tedy výraz



Obr. 151.

$$2\xi = 4h \sin \alpha \cos \alpha$$

čili

$$2\xi = 2h \sin 2\alpha.$$

Položíme-li do hořejší rovnice $90 - \alpha$ na místě α, vymění $\cos \alpha$ a $\sin \alpha$ své místo a hodnota 2ξ zůstane; podobně v rovnici dolejší přejde úhel 2α ve vedlejší úhel $180 - 2\alpha$ a jeho sinus a tím i 2ξ zůstane. Pro elevační úhly komplementarní jest tudíž dálka vrhu stejnou. Maximalní $= 2h$ stává se dálka vrhu pro úhel elevační $2\alpha = 90^0$ čili $\alpha = 45^0$.

Velmi názorně lze tyto výsledky přehlédnouti konstrukcí dříve uvedenou (obr. 151.). Totéž ξ náleží dvěma průsekům M_1 a M_2 kruhu o průměru $2h$, tudíž i dvěma elevačním úhlům XOM_1 a XOM_2. Oba úhly tyto jakožto úhly tětiv s tečnou rovnají se úhlům obvodovým nad oblouky $arc\, OM_1$ a $arc\, OM_2$; že pak tyto oblouky se doplňují na polokruh čili úhly jim příslušné na úhel pravý, jest přímo viděti. Podobně jest přímo viděti, že maximum pro ξ nastává, když body M_1 a M_2 splynou v jediný, t. j. když se sečná PM_1M_2 stává tečnou PM; pak jest $\xi = h$ a úhel elevační $XOM = 45^0$.

§ 222. **Parabola dráhy.**

Poloha těžiště vrženého tělesa určena jest rovnicemi

$$x = c \cos \alpha \,.\, t$$
$$y = c \sin \alpha \,.\, t - \tfrac{1}{2} g t^2.$$

Vyloučíme-li z rovnic těchto čas t, kterým se stanoví *jednotlivá* poloha, obdržíme relaci platící pro *všechny* polohy, t. j. pro jich geometrické místo, čili analyticky, obdržíme rovnici dráhy. Výsledek eliminace jest rovnice

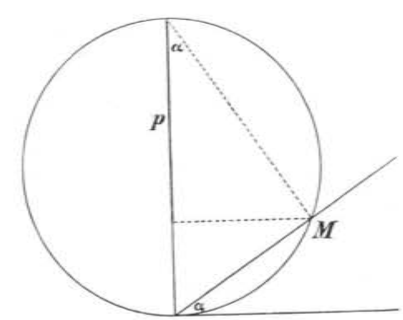
$$y = x \, tg\, \alpha - \frac{x^2}{4h \cos^2 \alpha},$$

kdež jest h jako dříve kolmý výstup odpovídající energii $\frac{1}{2}c^2$ dle rovnice

$$h = \frac{c^2}{2g}.$$

Drahou šikmo vrženého tělesa jest tedy parabola (obr. 147.): její vrchol jest A, její parametr

$$p = 2h \cos^2 \alpha.$$



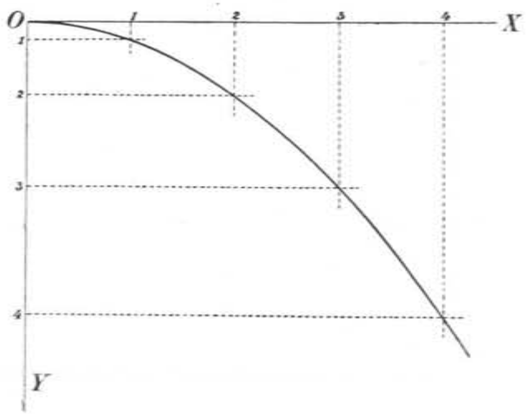
Obr. 152.

Přeložíme-li počátek souřadnic z východiště O pohybu do vrcholu A, rovnoběžně pošinouce osy o délky ξ a η, obdržíme obvyklou rovnici paraboly vrcholovou, kladouce $x + \xi$ a $y + \eta$ místo x a y.

Změníme-li na okamžik znamení pořadnice y, volíce svislý směr *dolů* za positivní, obdržíme

$$x^2 = 4h \cos^2 \alpha \,.\, y.$$

Parametr paraboly $p = 2h \cos^2 \alpha$ lze snadno konstruovati. Promítáme svislý průměr kruhu $2h$ na směr kolmý ke směru vrhu, a tento průmět pak zpět na svislý průměr, jak znázorňuje obrazec 152., jenž dává konstrukci parametru paraboly, narýsované v obrazci 147.



Obr. 153.

Pro úhly komplementarní doplňují se parametry na délku $2h$ (průměr kruhu v obr. 152.). Ta jest zároveň maximalním parametrem pro $\alpha = 0$ t. j. pro vrh horizontalní (obr. 153.), kdy parabola s vrcholem O má rovnici

$$x^2 = 4h\, y.$$

§ 223. Parabola ochranná.

Vraťme se ke všeobecné rovnici parabolické dráhy

$$y = x\, tg\, \alpha - \frac{x^2}{4h}(1 + tg^2\, \alpha).$$

Je-li dán jistý bod svými souřadnicemi x a y, lze z rovnice této počítati $tg\, \alpha$ a tím i úhel α, ve kterém dlužno vrh učiniti, aby se tohoto bodu dostihlo. Výsledek řešení jest dán rovnicí:

$$tg\, \alpha = \frac{h \pm \sqrt{h\left(h - \frac{x^2}{4h} - y\right)}}{\frac{1}{2}x}.$$

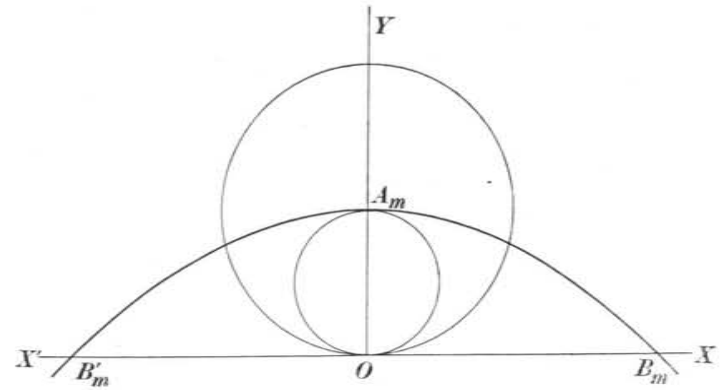
Má-li úhel α býti realný, musí

$$y < h - \frac{x^2}{4h},$$

anebo na nejvýše

$$y = h - \frac{x^2}{4h}.$$

Rovnicí touto dáno jest geometrické místo bodů, kterýchž ještě na nejvýše vrhem lze dostihnouti; rovnice vyjadřuje parabolu,



Obr. 154.

kteráž se zove *ochrannou*, poněvadž přes ni nemůže těleso rychlostí c vržené přejíti (obr. 154.). Její parametr jest $= 2h$. její vrchol A_m a ohnisko O; rozsah její v rovině vodorovné bodem O položené jest

$$B'_m B_m = 4h.$$

Bodů na této parabole ležících lze dostihnouti jen při jediném úhlu, jenž jest určen rovnicí

$$tg\, \alpha = \frac{2h}{x}.$$

Bodů uvnitř paraboly ležících lze dostihnouti úhlem dvojím, daným rovnicí

$$tg\, \alpha = \frac{h \pm \sqrt{h\,(y_m - y)}}{\frac{1}{2}x},$$

kdež značí y_m onu největší hodnotu pořadnice y, kteráž vede k parabole ochranné. Dle poslední rovnice lze úhel α snadno též konstrukcí stanoviti. Sestrojí-li se totiž předběžně geometrický průměr

$$e = \sqrt{h\,(y_m - y)},$$

jest jednoduše

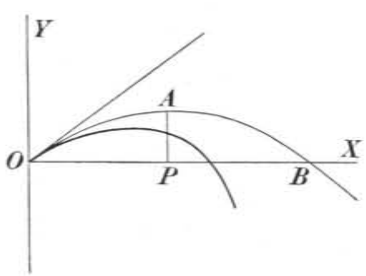
$$tg\,\alpha = \frac{h \pm e}{\frac{1}{2}x},$$

čímž se obě hodnoty α_1 i α_2 ihned konstrukcí udají.

Leží-li daný bod (x, y) uvnitř ellipsy vrcholů, stihne se vrženým tělesem při větším úhlu α_1 sestupně a při menším α_2 vzestupně. Leží-li na ellipse vrcholů samé, stihne se při větším úhlu α_1 sestupně, při menším α_2 vodorovně. Leží-li konečně mimo ellipsu vrcholů ale ještě uvnitř paraboly ochranné, stihne se i při větším i při menším úhlu sestupně. Na ochranné parabole samé stihne se při úhlu jediném ve směru její tečné.

§ 224. Vliv vzduchu.

Výsledky v předešlých odstavcích odvozené platí pro ústředí neodporující, pro vakuum, a nelze jich užiti pro vzduch, který pohybu klade odpor. Tento je značný zejména při rychlostech velikých.



Obr. 155.

Následkem odporu modifikuje se dráha malé hmoty vržené (obr. 155.) v tom smyslu, že parabola přechází ve zvláštní křivku, t. zv. *ballistickou*, která se v prvé polovici pohybu s parabolou přibližně shoduje, v druhé však prudčeji klesá, jsouc sraženější než příslušná větev paraboly. Tím se pak také mění výsledek dřívější v tom smyslu, že nedoletí nejdále hmota vržená v úhlu 45°, nýbrž v úhlu značně menším. Poměry mohou se komplikovati formou a velikostí hmoty vržené čili projektilu, eventualně jeho zvláštním ještě pohybem rotačním, tak že úlohy sem náležející vyžadují zvláštního podrobného vyšetřování, kterým zabývá se t. zv. *ballistika.*

XIV.

Pohyb středoběžný.

§ 225. Vznik pohybu středoběžného.

Při pohybu křivočarém (§ 93.) přistupuje k rychlosti, s jakou se v jistém směru hmotný bod pohybuje, ve směru jiném urychlení, jež onu rychlost co do směru i velikosti stále mění. Tak tomu jest na př. u vrhu šikmého, kde urychlení tíže působí ve směru svislém, odchylném od směru vrhu, čímž vzniká pohyb v křivce parabolické. Může se státi, že urychlení takové směřuje stále k určitému bodu jako středu. Nazýváme je pak *dostředivým* čili *centripetalním.* Z urychlení tohoto a soudíme na sílu f dle hmoty m v pohyb uváděné, zovouce též sílu $f = ma$ *dostředivou* čili *centripetalní.* Pohyb děje se pak kolem tohoto středu, v dráze, jež jest z pravidla uzavřenou; zove se proto pohybem *středoběžným* čili *centralním.*

Příkladem takovýchto sil centralních jsou síly gravitační. Slunce ovládá své oběžnice i vlasatice silou, jež jako síla výsledná směřuje stále ke středu slunce, způsobujíc u oběžnic pohyb v drahách elliptických, velmi mírné excentricity, u četných vlasatic též v drahách elliptických excentricity velmi značné, u některých v drahách parabolických. Ve všech případech děje se zde pohyb centralní v kuželosečkách, čehož základem jest quantitativní výraz zákona gravitačního, dle něhož síly se vzdáleností ubývá čtverečně. Přísně vzato také šikmým neb vodorovným vrhem způsobuje se pohyb, který by se mohl zváti centralním; neboť i zde působí tíže zemská centralně, ve směrech do středu země směřujících. Avšak různost směrová tím vznikající byla by patrnou, jen kdyby se jednalo o pohyb, který by ve směru vodorovném byl velmi rozsáhlým. Kdybychom si v myšlenkách, jsouce ve velké od povrchu země odlehlosti, rychlost vrhu představili stále větší, došli bychom pohybu, jenž by se již centralnímu blížil anebo i jenž by se centralním stal, tak že by pak těleso vržené kolem země obíhalo, jako měsíc. Na základě takové představy počítává se mnohdy rychlost, s jakou by se byla na př. některá družice aneb některá oběžnice musila vrhnouti ve směru k nynější dráze tangentialním, aby tím vznikl pohyb v té dráze, jakou ona družice neb oběžnice kolem svého tělesa centralního v skutku opisuje. Tím ovšem není řečeno, že by byl pohyb takovýmto vrhem v skutku byl vznikl.

Na základě myšlenky podobné lze experimentem objasniti vznik pohybu centralního na kouli zavěšené, když se z polohy rovnovážné poněkud odchýlí a pak v pohyb uvede vrhem ve směru vodorovném a k vychýlení kolmém (kyvadlo sferické).

Urychlení dostředivé souvisí všeobecně s délkou průvodiče, vedeného od středu, k němuž ono urychlení směřuje, k hmotnému bodu, který se kolem tohoto středu pohybuje. Můžeme toto urychlení rozložiti ve dvě složky, v urychlení tangentialní a normalní; oním se mění rychlost v pohybu v dráze samé, tímto se způsobuje zakřivení $\frac{1}{r}$ dráhy; výraz $\frac{v^2}{r}$, jímž toto urychlení normalní jest určeno (§ 94.), poukazuje jednak na toto zakřivení, jednak na čtverec oné rychlosti, kterýmž se zároveň podmiňuje energie $\frac{1}{2}mv^2$ pohybu bodu hmotného.

U elliptického pohybu planetarního jest na př. urychlení dostředivé obrácené úměrno čtverci průvodiče. Středem pohybu není však střed ellipsy nýbrž její ohnisko, v němž jest střed slunce. V periheliu a v apheliu jest průvodič minimalní a maximalní, tudíž ono urychlení dostředivé a v souhlasu s tím i energie pohybu, maximalní a minimalní. V těchto bodech splývá urychlení normalní s centripetalním, urychlení tangentialní jest nullou, rychlost pohybu v okolí oněch bodů se nemění. V jiných místech dráhy vystupuje však rozdíl urychlení centripetalního a jeho složek, urychlení tangentialního a normalního, zřetelně.

§ 226. **Pohyb kruhový.**

Zvláštním případem pohybu centralního jest pohyb kruhový. Střed kruhu jest středem urychlení centripetalního, kteréž jest tudíž zároveň normalním; urychlení tangentialní jest nullou, rychlost v pohybu konstantní v souhlasu s tím, že oblouky téhož kruhu se kryjí. Také ono urychlení centripetalní jest konstantní, jsouc určeno výrazy (§ 94. a 96.)

$$a = \frac{v^2}{r}, \qquad a = \omega^2 r, \qquad a = \frac{4\pi^2}{T^2}\, r.$$

Zde znamená r poloměr, $\frac{1}{r}$ zakřivení dráhy, ω úhlovou rychlost, T periodu pohybu, čili dobu oběhu, za kterouž průvodič

opíše úhel 2π; proto jest

$$v = \frac{2\pi r}{T}, \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Z urychlení a počítáme sílu centripetalní f pro danou hmotu m dle rovnice

$$f = ma.$$

§ 227. **Zjevy reakční při pohybu středoběžném.**

Hmota, jsouc *setrvačnou*, *zachovává* rychlost i směr pohybu. *Mění-li* tedy síla, na hmotu působíc, buď rychlost neb směr pohybu nebo obé zároveň, jeví se ona setrvačnost hmoty v odporu, který hmota působení síly klade. Když tedy síla, působíc v témže směru, v jakém pohyb se děje, hmotu buď urychluje neb zpozďuje, vzpírá se hmota, jak obrazně pravíme, čili *reaguje* proti této *změně rychlosti* silou stejnou, opačnou.

Tento odpor hmoty cítíme, když na př. vlastní silou vůz na kolejích poháníme aneb zastavujeme, když těleso nějaké vrhneme aneb vržené zachytíme a pod. Ale právě tak vzpírá se, *reaguje* hmota proti *změně směru* pohybu. U pohybu kruhového zůstává rychlost nezměněnou, ale směr pohybu se mění stále. Tato změna vzniká působením síly normalní, kteráž při pohybu kruhovém jest zároveň dostředivou, centripetalní. Reakce hmoty proti stálé změně směru pohybu jest této síle rovná, ale jeví se opačně, tedy směrem od středu; proto zoveme tuto sílu reakční silou *odstředivou, centrifugalní*. Jest velikostí svou síle dostředivé, centripetalní, rovná, platí tudíž i pro ni vzorce dřívější.

V případě všeobecnějším, kdy pohyb centralní není kruhovým, nýbrž na př. elliptickým, děje se změna rychlosti i směru pohybu zároveň; proto i reakce vystupuje jak proti tangentialní tak normalní složce síly dostředivé; ale ovšem obě opačně vzaté složky dávají výslednici, kteráž se rovná opačně vzaté síle centripetalní. Proto i zde vystupuje reakční síla odstředivá, centrifugalní, velikostí rovná síle dostředivé, centripetalní, ale směrem opačná.

Dlužno zvláště vytknouti, že síla centrifugalní, jakožto síla reakční, není silou samostatnou na hmotu tak působící, jako síla centripetalní. Kdyby tomu tak bylo, pak by se obě síly rušily. Reakce jest vzbuzena akcí, a jakmile tato přestane, mizí i reakce. Když tedy na př. hmotu nějakou na niti v kruhu otáčíme, drží nit hmotu, aby z kruhové dráhy neunikla, ale hmota, reagujíc proti tomu, napíná nit. Když by se tato přetrhla, přestává akce i reakce současně a hmota pohybuje se dále v tom směru, jaký měla v okamžiku přetržení niti, tedy ve směru tečné k dráze.

§ 228. Příklady početní.

Síla centrifugalní f počítá se v konkretních příkladech z rovnic

$$f = m\frac{v^2}{r}, \qquad f = m\omega^2 r, \qquad f = m\frac{4\pi^2 r}{T^2},$$

dle toho, jaká jsou data.

Počítejme na př., jak prudce bylo by lze otáčeti kouli železnou jednoho kilogrammu na drátku měděném půlmillimetrovém ve vertikalním kruhu o poloměru jednoho metru, aby se drátek nepřetrhl.

Tabulky pro nosivost drátů udávají, že drát měděný, má-li průřez 1 mm^2, unese až 40 kilogrammů. Drát průměru $\frac{1}{2}$ mm má průřez $\frac{1}{5}$ mm^2, unese tudíž jen 8 kilogrammů. Poněvadž pak ona koule sama již váží 1 kilogramm, nesměla by při otáčení koule v kruhu svislém síla centrifugalní státi se větší, než jest váha 7 kilogrammů.

Váha jednoho kilogrammu jest jen o 2% menší než megadyna. Můžeme tudíž pro orientaci položiti $f = 7$ megadyn čili v dynách $f = 7{,}000{.}000$. K tomu přistoupí $m = 1000\,g$, $r = 100\,cm$. Z rovnice pro f vychází pak dosazením, když ještě přijmeme $\pi^2 = 10$, jednoduše

$$T^2 = \tfrac{4}{7}\,sec^2, \qquad T = 0{\cdot}76\,sec.$$

Perioda by tedy nesměla býti kratší než asi $\frac{3}{4}$ *sec.*

Při takovémto otáčení v kruhu vertikalním umenšuje se silou centrifugalní váha tělesa, tak že se může po případě těleso v poloze nejvyšší jeviti jako bez váhy. Je-li a urychlení centrifugalní, g urychlení tíže, nastal by případ tento při rovnosti

$$ma = mg,$$

tedy bez ohledu na hmotu m při

$$a = g.$$

Z podmínky této lze počítati periodu T dle rovnice

$$\frac{4\pi^2 . r}{T^2} = g,$$

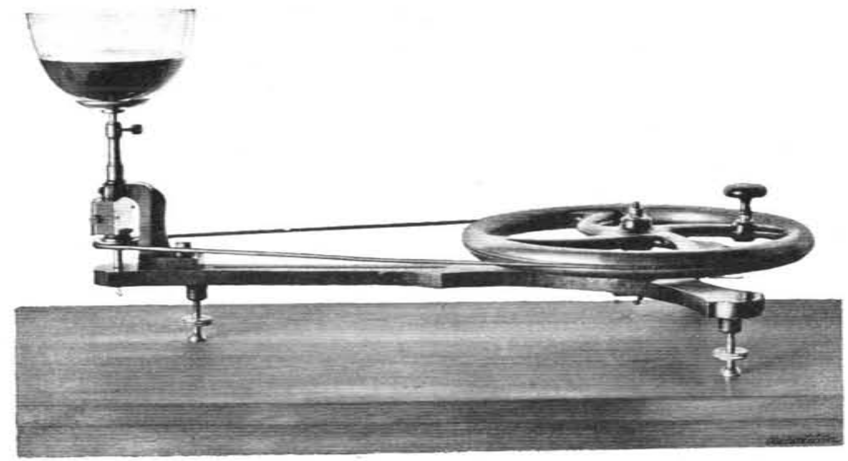
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r}{g}}.$$

Výraz $\pi\sqrt{\frac{r}{g}}$ značí dobu kyvu kyvadla mathematického, délky r, je-li amplituda velmi malá; výraz dvojnásobný značí dobu celé periody kyvadlové. Perioda T celého oběhu jest tudíž identická s periodou kyvadlového pohybu (sem i tam).

§ 229. Příklady pokusné.

Početní příklad, na konci odstavce předešlého uvedený, lze pěkně objasniti pokusem.

Malá miska od vah zavěsí se na provazec vhodné délky ($\frac{1}{2}$ až $\frac{3}{4}$ m); na misku postaví se volně sklenice s vodou na př. zbarvenou (indigokarminem modře), aby oku lépe vynikla. Drží-li se pak konec provazce pevně pravou rukou a rozhoupá-li se miska znenáhla tak, aby konečně ve svislém kruhu obíhala, nevyteče ze sklenice ani kapka vody, předpokládajíc, že se otáčení děje v periodě dostatečně krátké, o čemž se lze z periody kyvadlové předběžně snadno orientovati. Při tom jest jednostejno, zda-li je vody více neb méně anebo zda-li místo vody se vezme kapalina jiná, na př. rtuť. Existence síly centrifugalní jakožto síly reakční ukazuje se pokusem tímto způsobem nejvíce patrným.

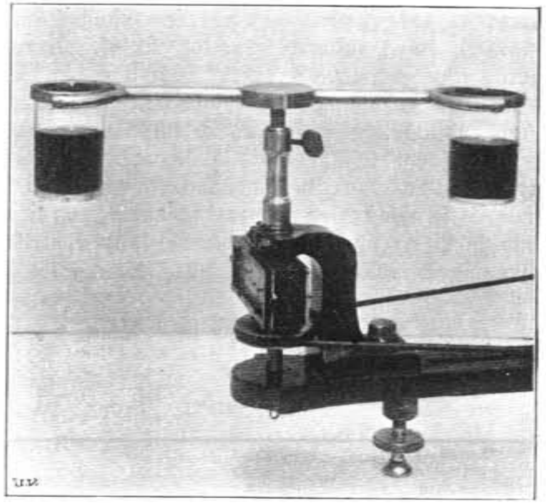


Obr. 156.

Jinak lze pokusy velmi četné a rozmanité prováděti strojem centrifugalním, jehož úprava jest patrna z obrazce 156. Zde buďtež uvedeny jenom pokusy některé, zejména takové, jež lze i většímu auditoriu pozorovati. Sem náleží pokusy tyto:

1. Dvě sklenice na tyči, jež se strojem v rovině vodorovné dá otáčeti (obr. 157.), jsou otáčivé kolem os vodorovných, kolmých k pevné tyči, na níž jsou zavěšeny. Naplní se vodou zbarvenou až na kraj. Při otáčení jest pěkně viděti, jak se sklenice vlivem síly centrifugalní nachylují při rostoucí rychlosti vždy více, až se konečně položí téměř vodorovně, při čemž však ani kapka vody nevyteče.

2. Na stroj se nasadí dutá skleněná polokoule (obr. 156.). Malé kuličky do ní vložené stoupají při otáčení vlivem síly centrifugalní až na samý kraj, konečně vyletí ven a to ve směru tečné pohybu.



Obr. 157.

3. Když se do této polokoule naleje vody, jež v klidu má povrch rovinný, prohlubuje se povrch ten při otáčení. Avšak prohloubení toto lze dobře pozorovati jen z blízka. Lépe se k pokusu takovému hodí dutá skleněná koule, do níž se vedle vody dá též něco rtuti a v níž se nechá ještě něco vzduchu. Koule se vloží na centrifugalní stroj. V klidu jest rtuť dole, nad ní voda, nad vodou vzduch. Otáčením úhlovou rychlostí znenáhla stoupající začíná se vodorovný povrch vody prohlubovati, vždy více a více, jednotlivé kapky rtuti vybíhají — jako při pokusu s polokoulí ony kuličky — výše a v počtu vždy větším, tvoříce na kouli aequatorealní pás, co zatím prohloubení vody postoupí až na dno koule; ve chvíli této jsou ony tři látky uspořádány v rotaci tak *vedle* sebe, jako v klidu byly *nad* sebou: rtuť jakožto látka nejhmotnější nejdále od osy, pak voda, pak vzduch. Průběh pokusu lze velmi pěkně i z daleka sledovati, když se koule ze zadu osvětlí na př. lampou Auerovou. Obrazec 158. dle skutečnosti krátkou exposicí fotografickou zjednaný ukazuje velmi pěkně paraboloid prohloubením vody při rotaci vznikající a aequatorealní pás rtuťový.

4. Často se uvádí týž pokus dvěma nakloněnýma trubicema ze skla, v nichž jest něco rtuti, vody a malá koule z korku, nebo z duše bezové neb slunečnicové (obr. 159.). Vadou přístroje toho jest však, že uspořádání látek v rotaci nelze zřetelně pozorovati.

5. Položíme-li, studujíce prohloubení vody, osou rovinu, protíná povrch vody v parabole. V skutku podléhá částečka m kapaliny dvěma

Obr. 158.

Obr. 159.

silám: gravitační a centrifugalní. Ona působí (obr. 160.) ve směru svislém, tedy ve směru vertikalní osy rotační XX', tato ve směru kolmém, tedy vodorovném, $Y'Y$. Zavedeme-li $PM = y$, považujíce vrchol O za počátek souřadnic, a je-li ω úhlová rychlost otáčení, jest

$$\textit{síla gravitační} \quad MA = mg,$$
$$\textit{síla centrifugalní} \quad MB = m\omega^2 y.$$

Výslednice MC obou sil jest normalou křivky, tudíž $PQ = p$ subnormalou. Pro tuto vychází

$$\frac{p}{y} = \frac{mg}{m\omega^2 y},$$

t. j.

$$p = \frac{g}{\omega^2}$$

nezávisle na souřadnicích, t. j. na poloze bodu M.

Křivka jest tedy charakterisována tím, že její subnormala jest konstantní pro všechny body, jsouc obráceně úměrnou čtverci úhlové rychlosti.

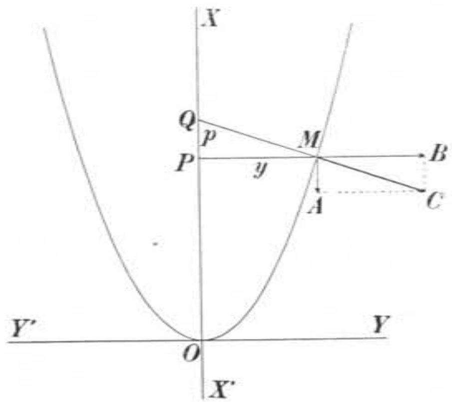
Křivka jest tudíž parabolou, p její parametr a

$$y^2 = 2px$$

čili

$$y^2 = 2\frac{g}{\omega^2}x$$

její rovnice vrcholová. Povrch vody v rotaci jest tedy *rotačním paraboloidem.*



Obr. 160.

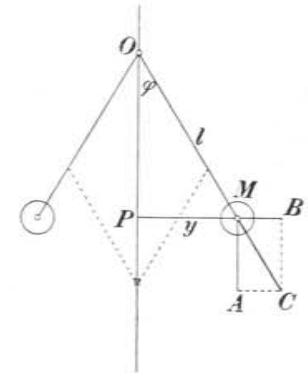
6. Je-li při pokusu tomto nádoba válcovitou, zvedne se kapalina po stěně nádoby právě tak vysoko nad hladinu původní, jako ve vrcholu paraboloidu pod ní klesne. Krychlový obsah čili kubaturu rotačního paraboloidu stanoví totiž vzorec

$$K = \pi \int_0^x y^2\, dx = \pi p x^2 = \pi y^2 \cdot \frac{x}{2}.$$

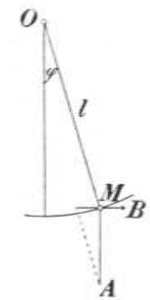
Souhlasí tudíž parabolická dutina s polovičním objemem válcovité nádoby výšky x, jehož druhou polovici zaujme kapalina; proto sahá tato v klidu do výšky $\frac{x}{2}$.

7. Poučným a zároveň technicky důležitým příkladem jest dále *centrifugalní regulator Wattův*, schematicky v obr. 161. znázorněný. Dvě stejné hmotné koule M_1 a M_2 visí na koncích dvou tyčí OM_1 a OM_2, kteréž jsou kloubově upevněny na vertikalním sloupci rotačním tak, že mohou při otáčení tohoto sloupce v rovině svislé stoupati a klesati; vespolek jsou pak ony tyče spojeny souměrně rameny, jež na jedné straně v kloubech na tyčích těch začínají a na druhé straně končí opět v kloubech na kroužku, kterýž se pošinuje na vertikalním sloupci rotačním. S tímto kroužkem jest pak ve spojení vlastní regulační přístroj, totiž páka, která vhodným způsobem přivírá na př. ventil, ze kterého pára do válce parního proudí, čímž se chod stroje mírní.

Buďtež koule odkloněny o úhel φ.



Obr. 161.



Obr. 162.

Na každou kouli hmoty m působí tu (obr. 161.)

síla gravitační $MA = mg$,
síla centrifugalní $MB = m\omega^2 y$.

Výslednicí MC určuje se směr tyče OM a tím i úhel φ. Jest pak

$$tg\,\varphi = \frac{m\omega^2 y}{mg}.$$

Hmota m odpadává; úhel φ nesouvisí tudíž s velikostí a hmotností koulí. Zavedeme-li ještě konstantní délku tyče

$$OM = l,$$

při čemž

$$y = l \sin\varphi,$$

obdržíme

$$\cos\varphi = \frac{g}{\omega^2 l}.$$

Úhel φ vychází realným, je-li splněna podmínka

$$\omega^2 l \geqq g.$$

Zvedání koulí začíná tudíž až při jisté úhlové rychlosti a pokračuje pak, když rychlost tato stoupá. Aby význam oné podmínky vynikl, zaveďme periodu T a pišme hořejší podmínku ve formě

$$\frac{4\pi^2}{T^2} \geqq \frac{g}{l}.$$

Odtud pak plyne

$$T \leqq 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Význam této podmínky jest jednoduchý. Koule M na tyčích — jichž hmota proti hmotě koulí ustupuje v pozadí — jsou jako kyvadla, kývající při malé amplitudě v periodě celé — sem a tam — kteráž jest dána výrazem na pravé straně poslední rovnice.

Aby tedy zvedání koulí začalo, musí perioda T otáčení býti aspoň této celé periodě kyvadlové rovná; když je menší a menší, pak stoupání koulí pokračuje.

Jak viděti, docházíme zde téhož výsledku jako při otázce, kdy hmota v kruhu vertikalním otáčená pozbývá své váhy. Zde rozhodlo, aby urychlení tíže g se rovnalo urychlení centrifugalnímu $\omega^2 l$ způsobenému otáčením v poloměru l, který byl dán délkou provazce. V případě centrifugalního regulatoru jest něco podobného. Urychlení centrifugalní $\omega^2 l \; sin\, \varphi$ se má právě vyrovnati složce $g \,.\, tg\, \varphi$ urychlení gravitačního (obr. 162.). Poněvadž pak při malých úhlech, kdy zvedání začíná, jest $sin\, \varphi = tg\, \varphi$, vychází podmínka $g = \omega^2 l$ tedy formalně identická s hořejší. Proto souhlasí též interpretace výsledku v obou případech.

Při úvahách dosavadních hmota m koulí z počtu odpadla, z čehož mohlo by se usouditi, že její velikost nemá významu. Tomu by v skutku bylo tak, kdyby síla centrifugalní, kterou koule působí, měla překonávati *jenom* jich *váhu*; neboť tato roste s hmotou úměrně právě tak jako síla centrifugalní. Ve skutečnosti musí se však onou silou centrifugalní překonávati též různé *odpory*, jež při zvedání regulační páky a při přivírání komory parní vznikají; vzhledem k těmto odporům jest pak nutno, aby hmota koulí byla značnější a tím i síla centrifugalní. Proto bývají koule u takových centrifugalních regulatorů dosti massivní.

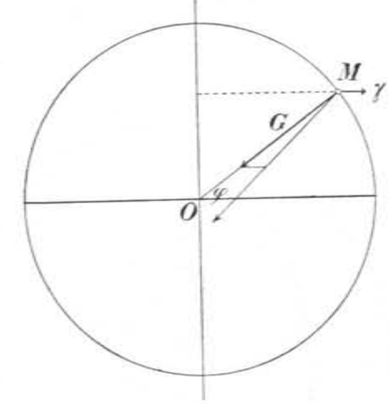
§ 230. **Příklady z přírody.**

Působení síly centrifugalní jeví se ve způsobu zvláště poučném u mnohých oběžnic, zejména u naší země. Oběžnice, obíhajíce kolem slunce, otáčejí se zároveň, mají tedy vedle svého pohybu ročního, *revoluce*, ještě pohyb denní, *rotaci*. Tato rotace děje se kolem osy souměrnosti rovnoměrně, úhlovou rychlostí ω, kterouž počítáme, znajíce periodu T rotace, — hvězdný den — dle rovnice

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Kdyby oběžnice byla v klidu, měla by tvar koule a každý hmotný bod, na př. M (obr. 163.), na povrchu jejím podléhal by jenom síle gravitační. Rotací vzniká však síla centrifugalní, kteráž všeobecně mění jak směr tak i velikost síly gravitační.

Vzhledem k tomu, že obě tyto síly jsou úměrny hmotě, postačí v počet bráti nikoliv síly, nýbrž urychlení. Nazveme tedy G urychlení gravitační, jaké by bylo na povrchu kulové oběžnice, kdyby tato se neotáčela, γ urychlení centrifugalní, a budiž dále φ úhlová odlehlost bodu M od rovníku oběžnice, tak zvaná šířka planetocentrická. Předpokládáme-li kouli homogenní aneb z homogenních vrstev kulových složenou, směřuje urychlení gravitační G ke středu koule. Připojíme-li k němu geometricky urychlení centrifugalní γ, poznáváme, že se tímto mění i směr i velikost onoho. Následek toho jest, jednak že výsledné, skutečné urychlení g jest rozdílné v různých šířkách φ, jednak že vzniklo jiné uspořádání hmoty kolem osy rotační, ač-li hmota oběžnice byla dosti plastickou, aby změna tvaru mohla nastati; kulový tvar přeměnil se ve tvar koule sploštělé, řez axialní není kruhem, nýbrž velmi přibližně ellipsou, tvar planety tudíž ellipsoidem rotačním. Velikost splоštění souhlasí ovšem s větší neb menší změnou směru urychlení výsledného, kteréž v rovnováze jest k povrchu oběžnice kolmým.

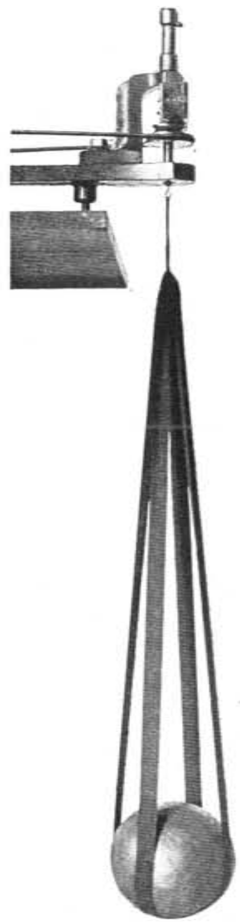


Obr. 163.

Vznik splоštění lze velmi poučně napodobiti na stroji centrifugalním, pomocí ocelových pružných pásů, jež jsou stočeny v kruhy ve směru osy rotační stlačitelné a jež se rotací splоšťují více méně dle úhlové rychlosti (obr. 164.); ještě lépe koulí, kteráž se připraví z hlíny, glycerinem rozmělněné, a pak zavěsí na páskách dostatečně širokých, aby se do hlíny nezarývaly, do osy stroje centrifugalního (obr. 165.). Splоšťování koule rotací lze pěkně sledovati, když se za kouli postaví bílá stěna; splоštění pak rotací docílené zůstává i když se točiti přestalo, což je vzhledem k účelu pokusu výhodnější, než u oněch pruhů ocelových, kteréž ovšem, když se točiti přestane, ve svůj původní kruhový tvar se vracejí. Na obrazci 165. dle skutečnosti provedeném znázorněno jest splоštění 10%, mírnou rotační rychlostí zjednané, asi tak veliké, jaké má oběžnice Saturn; otáčí-li se koulí vždy prudčeji, jest pozorovati, jak se ve svém průměru polarním velmi značně stahuje, přecházejíc v útvar prstenovitý, v němž se konečně roztrhne.

Míra splоštění stanoví se číselně z poloos ellipsy, kteráž vzniká meridianovým řezem. Je-li a poloosa velká, b poloosa malá, $a - b$ rozdíl obou, stanoví se sploštění zlomkem $\frac{a-b}{a}$ udávajícím rozdíl $a - b$ poloměru b polarního proti poloměru

Obr. 164.



Obr. 165.

a aequatorealnímu relativně (procentualně) vzhledem k tomuto poloměru aequatorealnímu.

§ 231. **Splоštění země.**

Rotační perioda T — den hvězdný — vyjádřený v sekundách středního času slunečního jest, (§ 45.)

$$T = 24^h - 3^m\,55{\cdot}9^s = 86164{\cdot}1\ sec.$$

Z toho vychází úhlová rychlost ω v dílech radiantu

$$\omega = 0{\cdot}000072921,$$

anebo v sekundách úhlových

$$\omega = 15{\cdot}041''.$$

Dle rozměrů naší země, v § 22. sestavených, činí její splоštění

$$\frac{a-b}{a} = \frac{1}{299{\cdot}2} \quad \text{(Bessel)},$$

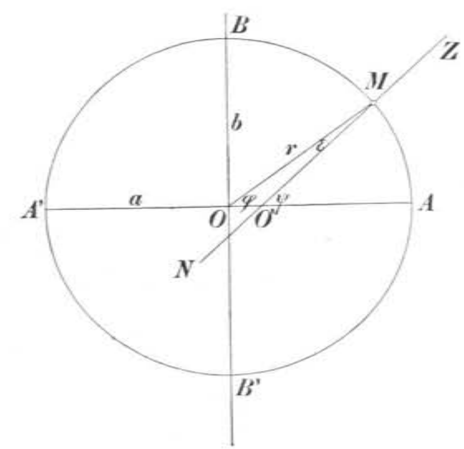
$$\frac{a-b}{a} = \frac{1}{292{\cdot}0} \quad \text{(Faye)}.$$

§ 232. **Šířka geocentrická a geografická.**

Následkem splоštění naší země jest řezem meridianovým nikoli kruh, nýbrž velmi přibližně ellipsa o poloosách a, b (obr. 166.). Je-li M bod na povrchu země, a vedeme-li průvodič $OM = r$, nesměřuje ve svém prodloužení k zenitu, nejsa kolmým k povrchu země; směr, který zoveme svislým, jest dán normalou MN ellipsy a tato normala směřuje v prodloužení svém k zenitu Z. Oba směry, průvodiče OM a vertikaly $O'M$, liší se malým úhlem ε, kterýž jest zároveň rozdílem úhlů

$AOM = \varphi$ a $AO'M = \psi$.

Oběma těmito úhly měří se tak zvaná *šířka* bodu M jakožto jeho odlehlost od rovníku; úhel φ zove se šířkou *geocentrickou*, úhel ψ šířkou *geografickou*. Vztah mezi oběma obdržíme, differencujíce rovnici ellipsy



Obr. 166.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

$$\frac{x\,dx}{a^2} + \frac{y\,dy}{b^2} = 0.$$

Zavedouce do rovnice této úhly φ a ψ dle relací

$$tg\,\varphi = \frac{y}{x}, \qquad tg\,\psi = -\frac{dx}{dy},$$

obdržíme

$$\frac{tg\,\varphi}{b^2} = \frac{tg\,\psi}{a^2}.$$

Počítejme dále rozdíl obou šířek

$$\psi - \varphi = \varepsilon.$$

K tomu konci pišme poslední rovnici ve formě

$$\frac{tg\,\varphi}{b^2} = \frac{tg\,\psi}{a^2} = \frac{tg\,\psi - tg\,\varphi}{a^2 - b^2} = u,$$

kde jest u faktor proporcionality. Jest pak dále

$$tg\,\psi - tg\,\varphi = tg\,(\psi - \varphi)\,(1 + tg\,\varphi\,.\,tg\,\psi),$$

$$(a^2 - b^2)\,u = tg\,\varepsilon\,(1 + a^2 b^2 u^2).$$

$$tg\,\varepsilon = \frac{a^2 - b^2}{\frac{1}{u} + a^2 b^2 u}.$$

Závisí tedy hodnota $tg\,\varepsilon$ na součtu dvou proměnlivých sčítanců $\frac{1}{u}$ a a^2b^2u, jichž součin a^2b^2 jest stálým. Jest známou všeobecnou větou, že součet takový jest *minimalním*, jsou-li sčítance sobě rovny. Geometricky řečeno: při stejném plošném obsahu má ze všech pravoúhelníků čtverec nejmenší obvod. Z toho tedy plyne, že jest $tg\,\varepsilon$ maximum při

$$\frac{1}{u} = a^2b^2\,.\,u \qquad \text{čili} \qquad u = \frac{1}{ab}.$$

Odtud plyne pro maximalní ε

$$tg\,\varphi = \frac{b}{a}, \qquad tg\,\psi = \frac{a}{b},$$

$$tg\,\varphi\,.\,tg\,\psi = 1,$$

$$\varphi + \psi = 90^0.$$

Výsledek má jednoduchý význam geometrický.

Vedeme-li v obr. 167. příčku $A'B'$, obdržíme ihned úhly φ a ψ jak jsou při maximalní své differenci; vedouce pak průvodič $OM \parallel A'B'$ obdržíme polohu bodu M, pro kterou maximalní difference platí. Nastává tudíž, když *arithmetický průměr* $\frac{1}{2}(\varphi + \psi)$ *obou šířek* nabývá střední hodnoty 45^0.

Majíce provésti *číselný výpočet*, přijmeme za jeho základ pro a a b hodnoty, jak je vypočítal *H. Faye* (§ 22.), totiž

$$a = 6378{\cdot}393\ km,$$

$$b = 6356{\cdot}549\ km.$$

Pro počítání logarithmické úhlů φ a ψ plyne pak rovnice

$$log\,tg\,\varphi = log\,tg\,\psi - 0{\cdot}0029798.$$

Propočítajíce pak tuto pro jisté aequidistantní hodnoty šířky ψ na př. v intervallech 15^0, obdržíme tabulku následující:

Rozdíl šířky geografické a geocentrické.

ψ	φ			ε		
0^0	0^0	$0'$	$0''$	0^0	$0'$	$0''$
15	14	54	7·3		5	42·7
30	29	49	48·2		10	11·8
45	44	48	12·4		11	47·6
60	59	49	46·1		10	13·9
75	74	54	5·1		5	54·9
90	90	0	0	0	0	0

Čísla pro ε objasňují velmi přehledně vztah mezi φ a ψ. Pohybuje-li se bod M od rovníku k polu, stoupá rozdíl $\varepsilon = \psi - \varphi$ od nully až k jistému maximu, načež zase klesá až k nulle.

Maximum difference ε nastává při hodnotách:

$$\varphi = 44^0\ 54'\ 6{\cdot}2'',$$

$$\psi = 45\ \ 5\ \ 53{\cdot}8,$$

$$\varepsilon = 0\ \ 11\ \ 47{\cdot}6.$$

Pro Prahu (hvězdárna, Clementinum) jest (§ 49.)

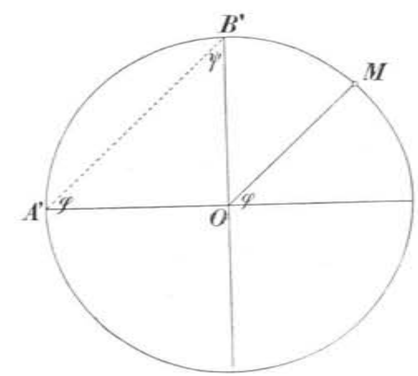
$$\psi = 50^0\ \ 5'\ 15{\cdot}9'',$$

z toho se vypočte

$$\varphi = 49^0\ 53'\ 39{\cdot}0''.$$

Činí tudíž rozdíl

$$\varepsilon = 0^0\ 11'\ 36{\cdot}9''.$$



Obr. 167.

Kdyby se zde zavěsila olovnička na nit, na př. 2 metry dlouhou, musil by se dolejší bodec olovničky odchýliti v meridianu směrem k severu o délku, v millimetrech,

$$2000\,.\,sin\,11'\,37'' = 6{\cdot}76,$$

aby nit směřovala ke středu země.

§ 233. Umenšení tíže na rovníku.

Vedle sploštění země jest dalším následkem jejího rotačního pohybu umenšení gravitačního urychlení. Počítejme toto umenšení především pro rovník, tedy pro šířku nullovou. Budiž zde G_0 urychlení gravitační, γ_0 urychlení centrifugalní; pak jest urychlení skutečné g_0 dáno rovnicí

$$g_0 = G_0 - \gamma_0 .$$

Při tom jest

$$\gamma_0 = \omega^2 a, \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Počítajíce γ_0 z dat číselných dříve již uvedených, totiž

$$a = 637839300 \; cm,$$
$$T = 86164{\cdot}1 \; sec,$$

obdržíme

$$\gamma_0 = 3{\cdot}393 \, \frac{cm}{sec^2}.$$

Skutečné urychlení g_0 jest stanoveno dle pozorování kyvadlových

$$g_0 = 978{\cdot}103 \, \frac{cm}{sec^2}.$$

Jest tedy urychlení gravitační

$$G_0 = 981{\cdot}496 \, \frac{cm}{sec^2}.$$

Relativné jeho umenšení činí

$$\frac{\gamma_0}{G_0} = \frac{3{\cdot}393}{981{\cdot}496} = 0{\cdot}003456,$$

t. j. 0·3456 procent.

§ 234. Umenšení tíže v různých šířkách.

Je-li bod M v libovolné šířce geocentrické φ a geografické ψ (obr. 168.) a znamená-li G urychlení gravitační, γ urychlení centrifugalní a g urychlení skutečné, jak vychází, když se k urychlení gravitačnímu G připojí *geometricky* urychlení γ, odvodíme z trojúhelníku (G, γ, g) těchto tří urychlení vztah

$$g = G \cos \varepsilon - \gamma \cos \psi.$$

Rotace bodu M děje se v kruhu poloměru

$$r' = r \cos \varphi,$$

kdež jest r průvodič OM. Jest pak

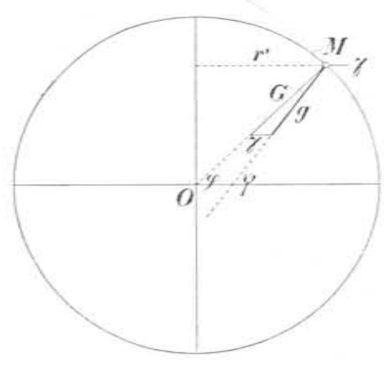
$$\gamma = \omega^2 r \cos \varphi.$$

Obdržíme tudíž

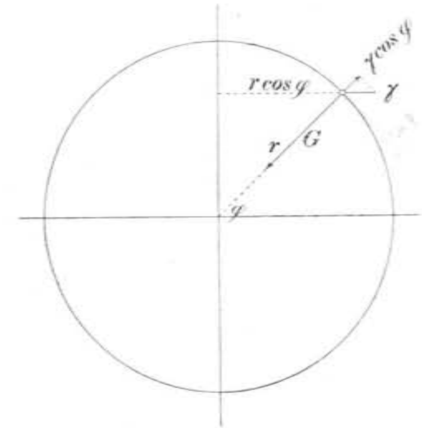
$$g = G \cos \varepsilon - \omega^2 r \cos \varphi \cos \psi.$$

V přesné rovnici této jsou všechny veličiny proměnlivy, ω vyjímajíc.

Zejména jest též proměnlivo urychlení gravitační G vzhledem k tomu, že země jest splоštělou.



Obr. 168.



Obr. 169.

Jest ovšem pravda, že splоštění toto jest malé, tak že rozdíl ε obou šířek φ a ψ, jak z číselných dat dříve uvedených vysvítá, jest velmi nepatrný. Kdybychom tedy položili

$$\varepsilon = 0 \qquad \text{t. j.} \qquad \varphi = \psi,$$

obdrželi bychom vztah jednodušší

$$g = G - \omega^2 r \cos^2 \varphi .$$

V této approximaci můžeme jíti ještě dále a pokládati r za konstantní, t. j. pokládati zemi za kouli poloměru středního tak voleného, aby objem koule této se rovnal objemu země skutečnému. Důsledně béřeme pak též urychlení G za konstantní a součin $\omega^2 r$ za urychlení centrifugalní γ_0 na rovníku, kteréž jsme v odstavci předešlém počítali. Pro šířku φ jest pak

$$g = G - \gamma_0 \cos^2 \varphi ,$$

pro rovník

$$g_0 = G - \gamma_0 ,$$

a z toho rozdíl

$$g - g_0 = \gamma_0 \sin^2 \varphi .$$

Přibližně roste tudíž urychlení g od rovníku k polům úměrně se čtvercem sinusu geografické šířky.

Když se hned z předu předpokládá, že země jest koule, kteráž i přes to, že se otáčí, nejsouc plastickou, zůstává koulí, pak lze ony přibližné výrazy odvoditi rychleji ve způsobu, jak obrazcem 169. znázorněno. Je-li γ_0 urychlení centrifugalní na rovníku, γ pro šířku φ, jest $\gamma = \gamma_0 \cos\varphi$, poněvadž poloměr rotace jest umenšen z hodnoty r na $r\cos\varphi$. Z onoho urychlení γ působí však proti urychlení G jenom složka $\gamma\cos\varphi$, jež se připojuje subtraktivně, kdežto druhá složka $\gamma\sin\varphi$ nepřijde k platnosti, když zemi za zcela neplastickou pokládáme. Jest tudíž

$$g = G - \gamma\cos\varphi$$

čili, jako svrchu

$$g = G - \gamma_0\cos^2\varphi .$$

Approximativní rovnice

$$g = g_0 + \gamma_0\sin^2\varphi ,$$

čili, jak se též psává

$$g = g_0\left(1 + \frac{\gamma_0}{g_0}\sin^2\varphi\right),$$

jeví se číselně takto:

$$\gamma_0 = 3{\cdot}393\,\frac{cm}{sec^2},$$

$$g_0 = 978{\cdot}103\,\frac{cm}{sec^2},$$

$$\frac{\gamma_0}{g_0} = 0{\cdot}003468 .$$

$$g = 978{\cdot}103\,(1 + 0{\cdot}003468\sin^2\varphi).$$

Přibližně by tedy vycházelo, že urychlení g roste od rovníku k polu celkově asi o 0·35 procenta. Skutečný přírůstek musí býti větší z důvodů dříve již uvedených. Neboť v přesné relaci

$$g = G\cos\varepsilon - \omega^2 r\cos\varphi\cos\psi,$$

ubývá nejen součinu $\cos\varphi\,\cos\psi$, nýbrž též průvodiče r, co zatím urychlení G přibývá. Zajímavo jest však, že i při rozboru přesném výsledek závěrečný jest formalně identický s výsledkem přibližným, tak sice, že se *skutečné* přibývání urychlení g dá vystihnouti touže relací, jak nahoře uvedena, s tím jen rozdílem, že číselný koefficient skutečný jest větší než onen přibližný 0·003468.

Z pozorování kyvadlových byla vypočtena relace pro různé geografické šířky ψ

$$g = 978{\cdot}103\,(1 + 0{\cdot}0051177\sin^2\psi).$$

Dle toho činí skutečný přírůstek urychlení g od rovníka k polům 0·512%, oproti dřívějšímu přibližnému 0·347%.

Jinou formu posledního vzorce obdržíme, provedouce násobení:

$$g = 978{\cdot}103 + 5{\cdot}0056\sin^2\psi.$$

Konečně pro počítání logarithmické upravíme vzorec pohodlněji, kladouce

$$\sin^2\psi = \tfrac{1}{2}\,(1 - \cos 2\psi),$$

čímž vyjde

$$g = 980{\cdot}606 - 2{\cdot}5028\cos 2\psi,$$

anebo

$$g = 980{\cdot}606\,(1 - 0{\cdot}0025523\cos 2\psi).$$

Dle předposlední formule*) počítána tabulka následující:

Urychlení tíže v různých šířkách geografických.

ψ	g	*diff.*	ψ	g	*diff.*
°	$\frac{cm}{sec^2}$	$\frac{cm}{sec^2}$	°	$\frac{cm}{sec^2}$	$\frac{cm}{sec^2}$
0	978·103	38	45	980·606	435
5	978·141	113	50	981·041	421
10	978·254	185	55	981·462	395
15	978·439	250	60	981·857	358
20	978·689	308	65	982·215	308
25	978·997	358	70	982·523	250
30	979·355	395	75	982·773	185
35	979·750	421	80	982·958	113
40	980·171	435	85	983·071	38
45	980·606		90	983·109	

Geografická šířka hvězdárny Pražské v Clementinu jest (§ 49.)

$$\psi = 50^0\,5'\,15{\cdot}9'',$$

z čehož by následovalo

$$g = 981{\cdot}048\,\frac{cm}{sec^2}.$$

Vzhledem k výšce 200 m nad mořem umenší se (§ 192.) toto číslo o 0·0039%; jest tedy pro Clementinum,

$$g = 981{\cdot}010\,\frac{cm}{sec^2}.$$

*) Číselné koefficienty přijaty dle Annuaire, publié par le bureau des longitudes, Paris 1900, pag. 182.

§ 235. Důsledky.

Urychlení g, stanovíc intensitu gravitačního pole naší země vzhledem k modifikaci, jež nastává rotací zemskou, udává váhu každé jednotky hmotné, grammu, v dynách. Váha hmoty, t. j. tlak, kterým působí, jest tedy proměnlivou. Na rovníku činí váha jednoho grammu v dynách 978·103, na polech 983·109, předpokládajíc výši nullovou, t. j. při hladině moře. Rozdíl jest tedy 5 dyn, tolik, co váží asi 5milligramm. Při hmotě jednoho kilogrammu činí rozdíl okrouhle 5000 dyn, tedy asi tolik, co váží 5 gramm. Kdybychom zavěsili hmotu jednoho kilogrammu na pružnou spiralu, jež by se vahou prodloužila, stávalo by se toto prodloužení — za jinak stejných poměrů — větším a větším, kdybychom v myšlenkách postupovali od rovníku do šířek větších.

Vzhledem k tomu, že síly rozmanité často měříme vahou hmot, dlužno při přesnějších měřeních dobře toho dbáti, že váha téže hmoty není totožnou na různých místech povrchu zemského. Napjetí par neb plynů, tlak vzduchu atd. měříme na př. výškou sloupce rtuťového teploty nullové, pokládajíce tuto výšku za úměrnou tlaku hydrostatickému. Vzhledem ke změnám intensity tíže nelze měření taková, provedená v různých šířkách geografických, prostě vedle sebe položiti. Proto jest nutno přepočítati je na jistou normalní intensitu tíže; za tuto volí se intensita ve střední šířce geografické $\psi = 45^0$, při hladině mořské.

§ 236. Sploštění jiných oběžnic.

Podobné účinky rotace, jako na zemi, jeví se též na jiných oběžnicích. Ovšem jsou zde rozdíly veliké. Merkur a Venuše mají dobu rotace velmi dlouhou, jež se, dosud ne zcela jistě, udává u Merkura na 88, u Venuše na 225 dnů; u těchto oběžnic není sploštění žádného. Mars jest povahou svou naší zemi nejvíce podoben; den jeho trvá 24^h 37^m 23^{sec}, tedy téměř tak dlouho jako den náš; sploštění udává se zde na $\frac{1}{210}$, není tedy mnoho větší než sploštění země $\frac{1}{292}$. Uranus a Neptun jsou příliš vzdáleny a nelze u nich dobu rotace zjistiti; nicméně jeví Uranus sploštění velmi značné, totiž $\frac{1}{11}$.

Příklad nejpoučnější podávají oběžnice Juppiter a Saturn, když se srovnávají s naší zemí. Pro tyto tři oběžnice jsou v následující tabulce (dle Annales de l'Observatoire de Paris) sestaveny doba T rotace, úhlová rychlost ω z ní vypočítaná (v úhlových sekundách), sploštění, a konečně též relativní objem V a hmota M, kteréž pro sploštění rotací vzniklé mají rozhodující význam.

Doba rotace, sploštění, objem a hmota země, Juppitera a Saturna.

	T			ω	$\frac{a-b}{a}$	V	M
	h	*m*	*sec*	″		*relat.*	*relat.*
♁	23	56	4	15·04	$\frac{1}{292}$	1	1
♃	9	55	37	36·26	$\frac{1}{17·11}$	1279·41	309·816
♄	10	14	24	35·16	$\frac{1}{9·18}$	718·88	91·919

Oběžnice Juppiter a Saturn, kteréž i svým objemem V i svou hmotou M proti zemi jsou velikány soustavy sluneční, otáčejí se s úhlovou rychlostí ω více než dvakráte větší než naše země. Poněvadž pak urychlení centrifugalní souvisí se čtvercem úhlové rychlosti, jest pochopitelno, že oběžnice ty ukazují sploštění velmi značné, tak že toto při pozorování dalekohledem oku přímo jest patrné. Zejména Saturn má sploštění více než $10^0|_0$ obnášející, největší ze všech. Tak zvané kruhy Saturnovy souvisí s prudkostí rotace a jeho značným objemem.

§ 237. Umenšení tíže na rovníku jiných oběžnic.

Aby se dalo posouditi, v jakém poměru jest urychlení centrifugalní na rovníku Juppiterově a Saturnově proti urychlení gravitačnímu, jest poučné provésti počet, jehož výsledky (na základě dat dle Annales de l'Observatoire de Paris) jsou obsaženy v tabulce následující. Je-li určena úhlová rychlost $\frac{2\pi}{T} = \omega$, počítá se $\gamma_0 = \omega^2 a$ z aequatorealního poloměru a planety. Tabulka obsahuje též údaje o specifické hmotě S a o intensitě tíže g_0 na rovníku.

Intensita tíže na rovníku a hmota specifická země, Juppitera a Saturna.

	a	a	γ_0	S	S	g_0	g_0
	relat.	*km*	$\frac{cm}{sec^2}$	*relat.*	$\frac{g}{cm^2}$	*relat.*	$\frac{cm}{sec^2}$
♁	1	6378	3·4	1	5·5	1	978·1
♃	11·061	70551	218·1	0·242	1·33	2·261	2211·5
♄	9·299	59313	172·3	0·128	0·70	0·892	872·5

Z výsledků těchto poznáváme, že urychlení centrifugalní γ_0 proti urychlení gravitačnímu $G_0 = g_0 + \gamma_0$ relativně, v procentech, činí:

$$\text{u země naší} \quad \frac{3{\cdot}4}{978{\cdot}1 + 3{\cdot}4} = 0{\cdot}35\,\%,$$

$$\text{u Juppitera} \quad \frac{218{\cdot}1}{2211{\cdot}5 + 218{\cdot}1} = 8{\cdot}98\,\%,$$

$$\text{u Saturna} \quad \frac{172{\cdot}3}{872{\cdot}5 + 172{\cdot}3} = 16{\cdot}49\,\%.$$

Z těchto výsledků vypočítáme, při kolikrát prudší rotaci by se na rovníku urychlení tíže G_0 annullovalo urychlením centrifugalním γ_0. Výraz $\sqrt{\frac{G_0}{\gamma_0}}$ dává

$$\text{u země naší} \quad \sqrt{\frac{100}{0{\cdot}35}} = 16{\cdot}90,$$

$$\text{u Juppitera} \quad \sqrt{\frac{100}{8{\cdot}98}} = 3{\cdot}34,$$

$$\text{u Saturna} \quad \sqrt{\frac{100}{16{\cdot}49}} = 2{\cdot}46.$$

XV.

Zákony oběhu těles nebeských kolem slunce.

§ 238. Úvod historický.

V dějinách astronomie vystupují v popředí jistá jména, jež jsou významná pro stav a rozvoj vědy této v určité době. Tak jména *Hipparch* *), *Ptolemaeus* **) jsou význačná pro stav astronomie ve starověku i středověku. Ptolemaeův *Almagest* byl základním dílem astronomickým po více než 14 století. V něm obsažena jest světová soustava Ptolemaeova, dle níž středem světa jest země, okolo níž obíhá měsíc, Merkur, Venuše, slunce, Mars, Juppiter a Saturn, a to v tak zvaných epicyklech, jimiž se důmyslně vysvětloval zvláštní ten pohyb planetarní, brzy postupný, pak zase zpětný, časem stationarní, jak jej pozorujeme se země naší.

System Ptolemaeův, během celého tisíciletí ustálený, zvrátil *M. Koperník* ***), jenž záměnou dal slunci posici centralní a zařadil zemi naši mezi oběžnice.

*) *Hipparchos*, zakladatel vědecké astronomie, žil v druhém století před Kr., dílem v Alexandrii, dílem na ostrově Rhodos, kdež konal pozorování astronomická. Založil katalog hvězd a srovnávaje jich posice nové se staršími, objevil praecessi.

**) *Ptolemaeus Claudius* (*Πτολεμαῖος Κλαύδιος*), narozen v Aegyptu, žil v Alexandrii v prvé polovici druhého století po Kr. Hlavní jeho dílo, Syntaxis, ve 13 knihách, bylo (kolem 827) přeloženo do arabštiny pod titulem Tabrir al magesthi, odkud jméno Almagest pro onen spis obyčejně užívané. Ptolemaeus jest zjevem zajímavým a ve starověku ojedinělým jako fysik a *experimentator*; v jeho „Optice" obsažen též přibližný zákon lomu světla.

***) *Mikuláš Koperník* (Copernicus), narozen r. 1473 v Toruni, rodem Polák, z kořene českého, studoval na universitě v Krakově, v Padově, v Bononii, stal se pak (1499) professorem mathematiky v Římě, kdež proslul svými přednáškami mathematickými a astronomickými. Vrátiv se odtud byl zvolen kanovníkem ve Frauenburku. O hlavním díle svém, De revolutionibus orbium coelestium, pracoval 23 léta; rukopis zůstal ještě 10 let ležeti a teprve na smrtelném loži obdržel (1543) autor první tištěný arch do rukou. Viz F. Studnička, Bohatýrové ducha, 1898.

Komplikovaný pohyb planet, jak se jevil *geocentricky* v epicyklech, zjednodušil se rázem, když se země dala na místo slunce a když se pohyb ten vztahoval na střed slunce, t. j. vykládal *heliocentricky*. Koperník podržel však ještě *kruh* pro dráhy oběžnic a i epicykly pro některé případy, kde dnes známe ellipsy značnější excentricity. Soustava Koperníkova znamenala ohromný, poněvadž *zásadní* pokrok astronomie.

Ne dlouho po jeho smrti roku 1546 narodil se *Tyge Brahe* *), jehožto věhlas byl na poli praktickém, na poli astronomických pozorování.

Nástupcem jeho v úřadě stal se *Jan Kepler* **). Opíraje se o 35leté pozorování, jež s přesností na tehdejší dobu neobyčejnou provedl jeho předchůdce, odvodil z nich po mnoholeté neúmorné práci první dva zákony pohybu planetarního. Zákony tyto dokázal obtížnou synthetickou interpretací pohybu planety Marse a uveřejnil v díle svém „Astronomia nova" v Praze roku 1609 ***).

Roku 1614 odešel z Prahy do Lince, zde pak roku 1619 uveřejnil druhé své dílo, Harmonices mundi †), ve kterém vykládá svůj zákon třetí.

---

*) *Tyge* (Tycho) *Brahe*, narozen r. 1546, astronom (1576—1597) krále Bedřicha II. dánského, jenž mu poskytl prostředky k vystavění hvězdárny Uranienborg na ostrově Hveen v Sundu, v posledních letech svého života (1599—1601) ve službách císaře Rudolfa II. v Praze, kdež zemřel (1601) a kdež (v chrámu M. B. před Týnem) jest pochován. Světová soustava Braheova měla býti kompromissem soustav Ptolemaeovy a Kopernikovy. Viz G. Gruss, Z říše hvězd, pag. 126.

**) *Jan Kepler*, narozen r. 1571., studoval na universitě Tubinské, vyučoval (1593—1598) mathematice na stavovském evangelickém gymnasiu ve Štýrském Hradci, odkudž přišel (1600) do Prahy, kdež byl z počátku příručím Braheovým, krátce však (od r. 1601) jeho nástupcem jako mathematik a astronom císaře Rudolfa II. Roku 1612 zemřel císař Rudolf II.; jeho nástupce Matiáš, a když tento 1615 zemřel, též císař Ferdinand II. podrželi Keplera v úřadě, avšak služné mu nevypláceli; z toho jakož i z jiných útisků vzešla Keplerovi mnohá trapná léta; nicméně i za těchto pracoval neúnavně dále vědecky. V době 1614–1627 byl professorem na gymnasiu v Linci, v politických bouřích pozdějších žil v Řezně, v Ulmu, ke konci svého života ve službách Valdštýnových. Zemřel 1630 v Řezně, kdež marně na sněmu říšském se snažil vymoci sobě platu, který mu za léta služebná právem náležel.

***) Plný titul díla tohoto zní: Astronomia nova αἰτιολογητός seu physica coelestis tradita commentariis de motibus stellae Martis, ex observationibus G. V. Tychonis Brahe. Plurium annorum pertinaci studio elaborata Pragae, 1609. Nikoliv ἀπολογητός, jak se někdy i v dobrých jinak knihách uvádí; musilo by pak býti ἀπολογητικός.

†) Harmonices mundi libri V, Lincii Austriae 1619. První čtyři knihy věnovány jsou vztahům harmonickým v geometrii a v akustice, poslední pak v astronomii. S třetím zákonem planetarním vedlo se Keplerovi podobně jako Newtonovi; důvtipem svým formuloval zákon již 8. března 1618, ale číselný důkaz se nezdařil — následkem početní chyby; teprve později, 15. května 1618, důkaz objevením oné chyby byl proveden. U Newtona nebyla to ovšem početní

Všechny tři zákony Keplerovy shrnuty pak v zákonu vyšším, z něhož plynou jako důsledky, v zákonu všeobecné gravitace, jak jej objevil *I. Newton*. Jím byla pak otevřena dráha nejširší methodě deduktivní, počtu, vyčerpávajícímu zjevy nejen v rysech hlavních, nýbrž i v podrobnostech nejsubtilnějších.

Jak z krátké této skizzy historické vysvítá, byly zákony oběhu těles nebeských nejprve indukcí nalezeny a teprve později dedukcí odůvodněny. Zákony tyto jsou velmi jednoduché; rovněž jednoduchým jest jich odvození ze základního zákona gravitačního. Příčinou toho jest okolnost, kterou dlužno zvláště vytknouti, že totiž hmota slunce oproti hmotám oběžnic samých jest ohromně velikou. Následkem toho ovládá slunce pohyb každé oběžnice hlavně samo, tak totiž, jako by ostatních oběžnic zde nebylo. Jich působení ustupuje proti působení slunce tak značně do pozadí, že v první approximaci lze tohoto působení zanedbávati a řešení úkolu založiti tak, jako by zde byla jenom oběžnice, jejíž oběh studujeme, a slunce, jež tento oběh řídí. Tím vzniká snadný poměrně problem *dvou* gravitujících těles, při nichž hmota jednoho jest ohromná proti hmotě druhého, kdežto jinak by vznikl problem *tří* neb *několika* těles, jehož všeobecné řešení činí obtíže dosud nepřekonatelné.

Jak se okolnost zde vytknutá jeví číselně, ukazuje tabulka následující. V této jest hmota země vzata za jednotku a v této jednotce jsou vyjádřeny hmoty všech oběžnic.

Oběžnice	Hmota	Oběžnice	Hmota
Merkur . .	0·061	Juppiter . .	309·816
Venus . .	0·787	Saturn . .	91·919
Tellus . .	1	Uranus . .	13·518
Mars . . .	0·105	Neptun . .	16·469

Oproti úhrnné hmotě všech oběžnic dohromady, kteráž je dána číslem 433·675, stojí hmota slunce daná číslem 324439, tedy 748kráte větším. Z hmoty slunce bylo by tudíž možno utvořiti 748 soustav planetarních takových, jakou veškeré oběžnice představují. A ještě více vy-

---

chyba, nýbrž nesprávná hodnota poloměru zemského, kteráž zavinila, že první číselný důkaz zákona gravitačního se rovněž nezdařil. Jest zajímavo čísti (lib. V, Prooemium), jakou radost způsobil Keplerovi objev zákona, kterýmž nalezen harmonický vztah mezi pohyby různých těles nebeských. Jsa sobě vědom významu svého objevu, jímž rozřešen problem, o který Ptolemaeus se marně pokoušel, pouští Kepler uzdu své hrdosti, v náladě veselé vysmívá se lidem, což mu na nich záleží, zda-li chtějí neb nechtějí ho uznati, neučiní-li tak přítomnost, učiní to budoucnost, dílo jeho, dodává s humorem, „ať čeká na svého čtenáře sto let, když Bůh sám šest tisíc let čekal na objevitele".

nikne tato převaha slunce nad oběžnice, když vynecháme z oné summy velikána soustavy sluneční, Juppitera. Pak stojí proti sobě čísla 124 a 324439, kteráž dávají poměr 2616. Proto lze počítati *působení oběžnic vzájemné* teprve v *druhé* řadě a pokládati toto působení jako by za *rušení, perturbaci*, oné pravidelnosti, jež by nastala, kdyby slunce ovládalo každou oběžnici zcela samo, isolovaně od jiných.

V následujícím uvádíme zákony oběhu planetarního tak, jak byly na základě pozorování indukcí nalezeny, přestávajíce na výkladu jich významu a opomíjejíce uvésti též jich odůvodnění dedukcí na základě Newtonova zákona gravitačního, což lze stručně a přehledně provésti jen počtem vyšším.

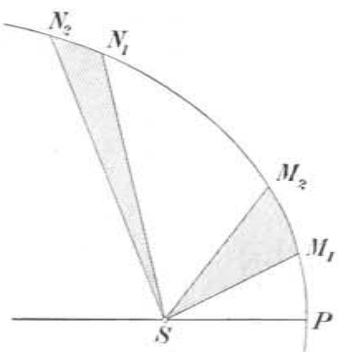
§ 239. První zákon Keplerův.

Budiž S střed slunce, M střed tělesa nebeského, kolem slunce obíhajícího (obr. 170.). Vzdálenost $SM = r$ zove se *průvodič* čili *radius vector* pro bod M.

První zákon Keplerův praví: *Plochy průvodičem ve stejných dobách opsané jsou si rovny.*

První zákon Keplerův nechává tedy otázku, v jaké dráze se těleso pohybuje, prozatím nerozhodnutou; nechť jest tato dráha jakákoliv, přijde-li *za jistý čas* těleso jednou z polohy M_1 do M_2, po druhé z polohy N_1 do N_2, platí rovnost ploch

$$SM_1M_2 = SN_1N_2.$$



Obr. 170.

Zákon tento lze dokázati pro každý pohyb centralní. Z něho plyne důsledek následující.

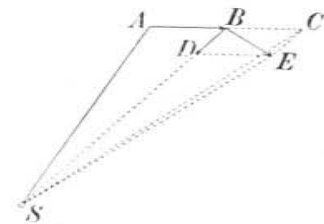
Je-li průvodič r konstantní, jest také rychlost pohybu v konstantní, t. j. centralní pohyb v *kruhu* jest vždy *rovnoměrný*.

Přibývá-li průvodiče r, ubývá rychlosti pohybu v; oběžnice vzdalujíc se od slunce, pohybuje se vždy volněji a volněji. Ten bod dráhy, ve kterém jest od slunce *nejdále*, zove se *odsluní* čili *aphelium*; v něm jest tudíž pohyb *nejvolnější*.

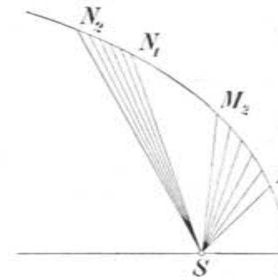
Ubývá-li naopak průvodiče r, přibývá rychlosti pohybu v; oběžnice, blížíc se na své dráze slunci, pohybuje se vždy rychleji a rychleji. Ten bod dráhy, ve kterém jest slunci *nejblíže*, zove se *přísluní* čili *perihelium*; v něm jest tudíž pohyb tělesa *nejrychlejší*.

Závislost rychlosti pohybu v na vzdálenosti r tělesa od slunce má jednoduchý význam vzhledem ku principu o zachování energie. V určitém bodě své dráhy, tedy při jisté vzdálenosti r od slunce, má těleso jistou rychlost v a tím jistou energii pohybu $\frac{1}{2}mv^2$; když se v dalším průběhu

pohybu od slunce na př. *vzdaluje*, překonává tím sílu f, kterou jest sluncem přitahováno a vykonává tím práci *na účet* své *energie pohybu*; ztrácí tedy na této energii pohybu, ale nabývá větší energie polohy — jako kámen, je-li jistou rychlostí vzhůru vržen, tou měrou, kterou vlastní svou energii pohybu se zvedá a tím práci vykonává, vždy více a více na své energii pohybu ztrácí, ale za to na energii polohy získává. Pak-li těleso slunci se blíží, ztrácí tím na své energii polohy, ale nabývá za to větší energie pohybu — takže *energie totalní v celém průběhu pohybu zůstává konstantní.*



Obr. 171.



Obr. 172.

Elementarní důkaz zákona o plochách znázorňuje obr. 171. Budiž τ velmi krátká doba, tak krátká, aby se pohyb v této době vykonaný směl pokládati za přímočarý. Budiž $AB = v\tau$ dráha za tuto dobu τ rychlostí v vykonaná; setrvačností by pohyb v další době τ pokračoval v dráze $BC = AB$ téhož směru a téže velikosti; avšak k pohybu tomuto přistoupí složka dráhová $BD = \frac{1}{2}a\tau^2$ vznikající účinkem urychlení centralního a v téže době τ. Výsledná dráha bude tedy BE.

Jest však ihned patrno, že trojúhelník SAB se rovná trojúhelníku SBE, kteréž oba se rovnají trojúhelníku SBC. Plochy v dobách τ po sobě následujících opsané jsou tudíž sobě rovny.

Tím však jest již zákon o plochách i všeobecně dokázán. Děje-li se pohyb v době jakékoli t na př. (obr. 172.) od M_1 do M_2 a pak od N_1 do N_2, lze dobu t rozložiti na velký počet dob kratinkých τ. Je-li ploška v téže době τ průvodičem opsaná vždy stejnou, jest stejný i libovolný její násobek pro onu dobu t jakoukoli, a to jak pro pohyb M_1 do M_2 tak pro pohyb z N_1 do N_2, t. j. celé plochy

$$SM_1M_2 = SN_1N_2$$

jsou si rovny.

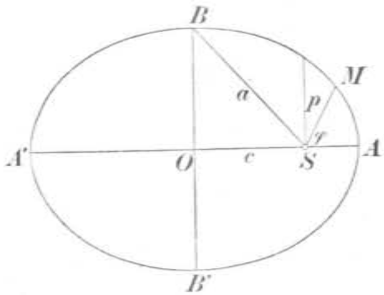
§ 240. Druhý zákon Keplerův.

Druhý zákon Keplerův přihlíží již ke tvaru dráhy a stanoví následovně: *Tělesa nebeská pohybují se kolem slunce v kuželosečkách, v jichž společném ohnisku se nalézá slunce.*

V této formulaci platí zákon nejen pro oběžnice, nýbrž též pro vlasatice.

Mathematicky vyjádříme zákon ten závislostí, v jaké jest *průvodič* $SM = r$ na úhlu $ASM = \varphi$, který uzavírá směr průvodiče SM se směrem SA k periheliu a který se zove *pravou anomalií* (obr. 173.). Obě veličiny r, φ jsou polarní souřadnice bodu M a jich závislost dle druhého zákona Keplerova stanoví rovnice

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \varphi}.$$



Obr. 173.

Koefficient e jest *numerická excentricita* kuželosečky; konstanta p, t. j. délka průvodiče r pro $\varphi = 90^0$ jest *parametr* kuželosečky. Tato jest pak

ellipsa pro $e < 1$,
parabola „ $e = 1$,
hyperbola „ $e > 1$,

specialně pak

kruh „ $e = 0$.

Na otázku, kdy který z těchto případů pro pohyb těles nebeských kolem slunce platí, dává theorie odpověď tuto. Budiž těleso v periheliu. Maximalní jeho energie pohybu jest zde $\frac{1}{2} m v_0^2$.

Je-li dále f_0 síla centralní, kteráž zde v periheliu, v odlehlosti minimalní $SA = r_0$ těleso ovládá a utvoříme-li součin $f_0 r_0$, který má též význam práce, pak jest dráha:

ellipsou, t. j. $e < 1$ pro $f_0 r_0 > \frac{1}{2} m v_0^2$,
parabolou, „ $e = 1$ „ $f_0 r_0 = \frac{1}{2} m v_0^2$,
hyperbolou, „ $e > 1$ „ $f_0 r_0 < \frac{1}{2} m v_0^2$,

specialně pak

kruh, t. j. $e = 0$ pro $\frac{1}{2} f_0 r_0 = \frac{1}{2} m v_0^2$.

Pohyb v parabole neb hyperbole mohou míti jen vlasatice, kteréž nenáleží naší soustavě sluneční a kteréž z veliké dálky v obor působení přicházejíce proběhnou kolem slunce, stávají se nám viditelnými, ale opět od slunce se vzdalujíce v dálkách ohromných se nám ztrácejí. Můžeme tedy pohyby takové za případy výjimečné pokládati. Pravidlem, platným pro všechny oběžnice a vlasatice, jež soustavě sluneční přináležejí, jest tedy pohyb eliptický.

Veškeré konstanty této ellipsy lze jednoduše vypočítati z konstant p a e její rovnice polarní,

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \varphi},$$

v níž jest $e < 1$. Obdržíme

pro perihelium $\varphi = 0$ $\quad SA = \frac{p}{1 + e}$,

pro aphelium $\varphi = 180^0$ $\quad SA' = \frac{p}{1 - e}$.

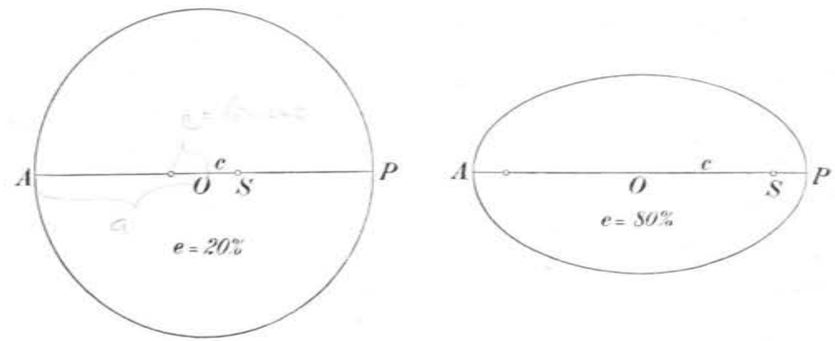
Z krajních těchto hodnot průvodiče r obdržíme, utvoříce poloviční součet a rozdíl

$$\tfrac{1}{2}(SA + SA') = a,$$
$$\tfrac{1}{2}(SA - SA') = c,$$

kdež jest $a = OA$ poloosa, $c = OS$ linearní excentricita ellipsy. Dosazením vyjde

$$a = \frac{p}{1 - e^2},$$
$$c = \frac{ep}{1 - e^2}.$$

Koefficient e, tak zvaná numerická excentricita ellipsy, jeví se jako $\frac{c}{a}$, t. j. jako excentricita linearní počítána v dílech hlavní poloosy.



Obr. 174.

Hodnoty a nabude průvodič r při

$$\cos \varphi = -e,$$

t. j. pro body B a B' ležící na vedlejší poloose; její délka b vyjde pak z rovnice

$$b^2 = a^2 - c^2,$$

ze kteréž dosazením plyne

$$b = a\sqrt{1 - e^2},$$

anebo

$$b = \frac{p}{\sqrt{1 - e^2}}.$$

Pro posouzení tvaru ellipsy a odchylky jeho od kruhu jest velmi důležito, abychom si objasnili, jak jistá numerická excentricita e tento tvar podmiňuje. K orientaci o této otázce jsou v obr. 174. nakresleny dvě ellipsy pro touž poloosu a, jedna, při níž e činí 20%, druhá, při níž e obnáší 80%. Výkres ukazuje, jak dosti málo prvá z obou ellips se liší od kruhu přes to, že číslo $e = 0{\cdot}20$ by se zdálo dosti velikým. Souvisí to s výrazem $b = a\sqrt{1 - e^2}$. Pokud e jest malé, lze přibližně psáti $b = a(1 - \frac{1}{2}e^2)$ a pak mizí téměř $\frac{1}{2}e^2$ proti jedničce a poloosa $b \doteq a$, t. j. ellipsa se málo jen liší od kruhu. V našem případu, pro $e = 0{\cdot}2$ činí asi $b = a(1 - 0{\cdot}02)$, tedy b jest jen o 2 procenta menší než a. Teprve když e jest větší než 0·5, začíná tvar elliptický vystupovati zřetelně.

Jak značně se elliptické dráhy oběžnic rozeznávají od kruhu, lze posouditi z následující tabulky. V této jsou sestavena data pro numerickou excentricitu e. Vedle toho relativní hodnoty pro poloosy a, vyjádřené v jednotce astronomické, v poloose dráhy zemské. Konečně sklon dráhových rovin oběžnic k ekliptice, t. j. ke dráhové rovině středu zemského.

	a *relat.*	e	α
Merkur	0·3870987	0·2056048	7° 0′ 8″
Venus	0·7233322	0·0068433	3 23 35
Tellus	1	0·0167711	0
Mars	1·5236913	0·0932611	1 51 2
Juppiter	5·202800	0·0482519	1 18 41
Saturn	9·538856	0·0560713	2 29 40
Uranus	19·18329	0·0463414	0 46 20
Neptun	30·05508	0·0089646	1 47 2

Převedení relativních hodnot a na absolutní, na jednotky délkové pozemské, souvisí s hodnotou, jakouž přijmeme pro parallaxu slunce. Internationalní konference astronomů („Conférence des étoiles fondamentales“), shromážděná v Paříži 1896, přijala pro výpočty ephemerid astronomických hodnotu 8·80″. Dle této by byla astronomická jednotka délková, poloosa a dráhy zemské

$$a = 23439{\cdot}18$$

v aequatorealním poloměru země naší, čili

$$a = 149501$$

v millionech kilometrů.

Z tabulky jest viděti, jak malou excentricitu mají dráhy planetarní. Jenom u Merkura jest $e = 0{\cdot}206$, tak že jeho elliptická dráha má tvar ellipsy prvé v obr. 174. Jinak se však dráhy elliptické planet od kruhů rozeznávají jen zcela nepatrně. U země naší činí na př. e sotva 2 procenta.

Co se konečně týče odchylky rovin α jednotlivých drah od ekliptiky, ukazuje tabulka, že odchylka tato jest velmi malá, jen u Merkura jest poněkud větší, obnášejíc asi 7°; u ostatních však jest asi $\frac{3}{4}{}^{0}$ až $3\frac{1}{2}{}^{0}$. Můžeme tedy přibližně říci, že dráhy oběžnic leží téměř v téže rovině.

S tím souvisí úkaz následující. Stává se někdy, že lze z večera na obloze nebeské viděti současně několik planet, jako na př. Venuši (večernici), Marse, Juppitera, Saturna, (k nimž se někdy přidruží i měsíc); všechny tyto hvězdy leží téměř v jediném největším kruhu, udávajíce svým postavením, jakými body prochází ekliptika; v myšleném prodloužení kruhu toho leží pak slunce právě zapadlé.

§ 241. **Třetí zákon Keplerův.**

Třetím zákonem Keplerovým stanoví se mezi pohyby oběžnic vztahy vzájemné. Jsou-li u dvou oběžnic

a a a' poloosy jich drah,

T a T' doby jich oběhu,

platí vztah

$$T^2 : T'^2 = a^3 : a'^3.$$

Čtverce dob oběhu se mají k sobě jako krychle poloos jejich drah.

Tak jest na př. pro Juppitera a zemi naši, dle tabulky v předešlém odstavci uvedené, $\frac{a}{a'} = 5{\cdot}2$, tudíž $\left(\frac{a}{a'}\right)^3 = 140{\cdot}6$, tedy také $\left(\frac{T}{T'}\right)^2 = 140{\cdot}6$ a odtud $\frac{T}{T'} = 11{\cdot}86$. Siderický rok na Juppiteru trvá tudíž téměř 12 našich.

V přesnější formulaci zákona vstupují do vztahu uvedeného též hmoty oběžnic m a m', měřené hmotou M centralního tělesa, slunce.

Předpokládáme-li pohyb kruhový, jakým velmi přibližně pohyb planetarní jest, lze odvoditi tuto přesnější formulaci jednoduše na základě zákona o všeobecné gravitaci. Odvození jest instruktivní pro souvislost obou zákonů. Jest viděti, jak ze zákona o všeobecné gravitaci přímo plyne třetí zákon Keplerův, a ovšem také naopak, jak třetí zákon Keplerův vede k jednotnému zákonu o všeobecné gravitaci, dle něhož všechny oběžnice jsou ovládány silou jednotnou.

Vyjádříme-li urychlení, kterým slunce působí na oběžnici, jednak jako centralní, jednak dle zákona o všeobecné gravitaci, vznikne rovnost

$$\frac{4\pi^2}{T^2}\, a = \varkappa\, \frac{M + m}{a^2},$$

čili

$$\frac{a^3}{T^2 (M + m)} = \frac{\varkappa}{4\pi^2},$$

pro jinou oběžnici analogicky

$$\frac{a'^3}{T'^2 (M + m')} = \frac{\varkappa}{4\pi^2},$$

z obou rovnic pak ve formě úměry

$$T^2 : T'^2 = \frac{a^3}{1 + \frac{m}{M}} : \frac{a'^3}{1 + \frac{m'}{M}},$$

což jest přesnější výraz třetího zákona Keplerova.

Předpokládajíce pohyb kruhový, můžeme si zjednati ještě jiný výraz dobře orientující, pro třetí zákon Keplerův. Zavedeme-li totiž linearní rychlost v (průměrnou) pohybu a vyjádříme-li urychlení centralní rychlostí a zároveň totéž urychlení dle zákona o všeobecné gravitaci, obdržíme rovnost

$$\frac{v^2}{a} = \varkappa \frac{M + m}{a^2},$$

odtud pak

$$\frac{v^2 a}{M + m} = \varkappa,$$

analogicky pro jinou oběžnici

$$\frac{v'^2 a'}{M + m'} = \varkappa$$

a z obou rovnic ve formě úměry:

$$v : v' = \sqrt{\frac{a'}{1 + \frac{m'}{M}}} : \sqrt{\frac{a}{1 + \frac{m}{M}}},$$

anebo s velkou approximací, vzhledem k tomu, že $\frac{m}{M}$ a $\frac{m'}{M}$ jsou velmi malé zlomky,

$$v : v' = \sqrt{\frac{1}{a}} : \sqrt{\frac{1}{a'}}.$$

Vypíšeme-li tedy hodnoty a, nejlépe v té jednotce, jaká byla přijata v tabulce v odstavci předešlém, a počítáme-li k nim hodnoty $\sqrt{\frac{1}{a}}$, obdržíme ihned relativní hodnoty rychlosti v vzhledem k rychlosti naší země. Vědouce pak, že tato rychlost činí okrouhle 4 $\frac{míle}{sec}$, obdržíme přehledná čísla pro v násobice touto hodnotou.

Myšlenka tato jest provedena v tabulce následující. Vedle těchto orientačních čísel pro linearní rychlost průměrnou v jsou připsána přesná čísla pro střední úhlovou rychlost ω a pak pro doby T plného oběhu, roku sideralního, pro každou oběžnici, a sice relativní vzhledem k sideralnímu roku naší země a pak absolutní vzhledem k roku Julianskému $365\frac{1}{4}$ dnů středního času slunečního.

	v	v	ω	T	T	
	relat.	$\frac{míle}{sec}$	"	*relat.*	rok	den
Merkur	1·61	6·4	14732·4194	0·240843		87·969258
Venus	1·18	4·7	5767·6698	0·615186		224·700787
Tellus	1·00	4·0	3548·1927	1·	1	0·006374
Mars	0·81	3·2	1886·5184	1·880832	1	321·729646
Juppiter	0·44	1·8	299·1284	11·861965	11	314·838171
Saturn	0·32	1·3	120·4547	29·457176	29	166·986360
Uranus	0·23	0·9	42·2310	84·020233	84	7·39036
Neptun	0·18	0·7	21·5350	164·766895	164	280·11316

§ 242. Spojení zákonů Keplerových.

Jedinou rovnicí lze zákony Keplerovy sloučiti ve způsobu následujícím.

Počítejme plochu s (superficies) opsanou průvodičem r za jednotku času. Plocha tato udá se z plochy celé ellipsy πab čili $\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}$, když tuto dělíme dobou T oběhu. V konstantnosti této plochy a ve výpočtu jejím z ellipsy jest obsažen prvý a druhý zákon. Tak obdržíme

$$s = \frac{\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}}{T}.$$

Přiberouce pak třetí zákon, vyjádříme dobu T výrazem úměrným

$$\frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{1 + \frac{m}{M}}};$$

tím vyjde

$$s = C\sqrt{a(1 - e^2)} \cdot \sqrt{1 + \frac{m}{M}},$$

anebo

$$s = C \cdot \sqrt{p} \cdot \sqrt{1 + \frac{m}{M}},$$

kdež jest C konstanta úměrnosti a p parametr elliptické dráhy. S velkou approximací jest

$$s = C \cdot \sqrt{p}.$$

V rovnici této jest obsažena jednotná formulace všech zákonů Keplerových. Plocha s průvodičem v jednotce časové opsaná jest úměrná druhé odmocnině z parametru elliptické dráhy.

Konstanta úměrnosti C závisí na volbě jednotek. Za jednotku časovou volí se střední den sluneční; délky pak se vyjadřují v astronomické jednotce $a=1$ pro poloosu dráhy zemské. Píšeme-li tedy výrazy pro s vzhledem k zemi naší, totiž rovnici

$$\frac{\pi a^2\sqrt{1-e^2}}{T}=C\sqrt{a(1-e^2)}\sqrt{1+\frac{m}{M}}$$

čili

$$\frac{\pi \cdot a^{\frac{3}{2}}}{T}=C\cdot\sqrt{1+\frac{m}{M}}$$

a položíme-li zde

$$a=1,$$
$$T=365{\cdot}2563835$$

a přihlížíme-li k tomu, že jest (Gauss)

$$\frac{m}{M}=\frac{1}{354710},$$

obdržíme číselně

$$2C=0{\cdot}0172021,$$
$$\log\, 2C=8{\cdot}2355814.$$

Počítá se totiž $2C$ a nikoli C, poněvadž hodnota dvojnásobná má jednoduchý význam. Neboť jest vzhledem k zemi naší velmi přibližně

$$2C=\frac{2\pi}{T};$$

znamená tudíž $2C$ průměrnou úhlovou rychlost za jeden den středního času slunečního, při čemž jest radiant jednotkou úhlovou. Zároveň se zanedbával člen $\frac{m}{M}$. Tímto členem zmenšuje se sedmimístný logarithmus konstanty $2C$ jen o 6·7 jednotek posledního místa*).

Význam konstanty $2C$ objeví se v jiném ještě světle, když hořejší rovnici, kterou tato konstanta jest určena, srovnáváme s rovnicí odstavce předešlého, kterouž se vyjadřuje druhý zákon Keplerův. Obě tyto rovnice jsou:

$$\frac{\pi a^{\frac{3}{2}}}{T}=C\sqrt{1+\frac{m}{M}}$$
$$\frac{4\pi^2 a^3}{T^2}=\varkappa(M+m),$$

z nich pak plyne

$$4C^2=\varkappa M.$$

*) Srovnej G. Gruss, Základové theoretické astronomie, 1897, pag. 16.

Čtverec konstanty $2C$ jest tudíž úměrný konstantě gravitační $\varkappa$. Faktorem úměrnosti jest hmota slunce M. Avšak v té soustavě jednotek, ve které nahoře počítána konstanta $2C$, přechází úměrnost tato v rovnost, poněvadž hmota slunce jest jednotkou. Jest tudíž jednoduše

$$\varkappa=(2C)^2,$$

číselně pak

$$\varkappa=2{\cdot}959\,.\,10^{-4}\,.$$

Tato číselná hodnota gravitační konstanty jest ovšem zcela rozdílnou od číselné hodnoty

$$\varkappa=6{\cdot}69\,.\,10^{-8}\,,$$

kterouž jsme odvodili v § 185. Toto se zakládá na soustavě měr fysikalní cm, g, sec; ono na soustavě měr astronomické, ve které jednotkou délky jest poloosa a dráhy zemské, jednotkou hmoty hmota slunce $\odot$ a jednotkou času střední den sluneční d. Chceme-li tudíž obě ony hodnoty $\varkappa$ vespolek srovnávati, musíme připojiti rozměr a psáti:

$$6{\cdot}69\,.\,10^{-8}\,\frac{cm^3}{g\,.\,sec^2}=2{\cdot}959\,.\,10^{-4}\,\frac{a^3}{\odot\,.\,d^2}.$$

Rovnice tato podává *klassický příklad* o důležitosti rozměrů veličin a poučuje zároveň o tom, jaké důsledky můžeme odvoditi, když touž veličinu určíme ve dvou různých soustavách jednotkových. Plyne totiž z hořejší rovnice vztah:

$$\frac{6{\cdot}69\,.\,10^{-8}}{2{\cdot}959\,.\,10^{-4}}=\left(\frac{a}{cm}\right)^3:\frac{\odot}{g}\,.\left(\frac{d}{sec}\right)^2.$$

Zde jest znám poměr

$$\frac{d}{sec}=86400.$$

Dále lze samostatným způsobem, z parallaxy slunce a rozměrů země, určiti poměr $\frac{a}{cm}$; dle nynějšího stavu jest (§ 40.)

$$\frac{a}{cm}=149501\,.\,10^8.$$

Lze tudíž z hořejší relace určiti poměr $\frac{\odot}{g}$, t. j. stanoviti hmotu slunce v grammech. Aby se dostala čísla přehlednější, přibírá se k srovnávání ještě hmota země ♁ dle vztahu

$$\frac{\odot}{g}=\frac{\odot}{♁}\,.\,\frac{♁}{g}.$$

Z rozměru země a konstanty gravitační ve fysikalních jednotkách vyjádřené počítá se střední specifická hmota země a z této hmota její úhrnná; vychází (§ 185.)

$$\frac{♁}{g}=5{\cdot}9579\,.\,10^{27}.$$

Ze všech zde uvedených hodnot vypočítá se konečně

$$\frac{♁}{\odot} = \frac{1}{332310}.$$

Jak hodnota tato, z konstant gravitačních vypočtená, souhlasí s jinými, jež na základech astronomických byly určeny, lze posouditi z dat těchto. Gauss počítal konstantu $2C$ dle hodnoty $1 : 354710$. Annaly observatoře Pařížské přijímají hodnotu $1 : 324439$ (Leverrier). Berliner astronomisches Jahrbuch (1902) přijímá pro hmotu země a měsíce dohromady hodnotu $1 : 329390$ (Newcomb), ze kteréž pro hmotu země, dle hodnoty Hansenovy pro hmotu měsíce (§ 191.), následuje $1 : 333650$. Nautical Almanac (1902) má pro hmotu země a měsíce dohromady hodnotu $1 : 328129$ (Backlund), ze kteréž pro hmotu země opět dle Hansenovy hodnoty pro hmotu měsíce plyne $1 : 332360$. Zvláště tato hodnota shoduje se s onou, jež dle konstant gravitačních byla počítána, velmi dobře.

V logarithmu konstanty $2C$ působí tato dosti různá čísla změny jen malé; neboť jest na př., vezmeme-li hodnoty nejvíce differující,

$$log \sqrt{1 + \frac{1}{354710}} = 0{\cdot}00000067,$$

$$log \sqrt{1 + \frac{1}{324439}} = 0{\cdot}00000061,$$

tak že rozdíl sahá až do osmého místa decimalního. Dlužno ještě poznamenati, že rovnice hořejší pro s, která obsahuje jednotnou formulaci všech zákonů Keplerových, a která zde byla odvozena pro pohyb elliptický, platí pro pohyb parabolický i hyperbolický, tudíž pro pohyb v kuželosečkách vůbec.

XVI.

Energie pohybu rotačního.

§ 243. Analogie translace a rotace.

Při úvahách dosavadních pokládali jsme pohyb rotační hmoty nějaké kol jisté osy za daný. Majíce přihlédnouti též ke vzniku pohybu takového, k silám, jež pohyb způsobují, ku práci, kterouž vykonávají a kteráž jako energie pohybu ve hmotě rotující jest obsažena, přenášíme všechny pojmy, jež jsme při pohybu postupném hmoty zavedli, na pohyb rotační. Při tom vede nás povaha pohybu rotačního přirozeně k tomu, zavésti veličiny *úhlové* na místě *linearních*, tedy otočení úhlové φ, rychlost úhlovou ω a urychlení úhlové α na místě linearního pošinutí s, linearní rychlosti v a linearního urychlení a. Je-li r vzdálenost hmoty m v bod soustředěné od osy rotační, pak platí vztahy:

$$s = r\varphi, \qquad v = r\omega, \qquad a = r\alpha.$$

Vystupuje zde tedy faktor úměrnosti r, kterýž ovšem pro každou hmotnou částečku m rotujícího tělesa jest jiný. Právě proto vzniknou zavedením oněch úhlových veličin do výrazů, z pohybu postupného známých, výrazy nové, analogické, význačné pro pohyb rotační zvlášť.

Majíce vyjádřiti *práci*, kterouž vykonává stálá síla f působíc stálým směrem na hmotu m v bodě soustředěnou podél dráhy s, a udělujíc hmotě urychlení a, píšeme rovnici

$$fs = mas.$$

Je-li dána celá soustava hmotných bodů m tvořících pevné těleso, s celou soustavou stejnosměrných sil f na jednotlivé body působících, provádíme summaci, píšíce

$$\Sigma fs = \Sigma mas.$$

Poněvadž se pak těleso pohybuje jako celek, jest dráha s všem hmotným bodům společnou a rovněž tak urychlení a. Proto obdržíme

$$s \,.\, \Sigma f = as \,.\, \Sigma m.$$

Zde značí Σf výslednici F sil daných, Σm úhrnnou hmotu M tělesa. Máme tedy

$$Fs = Mas$$

a odtud

$$a = \frac{F}{M},$$

což znamená, že za daných podmínek vypočítáme urychlení a celé oné *soustavy* hmotných bodů tak, jako při hmotném bodu *jediném*, kde jest dle definice $a = \frac{f}{m}$.

Proveďme podobnou úvahu pro pohyb rotační kolem určité osy.

Na hmotu m v bodě soustředěnou ve vzdálenosti r od osy působí stálá síla f směrem, který také za stálý předpokládejme, ale za stálý relativně, vzhledem k poloměru rotačnímu r, s nímž síla uzavírá stále týž úhel, na př. pravý. Pak máme, jako nahoře,

$$f \,.\, r\varphi = mr^2 \,.\, \alpha \,.\, \varphi,$$

a pro celou soustavu hmot m tvořících těleso kolem dané osy rotující

$$\Sigma f \,.\, r\varphi = \Sigma mr^2 \,.\, \alpha \,.\, \varphi.$$

Při této summaci, kde těleso pevné rotuje jako celek, jest pro všechny hmotné body konstantním jak úhlové otočení φ tak úhlové urychlení α. Proto obdržíme, provádějíce summaci,

$$\varphi \,\Sigma f\, r = \alpha\varphi \,.\, \Sigma mr^2.$$

Zde značí výraz fr moment síly f, $\Sigma fr = D$ součet momentů, úhrnný moment, který dle vět známých jest roven momentu výslednice sil f. Novou veličinou jest však Σmr^2. Poněvadž odlehlost r od jedné hmotné částice m ke druhé se mění, značí součin mr^2 výraz závislý na hmotě m a na její odlehlosti od osy rotační. Proto i summarní výraz $\Sigma mr^2 = K$ dává veličinu, jež jest závislá nikoli jenom na úhrnné hmotě tělesa rotujícího, nýbrž také na jejím rozložení kolem osy rotační. Zoveme výraz ten *momentem setrvačnosti* hmoty rotující. Dle toho jest pak pro pohyb rotační

$$\alpha = \frac{D}{K}.$$

Srovnávajíce výraz tento s výrazem pro urychlení a nahoře uvedeným, nalézáme tyto analogie. Co jest pro pohyb translační výsledná síla F, to jest pro pohyb rotační moment D jakožto

výsledný ze všech jednotlivých. Co jest pak dále pro pohyb translační úhrnnou hmotou M, to jest pro pohyb rotační moment setrvačnosti K.

Význam nové této veličiny vysvitne dále, když provedeme analogicky pro pohyb rotační substituce, jež jsme zvyklí činiti pro pohyb translační. Ve výrazu

$$F \,.\, s = Mas$$

pišme

$$s = \tfrac{1}{2}at^2, \qquad v = at.$$

Pak vyjde

$$F \,.\, s = \tfrac{1}{2}Mv^2.$$

Úhrnná práce $F \,.\, s$ jest rovná živé síle, energii pohybu $\frac{1}{2}Mv^2$ hmoty M s rychlostí v postupující. Analogicky ve výrazu

$$D \,.\, \varphi = K\alpha\varphi$$

pišme

$$\varphi = \tfrac{1}{2}\alpha t^2, \qquad \omega = \alpha t.$$

Pak vyjde

$$D \,.\, \varphi = \tfrac{1}{2}K\omega^2.$$

Výraz $D\varphi$ na levo dává opět úhrnnou práci sil rotaci způsobujících; tu pak vidíme, že z práce té vzniklá živá síla, energie pohybu hmoty rotující, jest vyjádřena formalně zcela tak, jako při hmotě v translaci, součinem $\frac{1}{2}K\omega^2$ podobně tvořeným jako tam $\frac{1}{2}Mv^2$, jenom že na místě linearní rychlosti v nastupuje úhlová ω, a na místě hmoty M nastupuje moment setrvačnosti K. Odtud název moment „setrvačnosti"; při jisté úhlové rychlosti ω tělesa rotujícího jest totiž jeho *moment setrvačnosti* K *měrou energie pohybu*, právě tak, jako jest při jisté linearní rychlosti v tělesa postupujícího *měrou energie pohybu jeho hmota* M. Poněvadž pak hmota právě touto svou energií v pohybu setrvává, jsou také ony veličiny M a K měrou této *setrvačnosti*.

Při výkladech těchto předpokládali jsme síly konstantní. Tím však se neomezuje všeobecnost; neboť, nejsou-li síly konstantními, lze je přece za konstantní pokládati a to po dobu nesmírně malou, aneb pro pošinutí neb pro otočení nesmírně malé; rychlosti a urychlení platí pak ovšem pro ten jistý okamžik časový, od něhož se — nechávajíce uplynouti jen dobu nesmírně malou — téměř ani nevzdálíme; ale do výrazu K doba nevchází, proto jest jeho význam nezávislým na povaze působících sil, tak jako i význam úhrnné hmoty M.

§ 244. **Moment setrvačnosti.**

Dle výkladu předešlého jest moment setrvačnosti stanoven vzorcem

$$K = \Sigma\, mr^2.$$

Summace výrazů mr^2 má jednoduchý význam, jde-li o hmotné částečky m, jež jsou v počtu konečném dány jednotlivě. U těles fysikalních má se věc tak, že hmotné částečky m nesmírně malé jsou dány v počtu nekonečně velikém spojitě. Summace v tomto případě nabývá jiné tvářnosti a provádění její jest možné jen počtem vyšším, integralním.

V duchu tohoto počtu jeví se jednotlivá nekonečně malá částečka hmotná jako differencial dm, a moment setrvačnosti K jako integral

$$K = \int r^2\, dm.$$

Značí-li S hmotu specifickou tělesa na tom místě, kde jest částečka hmotná dm, a zavedeme-li differencial dv objemu v, jest

$$dm = S\,.\,dv.$$

Differencial objemu vyjádří se pak souřadnicemi onoho hmotného bodu dm a výraz jeví se různě dle toho, jaké souřadnice volíme, zda-li polarní či pravoúhlé.

Všeobecně jest též S proměnlivé od místa k místu; musí pak býti stanoveno, jakou funkcí polohy bodu hmotného dm lze tuto proměnlivost vystihnouti. Je-li však S konstantní, t. j. těleso homogenní, zjednoduší se úkol, poněvadž S reprodukuje se před znamení integrační.

Vypočítávání momentu K v určitých případech jednotlivých, kdy dáno jest těleso geometricky určitě ohraničené, a kdy osa rotační má polohu určitou v tělese samém, jest úkolem ryze mathematickým.

§ 245. **Poloměr setrvačnosti.**

Význam momentu setrvačnosti K stane se názornějším, když zavedeme jistou linearní veličinu k, tak zvaný *poloměr setrvačnosti* (gyrační*). Tento jest určen rovnicí

$$K = M\,.\,k^2.$$

Značí tedy odlehlost, do jaké by se úhrnná hmota M rotujícího tělesa jako by v bodě soustředěná musila od osy rotační položiti, aby pak její moment setrvačnosti se rovnal momentu tělesa daného. Místo v jediný bod mohla by se hmota M mysliti rozloženou kolem osy rotační v kroužek anebo i ve válec nesmírně tenký poloměru k.

---

*) Poloměr gyrační od řeckého γῦρος, ὁ kruh.

Se zavedením poloměru setrvačnosti souvisí též rozměr momentu setrvačnosti, který jest

$$L^2M \quad \text{všeobecně}, \qquad cm^2\,.\,g \quad \text{zvlášť}.$$

Jest tedy moment setrvačnosti *momentem hmotným druhého stupně.* Proto jest nezávislým na váze tělesa, na tíži, právě tak jako těžiště, které se stanoví momenty hmotnými stupně prvého.

§ 246. **Moment setrvačnosti pro osu položenou středem hmotným.**

Vzhledem k tomu, že moment setrvačnosti souvisí s rozlohou hmoty kolem osy rotační a že pro tuto rozlohu poloha těžiště jakožto středu hmotného jest význačnou, lze očekávati, že moment setrvačnosti pro osu těžištěm procházející bude rovněž zvláště význačným.

V skutku shledáme, srovnávajíce momenty setrvačnosti pro *osy rovnoběžné*, že jest moment setrvačnosti pro osu těžištěm procházející *minimalním*.

Důkaz plyne z rovnic, jimiž jest poloha středu hmotného vyznačena. Jsou-li x, y, z souřadnice hmotných částic m jednotlivých, x_0, y_0, z_0 souřadnice jich středu hmotného, $\Sigma m = M$ hmota úhrnná celé soustavy hmotné, platí vztahy

$$x_0 = \frac{\Sigma\, mx}{\Sigma\, m}, \qquad y_0 = \frac{\Sigma\, my}{\Sigma\, m}, \qquad z_0 = \frac{\Sigma\, mz}{\Sigma\, m}.$$

Buďtež tedy dány dvě osy rotační, rovnoběžné, a o délku e od sebe odlehlé. Jednu z nich volme za osu OZ souřadnic soustavy XYZ; druhá protíná souřadnicovou rovinu XY v bodě O', tak že jest $OO' = e$ (obr. 175.). Buďiž m hmotná částečka v rovině XY, r, r' poloměry rotační této částečky vzhledem k jedné a druhé ose. Pak platí vztah

$$r'^2 = r^2 + e^2 - 2er\, cos\,(e, r).$$

Jest však, jsou-li x, y souřadnice oné hmotné částečky v rovině XY,

$$r\, cos\,(e, r) = x\, cos\, \alpha + y\, sin\, \alpha,$$

kdež jest α úhel, o který se směr OO' odchyluje od osy OX. Tudíž máme relaci:

$$r'^2 = r^2 + e^2 - 2e\,(x\, cos\, \alpha + y\, sin\, \alpha).$$

Jest patrno, že relace tato platí pro každou rovinu, jež jest k osám daným kolmá, čili s rovinou souřadnicovou XY rovnoběžná, v níž tedy částečky hmotné rotují. Proto násobíce hmotou m a provedouce summaci vzhledem k celé soustavě hmotných částic m obdržíme:

$$\Sigma\, mr'^2 = \Sigma\, mr^2 + e^2\, \Sigma\, m - 2e\,(cos\, \alpha\, \Sigma\, mx + sin\, \alpha\, \Sigma\, my)$$

čili

$$K' = K + Me^2 - 2e\,(cos\, \alpha\, \Sigma\, mx + sin\, \alpha\, \Sigma\, my).$$

Až dotud platí rovnice tato pro dvě osy rotační rovnoběžné jakékoliv. Je-li však osa OZ položena těžištěm S, kteréž se kdekoli na ose této nalézá, pak jsou nullovými jeho souřadnice

$$x_0 = 0 \qquad y_0 = 0,$$

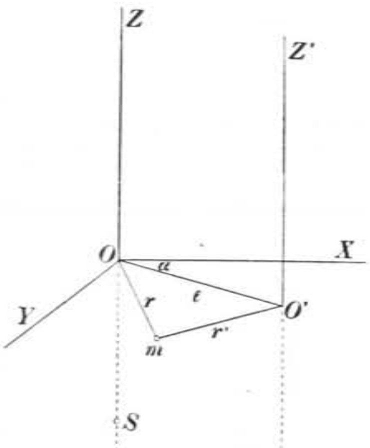
tudíž také

$$\Sigma mx = 0 \qquad \Sigma my = 0.$$

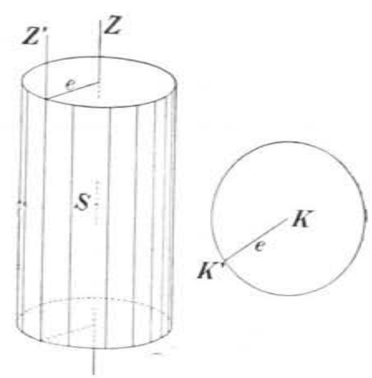
Tím se zjednoduší vztah hořejší a vyjde

$$K' = K + Me^2.$$

Pro osy jdoucí mimo těžiště jest tedy vždy $K' > K$ a sice o moment setrvačnosti Me^2 hmoty M v těžišti soustředěné; proto jest K pro osu těžištěm jdoucí *minimalním.*



Obr. 175.



Obr. 176.

Z toho plyne dále: Pro osy rotační, rozložené na kruhovém válci, jehož osa geometrická prochází těžištěm tělesa, jsou momenty setrvačnosti vesměs stejny (obr. 176.).

Vzhledem k těmto výsledkům jest vždy pravidlem, počítati — neb pokusy stanoviti — moment setrvačnosti tělesa *jen pro osy těžištěm procházející,* poněvadž z tohoto lze pro každou jinou osu, mimo těžiště jdoucí, ihned — dle hořejší rovnice — moment setrvačnosti vypočísti.

§ 247. **Momenty setrvačnosti pro osy libovolné.**

Budiž dána libovolná osa rotační. Počátek souřadnic O volme na této ose OU, jejíž poloha vzhledem k osám souřadnicovým OX, OY, OZ budiž stanovena směrnými úhly α, β, γ. Hmotný bod m budiž jedním z celé jich soustavy, l jeho odlehlost od počátku souřadnic, x, y, z jeho

souřadnice, r jeho poloměr rotační vzhledem k dané ose OU a konečně ϑ úhel, který s touto osou svírá průvodič l (obr. 177.).

Pak jest

$$K = \Sigma mr^2.$$

Na místě poloměru r zaveďme souřadnice x, y, z dle rovnic následujících:

$$r = l \sin \vartheta,$$
$$l \cos \vartheta = x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma,$$
$$l^2 \sin^2 \vartheta = l^2 - (x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma)^2.$$

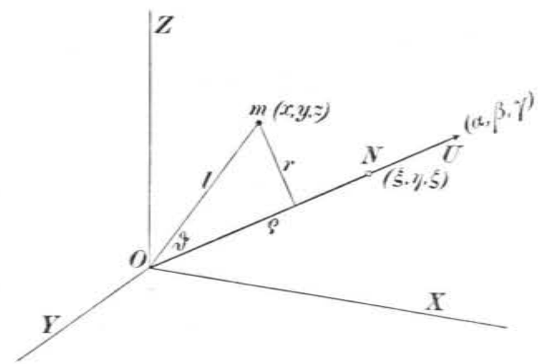
Použijíce vztahů

$$l^2 = x^2 + y^2 + z^2,$$
$$1 = \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma,$$

a provedouce zdvojmocnění a srovnajíce dle konstant $\cos \alpha$, $\cos \beta$, $\cos \gamma$, obdržíme:

$$r^2 = (y^2 + z^2) \cos^2 \alpha + (z^2 + x^2) \cos^2 \beta + (x^2 + y^2) \cos^2 \gamma$$
$$- 2yz \cos\beta \cos\gamma \quad - 2zx \cos\gamma \cos\alpha \quad - 2xy \cos\alpha \cos\beta.$$

Násobíme-li hmotou m a provedeme-li summaci vzhledem k celé sou-



Obr. 177.

stavě hmotné, pamatujíce, že veličiny směrné $\cos \alpha$, $\cos \beta$, $\cos \gamma$ jsou konstanty, obdržíme:

$$K = A \cos^2 \alpha + B \cos^2 \beta + C \cos^2 \gamma$$
$$- 2P \cos \beta \cos \gamma - 2Q \cos \gamma \cos \alpha - 2R \cos \alpha \cos \beta.$$

Tímto výrazem jest tedy moment setrvačnosti K stanoven pro osu jakoukoli, počátkem souřadnic položenou, jejíž poloha jest úhly α, β, γ určena. Při tom mají veličiny A, B, C, P, Q, R význam následující:

$$A = \Sigma m (y^2 + z^2) \qquad P = \Sigma myz,$$
$$B = \Sigma m (z^2 + x^2) \qquad Q = \Sigma mzx,$$
$$C = \Sigma m (x^2 + y^2) \qquad R = \Sigma mxy.$$

Formalně lze výsledek jinak upraviti, když nahradíme $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ poměry. Volíme-li na ose rotační jakýkoli bod N, jehož souřadnice jsou ξ, η, ζ, a jehož odlehlost od počátku O jest ϱ, pak lze psáti

$$\cos\alpha = \frac{\xi}{\varrho}, \qquad \cos\beta = \frac{\eta}{\varrho}, \qquad \cos\gamma = \frac{\zeta}{\varrho}.$$

Dosazením vyjde:

$$\varrho^2 K = A\xi^2 + B\eta^2 + C\zeta^2 - 2P\eta\zeta - 2Q\zeta\xi - 2R\xi\eta.$$

Píšeme-li pro okamžik výraz na pravé straně rovnice symbolicky $f(\xi, \eta, \zeta)$, obdržíme relaci

$$\varrho^2 K = f(\xi, \eta, \zeta),$$

v níž vidíme, že moment K jest úměrným veličině $\frac{1}{\varrho^2}$, a že faktorem úměrnosti jest $f(\xi, \eta, \zeta)$.

§ 248. Ellipsoid setrvačnosti.

Chceme-li v odstavci předešlém na místě úměrnosti zavésti rovnost a tím polohu bodu N učiniti určitou, stanovme

$$\varrho^2 K = 1,$$

čili

$$A\xi^2 + B\eta^2 + C\zeta^2 - 2P\eta\zeta - 2Q\zeta\xi - 2R\xi\eta = 1.$$

Pak jest moment setrvačnosti K přímo dán čtvercem $\left(\frac{1}{\varrho}\right)^2$ reciproké hodnoty průvodiče ϱ. Poloha bodu N jest tím přesně určena, a pro všechny možné směry os rotačních, od téhož počátku O vedených, jest též geometrické místo příslušných bodů N určitým. Rovnicí tohoto místa jest

$$f(\xi, \eta, \zeta) = 1.$$

Uvážíme-li, že hmotné částice rotující soustavy, tedy prakticky rotujícího tělesa, jsou rozloženy vždy *kolem* osy rotační, nikoli snad v ose rotační samé, nechť jest poloha této osy jakákoliv, seznáme, že moment K nikdy nemůže se státi nullovým a tudíž průvodič ϱ nikdy nekonečně velikým. Ono geometrické místo bodu N, jež jest plochou stupně druhého, může tedy býti jenom ellipsoid. Nazývá se všeobecně *ellipsoidem setrvačnosti* (Poinsot). Vhodnou volbou soustavy souřadnicové lze jeho rovnici zjednodušiti tak, že přejde v následující:

$$A\xi^2 + B\eta^2 + C\zeta^2 = 1,$$

kdež jsou

$$A = \Sigma m(y^2 + z^2), \quad B = \Sigma m(z^2 + x^2), \quad C = \Sigma m(x^2 + y^2).$$

Osy souřadnic stávají se tak osami ellipsoidu a zovou se hlavními osami setrvačnosti. Konstanty A, B, C značí patrně momenty setrvačnosti rotujícího systemu vzhledem k těmto osám. Zavedeme-li pak poloosy ellipsoidu a, b, c, můžeme rovnici jeho psáti ve formě obvyklé

$$\left(\frac{\xi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\eta}{b}\right)^2 + \left(\frac{\zeta}{c}\right)^2 = 1,$$

kdež můžeme předpokládati

$$a > b > c.$$

Tím se pak stává

moment A minimalním,
" B středním,
" C maximalním.

§ 249. Ellipsoid centralní.

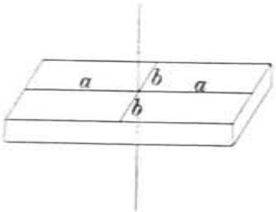
O středu ellipsoidu setrvačnosti nebylo nic bližšího stanoveno; může jím býti bod jakýkoli dané soustavy hmotné. Je-li však střed tento zároveň *středem hmotným*, těžištěm soustavy hmotné, pak nabývá ellipsoid setrvačnosti významu praegnantního a zove se *ellipsoidem centralním*. Vzhledem k tomu, že stačí úplně studovati momenty setrvačnosti jen pro osy od těžiště na všechny strany vedené, můžeme vždy přestati na ellipsoidu centralním. Jeho zavedením otázka o momentech setrvačnosti, pro rotující hmotnou soustavu, nabývá veliké názornosti; můžeme si tuto soustavu jako by odmysliti a na její místo položiti ellipsoid centralní; pro určitý směr osy rotační jest určen z něho průvodič ϱ; čtvercem pak $\left(\frac{1}{\varrho}\right)^2$ jeho reciproké hodnoty stanoví se moment K. Úkoly o momentech setrvačnosti jsou tak převedeny na pole geometrické; veškeré věty o ellipsoidech známé dají se interpretovati fysikalně vzhledem k momentům setrvačnosti. U těles stejnorodých a geometricky pravidelných udají se směry os z tohoto ellipsoidu rovinami symmetrie; tak u pravoúhlého rovnoběžnostěnu, válce, ellipsoidu atd. Vypočítáme-li pak hlavní momenty setrvačnosti, jsou jimi určeny i poloosy ellipsoidu a tím ellipsoid sám. Moment setrvačnosti vzhledem k ose libovolné vypočítá se dle rovnic dříve uvedených z oněch hlavních momentů velmi jednoduše.

§ 250. Příklady o momentech setrvačnosti.

Jak již bylo řečeno, předpokládá úloha, kterak v jednotlivých daných případech moment setrvačnosti počtem stanoviti, znalost počtu integralního. Je-li dané těleso stejnorodé, homogenní, a případ tento budeme v následujícím vždy předpokládati, závisí jeho moment K setrvačnosti pro danou osu rotační jen na hmotě úhrnné M *a na jeho tvaru*. Hmota úhrnná M vystupuje pak jako faktor jeden; druhým jest k^2, t. j. čtverec poloměru setrvačnosti; tento souvisí pak *jenom* s geometrickým tvarem tělesa. Vzorce stávají se přehlednějšími, když stanovíme jimi jen k^2, místo čehož píšeme $\frac{K}{M}$ anebo kdy hlavní momenty setrvačnosti chceme zvláště vytknouti, $\frac{A}{M}$, $\frac{B}{M}$, $\frac{C}{M}$. Předpokládáme vždy osy rotační středem hmotným položené. V následujícím uvádíme příklady, jakéž při experimentalním zkoumání v skutku přicházívají (na př. u magnetů kývajících) a u kterýchž také ony dřívější všeobecné věty se dobře objasňují.

1. *Pravoúhlý rovnoběžnostěn.*

Délkové rozměry buďtež $2a$, $2b$, $2c$.



Pak jest:

$$\frac{A}{M} = \frac{b^2 + c^2}{3},$$

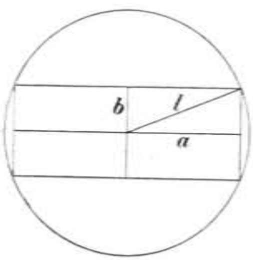
$$\frac{B}{M} = \frac{c^2 + a^2}{3},$$

$$\frac{C}{M} = \frac{a^2 + b^2}{3}.$$

Všeobecná forma těchto hlavních momentů setrvačnosti jest tudíž

$$\frac{K}{M} = \frac{l^2}{3},$$

kdež znamená l poloměr kruhu opsaného kolem pravoúhelníka, který vzniká řezem k ose rotační kolmým (obr. 178.).



Obr. 178.

2. *Válec.*

Průměr kruhového válce buďiž $2r$, výška $2l$. Je-li osa válce též osou rotační (obr. 179.), jest

$$\frac{A}{M} = \frac{r^2}{2}.$$

Je-li osa rotační kolmá k ose válce (obr. 180.), vychází

$$\frac{B}{M} = \frac{C}{M} = \frac{r^2}{4} + \frac{l^2}{3}.$$

3. *Hmotná přímka.*

Uvažujme moment setrvačnosti přímky k ose rotační kolmé. Za hmotnou přímku ve smyslu fysikalním můžeme pokládati buď rovnoběžnostěn, u něhož jen jeden rozměr vyniká, kdežto ostatní dva jsou nekonečně malé, anebo válec, jehož průměr jest nekonečně malý. V skutku dávají oba dosud uvedené vzorce pro tuto abstrakci týž výsledek.

Při rovnoběžnostěnu zůstává vzorec

$$\frac{K}{M} = \frac{l^2}{3}$$

přímo v platnosti; poloměr l onoho opsaného kruhu stává se polodélkou přímky k ose rotační kolmé.

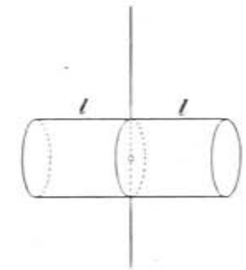
Při válci nutno bráti vzorec

$$\frac{K}{M} = \frac{r^2}{4} + \frac{l^2}{3}$$

a položiti $r = 0$; opět značí pak l polodélku přímky k ose rotační

kolmé. Tímto výkladem nabývá též vzorec pro válec větší názornosti; člen $\frac{l^2}{3}$ odpovídá ose válce jakožto rozměru k ose rotační kolmému, a člen $\frac{r^2}{4}$ ukazuje, jak moment vzrůstá, když kolem osy válce se začíná hmota jako by hromaditi a ve tvar válcovitý vzrůstati. Velmi často člen $\frac{r^2}{4}$ proti členu hlavnímu $\frac{l^2}{3}$ mizí, jako u tenkých drátů, tyčí atd. Naopak u tenkých desk, když osa rotační jest průměrem desky, mizí zase člen $\frac{l^2}{3}$ proti $\frac{r^2}{4}$, kterýž se pak stává hlavním.

Obr. 179.



Obr. 180.

4. *Ellipsoid.*

Jsou-li $2a$, $2b$, $2c$ osy ellipsoidu, vychází:

$$\frac{A}{M} = \frac{b^2 + c^2}{5},$$

$$\frac{B}{M} = \frac{c^2 + a^2}{5},$$

$$\frac{C}{M} = \frac{a^2 + b^2}{5}.$$

Pozoruhodnou jest formalní analogie s pravoúhlým rovnoběžnostěnem. Tam byl dělitel 3, zde 5.

5. *Koule.*

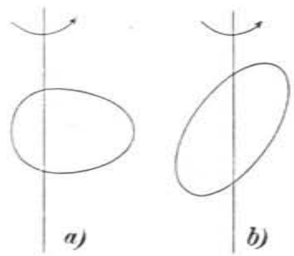
Hlavní momenty rotační jsou zde stejné a mají hodnotu

$$\frac{K}{M} = \frac{2}{5} r^2.$$

Výsledek tento souhlasí s výsledky pro ellipsoid, když v těchto položíme $a = b = c$, identicky s poloměrem r koule.

§ 251. Osa volná.

Otáčí-li se pevné těleso kolem jisté osy, působí každá jeho hmotná částice silou centrifugalní, reagujíc tak proti stálému měnění směru své rychlosti. Úhrnný účinek sil těchto pro každou polohu tělesa v rotaci jest buď výsledná síla nebo výsledná dvojice. V prvém případě (na př. obr. 181. *a*) se osa jednostranně tlačí, v druhém (na př. obr. 181. *b*) stáčí. V obou případech, jde-li o osu fysickou, tlačí čepy osy na lůžka ve směrech s rotací stále se měnících.



Obr. 181.

Význačným a důležitým jest však případ, kdy následkem jisté rozlohy hmoty kolem rotační osy síly centrifugalní ve svém úhrnném účinku na osu se ruší.

Je-li rotující těleso homogenní, nastává případ ten, když pro každý meridianový (osou vedený) řez jest osa rotační zároveň osou souměrnosti, čili, když pro každý příčný (k ose kolmý) řez jest průsečík s osou rotační geometrickým středem řezu. Při takové souměrnosti odpovídá každému hmotnému bodu m jiný stejný m' na opačné straně osy souměrně položený, tak že se centrifugalní síly obou pevností tělesa ruší na vzájem.

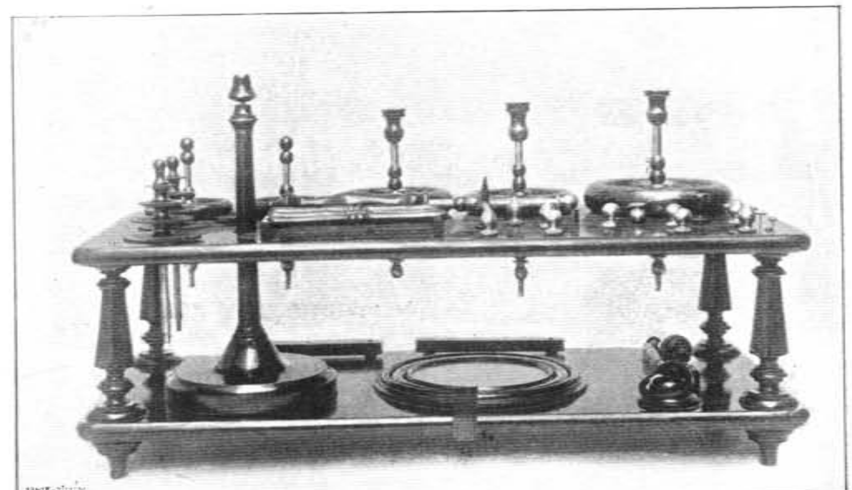
Osa taková zove se *osou volnou*. Jest vždy osou hlavního momentu setrvačnosti.

Mohou však zde nastati případy hlavní dva. Je-li tento moment setrvačnosti *maximalním*, jeví osa volná při rotaci *stabilnost*; pak-li je *minimalním*, postrádá této stabilnosti, mění při větší úhlové rychlosti rotace polohu, ukazuje tudíž *labilnost*.

Jest totiž tendence síly centrifugalní jakožto síly reakční, oddáliti hmotné částečky m od osy rotační do odlehlosti r co možno velikých. Je-li tudíž dané těleso pevným, tak že změna tvaru nastati nemůže, jeví se ona tendence ve změně osy rotační samé, jež tíhne k maximu výrazu Σmr^2.

Úkaz tento lze velmi poučně studovati na stroji centrifugalním. Rozmanité předměty, jako na př. řetězec, kroužek, deska, válec, kužel zavěsí se silnějším motouzem na háček centrifugalního stroje a pak se roztáčí, s počátku volně, pak vždy rychleji a rychleji. U řetězce jest pěkně pozorovati změnu tvaru; visí s počátku přímě, pak roztáčeje se

vypíná se v tvar hruškovitý, konečně lehá si a zůstává v stabilním tvaru kruhovitém rozložený vodorovně v poloze, ve které jednotlivé jeho částice patrně od osy rotační co nejdále jsou vzdáleny. Podobně kroužek otáčí se s počátku kolem svého průměru, pak konečně přechází v polohu vodorovnou a otáčí se kolem osy kolmé k jeho rovině; maximum momentu setrvačnosti vystupuje v obou případech velmi zřetelně. Deska a válec, útvary v podstatě geometricky stejné, staví se vzhledem k svému momentu setrvačnosti různě, deska do polohy, kdy osa geometrická jest osou rotační, válec pak, kdy osa geometrická jest k rotační kolmo. Také kužel staví se definitivně při značné úhlové rychlosti otáčení osou svou vodorovně, tedy kolmo k ose rotační.



Obr. 182.

Z těchto pokusů odvodíme všeobecné pravidlo, jak lze u jakéhokoli tělesa nalézti osu volnou maximalního momentu setrvačnosti. Zavěsíme těleso, roztáčíme a pozorujeme, jak se při úhlové rychlosti stále stoupající definitivně staví.

Pokusy v této úpravě jsou právě tím poučné, že změna osy rotační děje se proti tíži, že těleso, jinak se stavíc, se zvedá. Kdyby se pokusy zařídily tak, aby tíže byla eliminována, t. j. aby osy, kolem nichž by se těleso otáčeti mohlo, již z předu byly těžištěm položeny, byly by změny osy rotační sice citlivější, ale pokusy samé dojista méně poučné a přesvědčivé.

§ 252. Setrvačníky Schmidtovy.

Ke studiu úkazů, jež při rotaci těles kolem osy maximalního momentu lze pozorovati, sestrojil mechanik *Schmidt* zvláštní setrvačníky, jak je v různé velikosti s příslušenstvím znázorňuje obr. 182. (Dr. Houdek a Hervert). Jsou to mosazné kotouče, při nichž k dosažení velkého momentu setrvačnosti jest hmota hlavně na obvodu ve způsobu massivních prstenů nakupena. Osy jsou ocelové; čípky, jež na osy lze našroubovati, jsou rovněž ocelové a končí buď hrotem nebo koulí, nebo válcovitou tyčinkou. Hořejší konec osy jest mosazný a rozšířený v důlek, tak že se dá do něho vložiti setrvačník jiný s čípkem kulovitým. K mazání používá se čistého oleje mineralního. Roztáčejí se silným motouzem, při čemž se hořejší část osy drží v rukou, dolejší pak s čípkem vloží do důlku svěráku ke stolu přišroubovaného, aby se prudkým tahem (zejména ke konci) docílilo roztočení co nejprudšího.

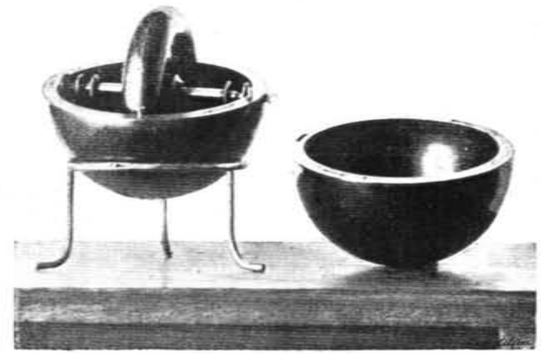
Obr. 183.

Stabilnost osy ukazuje se velmi zřetelně. Veliký setrvačník, na jehož osu jest našroubován čípek s hrotem, roztočí se prudce a postaví osou svisle na ocelovou misku, rovinnou nebo mírně konkavní. Tíže jest tím zrušena; setrvačník by byl i v klidu v rovnováze. Kdežto by však rovnováha v klidu byla labilní, jest při rotaci stabilní. Setrvačník stojí a sice, je-li dobře pracován a je-li z materialu co možná homogenního, stojí tak klidně, že není ani jeho rotace pozorovati.

Zajímavo jest studovati účinek rotace na okolní vzduch. Na skleněnou tyčinku nebo na drátek navinou se bavlněná měkká vlákna a vnoří se do alkoholu, kterým nasáknou, pak se zapálí; vysoký plamen dá se blízko k setrvačníku neb k jeho ose; dílem se plamen odhání, dílem krouží kolem osy a naznačuje tak víření celého okolního vzduchu.

Stabilita osy rotační ukáže se způsobem zvlášť patrným, tak, že se několik roztočených setrvačníků postaví na sebe. Obrazec 183., krátkou exposicí fotograficky dle skutečnosti provedený, ukazuje čtyři takové setrvačníky na sebe postavené. Aby se pokus v tomto způsobu podařil, musí býti setrvačníky homogenní a jich osy bezvadné, což se pozná z toho, že setrvačník, prudce roztočený a postavený hrotem na misku osou svou zcela klidně stojí. Pak se dolejší, největší setrvačník, rozežene co možná prudce, a když osou stojí, postaví se na něj setrvačník roztočený druhý, třetí a konečně i čtvrtý nejmenší, který však smí býti roztočen jen mírně.

Jde-li o to, ukázati, jak jest nesnadno polohu stabilní osy rotační měniti, čili jak značnou jest setrvačnost, s jakou částečky hmotné zachovávají rovinu své rotace a jak reagují proti každé změně této roviny, jest výhodno montovati velký setrvačník do duté polokoule mosazné (obr. 184.).



Obr. 184.

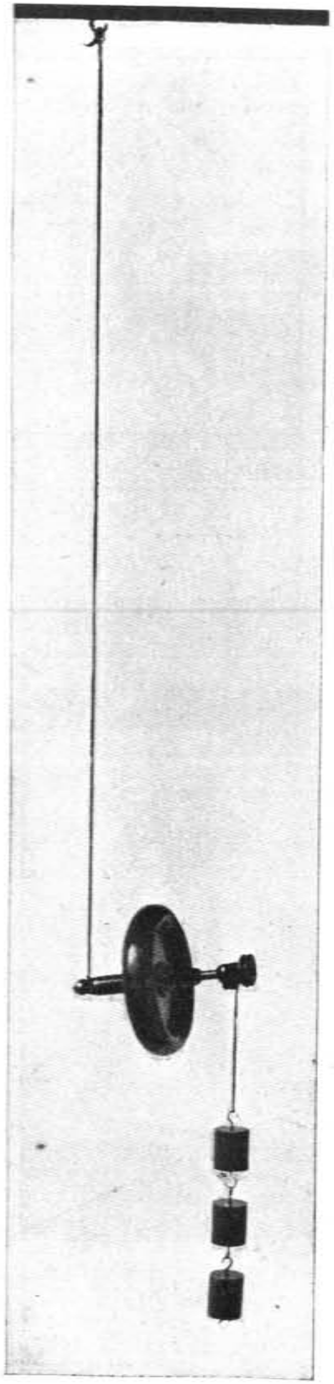
Setrvačník se prudce roztočí, přikryje druhou polokoulí a vezme do rukou. Otáčí-li pozorovatel koulí, nevěda, že uvnitř rotuje setrvačník, jest velice překvapen odporem, se kterým se při tomto otáčení setkává — ač-li náhodou neotáčí kolem osy setrvačníku samého. Jinak reaguje koule velmi značně a sice nikoli přímo proti stáčení, nýbrž vybočuje stranou, tak že pozorovatel musí míti pozor, aby se mu koule při prudším otočení z rukou nevymkla.

Pokus tento vede již k tomu, studovati, jaký účinek na rotaci mají síly rušivé, na př. tíže.

Při uspořádání pokusů v obr. 183. byla tíže eliminována. Když však roztočený setrvačník, na jehož ose jest našroubován čípek kulovitý, se tímto čípkem vloží do důlku stativu a pustí, pozoruje se, že setrvačník neklesne, jak by tomu bylo v klidu, nýbrž zůstává nakloněným, při čemž kolem důlku, kde má svou oporu, obíhá. Pokus tento znázorňuje obr. 185., jenž jest momentní fotografií dle skutečnosti proveden.

Obr. 185.

Zjev podobný pozorujeme, když se setrvačník zavěsí tak, jak obr. 186. znázorňuje; při tom lze dokonce vlastní váhu, kterou již se-



Obr. 186.

trvačník sám působí, sesíliti tím, že se na druhý konec osy zavěsí několik závaží, na př. 100grammových. Obr. 186. momentní fotografií dle skutečnosti zjednaný ukazuje případ, kdy byla zavěšena tři taková závaží; obíhání setrvačníku se tím urychlí; nicméně setrvačník aspoň pro nějakou dobu neklesá.

§ 253. Výklad.

Vysvětlení těchto úkazů, jež každého, kdo je vidí poprvé, překvapují, není snadné, má-li býti podáno v plné mathematické přesnosti*). Vysvětlení přístupnější, ač ne zcela uspokojující, podal *Poggendorff***). Také výklad, který v následujícím podáváme, jest v jádru svém týž, ač ve formě pozměněné.

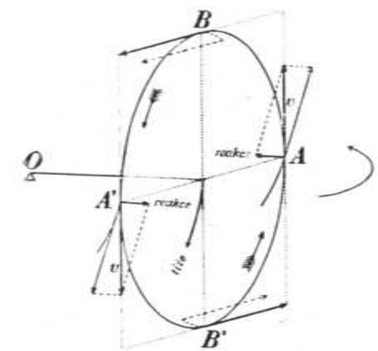
Připomeňme sobě především zásadu, dle níž jsme v § 137. označovali otáčení v jistém smyslu positivně a v opačném negativně. Dívajíce se na setrvačník pravíme, že se otáčí ve smyslu positivním, když hmotné částečky jeho se pohybují obráceně než ručičky u hodin, tedy od pravé horem k levé ruce.

Patrně musí vždy stanovisko pozorovatele býti určitě udáno; neboť jest při tomto způsobu označování rozhodujícím. Dívá-li se kdo na týž roztočený setrvačník jednou z předu, po druhé ze zadu, řekne, že se v posledním případě otáčí negativně, když v případě prvém otáčení prohlásil za positivní. Právě tak jest to se zdánlivou denní rotací slunce na obloze nebeské. Na polokouli severní vidíme, ano slunce se otáčí od levé strany k pravé, tedy negativně; avšak obyvatelé na jižní polokouli vidí naopak, ano slunce se otáčí od pravé k levé, tedy positivně. Na setrvačníku zoveme přední stranou tu, na kterou se díváme

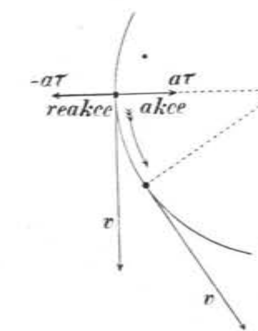
*) Hess, Mathem. Ann. 1881 a 1886.
**) Pogg. Ann. 1853, svazek 90.

shora, když setrvačník rotující je postaven na misku, jako v obr. 183. Při obyčejném způsobu navinování motouzu pravou rukou v tom smyslu, jak šroubujeme, roztáčí se setrvačník, vždy z předu pozorováno, positivně.

Mějmež tedy roztočený setrvačník a položme jej čípkem kulatým do důlku na statív. Schematicky zobrazuje ve výkresu 187. kruh $ABA'B'$ setrvačník a opeřené šipky smysl rotace, kterýž se z předu jeví positivním. Bod O jest oporou setrvačníku. Každá hmotná částečka setrvačníku má jistou tangentialní rychlost, kterou následkem setrvačnosti zachovává i co do směru i co do velikosti. Tíže však sklání osu setrvačníku kolem opory O a to ve smyslu positivním, díváme-li se na setrvačník se strany pravé.



Obr. 187.



Obr. 188.

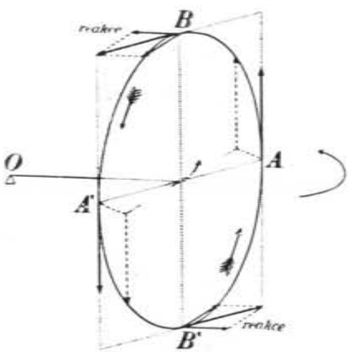
Tento účinek tíže má jiný význam pro body obvodu B a B' a sousední a jiný pro body obvodu A a A' a sousední.

Body B a B' přišly by působením tíže do poloh, v nichž směr rychlosti je týž jako v polohách původních. Naproti tomu body A a A' přišly by týmž účinkem do poloh, v nichž by směr jich rychlosti byl pozměněný. Tato změna směru vzniká tím, že k rychlosti původní přistupuje složka kolmá $a\tau$, pocházející z urychlení a po kratinkou dobu τ působící. Proti tomu reaguje setrvačná hmota stejným ale protisměrným urychlením. Toto jest analogon urychlení centrifugalního, jakožto reakčního proti urychlení centripetalnímu, kterým se také způsobuje změna směru v rychlosti pohybující se hmoty (obr. 188.). Oním reakčním urychlením jak na místech A tak i A' vzniká dvojice sil, která způsobuje *obíhání* kotouče kolem svislé, oporou O položené osy; můžeme ji tedy zváti zkrátka *dvojicí oběžnou*.

Obíhání kotouče dlužno tudíž pokládati za úkaz reakční proti rušivému působení tíže, jemuž setrvačník jako by ustupuje, právě tak, jako by na křivkách železné dráhy ustoupily jedoucímu vlaku koleje, kdyby nebyly upevněny.

S reakčním zjevem obíhání vystupuje pak současně zjev další rovněž reakční.

Obíhání setrvačníku nepřekáží rychlostem bodů A a A' a sousedních; za to však mění směr rychlostí bodů B a B'; tato změna směru nastává opět jistým urychlením a_1, kteréž působíc po dobu τ dává složku rychlosti $a_1 \tau$ kolmou k původní rychlosti v (obr. 189.). Proti tomuto urychlení a_1 vystupuje však opětně reakční urychlení stejné a protisměrné, kterým vzniká dvojice sil způsobující *zvedání* kotouče; proto ji můžeme zváti zkrátka *dvojicí zvedací*. Setrvačník obíhaje zvedá se pozvolna, tak že konec osy opisuje spiralu, stále se zúžující, až se po případě osa postaví svisle. V postavení tomto tíže rotaci setrvačníku nepřekáží. Můžeme tedy říci, že setrvačník reaguje proti rušivému působení tíže tak, aby se mu vyhnul, zaujímaje ponenáhlu novou polohu, v níž se pak pohyb jeho tíži neruší.



Obr. 189.

Výklad tento lze dotvrditi zajímavými pokusy.

Zvedání kotouče je způsobeno jeho obíháním. Když se tedy obíhání zamezí, klesá kotouč; když obíhání se popožene, zvedá se více. K demonstrování toho slouží přístroj v obr. 190. znázorněný. Setrvačník je přišroubován na pevnou tyč, na níž se v kolenu může zvedati neb skláněti. Tyč se drží v kroužku, v němž je otáčivou. Obíhání lze zastavovati neb poháněti vroubkovanou hlavicí, která se prsty rukou ovládá.

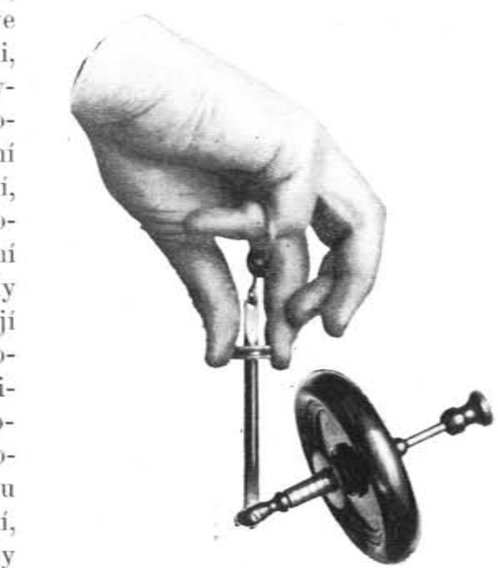
Aby se kotouč, položený kulatým čípkem do důlku stativu v obr. 185. skutečně zvedl a postavil osou svisle, jest nutno tření, které jeho oběhu brání, co možno odstraniti. K cíli tomu zašroubuje se do stativu tyčinka s hrotem, na který se nastrčí lůžko, do něhož se onen čípek kulatý klade, tak aby se z lehounka na hrotu otáčelo (obr. 191.). Postaví-li se do něho roztočený setrvačník v mírném sklonu, začne lůžko se otáčeti se setrvačníkem a poněvadž na hrotu tření je minimalní, obíhá osa setrvačníku současně se zvedajíc, až se konečně postaví svisle.

§ 254. Pravidlo ruky pravé.

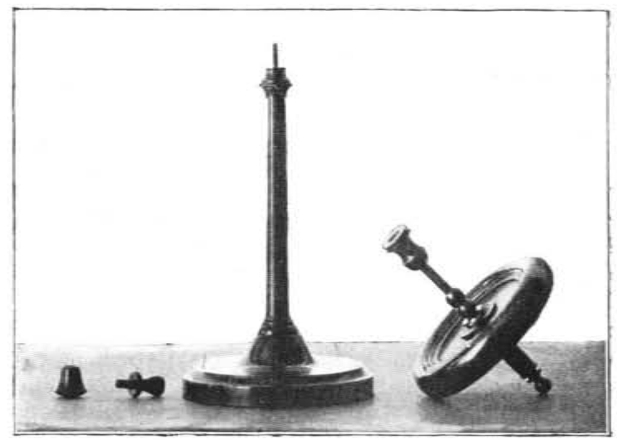
Smysl pohybů reakčních u setrvačníků lze určiti jednoduchým pravidlem, je-li známo, v jakém smyslu rotuje setrvačník a v jakém smyslu působí rušivá síla.

Volme tři na sobě kolmé směry, jak jsou dány osami souřadnic OX, OY, OZ v geometrii analytické, tak aby směřovala
osa OX vodorovně, na pravo pozorovatele,
osa OY vodorovně pozorovateli vstříc,
osa OZ svisle směrem vzhůru.

Dívejme se pak jednotlivým osám vstříc a určeme smysl, positivní neb negativní, rotace a to tak, jak dříve bylo umluveno. Vidíme-li, ana rotace se děje ve smyslu, jak v analytické geometrii v rovině vzrůstání úhlu se volí za positivní, totiž od positivní osy vodorovné na pravo, k positivní ose svislé vzhůru, tedy obráceně než se pohybují ručičky hodinové, stanovíme, že rotace jest positivní; to platí stejně o rotaci setrvačníku jako o rotaci působené silou rušivou jakož i o rotaci reakční, výsledné. Co se pak volby jednotlivých os pro jednotlivé osy tyče, jeví se býti nejpřirozenějším, vzhledem k tomu, jak se experimentuje, když



Obr. 190.



Obr. 191.

volíme osu OY za osu rotace setrvačníku,
osu OX za osu rotace síly rušivé,
osu OZ za osu rotace reakční.

Pak platí pravidlo: Jsou-li rotace kolem os *OY* a *OX souhlasné*, buď obě positivní neb obě negativní, jest rotace reakční kolem osy *OZ positivní*. Nejsou-li souhlasné, jest negativní.

Osy *OX*, *OY*, *OZ* lze zastoupiti na pravé ruce směry palce, středních prstů a ukazováčku, tak jak obr. 192. znázorňuje. Plocha dlaně jest pak jako by plochou setrvačníku, jenž rotuje kolem osy, dané směrem ostatních prstů. Síla rušivá stáčí setrvačník kolem osy dané směrem palce. Proti tomu reaguje setrvačník otáčením kolem osy dané směrem ukazováčku. Těmto směrům se díváme vstříc, určíme smysl rotací daných dle úmluvy dříve udané a pak rozhodneme o smyslu rotace reakční dle pravidla nahoře uvedeného; nazýváme toto zkrátka pravidlem ruky pravé. Jím se tedy určí smysl působení dvojice oběžné a rovněž tak smysl působení dvojice zvedací.

Obr. 192.

§ 255. **Apparat Fesselův.**

Apparat znázorněný v obr. 193. (Houdek a Hervert), kterýž sestrojil *Fessel**), slouží k tomu, aby se zjevy v předešlých odstavcích popisované daly studovati pohodlněji a všestranněji. Hlavní částí apparatu jest opět setrvačník, mosazný kotouč velkého momentu setrvačnosti; ocelová jeho osa tvoří průměr kruhového mosazného prstenu, jsouc v ložiskách otáčivou; prsten sám jest též otáčivý kolem osy k dřívější kolmé, tvořící průměr většího mosazného prstenu. Tento jest upevněn na ocelové tyči, na jejímž konci druhém jest jednak závaží pevně umístěné, vyvažující hmotu setrvačníku a prstenů, jednak přívažek pošinovatelný. Tyč jest zase otáčivou kolem osy vodorovné, ve vidlici, která jest na ocelové svislé tyči; tato tvoří druhou osu svislou, jsouc otáčivou ve stojanu celého apparatu.

Z tohoto stojanu se celý přístroj vyndává, když se má kotouč prudce roztočiti; při tom jest výhodno opříti kotouč s prsteny o pevný rámec dřevěný, do něhož zapadne, aby se silnější motouz dal pohodlně navinouti a pak silně stáhnouti, čímž se kotouč uvede v rotaci prudkou.

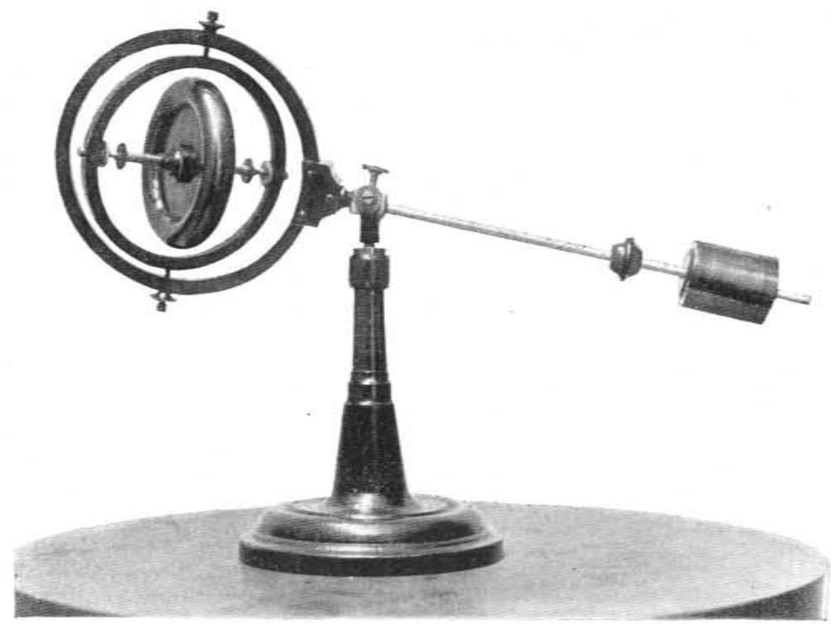
Pošinováním přívažku na tyči můžeme pokus připraviti tak, aby tyč byla buď vodorovnou, nebo skloněnou na stranu jednu, kde je setrvačník, anebo na stranu druhou, kde je hmota vyvažující. Změny tyto lze pošinováním *malého přívažku* daleko pohodlněji ovládati než

*) *Bedřich Fessel*, mechanik v Kolíně nad Rýnem, (narozen 1821), dříve učitel fysiky a chemie na tamější škole průmyslové.

snad jak obyčejně se děje, pošinováním oné *velké hmoty vyvažující*, kde malinké pošinutí způsobuje již značnou změnu v poloze rovnovážné.

Uveďme tedy onen přívažek do polohy střední, kdy není převahy na straně žádné. Kotouč jest pak jako by bez váhy.

Roztočme jej prudce a vložme do stativu tak, aby tyč příčná byla vodorovnou. Lze pak experimentovati při dvojím postavení kotouče. Buď jest jeho první prsten v rovině svislé nebo vodorovné.



Obr. 193.

Tíže není silou rušivou, je-li kotouč vyvážen. Může tedy *experimentator sám* pohyb kotouče rušiti, na př. tak, že zavěsí na příčnou tyč na její konec nit, za kterou v libovolný směr rukou zatáhne. Jest zajímavo při takových pokusech pozorovati setrvačník. Jest jako něco živoucího; reaguje na ony síly rušivé klade jim odpor, který ruka experimentatora cítí a který musí překonávati; při tom setrvačník mění svou polohu, dle pravidla ruky pravé, stáčeje se tak, aby se rušivým silám vyhnul. Jakmile do této polohy přijde, cítí ruka táhnoucí ihned uvolnění, odpor přestává, setrvačník zaujal polohu, kterou se rušivým silám jako by přizpůsobil. Táhne-li ruka ve směru opačném, následují pohyby setrvačníku zase v pořádku opačném. Táhne-li se rukou v takovém směru, že se pohybem příčné tyče, tak vznikajícím, nemění směr osy kotouče, tedy se směr tento zachovává; ruka pak necítí odporu žádného. Dle toho lze rukou na konci tyče na niti táhnoucí kotouč jako by ovládati, říditi, lze jej uváděti v otáčení stálé neb střídavé, lze jej zastavovati, poháněti atd. ve způsobech velmi rozmanitých.

Pravidelné pohyby nastávají silou stále a konstantně působící. Tou jest tíže.

Postaví se tedy roztočený kotouč prstenem svým svisle a osou do prodloužení příčné tyče. Na to se kotouč poněkud skloní, přívažek pak pošine směrem k závaží velkému, aby zde byla převaha. Když se ruka to vše upravující oddálí, pozorujeme v první chvíli, jak se setrvačník s vlastním prstenem otáčí v prstenu větším, ale jen na málo; předpokládajíc, že jest nepatrným tření v té svislé ose, která jest ve stativu celého apparatu, pak se začne celý system hmotný zvolna točiti kolem této osy. Smysl otáčení se změní, když se naopak kotouč poněkud nadzvedne a pošinutím malého závaží způsobí, aby byla převaha na straně kotouče.

Pohyby tohoto způsobu jsou to, jež se obyčejně popisují, když se o tomto apparatu jedná. Avšak pohyby onoho dřívějšího způsobu, právě ty, jež libovolně působící rušivou silou vznikají, jsou daleko poučnějšími a zajímavějšími.

§ 256. **Praecesse a nutace.**

Nejvýznamnějším potvrzením zákonů, o nichž jednáno v odstavcích předešlých, jest úkaz kosmický, který se zove *praecesse bodů aequinoctialních*, postupování bodů rovnodennosti na ekliptice.

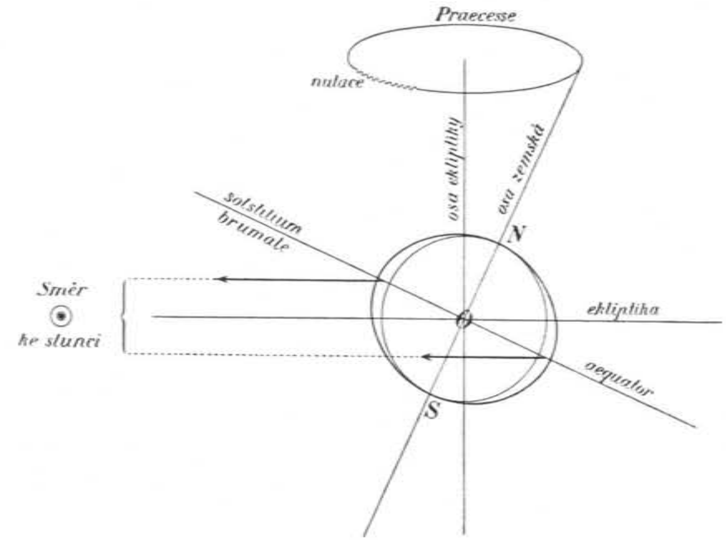
Zemi můžeme si mysliti jako kouli průměru polarního obklopenou podél rovníka hmotným prstencem. Působení slunce na onu kouli jest souměrné, majíc za následek přitahování, ale nikoli stáčení koule. Jinak jest tomu však u onoho prstence.

Představme si slunce v poloze solstitialní, tedy tak, jak je buď v zimě nebo v létě. Obr. 194. objasňuje situaci při slunovratu zimním. Pak jest patrno, že slunce přitahuje část prstence k sobě přikloněnou i část prstence od sebe odkloněnou a sice vzhledem k ohromné vzdálenosti výslednou silou, jejíž směr jest rovnoběžný s rovinou ekliptiky; tyto dvě síly jsou si velmi blízce rovny, nicméně přece přitahování té části prstence, která jest ke slunci obrácená, tedy slunci poněkud bližší, se děje silou větší než přitahování té části prstence, která jest od slunce odvrácená, jakož v obr. 194. ovšem přehnaně naznačeno. Následkem tohoto, byť i malého rozdílu stáčí se osa zemská tak, že by se postavila, kdyby země byla v klidu, k ekliptice kolmo. Avšak země se otáčí; stáčení osy zemské jest vzhledem k této rotaci vlivem rušivým jehož účinek, dle pravidla ruky pravé, se jeví nikoli ve smyslu tohoto působení, nýbrž stranou, takže osa zemská opisuje kolem osy ekliptiky kužel, podobně, jako

lze pozorovati u setrvačníků Schmidtových neb u apparatu Fesselova. Pohyb tento zove se praecessí.

Jako slunce působí však též měsíc, jenž má sice hmotu malou, jest však zemi naší velmi blízkým.

Dle toho rozeznává se praecesse *solarní* a *lunarní*, tudíž spojená *lunisolarní*.



Obr. 194.

Následkem praecesse stáčí se rovník a tudíž i průseky jeho s ekliptikou, t. j. bod jarní a podzimní, body rovnodennosti. Tyto postupují — když popisujeme úkazy, jak se nám býti zdají, — slunci vstříc, ročně asi o $50^1/_4''$; za $71^1/_2$ roku činí tedy praecesse asi 1^0, tudíž plných 360^0 asi za 26000 let. Velkolepá perioda tato zove se *rok platonický*.

Praecesse jest dle toho pohyb retrogradní, zpáteční, poněvadž se děje opačně než obíhají planety. To dlužno vytknouti proto, poněvadž slovo praecedere znamená jíti v před, zde v tom smyslu, jako jíti slunci vstříc.

Praecesse neděje se rovnoměrně. Již v obou bodech *solstitialních* není účinek slunce stejný, poněvadž solstitium zimní je blízké periheliu a letní apheliu. Hlavní však příčinou nestejnoměrnosti jest to, že v bodech *aequinoctialních* vůbec onen účinek přestává, poněvadž jest právě střed slunce v rovníku. Ovšem že také v blízkosti těchto bodů je účinek nepatrný. Jsou zde tedy periodické změny — tak zv. *nutace solarní*. Ještě jiné změny, variace, působí *měsíc* — *nutace lunarní*.

Následkem praecesse postupují oba poly, severní i jižní, na obloze nebeské kolem tak zvaného polu ekliptiky v kruhu majícím $2 \cdot 23\frac{1}{2}^0 = 47^0$ v průměru. Na polokouli severní stávají se tudíž postupem dob jiné a jiné hvězdy polarními. V dobách, kdy se stavěly pyramidy egyptské, byla polarní hvězdou α Draconis. Za dob Hipparchových, jenž první praecessi zpozoroval, srovnávaje starší posice hvězd s posicemi od něho samého nalezenými, byla naše „hvězda polarní“ (α ursae minoris) vzdálena 12^0 od polu. Za dnů našich jest ještě vzdálena $1^0 13'$, a až se bude psáti rok 2100, bude tato vzdálenost činiti jenom $28''$; odtud bude se pak opět zvětšovati; přijdou na řadu γ Cephei, α Cephei, Deneb v souhvězdí labutě a za 12000 let bude krásná hvězda Vega v souhvězdí Lyry hvězdou polarní. S tím souvisí, že pro určitý horizont, na př. Prahy, mnohé hvězdy, jež dříve z jižní oblohy byly ještě viditelnými, ponenáhlu přestávají nad obzor vystupovati — a za to jiné hvězdy budou zase viditelnými, jež nyní nikdy nevidíme. Krásné souhvězdí, Jižní kříž, bývalo před mnohými tisíci lety v Evropě viditelným; naopak nejjasnější hvězda naší oblohy, Sirius, zapadne za mnoho tisíc let pro obzor Evropy. Na změny, jež následkem praecesse vznikají na obrazu oblohy nebeské, poukazují některá místa slavných básní *).

S praecessí souvisí dále různost roku tropického a siderického. Na ekliptice jde bod jarní slunci vstříc. Proto se slunce při svém ročním zdánlivém pohybu dříve vrátí do bodu jarního, než vykonalo plných 360^0 svého pohybu. Poněvadž slunce za den postoupí v ekliptice asi o 1^0, tudíž o $1'$ za šedesátinu dne čili za 24 minuty, činí $50^1/_4{}''$ časově asi 20 minut; tolik činí tedy okrouhle rozdíl obou roků. Přesněji jest nyní

rok siderický	365^d	6^h	9^m	9^s
rok tropický	365^d	5	48	46
rozdíl			20	23.

Za 1000 let stupňuje se tedy rozdíl ten téměř na *14 dní* (20000 minut : 60 = 333 hodin : 24 = 14 dní), tedy od dob Hipparchových činí rozdíl již 28 dní, t. j. bez mála *celý měsíc*.

*) *ἄρκτον θ', ἣν καὶ ἄμαξαν ἐπίκλησιν καλέουσιν,*
ἥ τ' αὐτοῦ στρέφεται καὶ τ' Ὠρίωνα δοκεύει,
οἴη δ' ἄμμορός 'εστι λοετρῶν Ὠκεανοῖο
Iliad. XVIII. 487—489.

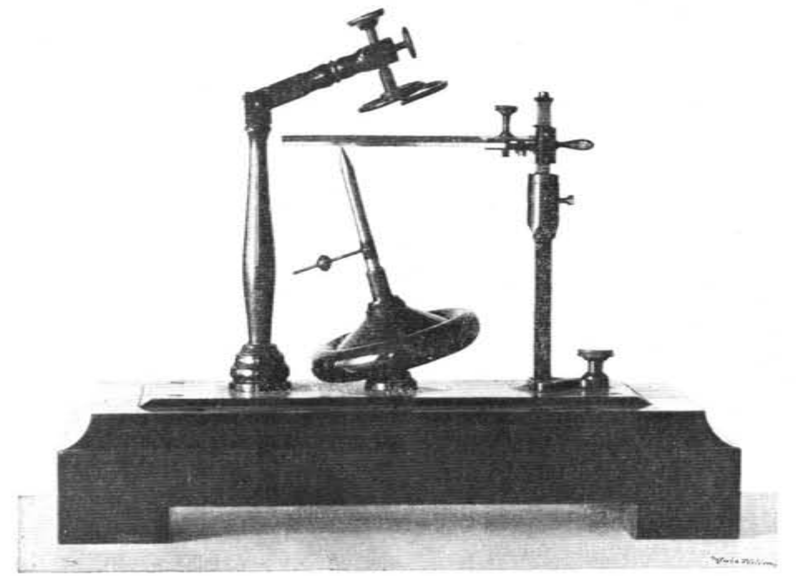
. . . a medvědici, kterou též příjmím vozem nazývají,
jež na témž místě se otáčí a Oriona pozoruje,
samojediná pak není účastnou koupelí v Oceanu.

Io mi volsi a man destra e posi mente
All' altro pole e vidi quattro stelle
Non viste mai fuorchè alla prima gente.
Dante, Divina Comedia; Purgatorio I. 18.
(„a viděl jsem čtyři hvězdy, jež nebyly
viděny nikdy vyjímajíc prvnímu pokolení.“)

Jak známo, dělí se ekliptika na 12 dílů po 30^0 — každý díl obsahuje jedno souhvězdí tak zvaného zvířetníku čili *zodiaku* *). V jednom souhvězdí pobude slunce asi měsíc. Když tedy za dob Hipparchových vstoupilo slunce 21. března do souhvězdí skopce (aries), *nevstoupí* tam toho dne v dobách našich, — nýbrž fakticky do souhvězdí *předcházejícího* — t. j. do *souhvězdí ryb*. Proto se říkává: slunce vstoupí do „*znamení*“ na př. vah, kozorožce atd. **).

§ 257. **Nutoskop Zengerův.**

Setrvačník (obr. 195.) spočívá na hrotu stabilně; toho docílí se zvonovitou podobou kotouče, kterouž se těžiště jeho sníží tak, že padne



Obr. 195.

pod opěrný hrot. Setrvačník, nejsa roztočen, staví se tudíž osou svou do polohy svislé a je-li z ní odkloněn, vrací se do polohy této přímo. Jinak však, je-li roztočen. Toto roztáčení děje se zde pohodlně tak, že se ocelová osa setrvačníku nahoře, kde hrotem končí, zachytí držadlem;

*) „Sunt aries, taurus, gemini, cancer, leo, virgo,
libraque, scorpius, arcitenens, caper, amphora, pisces.“

**) O praecessi a nutaci viz obšírněji G. Gruss, Z říše hvězd, pag. 278. Rovněž článek „O pohybu praecessním“ Dra J. Kryštůfka ve Věstníku č. prof. 1897. pag. 52.

po roztočení lze držadlo odkloniti; osa zůstává svislou. Když se přes ni položí nit a touto se osa táhne na př. k pozorovateli, jest pěkně viděti, jak nesleduje, nýbrž jak se tahu vyhýbá stranou, na př. na levo, až o jistý úhel; když se pak táhnouti ustane, pozoruje se velmi pěkně pohyb praecesse; osa, kteráž vahou kotouče jest otáčena, opisuje v onom úhlu kužel, hořejší její bodec kruh; následkem tření v opěrném hrotu ovšem přechází kruh ve spiralu, nicméně dojem zjevu praecesse jest velmi zřetelným. Přístrojem lze napodobiti též nutaci, když se na osu nastrčí kroužek s postranní hmotou, malou maticí na šroubku. Roztočí-li se setrvačník, netrvá osa, nejsouc již volnou, v klidu; její hořejší bodec opisuje malé kroužky. Když se osa odchýlí a setrvačník sám sobě přenechá, napodobuje hořejší bodec osy praecessi a nutaci současnou, vykonávaje pohyby spiralovité. Tyto lze na skle sazemi počerněném graficky registrovati a pak v projekci předvésti. Přístrojem lze ukázati pohyby osy roztočeného setrvačníku po předepsané dráze, na př. po křivkách ze silného drátu zhotovených, jež se na hořejší držadlo přišroubují a pak tak skloní, aby hořejší osa setrvačníku roztočeného se křivek dotýkala, načež po nich běží, prudčeji na místech většího zakřivení, volněji na místech menšího zakřivení, po části vnější i vnitřní*).

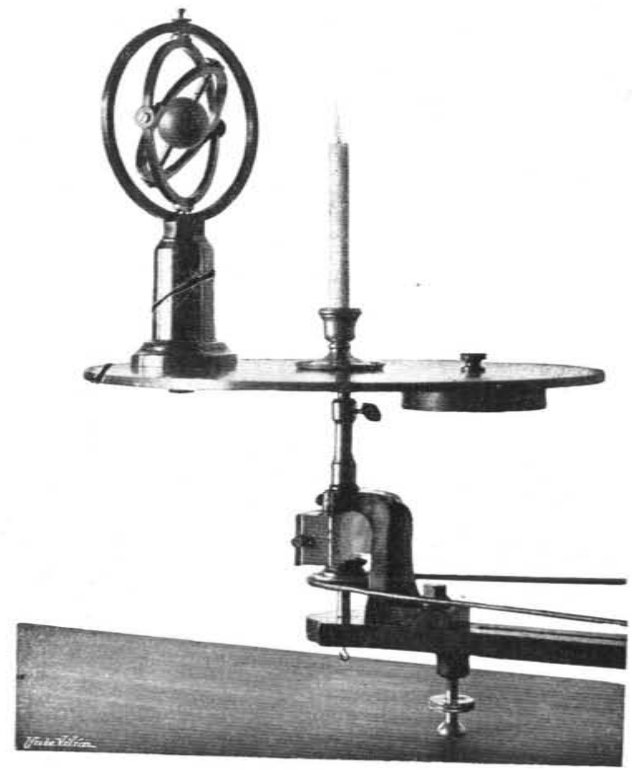
§ 258. Přístroj Bohnenbergerův.

Zachovávání osy rotační a po případě praecesse dá se též dobře objasniti přístrojem Bohnenbergerovým (obr. 196., Houdek a Hervert). Setrvačník má zde tvar massivní, olověné koule, jejíž osa jest učiněna všestranně pohyblivou ve dvou prstenech po způsobu závěsu Cardanova otáčivých, jak z obrazce ihned patrno. Koule jest tak umístěna, aby těžiště její padlo přesně do průseku os; pak jest koule i v klidu jako by vymaněna z tíže, jsouc v rovnováze neutralní. Když se koule roztočí, setrvává osa její v poloze, jež jednou jí byla dána, i při eventualních pohybech celého stroje.

Stroje dá se pěkně použiti k znázornění pohybů naší země. K cíli tomu přišroubuje se stroj blíže obvodu na pevnou vodorovnou ocelovou desku, kteráž jest otáčivou na stroji centrifugalním. Do osy této desky postaví se svíčka, znázorňující slunce. Koule na přístroji představuje pak zemi. Když se roztočí a když se osa dá do téže polohy vzhledem k rovině desky, jakou má osa země vzhledem k rovině ekliptiky, a když se pak deskou volně otáčí, ukazuje se velmi pěkně, jak osa zůstává v poloze své a jak tím se vysvětluje vznikání čtvero ročních počasí na zemi. Také současnou praecessi lze pěkně ukázati, když se na prsten, v němž osa koule spočívá, dá dole malý přívažek; jest pak viděti, jak osa mezi tím, co koule obíhá, znenáhla svůj směr mění, jako osa zemská, která míří k jiné a jiné hvězdě polarní. Třením se poněkud pravidelnost zjevu ruší. Proto musí čípky v osách všechny choditi co jen

*) Obšírněji viz Zenger-Čecháč, Mechanika, pag. 181.

možná lehounce. Tento model má tu výhodu před jinými podobnými pro sebe, že se pohyb země napodobuje nikoli umělým nějakým mechanismem, nýbrž na základě týchž zákonův v malém, kteréž platí ve velkém.



Obr. 196.

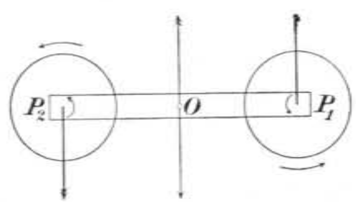
§ 259. Napodobení pohybu dvojhvězd.

Na stojan, který má válcovitý svislý čípek (obr. 191.), nastrčí se vodorovná příčka mosazná a do ní vloží se vertikalně dva setrvačníky s čípky rovněž válcovitými tak, aby těžiště setrvačníků s příčkou padlo do čípku, kolem něhož se mosazná příčka se setrvačníky dá otáčeti. Toto otáčení nastane, když se na příčku tu vloží setrvačníky roztočené. Obrazce 197. a 198. dle skutečnosti provedené znázorňují dva případy, kdy setrvačníky jsou buď stejné nebo nestejné; poslední případ jest zajímavější. V obr. 199., jenž má zjev vysvětliti, předpokládají se oba setrvačníky stejné. Obíhání setrvačníků jest způsobeno třením v čepích, kteréž vždy zůstává, byť by se uvedlo na míru nejskrovnější. Setrvačníky, otáčejíce se na př. ve smyslu positivním, stáčejí třením na

Obr. 197.

Obr. 198.

jedné i druhé straně příčku mosaznou, působíce jako dvojice sil v obrazci naznačené. Výslednou dvojicí vzniká pak obíhání setrvačníků kolem jich těžiště. Podobné obíhání kolem společného těžiště (středu hmotného) mají v přírodě dvojhvězdy. Mezi napodobením tohoto pohybu a mezi napodobením pohybu země, jak v odstavci předešlém bylo popsáno, jest ovšem veliký rozdíl; onde jest základ pohybu týž v napodobení jako ve skutečnosti, zde však jest základ pohybu skutečného zcela jiný, tak že napodobení jest jen hrubým skutečnosti obrazem. Nicméně jest úkaz ten i bez této analogie sám o sobě zajímavým.



Obr. 199.

XVII.

Pohyb periodický vůbec, harmonický a kyvadlový zvlášť.

§ 260. Pohyb periodický.

Pohyb hmoty m v kruhu poloměru r s konstantní linearnou rychlostí c, ovládaný konstantním urychlením centripetalním a, podává *typický příklad* pohybů takových, které se po uplynutí jisté doby, zde doby oběhu T, opakují a které právě dle pohybu kruhového zoveme pohyby *periodické**).

Ona doba T zove se *periodou* pohybu. Je-li ω konstantní rychlost úhlová, platí pro pohyb kruhový rovnice

$$c = \omega r$$
$$a = \omega^2 r,$$

dále pak

$$\omega = \frac{2\pi}{T},$$

z čehož plyne

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r}{a}}.$$

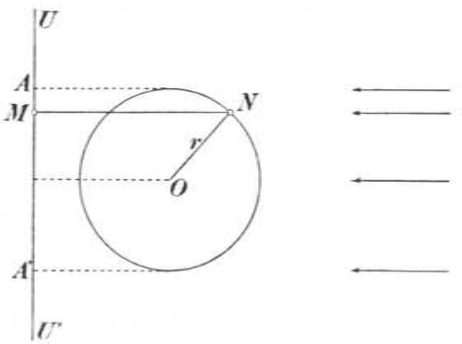
Při pohybu kruhovém závisí tedy perioda T na poměru $\frac{a}{r}$ urychlení a ke vzdálenosti r, ve které urychlení působí; různé hmoty m, kteréž by v různých odlehlostech r svůj oběh vykonávaly, pohybovaly by se *isochronně*, když by touže měrou, kterou jich odlehlost r je větší, také urychlení a bylo větším.

§ 261. Pohyb harmonický.

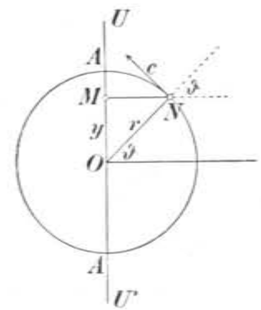
Pohyb v kruhu jest nejjednodušším pohybem periodickým *křivočarým*. Od něho odvodíme snadno nejjednodušší pohyb periodický *přímočarý*, když onen křivočarý promítáme na přímku.

*) περί kolem, ὁδός dráha.

Názorně lze si promítání toto představiti následovně. Mysleme si v rovině kruhu, kterouž volíme za nákresnou, přímku jakoukoli, na př. $U'U$ (obr. 200.), kreslenou na levo kruhu, s pravé strany pak paprsky světelné, rovnoběžné, ve směru k oné přímce kolmém. Hmotný bod N obíhající v kruhu vrhá stín, který vykonává isochronní pohyb periodický v přímce mezi nejzazšími polohami A' a A.



Obr. 200.



Obr. 201.

Odstiňování takové značí geometricky promítání bodu N na přímku $U'U$, kterouž lze voliti libovolně, nejjednodušeji tak, aby procházela středem O kruhu, tedy aby promítání pohybu kruhového se dálo na př. na svislý průměr kruhu (obr. 201.).

Polohu bodu N na kruhu stanovíme úhlem ϑ, kterýž opisuje poloměr r počínajíc od té polohy začáteční, kdy je kolmým k průměru $U'U$. Tento úhel ϑ zoveme úhlem *fasovým*; jím stanoví se totiž fase*) pohybu bodu N a tím i bodu M, kteráž jest určena odlehlostí od polohy střední, rychlostí a urychlením. Při tom jeví se odlehlost $OM = y$, rychlost v a urychlení φ bodu M jako průmět odlehlosti $ON = r$, rychlosti c a urychlení a bodu N, a to jako průmět vedlejší vzhledem k projekčním úhlům ϑ, $(\vartheta + \frac{\pi}{2})$ a $(\vartheta + \pi)$; jest tedy

$$y = r \sin \vartheta$$
$$v = c \sin (\vartheta + \frac{\pi}{2})$$
$$\varphi = a \sin (\vartheta + \pi)$$

*) z řeckého: φαίνω, jevím se.

Uhel fasový ϑ jest zároveň měrou plynoucího času t, který též vhodně počítáme od okamžiku, kdy je $\vartheta = 0$.

Pak jest

$$\vartheta = \omega t,$$

čili

$$\vartheta = \frac{2\pi}{T} t.$$

Koefficientem $\frac{2\pi}{T}$ přepočítáme tudíž dobu t na úhel časoměrný ϑ, kterýž k vůli přehlednosti jest výhodno ve vzorcích podržeti. Tyto vzorce jsou pak:

$$y = r \sin \vartheta$$
$$v = c \cos \vartheta$$
$$\varphi = - a \sin \vartheta.$$

Dělíme-li poslední rovnici první, obdržíme

$$\frac{\varphi}{y} = - \frac{a}{r}.$$

Poměr $\frac{\varphi}{y}$ jest na čase nezávislým; urychlení φ, stoupajíc s odlehlostí y, zůstává této odlehlosti úměrným. Zavedeme-li konstantu úměrnosti

$$\frac{a}{r} = \varkappa,$$

nabudeme

$$\varphi = - \varkappa y.$$

Rovnice poslední jest pro pohyb bodu M charakteristickou. Nazýváme pohyb ten *harmonickým*; odlehlosti y zovou se *elongace*, odlehlost největší r pak *amplituda* pohybu harmonického. Jeho *perioda* T jest určena rovnicí

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r}{a}},$$

kterou jsme měli již v odstavci předešlém pro periodu bodu N, anebo

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\varkappa}},$$

kdež jest $\varkappa$ konstantou hledící k pohybu bodu M.

§ 262. Příklady pohybu harmonického.

Geometrické odvození pohybu harmonického, v předešlém § podané, nabude konkretního rázu, když přihlédneme k fysikalním případům, v nichž ona charakteristická podmínka pro pohyb harmonický

jest vyplněna. Tyto případy jsou velmi četné, a nastávají vždy, kdykoli jistý hmotný bod m působením sil jakýchkoli jest v poloze rovnovážné *stabilní*. Vyšine-li se bod ten z této polohy, vzbudí se tím síla f, po případě jako výsledná četných jiných, kteráž jej do polohy rovnovážné uvádí zpět, jakož jest pro rovnovážnou polohu *stabilní* význačným. Předpokládejme zde pro jednoduchost, že vyšinutí ono se stalo v takovém směru, kdy ona síla zpáteční působí přímo proti vyšinutí, tedy ve směru s vyšinutím samým protivném; pak nemůže vzniknouti jiný pohyb bodu m než *přímočarý*. Aby pak pohyb tento byl harmonickým, musí síla f, jež povšechně s rostoucím vyšinutím y se též zvětšuje, vzrůstati s tímto vyšinutím *úměrně*; pak vzrůstá též urychlení $q = \frac{f}{m}$ úměrně s vyšinutím y a rovnice

$$q = -\varkappa y$$

nabývá platnosti. Tento případ nastane mnohdy i při vyšinutí značnějším, vždycky však při vyšinutí velmi malém aneb dostatečně malém.

Zvláště pěkně lze studovati pohyb harmonický pomocí pružných spiral. Na pevnou tyč zavěsíme na př. argentanovou spiralu a na její konec dolejší připojíme hmotu, na př. závaží 100grammové; při zavěšení této hmoty prodlouží se spirala až se pružností váha hmoty právě ruší; jest rovnováha. Vyšineme-li pak hmotu svisle dolů, vzniká síla, kteráž v mezích dosti značných, tedy i při vyšinutí mnoha centimetrů, roste tomuto vyšinutí úměrně; proto, když pak závaží pustíme, vzniká kolem dřívější polohy rovnovážné pohyb harmonický, jehožto průběh lze dobře sledovati. Také význam konstanty $\varkappa$ lze dobře demonstrovati. K cíli tomu volíme dvě co možná stejné spiraly; zatížíme-li obě stejnou hmotou, na př. závažím 100grammovým, vykonává se při současném spuštění pohyb harmonický isochronní, třebas by amplitudy byly různé. Když však jednu z nich zatížíme hmotou 4násobnou, tedy hmotou čtyř závaží 100grammových, vznikne harmonický pohyb o periodě 2krát větší. Zde jest sice síla f při vyšinutí $y = 1$ u obou spirál stejnou, ale poněvadž hmota jest 4-násobná, jest dle rovnice $q = \frac{f}{m}$ urychlení q vůbec a urychlení $\varkappa$ při $y = 1$ zvlášť 4kráte menší, a tudíž dle $T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\varkappa}}$ perioda T dvakráte větší. Pokus v skutku s tímto výkladem dobře souhlasí, a to tím lépe, čím jest hmota spiraly samé proti hmotám na ní zavěšeným menší; neboť dlužno pamatovati, že také hmota spiraly samé jest v pohybu a že tím poměr hmot jest pozměněn.

Příklady velmi četné pro pohyby harmonické seznáme v akustice u hmot znějících; jednotlivé jich body vykonávají pohyby harmonické v amplitudách velmi malých a v periodách velmi kratinkých; pravíme, že body ty se chvějí neb že kmitají, a nazýváme zde pohyb harmonický specialně *oscillací* neb *vibrací*. Poněvadž perioda T jest zde velmi malou, zavádí se přehledněji její reciproká hodnota $\frac{1}{T} = N$ jakožto počet kmitů za jednotku doby, za sekundu, čili zkrátka jakožto *kmitočet*; všeobecněji znamená hodnota N *frequenci* pohybu periodického vůbec.

METEOROLOGICKÝ ÚSTAV C. K. ČESKÉ UNIVERSITY

§ 263. **Rozbor pohybu harmonického.**

Výsledkem nejvíce pozoruhodným a pro pohyb harmonický význačným jest jednoduchý vztah

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\varkappa}},$$

kterým se stanoví perioda T pohybu. Tato jest určena jedinou konstantou $\varkappa$, kteráž byla zavedena jako konstanta úměrnosti mezi q a y, dle rovnice

$$q = -\varkappa y$$

a kteráž se mohdy interpretuje jako urychlení q pro vyšinutí $y = 1$; vlastně však udává, jak více či méně prudce stoupá urychlení q, vyšinutím y. Její rozměr jest $\frac{1}{\mathrm{T}^2}$, vzhledem k tomu, že urychlení $\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}^2}$ se dělí délkou L; reciproká hodnota $\frac{1}{\varkappa}$ má tedy rozměr T^2 a proto její kořen dává dobu T. Je-li $\varkappa$ určitým, zůstává perioda T pohybu harmonického nezměněnou; zejména nezávisí na *amplitudě* pohybu; děje-li se tedy pohyb mezi extremními polohami těsnějšími či odlehlejšími, následkem vyšinutí malého neb velkého, vykoná se za dobu touž; pohyby jsou stejnodobé, aneb jak řeckým výrazem pravíme, iso- neb tauto- chronní *).

V čem jest vlastní jádro tohoto zákona, proč o periodě T rozhoduje jenom konstanta $\varkappa$ a proč perioda T souvisí s odmocninou z této konstanty, lze si objasniti následující poučnou úvahou elementarní.

Pozorujme pohyb harmonický bodu M na přímce, kterou v rovině nákresné volíme, jako již dříve, ve směru shora dolů; pohyb nechť děje se kolem rovnovážné polohy O v mezích A a A', tak že jest $OA = r$ amplitudou pohybu. Nanášejme pro každou polohu bodu M kolmo k přímce $A'A$ urychlení q; poněvadž toto urychlení jest úměrno vyšinutí, obdržíme *přímku* urychlení $B'B$. Při tom jest vhodné voliti za směr positivní pro elongace směr vzhůru, pro urychlení směr v pravo, jakož jest při souřadnicích v rovině obyčejem. Tak provedeny jsou výkresy v obr. 202.

Při tomto grafickém znázornění jeví se konstanta $\varkappa$ jakožto tangenta úhlu AOB.

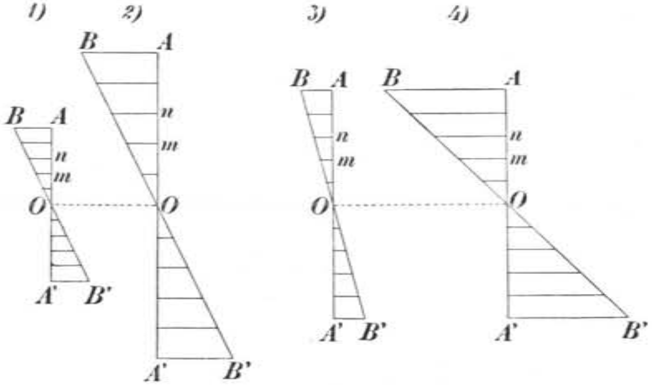
Představme si celou dráhu, kterou bod M v periodě T vykoná, od O k A, pak zpět přes O do A' a opět k O, rozdělenou na veliký počet dílů, na př. 1000, nebo 100, nebo, jak ve výkresu 202. provedeno, 20, totiž na tolik, aby bylo lze připustiti, že urychlení q při pro-

*) ἴσος stejný, ταὐτό = τὸ αὐτό totéž, χρόνος ὁ doba.

bíhání velmi kratinkou drahou *jednotlivého* takového dílce mn zůstává konstantním $= a$. Pak by platil pro tento pohyb známý vzorec

$$s = \tfrac{1}{2}at^2,$$

jaký jsme odvodili pro pohyb rovnoměrně urychlený, kdež by byla jak dráha s tak i doba t velmi kratinkou. Na základě toho pochopíme ihned, proč na př. při dvojnásobné amplitudě případu 2) vzhledem k případu 1) jest pohyb přece *isochronní*, je-li jen $\varkappa$ totéž. Neboť pak jest pro souhlasné dílce mn v případu 2) dráha s dvakrát větší ale také urychlení a jest dvakrát větší, a proto dle $t = \sqrt{2\frac{s}{a}}$ doba t tatáž, a tím i úhrnná perioda T.



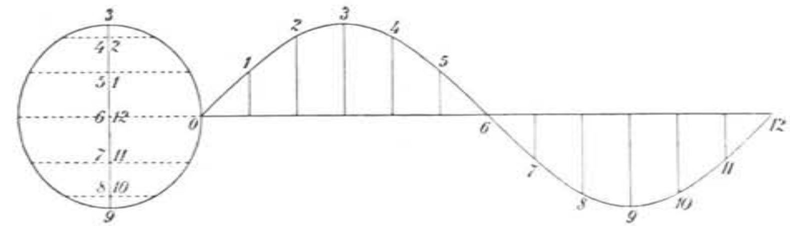
Obr. 202.

Volíme-li pak v případech 3) a 4) amplitudu stejnou ale $\varkappa$ různé, na př. při 4) čtyřikráte větší než při 3), bude při souhlasných dílcích mn dráha s tatáž, urychlení a však v případu 4) čtyřikráte větší, než v případu 3), tudíž dle $t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$ doba t menší a sice vzhledem ke kořenu jen dvakráte, a proto i úhrnná perioda T jen dvakráte menší.

§ 264. Grafické znázornění pohybu harmonického.

Časovým rozvinutím pohybu harmonického vynikne pěkně jeho periodicita. Při tom jest provedení výkresu usnadněno tím, že aequidistantní okamžiky časové obdržíme ze stejných obloučků kruhových, považujíce pohyb harmonický o amplitudě r za průmět rovnoměrného pohybu kruhového o poloměru r. Když se doba T znázorní obvodem $2\pi r$ tohoto kruhu, obdrží se jakožto grafický obraz pohybu harmonického prostá sinusoida (obr. 203.)

Jako v obraze tomto elongace y, jež bod M časově po sobě zaujme, jsou rozloženy prostorově vedle sebe, tak bylo by lze i rychlosti v a urychlení q, jaké bod M časově po sobě má, grafickým znázorněním prostorově vedle sebe uspořádati. Lze snadno si představiti, dle příbuzných formulí, jak by výkresy takové vypadly. Rozvinutí časové pohybu samého, jak v obr. 203. je provedeno, jest však pro účely všechny postačujícím; rychlost jest znázorněna stoupáním křivky, urychlení pak její zakřivením.



Obr. 203.

§ 265. Pohyb kyvadlový.

Těleso hmotné nalézá se vzhledem k tíži v rovnovážné poloze *stabilní*, je-li zavěšeno, na př. v pevné ose, kolem níž se dá otáčeti. Vyšine-li se pootočením z této své polohy rovnovážné, vznikne kolem polohy té pohyb též periodický zvláštního rázu; nazývá se *pohybem kyvadlovým*, těleso pak samo *kyvadlem* (pendulum*). Fysikalně jest tudíž pohyb tento velmi jednoduše realisován; studium však pohybu toho není jednoduchým. Skládá se zajisté kyvadlo takové z přečetných hmotných bodů, z nichž každý podléhá tíži a má vzhledem k pohybu jen volnost zaujmouti různé polohy na určitém oblouku kruhovém, jehož poloměr jest dán odlehlostí bodu od osy tělesa. Na tomto oblouku pohyboval by se každý bod působením tíže svým zvláštním způsobem; následkem pevného spojení všech bodů vespolek vzniká však určitý pohyb jednotný, k němuž každý bod jednotlivý přispívá.

Již z této úvahy vysvítá, že jest nutno především studovati, jaký pohyb by vznikl při hmotných bodech *jednotlivých*,

*) dle lat. pendulus, a, um, adj. tedy vlastně corpus pendulum, těleso visící, od časoslova pendere viseti.

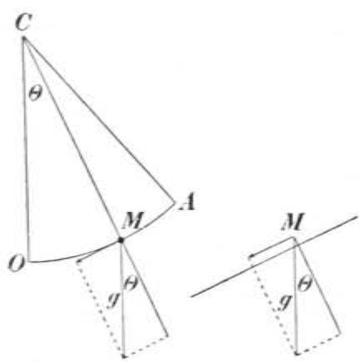
isolovaných. Proto tvoříme sobě *abstrakcí* útvar kyvadlový zvláštní, kterýž také fysikalně můžeme aspoň přibližně realisovati, totiž útvar *kyvadla mathematického*. Hledíme pak vystihnouti pohyb periodický především tohoto kyvadla jednoduchého a pak přecházíme k případu kyvadla složeného aneb jak, oproti onomu jednoduchému, říkáme, *kyvadla fysického*.

§ 266. Kyvadlo mathematické.

Kyvadlo, kteréž mathematickým zoveme, jest dáno hmotným bodem M zavěšeným v pevném bodě C, na vláknu nehmotném, (obr. 204.). Přibližně obdržíme kyvadlo takové, zavěsíce malou kuličku na př. mosaznou na vláknu kokonovém anebo na velmi tenkém drátku platinovém.

Vzdálenost CM hmotného bodu od bodu závěsného stanoví *délku* $= l$ kyvadla mathematického. Hmotný bod má určitou polohu rovnovážnou O; je-li m jeho hmota, g urychlení tíže, ruší se jeho váha mg v této poloze pevností vlákna a závěsného bodu C. Vyšine-li se z této polohy na kruhovém oblouku OM o úhel Θ, ruší se jen složka $mg \cos \Theta$, kterou se vlákno napíná, kdežto složka $mg \sin \Theta$ způsobuje pohyb. Urychlení φ tohoto pohybu jest tedy dáno rovnicí

$$\varphi = g \sin \Theta.$$



Obr. 204.

Zajímavou jest analogie s pohybem hmoty po nakloněné rovině; také tento pohyb jest ovládán urychlením (obr. 204.)

$$\varphi = g \sin \Theta,$$

tedy formalně stejným jako pohyb kyvadla mathematického; důležitý rozdíl jest však v tom, že úhel Θ při nakloněné rovině zůstává v průběhu pohybu *stálým*, a následkem toho též urychlení $g \sin \Theta$; u kyvadla naproti tomu úhel Θ v průběhu pohybu jest *měnlivým* a tím i urychlení $g \sin \Theta$; tam jest tedy pohyb *rovnoměrně* urychleným, zde však *nerovnoměrně* urychleným.

Při této různosti zůstává jeden výsledek zcela shodným, který se týče rychlosti v. Při nakloněné rovině jest tato rychlost dána výrazem

$$\tfrac{1}{2} v^2 = g h,$$

tak že jest určena výškovým rozdílem h. Zcela podobně u kyvadla. Je-li A nejvyšší poloha, do níž bod M byl vyšinut, a pozorujeme-li bod v poloze M, jest jeho rychlost v také určena dle hořejší rovnice jediné výškovým rozdílem h. Zavedeme-li *úhlovou elongaci* $OCM = \Theta$ a *úhlovou amplitudu* $OCA = \alpha$, lze psáti

$$h = l (\cos \Theta - \cos \alpha).$$

Rychlost jest maximalní při průchodu polohou rovnovážnou O, kdež jest $\Theta = 0$. Na to rychlosti ubývá právě tak jako jí dříve přibývalo.

Vlastní důvod pro tuto souvislost spočívá v zákonech o energii. Jesti zajisté pohyb kyvadlový stálé střídání energie pohybu a polohy. Maximum jedné nastává, když druhá jest minimum. Průběh má souměrnost časovou i prostorovou.

§ 267. Pohyb kyvadla mathematického při amplitudě velmi malé.

Značné zjednodušení nastává při pohybu kyvadla mathematického v tom případě, kdy amplituda OA pohybu jest velmi malou proti délce CO kyvadla čili když úhlová amplituda α jest velmi malou. Pak lze nahraditi $\sin \Theta$ obloukem Θ a psáti tudíž

$$\varphi = g \,.\, \Theta,$$

současně jest elongace pohybu

$$y = l \,.\, \Theta.$$

Z obou rovnic plyne

$$\frac{\varphi}{y} = \frac{g}{l},$$

t. j. urychlení φ stoupá s elongací y *úměrně*, faktorem pak úměrnosti jest

$$\varkappa = \frac{g}{l}.$$

Počítáme-li y positivním ve směru OM, dlužno φ, jež zpátečným směrem působí, zavésti jako negativní, psáti tedy

$$\varphi = -\frac{g}{l} \cdot y.$$

Pro periodu T pohybu vychází (§ 261.)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\varkappa}}$$

čili

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Vedle periody T zavádí se u kyvadla perioda *poloviční* jakožto *doba kyvu.*

Při amplitudě α velmi malé stává se tedy pohyb kyvadlový harmonickým; platí pak pro něj veškeré důsledky, jež jsme při pohybu harmonickém seznali, zejména zákon o isochronismu kyvů. Pro elongaci, rychlost a urychlení, linearně anebo úhlově vzaté, platí rovnice při pohybu harmonickém odvozené, dle nichž jsou veličiny tyto stanoveny goniometrickými funkcemi úhlu fasového.

§ 268. Pohyb kyvadla mathematického při amplitudě libovolné.

Není-li amplituda α velmi malou, nelze pohyb kyvadla vystihnouti funkcí goniometrickou; na místo této nastupuje funkce tak zvaná elliptická. Perioda T jest pak dána elliptickým integralem, kterýž lze vyjádřiti řadou konvergentní, dle sudých mocností $sin \frac{\alpha}{2}$ postupující, ve způsobu následujícím:

$$T = T_0 \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 sin^2 \frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 sin^4 \frac{\alpha}{2} + \ldots\right],$$

kdež značí

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

periodu pro amplitudy téměř nullové. Jest viděti z relace té, že se doba kyvu amplitudou poněkud zvětšuje, z počátku velmi nepatrně, pak při větších amplitudách mírně a ovšem vždy víc a více.

§ 269. Řešení mathematické.

Mathematický rozbor úkolu kyvadlového vychází od rovnice pro urychlení úhlové

$$\varphi = -\frac{g}{l} sin\, \Theta$$

čili

$$\frac{d^2\Theta}{dt^2} = -\frac{g}{l} sin\, \Theta.$$

Z urychlení tohoto obdržíme ihned úhlovou rychlost $\omega = \frac{d\Theta}{dt}$ násobíce výrazem $2 \frac{d\Theta}{dt} dt = 2d\Theta$ a integrujíce

$$\left(\frac{d\Theta}{dt}\right)^2 = \frac{2g}{l} cos\, \Theta + Const.$$

K určení integrační konstanty slouží podmiňující rovnice

$$0 = \frac{2g}{l} cos\, \alpha + Const.,$$

kterouž se vyjadřuje, že pro $\Theta = \alpha$ se stane $\frac{d\Theta}{dt} = 0$, t. j. že kyvadlo v nejzazší poloze na okamžik stane. Jest tedy

$$\left(\frac{d\Theta}{dt}\right)^2 = \frac{2g}{l} (cos\, \Theta - cos\, \alpha).$$

Z úhlové rychlosti obdržíme linearní $v = l \frac{d\Theta}{dt}$, tak že jest

$$v^2 = 2gl\, (cos\, \Theta - cos\, \alpha)$$

čili, jak dříve jsme psali,

$$v^2 = 2gh,$$

kdež znamená h výšku, se které hmota kývajíc padá, když z polohy α přechází do polohy Θ. Pro další postup zavedeme úhly Θ a α poloviční

$$cos\, \Theta - cos\, \alpha = 2\left(sin^2 \frac{\alpha}{2} - sin^2 \frac{\Theta}{2}\right).$$

Rozloučíce pak proměnné obdržíme rovnici

$$\frac{d\Theta}{\sqrt{4\left(sin^2 \frac{\alpha}{2} - sin^2 \frac{\Theta}{2}\right)}} = dt \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Jsou-li úhly α a Θ velmi malé, lze sinus zaměniti za oblouk; pak obdržíme

$$\frac{d\Theta}{\sqrt{\alpha^2 - \Theta^2}} = dt \sqrt{\frac{g}{l}},$$

tudíž integrováním

$$arc\, sin \frac{\Theta}{\alpha} = t \sqrt{\frac{g}{l}},$$

při čemž integrační konstanta jest nullou, když pro $t = 0$ jest též $\Theta = 0$. Odtud pak vychází

$$\Theta = \alpha\, sin\, t \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Perioda T jest určena rovnicí

$$T\sqrt{\frac{g}{l}} = 2\pi,$$

čili

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Zavedeme-li pak tuto periodu do hořejší rovnice pro Θ, vyjde známá rovnice pohybu harmonického

$$\Theta = \alpha\, sin \frac{2\pi}{T} t$$

pro veličiny úhlové, anebo

$$y = r \sin \frac{2\pi}{T} t$$

pro veličiny linearní. Pohyb kyvadlový jest tudíž při velmi malých amplitudách pohybem harmonickým.

Nejsou-li amplitudy velmi malé, pak dlužno dále postupovati od rovnice

$$\frac{d\Theta}{\sqrt{4\left(\sin^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\Theta}{2}\right)}} = dt \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Položíme tu

$$\sin\frac{\Theta}{2} = \sin\frac{\alpha}{2} \cdot \sin\psi,$$

kde ψ je nová proměnná, obdržíme differencováním této substituční rovnice

$$\cos\frac{\Theta}{2} \cdot \frac{d\Theta}{2} = \sin\frac{\alpha}{2} \cos\psi \, d\psi,$$

odkud plyne přímo levá strana hořejší rovnice ve tvaru

$$\frac{d\Theta}{2 \sin\frac{\alpha}{2} \cos\psi} = \frac{d\psi}{\cos\frac{\Theta}{2}} = \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \sin^2\frac{\Theta}{2}}} = \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \sin^2\frac{\alpha}{2} \sin^2\psi}}.$$

Jest tedy

$$\frac{d\psi}{\sqrt{1 - \sin^2\frac{\alpha}{2} \cdot \sin^2\psi}} = dt \sqrt{\frac{g}{l}},$$

a integrujeme-li

$$\int_0^{\psi} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \sin^2\frac{\alpha}{2} \cdot \sin^2\psi}} = t \sqrt{\frac{g}{l}},$$

kdež činíme opět podmínku, že pro $t = 0$ jest též $\Theta = 0$ a tím i $\psi = 0$.

Doba t jest tedy dána elliptickým integralem prvého druhu. Integrujeme-li v mezích $\Theta = 0 \ldots \alpha$, čili $\psi = 0 \ldots \frac{\pi}{2}$, obdržíme za t čtvrtperiodu $\frac{T}{4}$; jest tedy

$$\frac{T}{4}\sqrt{\frac{g}{l}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \sin^2\frac{\alpha}{2} \cdot \sin^2\psi}}.$$

Elliptický integral lze vystihnouti řadou. Především jest

$$\left(1 - \sin^2\frac{\alpha}{2} \cdot \sin^2\psi\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= 1 + \frac{1}{2}\sin^2\frac{\alpha}{2}\sin^2\psi + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\sin^4\frac{\alpha}{2} \cdot \sin^4\psi + \ldots$$

$$+ \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \ldots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \ldots 2n}\sin^{2n}\frac{\alpha}{2} \cdot \sin^{2n}\psi + \ldots$$

Poněvadž jest dále

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2n}\psi \cdot d\psi = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \ldots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \ldots 2n} \cdot \frac{\pi}{2}$$

vyjde dosazením

$$\frac{T}{T_0} = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2\frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \sin^4\frac{\alpha}{2} + \ldots$$

$$+ \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \ldots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \ldots 2n}\right)^2 \sin^{2n}\frac{\alpha}{2} + \ldots,$$

kdež značí T_0 limitu periody T pro $\alpha = 0$, totiž

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

§ 270. **Redukce doby kyvu na amplitudu nekonečně malou.**

Z předešlého jest patrno, že jest při stanovení doby kyvu daného kyvadla mathematického vždy nutno pozorovati též amplitudu, a poznamenati, že nalezená doba kyvu T platí pro tuto amplitudu α. Obyčejně se však z obou těchto přidružených veličin počítá, jaká by byla doba kyvu, kdyby amplituda byla nekonečně malou. Pravíme pak, že se pozorovaná doba kyvu *redukuje* na amplitudu nekonečně malou. Redukce tato vykonává se vždy pomocí tabulky, kterou se poměr $\frac{T}{T_0} = 1 + k$ *jednou pro vždy propočítá* a to pro aequidistantní hodnoty amplitudy α anebo plného oblouku 2α, který době kyvu přísluší. Pro redukci máme pak

$$T_0 = \frac{T}{1 + k}$$

místo čehož, nejde-li o amplitudy α větší než asi 20°, lze vždy psáti $T_0 = T(1 - k)$.

Redukce činí tedy $-kT$. Jak veliký jest redukční koefficient

k pro některé mírné hodnoty amplitudy, objasňuje tabulka následující. Jest uspořádána dle plného oblouku 2α (°).

Redukce doby kyvu na amplitudu nekonečně malou.

2α	k	diff.	2α	k	diff.	2α	k	diff.	2α	k	diff.
0	0·00000	0	10	0·00048	10	20	0·00190	20	30	0·00428	29
1	000	2	11	058	11	21	210	20	31	457	30
2	002	2	12	069	11	22	230	21	32	487	31
3	004	4	13	080	13	23	251	23	33	518	32
4	008	4	14	093	14	24	274	23	34	550	33
5	012	5	15	107	15	25	297	25	35	583	33
6	017	6	16	122	16	26	322	25	36	616	35
7	023	7	17	138	16	27	347	26	37	651	35
8	030	9	18	154	18	28	373	27	38	686	37
9	039	9	19	172	18	29	400	28	39	723	38
10	048		20	0·00190		30	0·00428		40	0·00761	

Nelze-li amplitudu α určiti přímým odečtením, jest výhodno místo ní anebo lépe řečeno místo $sin^2 \frac{\alpha}{2}$ zavésti výšku h, do níž kyvadlo z rovnovážné polohy vystoupí. Jest totiž

$$sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \overset{\cos}{\cancel{\sin}}\,\alpha}{2} = \frac{h}{2l}.$$

Chce-li se použiti tabulky, pozoruje se h a počítá naopak α.

§ 271. Kyvadlo fysické.

Kyvadlo mathematické jest v přísném slova smyslu abstrakcí, kteréž však lze dáti realisaci velmi přibližnou. Kyvadlo fysické lze pokládati za seskupení přečetných mathematických v jediný pevný celek.

Jaký účinek má takové seskupení na dobu kyvu, lze objasniti některými pokusy.

Zavěsme na velmi jemnou nitku malou kouli nahoře i dole háčkem opatřenou; máme pak přibližně kyvadlo mathematické. Zavěsme však na kouli tuto na jiné jemné nitce druhou kouli. Tím sdružili jsme v jistém způsobu dvě kyvadla mathematická různé délky (obr. 205.). Odchýlíme-li obě koule na nitkách tak, aby nitky byly v přímce, a pustíme-li je pak současně, pozorujeme, že hmota hořejší hledí kývati rychleji, hmota dolejší volněji; jedna druhé brání kývati tak, jak by kývala jsouc samotna, hořejší koule urychluje dolejší, naopak dolejší opozďuje kouli hořejší; následkem toho nezůstávají nitky v přímce, nýbrž tato přejde v čáru klikatou.

Zavěsíme-li takových koulí na nitkách *celou řadu*, můžeme rovněž účinek takového sdružení pozorovati. V obr. vidíme provedený pokus při osmi koulích. Odchýlíme-li prohloubeným linealem tuto soustavu přímočaře a spustíme-li ji, přechází přímka záhy v křivku, a to proto, poněvadž koule dolejší v pohybu svém proti hořejším nemohou stačiti.

Máme-li takových hmot celé pásmo nepřetržité ve sdružení *pevném*, pak ovšem deformace nějaká nastati nemůže; proto však přece vše to, co dříve řečeno, platí i pro tento případ.

Kyvadlo fysické jest určeno svou osou a těžištěm. Rovina položená těžištěm k ose kolmo zove se rovinou kývání. Z pravidla jest osa kyvadla vodorovnou a tudíž rovina kývání svislou. Při výkladech volíme rovinu tuto za nákresnou, do níž se osa promítá orthogonalně bodem. Přímka vedená tímto bodem O a těžištěm C jest v rovnovážné poloze kyvadla svislou; zove se střední přímkou kyvadla.

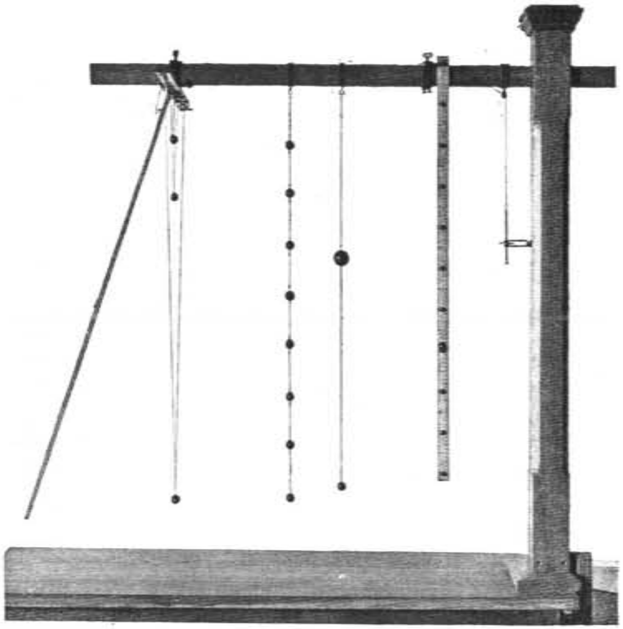
Každý z hmotných bodů kyvadla fysického přispívá dle své vzdálenosti od osy k výsledné době kyvu, každý musí však v pohybu svém se *přizpůsobiti* ostatním, s nimiž jest pevně spojen. Seskupením celkovým jsou tudíž body hořejší opozďovány, dolejší urychlovány. V rovině kývání nalézá se následkem toho jako by na rozhraní bod S, ve střední přímce kyvadla OC ležící, u něhož právě přestává opozďování a začíná urychlování, tudíž bod, jenž není ostatními ani opozďován ani urychlován, kývaje tak, jako by byl samoten. Zove se *středem kyvu* (centrum oscillationis). Vzdálenost $OS = l$ středu kyvu od osy zove se převedenou čili redukovanou délkou kyvadla fysického; jeho doba kyvu T pro amplitudy velmi malé, jest dána vzorcem

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

jsouc takovou, jako doba kyvu onoho středu S, tvořícího o sobě *kyvadlo mathematické* délky l. Vzhledem k prostoru znamená bod S přímku, *osu kyvu*, rovnoběžnou s osou kyvadla, určenou bodem O.

§ 272. Redukovaná délka kyvadla fysického stanovená pokusem.

Polohu středu kyvu lze snadno při určitém daném kyvadle fysickém určiti pokusem. Mějmež na př. jakožto kyvadlo fysické hmotnou tyč zavěšenou vertikalně na ose horizontalní. V prodloužení osy této zavěsme před tyč na jemné nitce hedvábné velmi malou kuličku mosaznou, nahrazující kyvadlo mathematické.



Obr. 205

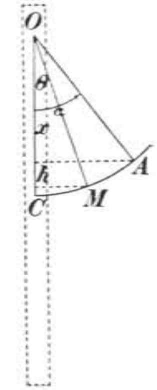
Měníme-li délku tohoto kyvadla zařízením v obr. 205. znázorněným, dosáhneme snadno toho, že kyvadlo mathematické kývá isochronně s daným fysickým. Pak udává délka kyvadla mathematického redukovanou délku fysického, jehož střed kyvu souhlasí polohou se středem oné velmi malé kuličky mosazné. Tyč má po celé své délce několik příčných os; stanovíce ke každé střed kyvu, shledáme, že může padnouti mimo tyč, když totiž jedna část tyče jest pod, druhá nad osou.

Provádějíce pokus pozorujeme, že amplitudy u kyvadla fysického rychleji ubývá než u mathematického, následkem větších překážek pohybu; nutno tedy přihlížeti k průchodům polohou rovnovážnou.

§ 273. Redukovaná délka kyvadla fysického stanovená počtem.

Redukovanou délku l kyvadla fysického pro určitou osu O (obr. 206.), lze vypočísti z úhrnné jeho hmoty M, odlehlosti $OC = x$ jeho středu hmotného C od osy O a konečně z jeho momentu setrvačnosti K vzhledem k ose O. Platí rovnice

$$l = \frac{K}{Mx}.$$



Obr. 206.

Rozměrově jest správnost rovnice patrnou; neboť moment hmotný K stupně *druhého* dělený momentem hmotným Mx stupně *prvého* vzhledem k délce stanoví délku.

Ke vzorci uvedenému můžeme přijíti úvahou, kteráž vychází z poznání, že kývání hmoty jakékoliv nic jiného není než stálé střídání se energie polohy a pohybu. Vychýlíme-li kyvadlo do amplitudy α a necháme-li pak padati, nabývá energie pohybu, která v okamžiku elongace Θ jest dána výrazem

$$\tfrac{1}{2} K\omega^2,$$

kdež jest K moment setrvačnosti a ω úhlová rychlost. Tato energie jest aequivalentní práci, kterou by bylo nutno vykonati, aby kyvadlo z polohy Θ přišlo do začáteční α. Tato práce jest dána výrazem

$$Mgh \text{ čili } Mgx\,(\cos\Theta - \cos\alpha),$$

kdež jest M úhrnná hmota kyvadla. Platí tedy rovnice

$$\tfrac{1}{2} K\omega^2 = Mg\,x\,(\cos\Theta - \cos\alpha).$$

Kyvadlo mathematické délky l, hmoty m, kteréž by v každém okamžiku při téže amplitudě a elongaci mělo touž úhlovou rychlost — které by tedy zcela stejně kývalo s daným tak jako se děje při onom empirickém stanovení redukované délky l — musilo by vyplniti touž podmínku, totiž

$$\tfrac{1}{2} ml^2 . \omega^2 = mg\,l\,(\cos\Theta - \cos\alpha).$$

Dělením obou rovnic vychází:

$$\frac{ml^2}{K} = \frac{ml}{Mx},$$

t. j. momenty hmoty stupně druhého jsou v témže poměru jako momenty stupně prvého, z čehož

$$l = \frac{K}{Mx}.$$

Úvaha právě uvedená předpokládá stejnost amplitudy kyvadla mathematického s fysickým; to není závadou, vzhledem k tomu, že pro kyvadlo mathematické zákon o isochronismu jest dokázán a objasněn.

Úvaha ta není však důkazem, nýbrž spíše jen objasněním, jaký mají význam veličiny délku redukovanou určující.

O problemu středu kyvu pojednal *Ch. Huygens* v klassickém díle: Horologium oscillatorium, sive de motu pendulorum ad horologia aptato demonstrationes geometricae, Parisiis, 1673. Popud ke studiu tohoto problemu obdržel již ve věku jinošském od Mersenna, jak v úvodu k části IV pag. 91 vykládá. Jeho důkaz o vypočítání redukované délky kyvadla jest zcela přesný; vypočítání polohy středu kyvadla objasňuje na četných příkladech.

Z výrazu pro redukovanou délku plyne pro dobu kyvadla vzorec

$$T = \pi \sqrt{\frac{K}{Mgx}}.$$

Ve vzorci vystupuje moment hmotný stupně druhého, dělený momentem *silovým* stupně prvého. Poměr obou dává rozměrově čtverec času. Pro moment silový zavádí se označení

$$Mg \,.\, x = D$$

jakožto *síla* (vlastně *moment*) *řídící, direkční*. Při vyšinutí kyvadla z rovnovážné polohy o úhel Θ jest moment faktický, kterým se kyvadlo do polohy rovnovážné uvádí zpět, určen z direkčního momentu výrazem

$$D \sin \Theta.$$

Vzorec pro dobu kyvu kyvadla fysického zjednoduší se pak formalně v následující

$$T = \pi \sqrt{\frac{K}{D}}.$$

V tomto tvaru má vzorec ten ve fysice význam všeobecnější. Značí dobu kyvu kyvadla fysického, jehož kývání jest ovládáno momentem direkčním původu jakéhokoli. U kyvadla fysického, jak dosud o něm bylo jednáno, jest síla direkční původu gravitačního; ve výrazu, jímž se určuje, vystupuje intensita gravitačního pole. Právě tak kývá v magnetickém poli magnet, který vhodným zavěšením neb podepřením jest z vlivu tíže vymaněn a ovládán jediné silami magnetickými. Výraz pro direkční moment obsahuje pak intensitu daného pole magnetického. Podobně v poli elektrickém. Konečně může moment direkční míti původ svůj v pružnosti. Ve všech těchto případech jest perioda vibračního pohybu vyjádřena výrazem formalně stejným. Moment setrvačnosti, charakterisující hmotu v pohybu periodickém se nalézající, má vždy týž význam mechanický; moment však direkční má význam různý, dle povahy sil, jež pohyb způsobují.

§ 274. **Body sdružené.**

Vycházejíce z rovnice

$$l = \frac{K}{Mx}$$

dojdeme zajímavých výsledků, zavedeme-li moment setrvačnosti K_0 pro vodorovnou osu těžištěm C položenou. Pak jest (§ 246.)

$$K = K_0 + Mx^2,$$

tudíž

$$l = \frac{K_0}{Mx} + x.$$

Výraz $\dfrac{K_0}{M}$ značí čtverec k_0^2 poloměru setrvačnosti k_0. Píšeme-li pak zkráceně

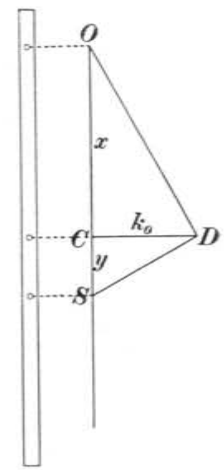
$$\frac{k_0^2}{x} = y,$$

vychází délka redukovaná l jakožto součet dvou sčítanců

$$l = x + y,$$

jichž součin jest

$$k_0^2 = xy.$$



Obr. 207.

Poloměr k_0 setrvačnosti jest tudíž jich střední geometrickou úměrnou. Dle toho lze ke každému x, t. j. pro jakoukoli polohu osy O, ihned sestrojiti doplněk y na délku redukovanou l, když jest poloměr k_0 setrvačnosti daného kyvadla vzhledem k ose položené jeho těžištěm C jednou pro vždy stanoven. Konstrukci známou objasňuje obr. 207. Za rovinu nákresnou jest volena rovina svislá, do níž se osa vodorovná promítá bodem O. K tomuto nalezneme ihned příslušný bod S jakožto střed kyvu — znamenající pak vodorovnou přímku kyvu — když naneseme v těžišti C přímku $k_0 = CD \perp OC$ a vedeme $DS \perp OD$.

Dlužno poukázati k důležité okolnosti, že rovnice

$$l = x + y$$
$$k_0^2 = xy,$$

jimiž se délky x a y určují, jsou vzhledem k délkám těmto *souměrné, symmetrické*; nemění se tudíž platnost rovnic, když v nich y za x zaměníme. Když se tedy osa volí ve vzdálenosti y od těžiště C, vyjde střed kyvu ve vzdálenosti x od téhož těžiště, délka redukovaná l a tudíž i doba kyvu zůstává stejnou. Fysikalně to znamená: Otočíme-li kyvadlo, položíce osu bodem S, stane se bod O, kterým dříve osa byla položena, středem kyvu. Nazýváme proto oba body O a S *sdruženými* čili *konjugovanými*.

Jinak vede se důkaz rovnicemi:

$$l = \frac{K}{Mx} = \frac{K_0 + Mx^2}{Mx} = \frac{k_0^2}{x} + x = y + x,$$

$$l' = \frac{K'}{My} = \frac{K_0 + My^2}{My} = \frac{k_0^2}{y} + y = x + y,$$

tudíž

$$l' = l.$$

Sdruženost bodů O a S vyjadřuje *Ch. Huygens* (l. c.) slovy: Centrum oscillationis et punctum suspensionis inter se convertuntur.

§ 275. Minimum doby kyvu.

Zajímavo jest položiti si otázku, jakou polohu sdružené body O a S (obr. 208.) vzhledem k těžišti C míti musí, aby dané kyvadlo kývalo v době co nejkratší, čili aby T a tudíž i l bylo minimum. Otázka má význam geometrický. Hledá se pravoúhelník, jehož obvod poloviční

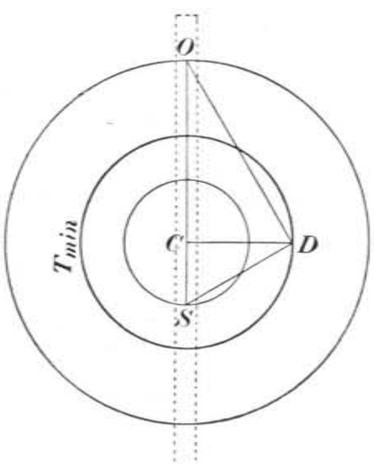
$$l = x + y$$

a tudíž i celý má býti nejmenším při určitém plošném obsahu

$$k_0^2 = xy.$$

Pravoúhelníkem takovým jest, jak známo, čtverec. Nastává tedy minimum doby kyvu, je-li

$$x = y = k_0.$$

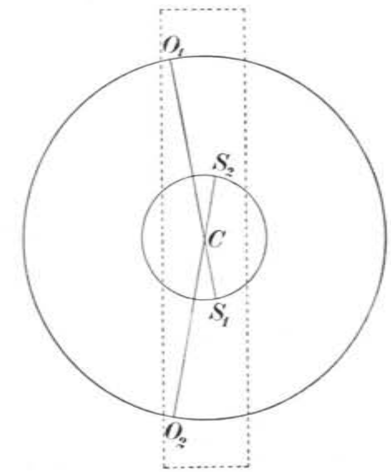


Obr. 208.

V případě tomto jsou body O a S kolem středu C položeny souměrně, ve vzdálenosti, rovnající se poloměru setrvačnosti k_0.

§ 276. Sdružené kruhy.

Pojem bodů sdružených lze snadno rozšířiti na pojem sdružených kruhů. Opišeme-li totiž (obr. 209.) kolem těžiště C poloměrem x kruh, jest moment setrvačnosti, jak z dřívějšího známo, pro každý bod tohoto kruhu týž $= K$ jako pro bod O; položíme-li tedy osu jiným bodem tohoto kruhu na př. O_1, jest doba kyvu daného kyvadla stejná. Totéž možno říci o kruhu opsaném poloměrem y kolem těžiště C. Pro každý bod tohoto kruhu jest moment setrvačnosti týž $= K'$, jako pro bod S. Položíme-li tedy osu jiným bodem tohoto kruhu, na př. S_2, jest doba kyvu právě tak veliká jako pro bod S a tudíž také jako pro každý bod kruhu poloměru x.



Obr. 209.

Kruhy opsané kolem těžiště poloměry x a y jsou tudíž kruhy *sdružené, konjugované*. V případě, kde l jest minimum a tudíž $x = y = k_0$, splývají oba kruhy sdružené v kruh jediný.

§ 277. Početní příklad.

K objasnění výkladů předcházejících jest výhodno provésti konkretní příklad. Budiž dána tyč rovnoběžnostěnná rozměrů

$$2a, \quad 2b, \quad 2c.$$

Nechejme tyč kývati kolem vodorovných os, rovnoběžných s rozměrem $2c$ (obr. 210.), jež různě položíme. Za rovinu nákresnou volme rovinu k těmto osám kolmou. Dle předešlého jest první věcí, stanoviti *moment* K_0 anebo vlastně jen *poloměr* k_0 setrvačnosti pro osu jdoucí těžištěm. Pro danou tyč jest (§ 250.)

$$K_0 = \tfrac{1}{3} Mr^2,$$

kdež znamená

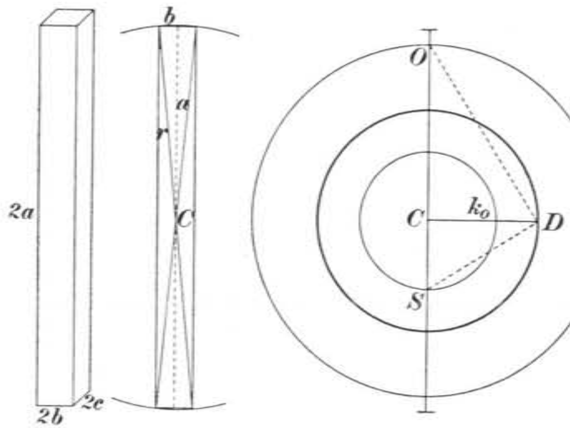
$$r^2 = a^2 + b^2.$$

Tudíž jest

$$k_0 = \frac{r}{\sqrt{3}}.$$

Tímto poloměrem opišme kolem těžiště C kruh; jest to kruh *sdružený sám s sebou*, kruh *minimalní doby kyvu*, kteráž přísluší redukované délce kyvadla $2k_0$. Položíme-li osu jakýmkoli bodem tohoto kruhu, bude kyvadlo kývati s největší frequencí, jaká vůbec jest možnou.

Volíme-li osu O v libovolné odlehlosti $CO = x$ od těžiště, nalezneme ihned odlehlost $CS = y$ středu kyvu S od těžiště onou jednoduchou konstrukcí, jak byla dříve vysvětlena a jak ji znázorňuje obr. 210. Kruhy opsané poloměry x a y jsou sdružené. Redukovaná délka kyvadla jest $l = x + y$.



Obr. 210.

Jak se při různé volbě odlehlosti x mění doba kyvu T, lze studovati lépe číselně; počet proveďme v jednotkách *cm*, *g*, *sec*.

Volme na př. rozměry a, b tak, aby bylo

$$2r = 100\ cm,$$

neboť nezáleží zde na rozměrech a, b jednotlivých, nýbrž jen na výrazu

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Základní veličina k_0 jest pak

$$k_0 = 28{\cdot}87\ cm.$$

Tím jest dána ihned redukovaná délka

$$l = 2k_0,$$

odpovídající minimalní době kyvu T (*sec*). Pro urychlení tíže (Praha)

$$g = 981\ \frac{cm}{sec^2}$$

vypočteme

$$l = 57{\cdot}74\ cm$$
$$T = 0{\cdot}762\ sec.$$

Volme dále za x hodnoty (*cm*)

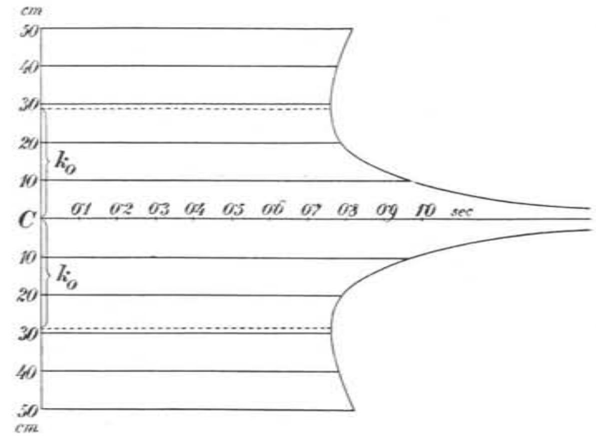
$$x = 10,\ 20,\ 30,\ 40,\ 50,$$

počítejme pak

$$y = \frac{2500}{3x}$$

a odtud

$$l = x + y, \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$



Obr. 211.

Výsledek počtu ukazuje přehledně tabulka následující:

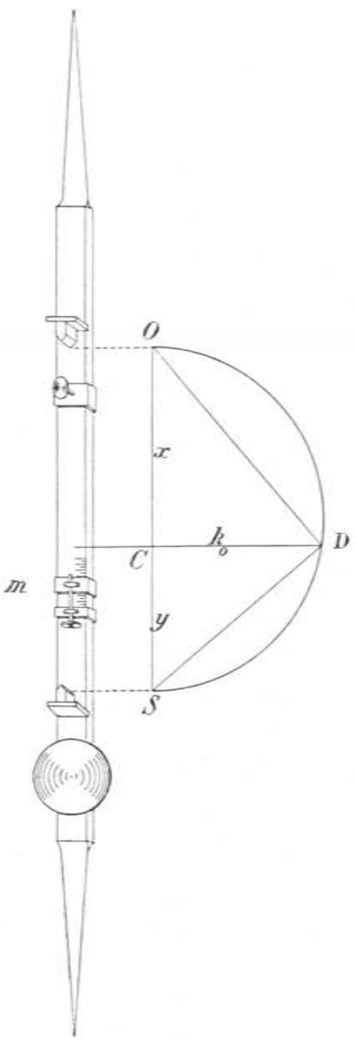
x	y	l	T
cm	*cm*	*cm*	*sec*
10	83·3	93·3	0·969
20	41·7	61·7	0·788
30	27·8	57·8	0·762
40	20·8	60·8	0·782
50	16·7	66·7	0·819

Pro $x = r$ vychází $y = \frac{r}{3}$, tudíž $l = \frac{2}{3}(2r)$; střed kyvu S leží tedy ve $^2/_3$ celé délky $2r$, když osa O jest na nejzazším kraji tyče.

Na základě číselné tabulky jest v obr. 211. provedeno grafické znázornění v rozměru $\frac{1}{20}$. Z křivek časových přehlížíme ihned, jaké jest T minimalní a jaký jest poloměr k_0 setrvačnosti tomu příslušný;

vidíme, do jakých odlehlostí x od těžiště bylo by nutno položiti osu, aby T bylo určitě veliké, na př. 0·8 *sec*. Všeobecně obdržíme pro x při minimalním T dvě, jinak hodnoty čtyři, z nichž pak dvě naznačují po případě polohu osy mimo tyč; jinak lze dobu kyvu T — od minimalní hodnoty počínajíc — určiti libovolně velikou, až nekonečnou.

§ 278. Kyvadlo převratné.



Obr. 212.

Kyvadlo, jež se zove *převratné, reversní*, zakládá se na větě o sdružených kruzích. Na daném kyvadle fysickém lze ke každé ose O, od těžiště C o délku x odlehlé, určiti na druhé straně těžiště v odlehlosti y osu druhou S (obr. 212.), pro niž doba kyvu jest stejnou. Osy takové se realisují hranou trojbokého, do tyče kyvadla kolmo zapuštěného ocelového hranolu. Kdyby se tedy jeden takový hranol na určitém místě O upevnil a druhý v přibližné poloze S zařídil *na pošinování*, dala by se správná jeho poloha nalézti zkusmo tak, aby při obrácení kyvadla doba kyvu zůstala stejnou.

Avšak taková úprava kyvadla převratného nebyla by praktickou; neboť osa, na níž celá váha kyvadla spočívá, musí míti na tyči kyvadlové polohu pevnou, nepromĕnnou. Proto jest vhodnější oba trojboké hranoly do kyvadla *pevně* umístiti v polohách přibližně správných a pak k nim zkusmo hledati takové *rozestavení hmot*, aby ony osy se staly sdruženými. K účelu tomu jsou na tyči kyvadla dvě malé hmoty, jež se dají pošinovati jedna z hruba, rukou, druhá jemně, šroubem mikrometrickým. Definitivní poloha této poslední stanoví se pak grafickou interpolací.

Určí se totiž doba kyvu kyvadla vzhledem k jedné i druhé ose a to pro několik aequidistantních poloh korrekčního závažíčka. Když se pak polohy, určené počtem otoček mikrometrického šroubu, nanesou jako úsečky a obě pozorované doby kyvu jako pořadnice, druží se body tak zjednané k sobě naznačujíce průběh dvou čar, jež jsou téměř přímkami, z nichž jedna jest prudčeji, druhá mírněji k ose úseček nakloněnou. Vedouce tyto přímky shledáme, že se protínají; úsečka, příslušná průsečíku, naznačuje, dle počtu otoček mikrometrického šroubu, správnou polohu korrekčního závažíčka. Pro tuto polohu platí pak rovnice

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

kdež jest redukovaná délka l dána odlehlostí $x + y$ obou os O a S.

Pokusem lze správnost toho ukázati nejjednodušeji tak, že se na stativu kyvadla ve výši 0 upevní kokonové vlákno nesoucí velmi malou kuličku mosaznou, jejíž střed jde až ke hraně S; tato kulička na vláknu, představující kyvadlo mathematické délky l, kývá s reversním isochronně a to pro jednu jeho polohu i pro druhou.

Kyvadlo reversní navrhl astronom *Bohnenberger*; velmi četná pozorování konal jím *Kater*, jehož kyvadlo mělo formu v obr. 212. znázorněnou. U kyvadel reversních, jak se k účelu přednášek neb praktických cvičení zařizují, bývá na šroubu pošinovatelnou nikoli malá hmota korrekční, nýbrž sama hlavní massivní čočka celého kyvadla. Určování správné její polohy onou grafickou interpolací jest pak tím poučnější, poněvadž různost spádu oněch přímek, k nimž vede grafické znázornění dob kyvu pro různé polohy čočky, jest tím patrnější.

§ 279. Účinek urychlení.

Až dotud pokládali jsme urychlení tíže g za dané a studovali účinek ostatních veličin obsažených ve vzorci

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{Mgx}}.$$

V skutku také experimentujíce na určitém místě povrchu zemského nemáme v moci své, urychlení g měniti.

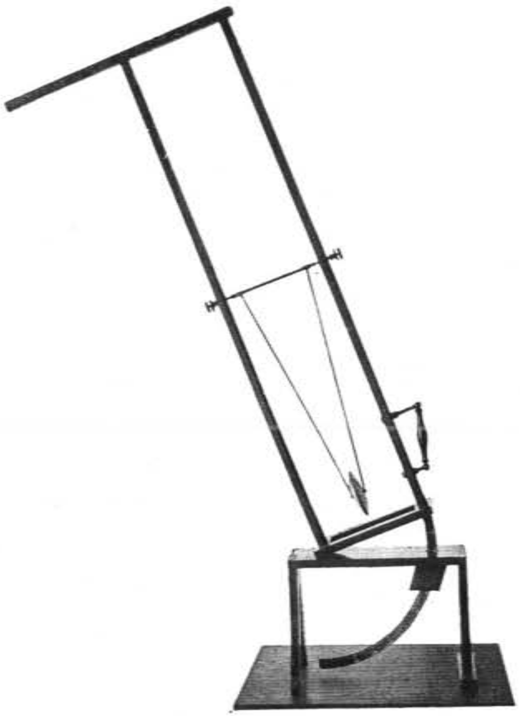
Jest však možno ukázati vliv urychlení jiným způsobem. Z pravidla kývá každé fysické kyvadlo v rovině svislé. Zařídíme-li však kyvadlo tak, aby mohlo kývati v rovině o úhel β od svislé odkloněné, řídí kývání jen ta složka $g' = g \cos \beta$ urychlení tíže, která do této roviny připadá. Doba kyvu se tímto odkloněním kyvadla mění na

$$t' = \pi \sqrt{\frac{K}{Mg \cos \beta \,.\, x}},$$

tak že se zvětší v poměru

$$\frac{t'}{t} = \sqrt{\frac{1}{\cos\beta}}.$$

Kyvadlo této úpravy udal *A. Mach* (obr. 213. F. Hájek).



Obr. 213.

Při experimentování zařídí se na př. metronom Mälzelův isochronně s kyvadlem, když toto kývá v rovině svislé. Začínáme-li pak je odkloňovati, jeví se účinek toho z počátku jen málo, poněvadž $\cos\beta$ jen málo klesá, když úhel β stoupá a poněvadž zde rozhoduje $\sqrt{\cos\beta}$; při větším odklonění zůstává však kyvadlo za metronomem vždy více a více. Je-li $\beta = 75^1/_2{}^0$, jest $\cos\beta = {}^1/_4$, tudíž $t' = 2t$. Když konečně kyvadlo přijde do roviny vodorovné, jest $\beta = 90^0$, síla direkční se stává nullovou a kývání přestává, přecházejíc po případě v pohyb středoběžný.

§ 280. Měření intensity tíže kyvadlem.

Řešíce rovnici pro dobu kyvu kyvadla dle urychlení g, obdržíme

$$g = \pi^2 \frac{l}{t^2}.$$

Určí-li se tedy redukovaná délka kyvadla a jeho doba kyvu, lze urychlení tíže počítati.

Na tomto základě stává se kyvadlo pro pole gravitační naší země přístrojem gravimetrickým veliké důležitosti, jímž lze intensitu tohoto pole jak absolutně na každém místě určiti, tak relativně na různých místech srovnávati. Provésti měření taková na místech povrchu zemského co možná četných s plnou vědeckou přesností jest úkolem velice rozsáhlým, jehož řešení v hlavních rysech jest sice pracemi četných pozorovatelů již provedeno, jehož podrobné studium však dosud zakončeno není.

Práce dosavad provedené rozvinuly se ve dvojím hlavně směru, lišícím se methodou, dle níž stanovena redukovaná délka kyvadla.

1. Směrem prvým bral se *Borda* a po něm *Arago*, *Biot*, *Peirce* i *Bessel*. Vůdčí myšlenkou bylo realisovati kyvadlo tvaru *pravidelného*, tak aby bylo možno redukovanou jeho délku l stanoviti *počtem* z obou momentů hmotných druhého a prvého stupně. Onen tvar měl se co možná blížiti kyvadlu mathematickému. Proto skládalo se celé kyvadlo hlavně z jediné hmotné koule visící na drátu. Tento drát volen byl železný (Borda, v délce 4 *m*), později vzhledem k magnetickým vlivům platinový (Biot, jen v délce 75 *cm*). Koule vytočena z platiny jakožto materialu největší téměř hustoty a největší stálosti. Aby se však tato koule dala jednak do různých poloh (ke zkoušení homogenity) klásti, jednak snadno za koule stejné velikosti ale jiného materialu (ke zkoušení jeho účinku) zaměniti, vymýšlen byl (Bordou) zvláštní způsob připojení koule k závěsnému drátku; na tento drát byla totiž stále zavěšena mistička z tenkého plechu, kulová, téhož zakřivení jako ony koule, kteréž se pak spodem do této mističky vložily a v ní jenom jemnou vrstvou vosku upevnily. Výměnou koulí mohl býti proveden důkaz, že urychlení g jest nezávislé na materialu. Závěs kyvadla byl podobný jako u vah; celé kyvadlo viselo na (ocelovém) hranolu trojbokém, jehož dolejší hrana spočívala v ložisku (ocelovém neb achatovém). Způsobem jednoduchým vymýcen účinek tohoto závěsu. Na onom hranolu upevněna směrem nahoru i dolů tyčinka, dolejší, aby se do ní zapjal šroubem drát, hořejší, aby se na ní mikrometrickým šroubem pošinovalo závažíčko, tvořící matici šroubu; i bylo lze tomuto závažíčku dáti polohu takovou, aby závěs sám o sobě kýval v témže tempu jako pak celek; proto nebylo nutno závěs do počtu bráti. Vyměřování délek se provedlo zvláštním komparatorem.

2. Směr druhý udal *Bohnenberger*; jím bral se hlavně anglický kapitán *Kater*, užívaje kyvadla převratného. Oproti kyvadlu Bordově podává toto kyvadlo mnohé výhody; jest kompendiosní, snadno přenosné; redukovaná jeho délka určena jest konkretními indexy, totiž hranami obou trojbokých hranolů, tak že odlehlost hran těch lze komparatorem přímo měřiti.

Vedle stanovení redukované délky l vyžaduje se určiti dobu kyvu t. K tomu je potřebí dobrých astronomických hodin, po případě dobrého chronometru; chod hodin musí ovšem velmi dobře býti znám; na korrekci nezáleží. Určení doby kyvu jest úkolem pro sebe; v té příčině existují methody velmi propracované, jimiž lze dobu kyvu určiti s přesností velmi značnou, jdoucí do tisícin procenta. Methody takové seznáme v nauce o magnetismu, kde se jich užívá, jde-li na př. o stanovení doby kyvu magnetky deklinační; v skutku má tato magnetka pro účely magnetometrické, ke zkoumání intensity pole magnetického, týž význam jako kyvadlo pro účely gravimetrické. Zde však, kde můžeme dobu kyvu kyvadla vhodnými rozměry jeho napřed přibližně ustanoviti, lze určiti ještě methodu zvláštní, tak zvanou *methodu koincidencí**).

O podstatě této methody poučí známá analogie. Mějmež měřítko hlavní, dané, pokračující na př. po millimetrech, a jiné měřítko vedlejší, jehož dílce jsou od millimetru poněkud rozdílny; dělení jeho, položí-li se vedle dělení millimetrového, buď předbíhá nebo dobíhá; příkladem známým jest nonius předbíhavý neb dobíhavý. Když srovnávajíce obě měřítka konstatujeme, že n dílců vedlejšího měřítka se rovná $n \pm 1$ dílcům hlavního měřítka, pak jest hodnota dílce vedlejšího měřítka

$$\frac{n \pm 1}{n}$$

v dílcích měřítka hlavního. Srovnávání obou měřítek děje se nejvhodněji koincidencí dělicích čárek. Mysleme si na místě onoho hlavního měřítka kyvadlo astronomických hodin, a na místě vedlejšího měřítka kyvadlo Bordovo neb Katerovo, tak zavěšené, aby se současně dal pozorovati průchod rovnovážnou polohou. Kyvadlo hodin astronomických udává na př. sekundy, kyvadlo Bordovo neb Katerovo lze pak zaříditi tak, aby přibližně také udávalo sekundy; v skutku bude vzhledem k hodinám astronomickým buď předbíhati (akcelerovati) neb dobíhati (retardovati). Když se dle koincidencí časových, t. j. dle současného průchodu polohou rovnovážnou, zjistí, že za n kyvů kyvadla Bordova neb Katerova vykonalo kyvadlo astronomických hodin $n \pm 1$ kyvů, pak jest časová hodnota kyvu onoho kyvadla Bordova neb Katerova dána výrazem

$$\frac{n \pm 1}{n}$$

vyjádřeno v době kyvu hodin astronomických, tedy na př. v sekundách.

*) Methodu tuto zavedl do vědy Roger Josef Bošković (Boscovich, 1711—1787), professor na kollegiu římském, později na universitě v Pavii. Srov. Seydler A., O životě a působení Rogera Josefa Boškoviče. Časopis pro pěst. mathem. a fys. XVI. str. 267.

Výsledek, kterýž se takto obdrží, dlužno pak ještě korrigovati jednak vzhledem k amplitudě, kdež se připojí redukce na amplitudy nekonečně malé, jednak vzhledem ke vzduchu, kdež se výsledek přepočítá na prostor vzduchoprázdný.

§ 281. **Délka kyvadla sekundového.**

Pro snazší srovnávání výsledků počítá se ve vzorci

$$g = \pi^2 \frac{l}{t^2}$$

činitel $\frac{l}{t^2} = L$ pro sebe; značí délku kyvadla sekundového; z této pak se teprve počítá

$$g = \pi^2 L.$$

Dle toho jest rozměr veličiny L týž jako urychlení, totiž

$$\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}^2} \text{ všeobecně, } \frac{cm}{sec^2} \text{ zvlášť.}$$

Za příklad, jak výsledky různých pozorovatelů souhlasí, budiž uvedena délka L pro Paříž; tuto určil (pro výšku stanice 70 m)

Borda ... $L = 99{\cdot}3918 \frac{cm}{sec^2}$

Biot ... $L = 99{\cdot}3913$ „

Peirce ... $L = 99{\cdot}3917$ „ .

Jest tedy hodnota průměrná

$$L = 99{\cdot}392 \frac{cm}{sec^2},$$

ze kteréž dle vzorce

$$g = \pi^2 L$$

vypočítáme

$$g = 980{\cdot}96 \ \frac{cm}{sec^2}.$$

Na terrasse pavillonu v internationalním ústavu pro míry a váhy v Bréteuilu stanoveny hodnoty

$$L = 99{\cdot}3622 \ \frac{cm}{sec^2}$$

$$g = 980{\cdot}6652 \ \frac{cm}{sec^2}.$$

Podobným způsobem stanovena délka L kyvadla sekundového pro celou řadu míst na povrchu zemském v různých geografických šířkách a v různých výškách rozložených od pozorovatelů velmi četných zejména ve století našem (na př. Kater, Biot, Airy a j., z posledních let Clarke 1880, Peirce 1880, Faye 1881, Helmert 1884). Aby vynikl vliv geografické šířky ψ, bylo každé pozorování redukováno na hladinu mořskou, hodnoty pak pro L tak zjednané uvedeny ve vztah se šířkou geografickou formulí, jejíž číselné koefficienty methodou nejmenších čtverců byly vypočítány. Tyto koefficienty vyšly ovšem poněkud různě u různých pozorovatelů. Pravdě nejpodobnější jsou obsaženy v relacích následujících, kteréž vyjadřují všechny totéž ale v různých formách, jak se brzy k tomu, brzy k onomu účelu lépe hodí.

Relace dle $sin^2 \psi$ zařízená jest

$$L = 99{\cdot}1027 \quad + 0{\cdot}5072 \, sin^2 \psi$$

$$L = 99{\cdot}1027 \ (1 + 0{\cdot}0051179 \, sin^2 \psi).$$

Relace dle $cos \, 2\psi$ zařízená jest

$$L = 99{\cdot}3563 \quad - 0{\cdot}2536 \, cos \, 2\psi$$

$$L = 99{\cdot}3563 \ (1 - 0{\cdot}0025524 \, cos \, 2\psi).$$

Z těchto čtyř forem hodí se pro počítání logarithmické nejlépe třetí. Dle ní propočítána tabulka následující, pokračující od pěti k pěti stupňům šířkovým a udávající délku L. K snazšímu přehledu jsou pro L podržena jen 3 místa decimalní, ačkoli výpočet byl proveden na 4 místa. K interpolaci jest udán přírůstek délky kyvadla náležející přírůstku jednoho stupně v šířce geografické a sice v jedničkách posledního, t. j. třetího místa decimalního.

Délka kyvadla sekundového v různých šířkách geografických při hladině moře.

ψ	L	*diff.*	ψ	L	*diff.*
°	$\frac{cm}{sec^2}$	pro 1°	°	$\frac{cm}{sec^2}$	pro 1°
0	99·103		45	99·356	
		0·8			8·8
5	107		50	400	
		2·3			8·5
10	118		55	443	
		3·7			8·0
15	137		60	483	
		5·1			7·2
20	162		65	519	
		6·3			6·3
25	193		70	551	
		7·2			5·1
30	230		75	576	
		8·0			3·7
35	270		80	595	
		8·5			2·3
40	312		85	606	
		8·8			0·8
45	99·356		90	99·610	

§ 282. Chod hodin v různých šířkách geografických.

Objev o různosti gravitační intensity v různých šířkách geografických učiněn byl hodinami. Roku 1671 poslán byl od akademie pařížské astronom *Richer* do kolonie francouzské *Cayenne* (na severním pobřeží jižní Ameriky). Přibyv na místo shledal, že jeho hodiny, jež v Paříži správně šly, na místě novém se opozďovaly, tak že musil o značnou část ($\frac{5}{4}$ pařížské čárky) kyvadlo jejich zkrátiti. Příčinu toho hledal Richer v nějakém porušení kyvadla transportem. Vrátiv se však po dvouletém pobytu zpět do Paříže shledal, že hodiny v Paříži zase předbíhaly, tak že musil kyvadlo asi o touž délku prodloužiti jako je byl dříve zkrátil. Poněvadž ona změna byla *větší*, než aby snad *růzností teploty* v Cayenne a v Paříži byla mohla býti vysvětlena, hledáno po vysvětlení jiném, jež také správně bylo nalezeno.

Vzhledem k tomu, že chod hodin zvláště konkretně objasňuje různost intensity gravitačního pole, jest v následujícím propočítána tabulka, ukazující, jak sekundové hodiny, jež by ve střední šířce geografické 45° při hladině moře byly správně regulovány, jdou v jiných šířkách geografických v téže výšce hladiny moře, dokonalou kompensaci tepelnou předpokládajíc. Značí-li N frequenci kyvů za den, g urychlení tíže, platí vztah

$$\frac{N}{N_{45}} = \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{g_{45}}},$$

kdež jest

$$N_{45} = 86400.$$

V posledním sloupci udává tabulka denní korrekci hodin, vyjádřenou, jak se vždy děje, v nominalních sekundách hodin samých.

Denní chod hodin v různých šířkách geografických.

φ	g	N	ΔN	Denní korrekce hodin	
°	$\frac{cm}{sec^2}$			m	sec
0	978·103	86289·6	— 110·4	+ 1	50·4
10	978·254	86296·2	— 103·8	+ 1	43·8
20	978·689	86315·4	— 84·6	+ 1	24·6
30	979·355	86344·7	— 55·3	+ 0	55·3
40	980·171	86380·7	— 19·3	+ 0	19·3
45	980·606	86400·0			
50	981·041	86419·1	19·1	— 0	19·1
60	981·857	86455·0	55·0	— 0	55·0
70	982·523	86484·3	84·3	— 1	24·3
80	982·958	86503·4	103·4	— 1	43·4
90	983·109	86510·1	110·1	— 1	50·1

Poznáváme z této velmi poučné tabulky, jak citlivě hodiny reagují na každou i malou změnu intensity g. Změnou šířky o jeden toliko stupeň v okolí šířky střední vzniká již variace denního chodu téměř 4 sekund. Poněvadž *Cayenne* leží v šířce asi 5° 0′, Paříž pak asi 48° 50′, jest z tabulky ihned patrno, proč Richer pozoroval u svých hodin opozďování o více než 2 minuty denně.

§ 283. Kyvadlo přístrojem geognostickým.

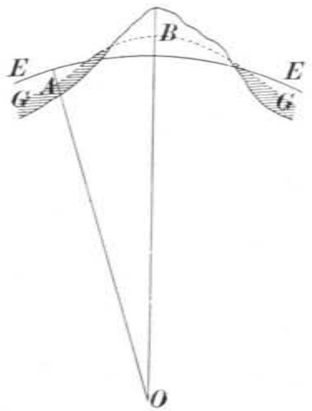
Formule, jež vyjadřují závislost urychlení tíže na šířce geografické, vztahují se na idealní zemský sferoid a vystihují jen v hlavních rysech změny intensity tíže na různých místech povrchu zemského redukovaných na hladinu moře. V podrobnostech ukazují však skutečná pozorování odchylky — *anomalie* — od oněch hodnot theoretických. Vztahují-li se tyto anomalie k jednotlivým místům povrchu zemského, zovou se *lokalní*; vztahují-li se k celým krajinám, zovou se *regionalní*. Znamení, positivní neb negativní, těchto anomalií určí se dle rozdílu: urychlení skutečné méně urychlení počítané. Dle toho značí na př. anomalie positivní, že na jistém místě urychlení tíže pokusem stanovené a dle formulí výškových na hladinu moře redukované vyšlo větší, než jak je stanoví výpočet z geografické šířky místa pozorovacího.

Podrobné práce, mající za účel tyto anomalie stanoviti pro místa co možná četná jak na pevninách tak na mořích, tvoří dnes již zvláštní literaturu tohoto zajímavého předmětu. Pozorování (zde relativní), provádějí se zvláštními apparaty přenosnými, jichž hlavní částí jest ovšem kyvadlo. V krajinách našich konal v letech 1887—1893 soustavná měření plukovník rytíř ze Sternecků na velmi četných místech Rakouska i Uherska, zejména také v Čechách; týž řídil též pozorování námořní v letech 1892—1894, kteráž konala rakouská marina na pobřeží Adrie, vedle toho pak příležitostně na cestách některých lodí též na stanicích zámořských, v Asii a Australii (loď Saida), pak v Americe i Africe (loď Zrinyi). Aby se výsledky pozorování soustavných snadno přehlédly, zobrazí se na mapách zvláštní čáry isoanomalní, spojující místa, na nichž anomalie jsou stejné. Mnohé z výsledků takových hledí ke zvláštnostem geologickým té neb oné země. Tak na př. jsou anomalie v Čechách hlavně positivní, největší severně od Prahy, v jihozápadní však části Čech negativní; anomalie tyto a jim podobné činí však jen málo setin $\frac{cm}{sec^2}$. Větší jsou anomalie v rozsáhlých pohořích a na moři. Zde však ukazuje se souhlasně výsledek překvapující, že anomalie v krajinách hornatých jsou negativní, na moři však a na ostrovech mořských positivní. Když tedy pozorovatel na lodi pluje od pobřeží do širého moře, ukazuje mu kyvadlový jeho apparat, že přichází do míst vždy větší intensity tíže; naopak když cestuje do hor a zde na vysoko položených pláních koná pozorování, shledává, že i po redukci výsledků na hladinu moře dostává výsledek menší než theoretický, že anomalie jest negativní. Při tom ukazuje jak ono přibývání tak toto ubývání intensity pozoruhodnou pravidelnost, poukazující k tomu, že se zde jedná nikoli o nahodilosti, nýbrž o otázky zásadní tím spíše, poněvadž anomalie jsou značnější, jdouce do mnoha desetin $\frac{cm}{sec^2}$.

K vysvětlení těchto zjevů uvádí se především názor tento. Theoretické hodnoty urychlení vztahují se na zemský sferoid. Redukujíce však místa pozorovací na hladinu mořskou konstruujeme plochu jinou, geoid. Tento není s oním identický. Příčinou jest vzedmutí hladiny mořské u pobřeží následkem jednostranného účinku pevnin. Redukci na hladinu moře rozšiřujeme toto vzedmutí i na pevniny; tím jde plocha geoidu nad plochou sferoidu. Opačně u moře; plocha geoidu, identická s hladinou mořskou, jde pod plochu sferoidu. Proto jsme na moři vzhledem k sferoidu jako by ve hlubině, středu země blíže, tudíž v poli silovém intensivnějším. Opačně na pevnině.

Schematicky, ovšem ohromně nadsazeně, znázorňuje věc obr. 214. Oblouk EE náleží rotačnímu ellipsoidu, jakožto tvaru země geometrickému; čára $GABG$ náleží geoidu; značí rozšířenou hladinu mořskou. Body A, B naznačují pozorovací stanice, a to A stanici skutečnou na moři, B stanici na pevnině, jak vyjde po redukci na hladinu mořskou.

Počítají-li se dle této theorie výškové rozdíly, jež by anomalie fakticky pozorované mohly vysvětliti, vycházejí čísla poměrně velká, až přes 800 m, kdežto ony rozdíly mezi geoidem a sferoidem se odhadují z důvodů jiných jen na 200 až 250 m. Vzhledem k tomu hledí se ony anomalie vysvětliti různou hustotou vrstev kůry zemské. Pod mořem jsou vrstvy chladnější a hustší, pod horami teplejší a řidší; nakupeniny hmotné jsou tu kompensovány defekty hmotnými. S tím jest v souhlasu, že na př. na úpatí horstva Himalayského odchylky svislice nejsou tak značné, jak by se vzhledem k mohutnosti jeho očekávalo.



Obr. 214.

Za příklad, jak velikými anomalie intensity tíže mohou býti, buďtež uvedena data následující.

Pohoří skalní (Rocky Mountains) v severní Americe ukazuje na pláních ve výši 1500—2000 m anomalie negativní až $-0{\cdot}24\ \frac{cm}{sec^2}$; oproti tomu na ostrovech Atlantického oceanu pozorovány anomalie positivní $0{\cdot}19\ \frac{cm}{sec^2}$, na ostrovech Tichého oceanu až $0{\cdot}22\ \frac{cm}{sec^2}$. V Tirolských Alpách (Sterneck) a ve Francouzských Alpách (Collet) nalezeny anomalie negativní dosti souhlasně až $-0{\cdot}13\ \frac{cm}{sec^2}$. Jak patrno, osvědčuje se výrok, který učinil *A. v. Humboldt*, když kyvadlo nazval přístrojem geognostickým.

§ 284. **Kyvadlo jako indikator rotace zemské.**

Setrvačností zachovává kyvadlo rovinu kyvů. Na tomto základě demonstroval *Foucault* *) (1851) očividně rotaci země naší.

Na některém místě M povrchu zemského (obr. 215.) mějmež zavěšeno kyvadlo, přibližně mathematické, na př. měděnou kouli na ocelovém drátu; uvádějíce pak toto kyvadlo v kývání, zařiďme pokus tak, aby koule v okamžiku, kdy prochází rovnovážnou svou polohou, směřovala od severu k jihu, tedy ve smyslu tečné MX k meridianu NMS v bodu M sestrojené. Sledujeme-li kyvadlo toto v dalším průběhu pokusu, pozorujeme, že koule *onen původní směr ponenáhlu opouští*, že procházejíc rovnovážnou polohou již nesměřuje k jihu neb k severu, nýbrž že kývá směrem, který vždy víc a více se stáčí od východu přes jih k západu, tedy že průběhem pokusu kyvadlo se stáčí, jak říkáme, *za sluncem*. Avšak v skutku *zachovává* koule následkem setrvačnosti *svůj směr původní*, nestáčí se tedy od východu k západu, nýbrž země naše otáčí se ve smyslu opačném od západu k východu; následkem toho přichází meridian NMS do nových a nových poloh a tudíž jeho tečná MX do jiných a jiných směrů. Přijde-li M do polohy M', kývá kyvadlo

*) *Jean B. L. Foucault* (1819—1868) Démonstration physique du mouvement de rotation de la terre, au moyen du pendule, C. R. XXXV, 1851.

ve směru svém původním, totiž

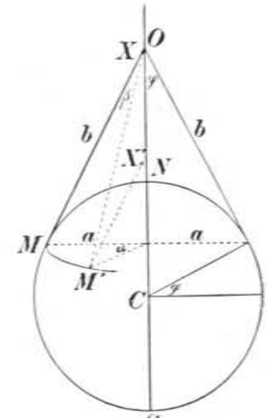
$$M'X' \parallel MX,$$

kdežto tečná k meridianu má již směr jiný, totiž $M'O$; tvoří tedy směr kývání a směr meridianu úhel β, i zdá se jako by kyvadlo o tento úhel se bylo otočilo. Vyjádříce $arc\ MM'$ dvojím způsobem, obdržíme rovnici

$$b\beta = a\alpha$$

čili

$$\beta = \frac{a}{b}\ \alpha.$$



Obr. 215.

Znamená-li φ šířku místa M geocentrickou, kteráž zde, kde nepřihlížíme ke zploštění země, jest identická se šířkou geografickou, obdržíme

$$\frac{a}{b} = sin\ \varphi,$$

z čehož plyne pak ihned

$$\beta = \alpha\ sin\ \varphi.$$

Úhel α obnáší pro každou hodinu hvězdnou

$$\frac{360^0}{24} = 15^0.$$

Zdánlivé otočení se kyvadla jest tedy pro každou hvězdnou hodinu

$$\beta = 15\ .\ sin\ \varphi,$$

mění se tudíž β dle geografické šířky.

Na polech jest $\qquad \varphi = 90^0,$

tudíž $\qquad \beta = \alpha;$

na polech by se tedy kyvadlo během dne hvězdného otočilo kolem do kola. Čím více se od polu blížíme k rovníku, tím menší jest zdánlivé otáčení se kyvadla.

Pro Prahu jest $\qquad \varphi = 50^0\ 5',$

tudíž $\qquad \beta = 11^0\ 5'.$

Na rovníku samém je $\varphi = 0^0,$

tudíž $\qquad \beta = 0.$

Na rovníku se tedy kyvadlo nestáčí, kývá pořád v témže směru od severu k jihu. To snadno pochopíme uvážíce, že tam meridian také sice přichází do nových a nových poloh, ale směr tečné v bodech rovníku k němu vedené zůstává během otáčení se země stále sám sebou rovnoběžný, t. j. kolmý na rovník, jehož rovina při otáčení se země naší zůstává nezměněnou.

Důkaz uvedený jest jen orientačním; nepřihlíží k obíhání země kolem slunce; v skutku má úkaz průběh takový, jak zde popsáno, jen v prvé době, na př. v prvé hodině, stávaje se po delší době komplikovanějším. Také relace $\beta = \alpha\ sin\ \varphi$ platí pro první chvíli, po jakou pokus trvá, na nejvýš na př. pro prvou hodinu. Jinak jest forma závislosti komplikovanější.

Rovina kyvů má zůstati sama sebou rovnoběžnou, ale při tom zároveň následkem zavěšení kyvadla stále svislou vzhledem k místu, kde pokus se koná. Avšak obě podmínky tyto nelze sloučiti, než jedině na polech, kde závěsný bod kyvadla se neotáčí. Ale i kdybychom jen ke směru kývání přihlíželi a nikoli k rovině kyvu, nemůže ani tento směr zůstati sám sebou rovnoběžným a při tom následkem zavěšení kyvadla horizontalním, než jen na polech a na rovníku; jinak v šířce φ byl-li směr MX horizontalním, není jím již směr $M'X' \parallel MX$, poněvadž není kolmým k poloměru zemskému. K tomu přistupuje ještě translační pohyb země, kterým se v delší době průběh pokusu též modifikuje. Proto jest podrobný rozbor pokusu velmi nesnadný a složitý*).

Původní pokus Foucaultův proveden byl roku 1851 v pařížském Pantheonu. Zavěšená koule vážila 30 kg a visela na ocelovém drátě délky 68 m. Doba kyvu tohoto dlouhého kyvadla obnášela asi 8 sekund.

§ 285. Kyvadlo differentialní.

Analogií padostroje Atwoodova jest kyvadlo, jež *differentialním* zoveme; jako tam řídí také zde malá hmota svou vahou pohyb hmot velkých, jež samy o sobě jsou v rovnováze; následkem toho se zmenší v obou případech urychlení, tam podélné, zde úhlové a tím zmírní se tam padání, zde kývání.

Obr. 216.

Kyvadlo differentialní mathematické (obr. 216.) má na tyči nehmotné v odlehlosti l od osy dvě stejné hmoty (bodové) m, jednu nad osou, druhou pod osou. Připojí-li se k dolejší hmotě malý jako by přívažek μ (bodový), ovládá svou silou direkční $D = \mu g l$ nejen setrvačnost svou vlastní, nýbrž hmoty celkové $M = 2m + \mu$, jejíž moment setrvačnosti jest $K = Ml^2$. Jest tedy doba kyvu

$$t = \pi \sqrt{\frac{Ml}{\mu g}}.$$

Bez hmot m by kývala hmota μ v době

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Jest tudíž

$$\frac{t^2}{\tau^2} = \frac{M}{\mu}.$$

Doba kyvu se zvýší tolikrát, kolikrát jest $\sqrt{M}$ větší než $\sqrt{\mu}$.

*) O problemu kyvadla Foucaultova pojednal v několika článcích P. *Corn. Pích* v Čas. pro pěst. math. a fys. (XIV, XV, XVII, XVIII) udávaje tam zároveň četné poznámky literární.

Fysické kyvadlo differentialní má tyč hmotnou, souměrně pracovanou, na níž lze hmoty m na př. kulové neb čočkovité vhodně veliké pošinovati. Přívažek μ může býti k dolejší hmotě připojen, t. j. tato může býti o to větší, anebo se umístí do odlehlosti libovolné. Jinak můžeme dobu kyvu zvýšiti také tak, že hmotu dolejší umístíme pevně, hmotu pak hořejší, stejnou anebo i libovolnou jinou, pošinujeme na tyči do vzdálenosti od osy větší neb menší. Tak lze i u kyvadla krátkého docíliti kývání volného. Differentialním jest konečně každé fysické kyvadlo, jehož osa jest tak umístěna, že jedna část hmoty jest pod osou a jedna nad osou; v tom smyslu jest příkladem kyvadlo, jehož doba kyvu v § 277. byla pro různé polohy osy propočítána. Střed kývání padne u kyvadla differentialního obyčejně hluboko pod osu mimo vlastní hmotu kyvadla.

§ 286. Metronom.

Známý příklad k tomu, co právě uvedeno, podává metronom (obr. 217.), který sestrojil (1816) mechanik *Jan Mälzel*: frequencé kývání reguluje se malým závažíčkem na tyčince pošinovatelným, při čemž pro každou jeho polohu jest na tyčince udána frequence kývání za minutu. Tak lze kyvy metronomu stanoviti přesně tempo (takt) hudby, přesněji než všeobecným označením andante, presto, largo a pod. Na tento metronom vztahují se též údaje, kteréž skladatelé v čelo skladeb kladou na př. ve způsobu:

M. M. ♩ = 60,

což znamená, že nota naznačená má trvání takové, jaké udává kyvadlo metronomu při frequenci 60 za minutu.


Obr. 217.

Metronom koná též při četných pokusech fysikalních dobré služby. Souvislost délky kyvadla s dobou kyvu lze v úpravě v obr. 205. na levo znázorněné studovati buď srovnáváním frequencí vzájemným anebo metronomem. Dvěma metronomy lze objasniti methodu koincidencí (§ 280.) akusticky. Když se pak jeden z nich postaví příčně na šikmou rovinu, lze studovati závislost frequence na urychlení právě tak jako apparatem Machovým (obr. 213.).

§ 287. Empirické stanovení momentu setrvačnosti.

Na kyvadle differentialním lze objasniti methodu, kterouž lze moment setrvačnosti K empiricky určiti dle doby kyvu.

Pro jisté postavení hmot m platí vztah

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{D}}.$$

Pošineme-li hmoty m na tyči dále od osy, ale na obou stranách stejně daleko, zvýší se moment setrvačnosti na hodnotu K', ale nezmění se síla direkční D. Bude tedy

$$t' = \pi \sqrt{\frac{K'}{D}}.$$

Z obou rovnic plyne výslední

$$\frac{t^2}{t'^2 - t^2} = \frac{K}{K' - K}.$$

Z pozorovaných dob kyvu t a t' lze tedy moment setrvačnosti K počítati, je-li znám onen přírůstek $K' - K$. Methoda tato jest důležitou, avšak méně pro kyvadla, jichž kývání se řídí direkční silou tíže; neboť zde jest velmi nesnadno zaručiti, že buď pošinutím hmot, jež na kyvadle jsou již umístěny, aneb přidáním hmot nových, jimiž moment setrvačnosti se má zvýšiti, nenastane žádná změna síly direkční. Má-li však síla direkční svůj původ v pružnosti nebo v magnetismu, pak lze snadno zaručiti, aby přidáváním hmot ke hmotě již kývající se síla direkční nezměnila.

§ 288. Kyvadlo regulatorem hodin.

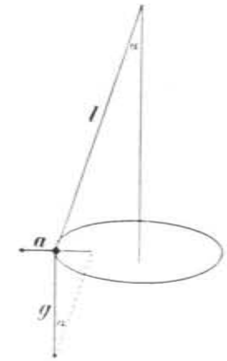
Nejznámějšího užití nabývá kyvadlo k regulaci chodu hodin na základě isochronismu kyvů. K cíli tomu uvádí kyvadlo v pohyb vidlici spojenou s kotvou, kteráž na koncích má zuby zasahající střídavě v ozubené kolo, poháněné, prostřednictvím četných jiných ozubených koleček, závažím neb pružným perem jakožto motorem hodin; kotva zadržuje pohyb onoho kola, popouštějíc jej po plné periodě, t. j. po kyvu kyvadla sem i tam jen o jeden zub dále; naopak zuby kola jsou tak zařízeny, aby kyvadlo vždy poněkud pohnalo a tak v kývání udržovalo. Podrobné provedení bývá tu rozmanité. Kyvadlo zavedl k časoměře *Ch. Huygens* (l. c.). Poněvadž pak isochronismus obyčejného kyvadla jest jen přibližný, zavedl též kyvadlo cykloidalné, dokázav, že padání po oblouku cykloidickém jest bez ohledu na délku oblouku přesně stejnodobé čili že cykloida jest tautochronou. Nicméně kyvadlo cykloidalné, zajímavé se stanoviska theoretického, nenabylo důležitosti praktické.

§ 289. Kyvadlo sferické.

O kyvadle mathematickém, délky l, předpokládali jsme, že kývá v rovině. Kdyby, jsouc v jisté elongaci, obdrželo náraz ve směru k rovině té na př. kolmém, vykonávalo by též pohyb periodický, při čemž by opisoval hmotný bod křivku jakousi na kouli a nehmotná nit kužel. Kyvadlo takové zove se sferickým nebo též konickým.

Ve zvláštním případu zůstává hmotný bod kyvadla v rovině horizontalní, a opisuje kruh. Kyvadlo takové zove se horizontalním neb centrifugalním. Perioda jeho T jest určena vzorcem

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g}}.$$



Obr. 218.

Vzorec tento plyne z úvahy, že urychlení centrifugalní a při obíhání hmoty v poloměru $r = l \sin \alpha$ (obr. 218.) se rovná složce $g \, tg \, \alpha$ urychlení tíže, tedy

$$\frac{4\pi^2 . l \sin \alpha}{T^2} = g \, tg \, \alpha,$$

z kteréžto podmínky ihned hořejšího vzorce nabudeme. Při malé úchylce α, pro kterou jest přibližně $\cos \alpha = 1$, vychází tudíž plná perioda $2T$ kyvadla horizontalního právě takovou jako plná perioda obyčejného kyvadla mathematického.

Aby redukovaná délka kyvadla, užívaného k přesné časomíře, se neměnila teplotou, nutno kyvadlo kompensovati.

§ 290. Pohyb kyvadla v ústředí odporujícím.

Úkol lze řešiti jenom počtem vyšším. Vzhledem k důležitosti úkolu zejména též pro analogické případy v oboru magnetismu buďiž zde řešení v hlavních rysech podáno, a to pro kyvadlo fysické jakožto všeobecnější.

Differencialní rovnice pohybu kyvadlového pro vakuum jest

$$K \frac{d^2\Theta}{dt^2} = - D \sin \Theta.$$

Pro ústředí, kteréž pohyb tlumí, kladouc odpor úměrný rychlosti, přistupuje na pravo člen další

$$K \frac{d^2\Theta}{dt^2} = - D \sin \Theta - p \frac{d\Theta}{dt}.$$

Všechny členy této rovnice mají význam momentu direkčního, jako jest D, rozměru $\frac{\mathrm{ML}^2}{\mathrm{T}^2}$; činitel p, často *momentem útlumu* zvaný, má rozměr $\frac{\mathrm{ML}^2}{\mathrm{T}}$.

Předpokládáme-li amplitudy Θ velmi malé, kladouce v souhlasu s tím oblouk Θ za *sin* Θ, obdržíme differencialní rovnici pohybu tlumeného ve formě definitivní

$$\frac{d^2\Theta}{dt^2} + \frac{p}{K}\frac{d\Theta}{dt} + \frac{D}{K}\Theta = 0.$$

Integrace této linearní differencialní rovnice zkrácené druhého řádu provádí se methodicky. Položíme

$$\Theta = e^{rt},$$

hodnoty r vypočítají se řešením charakteristické rovnice

$$r^2 + \frac{p}{K}r + \frac{D}{K} = 0,$$

$$r = -\frac{p}{2K} \pm \frac{\sqrt{p^2 - 4KD}}{2K}.$$

Předpokládejme

$$p < \sqrt{4KD};$$

jinak by útlum byl tak značný, že by nevznikl pohyb periodický, nýbrž aperiodický. Zaveďme přehledné a souměrné označení:

$$4KD = p^2 + q^2,$$

$$\frac{p}{2K} = a, \qquad \frac{q}{2K} = b.$$

Veličiny p a q jsou stejnorodé; rovněž jim úměrné veličiny a a b. Tyto mají rozměr $\frac{1}{T}$, tudíž význam *čísel frequenčních*, jak níže ještě objasníme.

Máme tedy

$$r = -a \pm ib$$

a obecný integral rovnice differencialní jest

$$\Theta = e^{-at}(A \sin bt + B \cos bt).$$

Konstanty A a B určí se podmínkami začátečními. Bývají dvojí. Začátek času $t = 0$ položí se buď v okamžik, kdy kyvadlo, jsouc do amplitudy $\Theta = \alpha$ odchýleno, začíná padati, anebo v okamžik, kdy jistou úhlovou rychlostí ω probíhá polohou rovnovážnou. Jako v § 269. volme také zde případ poslední.

Jest tedy $\Theta = 0$ pro $t = 0$; tudíž $B = 0$,

$$\Theta = Ae^{-at} \sin bt.$$

Konstanta A převede se snadno na danou úhlovou rychlost ω. Differencujíce obdržíme

$$\frac{d\Theta}{dt} = -aAe^{-at} \sin bt + bAe^{-at} \cos bt;$$

pro $t = 0$ vychází $A = \frac{\omega}{b}$.

Počítejme doby t, odpovídající bodům obratu, t. j. $\frac{d\Theta}{dt} = 0$. Obdržíme podmínku

$$tg\ bt = \frac{\cancel{a}\ b}{\cancel{b}\ a}$$

Této vyhovují hodnoty

$$t = \tau, \quad \tau + T, \quad \tau + 2T, \quad \tau + 3T, \ldots$$

odpovídající elongacím

$$\Theta = \alpha_1, \quad \alpha_2, \quad \alpha_3, \quad \alpha_4, \ldots$$

a jest

$$bT = \pi$$

$$T = \frac{\pi}{b}.$$

Pohyb kyvadla jest tudíž isochronní. Amplitudy α obdržíme z rovnice

$$\Theta = \frac{\omega}{b} e^{-at} \sin bt$$

a sice jest první amplituda

$$\alpha_1 = \frac{\omega}{b} e^{-a\tau} \sin b\tau, \qquad \tau = \frac{1}{b} arc\ tg \frac{\cancel{a}\ b}{\cancel{b}\ a}$$

Co se však dalších amplitud týče, přehlédneme ihned, že jest

$$\alpha_2 = k\alpha_1, \qquad \alpha_3 = k\alpha_2, \qquad \alpha_4 = k\alpha_3, \ldots$$

Amplitud tedy ubývá řadou geometrickou, dle poměru

$$k = e^{-aT} \quad \text{čili} \quad k = e^{-\pi\frac{a}{b}}.$$

Tento poměr zove se *poměrem útlumu*: jeho *log nat* $k = \Lambda$ pak *logarithmickým dekrementem amplitud*. Jest tedy

$$\Lambda = -aT \quad \text{čili} \quad \Lambda = -\pi\frac{a}{b}.$$

Obyčejně počítává se *log brigg* $k = \lambda$.

Zaveďme ještě dobu T^* pro kývání v prostoru prázdném a vyjádřeme konečně vše veličinami původními; obdržíme

$$T^* = \pi\sqrt{\frac{K}{D}}, \qquad T = \pi\sqrt{\frac{K}{D - \frac{p^2}{4K}}},$$

$$T = T^*\sqrt{1 + \frac{\Lambda^2}{\pi^2}},$$

$$-\Lambda = \pi\frac{p}{\sqrt{4KD - p^2}}.$$

Vliv odporujícího ústředí jeví se tedy zmenšením síly direkční D o část $\frac{p^2}{4K}$; zmenšení jest malé při velkém momentu setrvačnosti.

Vraťme se ještě k významu čísel a, b, kterých jsme s prospěchem užili ke zkrácení výrazů, které však mají i pro sebe zajímavý význam. Zvali jsme je čísly frequenčními. V skutku jsou frequenci kyvů přímo úměrnými, jakož vychází z úvahy následující.

Budiž $N = \frac{1}{T}$ frequence kyvů v ústředí odporujícím, $N^* = \frac{1}{T^*}$ podobně v prostoru prázdném. Poněvadž jest $N < N^*$, zaveďme quadratický doplněk N_0 dle rovnice

$$N_0^2 + N^2 = N^{*2}.$$

Pak jest souhlasně

$$a = \pi N_0,$$
$$b = \pi N,$$
$$\sqrt{a^2 + b^2} = \pi N^*.$$

Trojúhelník pravoúhlý o odvěsnách a, b podává tudíž obraz frequencí. Povaha kývání tlumeného, aneb všeobecněji řečeno, tlumeného pohybu harmonického vůbec vynikne zřetelně, když se pro určité a a b rovnice

$$\Theta = \frac{\omega}{b} \cdot e^{-at} \sin bt$$

graficky znázorní podobně, jako jest v obr. 203. znázorněn pohyb harmonický bez útlumu. Rozdíl harmonického pohybu bez útlumu a s útlumem lze pak jednoduše formulovati takto. Harmonický pohyb bodu M jeví se jako projekce pohybu bodu N, jenž se otáčí *úhlově rovnoměrně*. Bez útlumu zůstává bod N na obvodě kruhu, s útlumem zůstává na smršťující se logarithmické spirale, při čemž zároveň úhlová rychlost se poněkud umenší.

Konstanty a a b jakož i ω určí se v konkretních případech pokusem na základě pozorování doby kyvu T, logarithmického dekrementu Λ a některé z amplitud α, dle rovnic nahoře uvedených.

XVIII.

Úkazy rovnováhy a pohybu kapalin.

§ 291. Význačné vlastnosti kapalin.

Tělesa přecházejí ze skupenství tuhého v kapalné z pravidla účinkem tepla. Zahříváme-li na př. kus ledu, cínu, olova, stříbra a j. pozorujeme, že při jisté teplotě souvislost částic se začíná uvolňovati, částečky, jsouce těžké, začínají se roztékati a jest třeba pevnou nádobou je podchytiti, aby se udržely pohromadě; těleso ztrácí dřívější určitý tvar, přizpůsobujíc se tvaru nádoby, při čemž z pravidla mění zároveň svůj objem. Kapalněním uvolňuje se tedy *soudržnost* (cohaesio) nejmenších částic, kteréž se stávají velice *pohyblivými* a *pošinovatelnými*, ač u různých kapalin ve stupni různém. Dle toho mluvíme o různém stupni *tekutosti*, jak se jeví na př. u glycerinu, kyseliny sírové, sehnané neb zředěné, u vody, alkoholu, aetheru a pod.

Při této veliké pohyblivosti a pošinovatelnosti nejmenších částic kapaliny jest velice pozoruhodnou vlastnost další, *stálost objemu*. Teplem mění se sice objem kapalin a to i větší měrou než u těles tuhých, avšak *při teplotě určité* jest objem téměř *stálým*, umenšuje se tlakem měrou velmi nepatrnou.

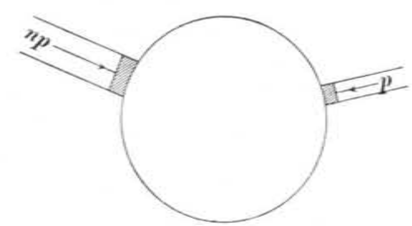
Z úvodního výkladu tohoto vystupují již dvě vlastnosti pro kapaliny *význačné*, jich *tekutost* a *stálost objemu*. U kapalin skutečných jest ovšem tekutost větší neb menší, ale jen přibližně dokonalou; podobně stálost objemu vzhledem ke tlaku objevuje se ve stupni větším neb menším ale nikoli naprostém. Vzhledem k tomu zavádíme abstrakcí pojem kapaliny *idealné*, kterouž by byla kapalina, jejíž částečky by byly absolutně pohyblivými a jejíž objem by byl vzhledem ke tlaku absolutně konstantním. Zavedením pojmu tohoto zjednoduší se výklad o mnohých úkazech rovnováhy i pohybu, když se nejprve provede pro kapalinu idealnou a když se pak přihlédne, jak dalece též kapaliny skutečné úkazy tyto jeví.

Repraesentantem kapalin nejznámějším a nejdůležitějším jest voda, řecky hydor*); dle slova tohoto tvoří se názvy v tomto odboru, jako hydrostatika, hydrodynamika, hydromechanika, hydrosféra, dle analogie atmosféra, a pod.

Vlastnost tekutosti mají kapaliny společnou s plyny; proto se někdy kapaliny a plyny označují společným jménem jakožto tekutiny, a činívá se rozdíl mezi tekutinami kapalnými a plynnými.

§ 292. Všestranné šíření se tlaku v kapalinách.

Důležitým následkem veliké pohyblivosti nejmenších částeček kapaliny jest *všestranné* šíření se tlaku. Abychom *podstatu* tohoto úkazu objasnili, proveďme experiment myšlenkový (*B. Pascal*). Mějmež (obr. 219.) dutou pevnou kouli a v ní nějakou kapalinu, na př. vodu. Můžeme si mysliti, jako by koule tato s kapalinou nebyla v gravitačním poli naší země; pak nemá váhy a stěny koule nepodléhají tlaku žádnému. Připojme ke kouli dutý válec s pístem, který právě ke kapalině přiléhá; budiž průřez pístu na př. 1 cm^2. Tlačíme-li na píst tlakem p megadyn, neustoupí kapalina — jsouc (téměř) nestlačitelnou — tomu tlaku, za to však šíří se tlak ten v kapalině všestranně, šíří se až ke stěnám pevné koule, kteréž však pevností svou proti němu působí; následkem toho vznikne v celé kapalině tlak v tom smyslu, že na každém místě uvnitř kapaliny i na stěnách pro plochu každého cm^2 se jeví velikostí p. Myslíme-li sobě názorně do kapaliny vložený lístek papíru neb tenkého plechu povrchu 1 cm^2, byl by v každé poloze tlačen z obou stran kolmým tlakem p. Připojíme-li ke kouli na kterémkoli místě druhý válec s pístem, jehož průřez jest n cm^2, byl by tlačen ven tlakem np, tak že bychom tlakem n-kráte větším než u pístu prvého musili tlačiti do vnitř, aby se rovnováha udržela.

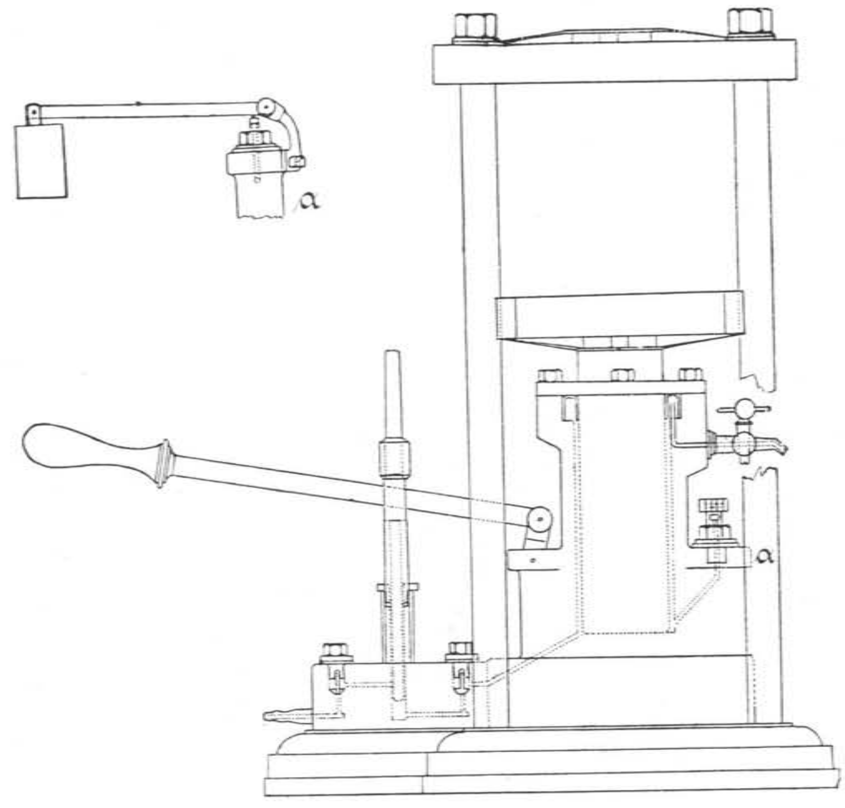


Obr. 219.

*) ὕδωρ τό, voda.

§ 293. Hydraulický lis.

Myšlenkový pokus právě popisovaný vede již k tomu, jak jest možná malým tlakem p způsobiti veliký tlak $n \cdot p$ na základě všestranného šíření se tlaku v kapalině. Upotřebiti tohoto principu k účelům praktickým, t. j. hotoviti stroje, tak zvané *lisy hydraulické*, stalo se možným, když se podařilo oproti velikým tlakům docíliti zvláštní ucpávkou



Obr. 220.

toho, aby voda kolem válce neprýštila. Ucpávku takovou nalezl *Bramah**); záleží v koženém prstenu, jehož průřez má formu obráceného U, a který jest do rýhy velkého válce tak zasazen a upevněn, že tím těsněji při-

*) Josef Bramah, (1749—1814), mechanik a inženýr v Londýně; příslušný jeho spis má název: Description and Account of a New Press, operating by the action of Water, on the Principle of the Hydrostatic Paradox. Nicholsons Journal I, 1797.

léhá k pistu, čím větší tlak ve vodě vzniká. Obrazec 220. znázorňuje v průřezu malý hydraulický lis, jak se ho užívá k účelu přednášek.

Znamená-li r a R poloměr obou válců, zvýší se tlak v poměru $\frac{R^2}{r^2}$. Užívá-li se páky k převedení tlaku p rukou působeného, zvýší se tento ještě v poměru obou ramen páky. U lisu obrazcem znázorněného jest poměr tento okrouhle $= 3$, mimo to $2r = 16\,mm$, $2R = 120\,mm$, tudíž $\frac{R^2}{r^2} = \left(\frac{60}{8}\right)^2$, okrouhle $= 56$. Tlak p rukou na páce působený zvýší se tudíž na $168\,p$. Jest snadno působiti tlakem p tak velikým jako jest váha $10\,kg$; pak se lisem tlak tento zveličí na tlak takový, jakým působí váha hmoty $1680\,kg$. Pojistným ventilem α jest jistá mez tlaková k zabezpečení stroje stanovena. U takovýchto malých lisů jest výhodno voliti místo vody čistý mineralní olej, železné části stroje pak nerezaví a písty i ventily neváznou.

Užívá-li se lisu k pokusům, nejde jen o způsobení velikého tlaku, nýbrž o vykonání práce. Co se však získá prostřednictvím kapaliny na síle, ztrácí se zase na dráze, tak že práce na jedné i druhé straně, nehledíc ovšem k překážkám pohybu, jest stejnou. Princip virtualných posuvů platí i zde; analogii s pákou poznal již B. Pascal *).

Lis obyčejný účinkuje po rázech, v přestávkách činěných, ne spojitě. *Desgoffes* zavedl píst šroubem pošinovatelný, kterým se v posledním stadiu práce docílí působení spojitého.

Jde-li o účely technické, žene se hydraulický lis parou. V ocelárnách užívá se na př. k nýtování, neb k ohýbání pancéřových desk lisů hydraulických, jimiž lze docíliti ohromných tlaků, rovnajících se (na př. ocelárna Obuchowski v Petrohradě) váze až 10 millionů kilogrammů.

§ 294. Tlak hydrostatický.

Při onom pokusu myšlenkovém, kde se mělo jen vysvětliti, jak dlužno všestrannému šíření se tlaku v kapalinách rozuměti, abstrahovali jsme od působení tíže. Ve skutečnosti kapaliny podléhají tíži, jsou těžké; každá kapka má svou váhu. Tím vzniká buď pohyb anebo, je-li rovnováha, tlak; poněvadž je tlak tento účinkem tíže *statickým*, nazývá se u kapalin vůbec *tlakem hydrostatickým*.

Nalejme do nádoby nějaké, tvaru jakéhokoliv, kapalinu, na př. vodu, a sečkejme, až se ustálí. Pozorujeme především, že její povrch jest rovinou *horizontalní*, čili, jak právě dle tohoto zjevu říkáme, „*vodorovnou*". Uvážíme-li, že jsou nejmenší částečky ka-

*) *Blaise* (*Blasius*) *Pascal*, žil v letech 1623—1662 jako soukromník, nemaje žádného úřadu veřejného, v Clermontu, Rouenu a Paříži. Dílo jeho, sem hledící má název: Traité de l'équilibre des liqueurs et de la pésanteur de la masse de l'air, Paris, 1662.

paliny velice pohyblivé a že jich váha působí směrem svislým a že sil jiných než tíže zde není, pochopíme, že se částečky tyto nemohou jinak ustáliti než v rovině ke směru tíže kolmé, právě tak, jako hrášky na hladké ploše nezůstávají jinak v klidu než když plocha jest rovinou vodorovnou.

Jinak tomu jest, kde vedle tíže působí ještě síly jiné, jako na př. při kraji nádoby, kde se kapalina vlivem sil molekulových po stěnách poněkud zvedá anebo po případě stěnami poněkud stlačuje; avšak zjevy tohoto druhu budou později předmětem studia zvláštního, zde tedy k nim nepřihlížíme, pozorujíce jen, jak se povrch kapaliny utváří ve větší od stěn vzdálenosti.

Kapky na vodorovném povrchu samém nepodléhají ovšem tlaku (hydrostatickému) žádnému. Sestoupíme-li však v myšlenkách níže do jiné vodorovné roviny, čili, jak zde říkáme, *hladiny*, do hloubky z, tu každá kapka nese tlak všech kapek, které jsou nad ní. Avšak každá kapka, jsouc tlačena, tlačí také kapky sousední a to na všechny strany. Tlak šíří se tudíž v téže hladině až ke stěnám nádoby, kteréž svou pevností se tomuto tlaku opírají; tím vrací se tlak zpět, následkem čehož když jest rovnováha, všechny částečky téže hladiny se nalézají *v témže určitém stavu tlakovém*. Čím níže jest hladina pod povrchem, tím větší jest tento tlak, ale vždy jest v celé hladině nádoby týž; na vodorovném dně nádoby jest pak tlak tento největší, a dno musí svou pevností tlak ten vydržeti.

Opakujeme, že v téže hladině jest tlak u všech částic týž. Kdyby tedy jen některé z nich byly jistým tlakem tlačeny, rozestřel by se tento tlak na všechny částečky téže hladiny. U těch částic, které mají nad sebou sloupec kapaliny, pochází tlak přímo z váhy tohoto sloupce; nemají-li však některé částice nad sebou takový sloupec, pochází jich napjetí nepřímo z váhy onoho sloupce, jsouc sprostředkováno částicemi sousedními.

Majíce tlak ten stanoviti quantitativně, vztahujeme jej na velmi malou plochu β hladiny. Hmota kolmého sloupce kapaliny, jehož basis jest β a výška z, je-li s specifická hmota kapaliny, stanoví se součinem $\beta z s$. Počítajíce z toho tlak, tedy váhu, násobíme intensitou tíže g a obdržíme výraz

$$p = \beta z s g.$$

Rozměrově máme pro součin ten výraz všeobecně a zvlášť

$$\mathrm{L}^2 \,.\, \mathrm{L} \,.\, \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{L}^3} \,.\, \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}^2} = \frac{\mathrm{L}\,.\,\mathrm{M}}{\mathrm{T}^2}$$

$$cm^2 \,.\, cm \,.\, \frac{g}{cm^3} \,.\, \frac{cm}{sec^2} = \frac{cm \,.\, g}{sec^2} = dyna.$$

Mnohdy zavádí se jakožto tlak hydrostatický tlak na jednotku plochy; v tom případě jest rozměr jeho dán výrazem všeobecně i zvlášť

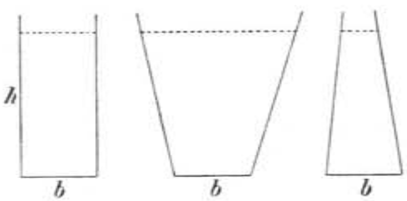
$$\frac{L\,M}{T^2} : L^2 = \frac{M}{L\,T^2}$$

$$\frac{cm\,.\,g}{sec^2} : cm^2 = \frac{g}{cm\,.\,sec^2} = \frac{dyna}{cm^2}.$$

Můžeme tedy říci názorně. Vložíme-li do kapaliny ve hloubce z malý lístek papíru neb plíšek, o ploše β, jest tlačen s obou stran kolmým tlakem $\beta z s g$ *dyn*, jednostejno, zda-li jest položen vodorovně nebo šikmo nebo svisle, ovšem pokládajíc plošku β za tak malou, že když ji postavíme svisle, jako bychom z hladiny ani nevystoupili. Je-li list povrchu libovolného b, směli bychom tlak úhrnný patrně jen v tom případě vyjádřiti součinem $bzsg$, když by pro všechny malé části β celé plochy b bylo z totéž, t. j., kdyby celý rovný list b byl v téže hladině.

§ 295. Tlak na vodorovné dno.

Dle úvah odstavce předcházejícího vyjádřuje součin $bzsg$ tlak, kterým působí kapalina specifické hmoty s na vodorovné dno, jehož plocha jest b, ve hloubce z pod vodorovným povrchem kapaliny. Není tudíž tlak ten závislý na množství kapaliny, kteréž dle formy nádoby může býti větší neb menší.



Obr. 221.

Mějme na př. tři nádoby se stejným dnem b; první z nich budiž se stěnami svislými, druhá se stěnami nahoru rozbíhavými a třetí se stěnami nahoru sbíhavými. Nalejme do všech vody do výšky z (obr. 221.). *Tlak na dno bude u všech týž.* Výsledek tento jest na první pohled překvapující; nazývá se také *hydrostatické paradoxon*.

U těles tuhých jsme totiž zvyklí, tlak, kterým působí na podklad nějaký, stotožňovati s jejich vahou. Tuto zkušenost přenášíme mimoděk také na kapaliny, jako by také zde tlak, kterým působí na dno, byl stejný s jejich vahou. Avšak zde platí tato stejnost jenom, jsou-li stěny svislé, tedy u nádoby prvé. Jsou li stěny nahoru rozbíhavé, jako u nádoby druhé, nesou stěny samy část váhy kapaliny tak že na dno samé zbývá jen ostatní část úhrnné váhy; stěny reagujíce proti tlaku hydro-

statickému směrem vzhůru jsou vzhledem k tlaku na dno passivními. Jsou-li naproti tomu stěny nahoru sbíhavé, reagují proti tlaku hydrostatickému směrem dolů a jsou tudíž vzhledem k tlaku na dno aktivními, neboť reakční jich tlak, kterým přispívají k váze vody, jest takový, jako by svisle nad nimi byla voda až do výšky povrchové.

Rozdíl mezi kapalinami a tělesy tuhými vynikne ihned, když si představíme, jako by voda v oněch nádobách byla zmrzlá. Postranní stěny jsou pak zbytečné; mohou se odstraniti; tlak na dno rovná se pak jen váze ledu, a jest ovšem v oněch třech nádobách různý. U vody se tato různost vyrovnává pevností stěn postranních, na které voda, abychom tak obrazně řekli, buď naléhá nebo o které se opírá.

Byly sestrojeny mnohé apparaty, jimiž hydrostatické paradoxon se dokazuje pokusem. První apparat takový sestrojil již *B. Pascal* a zdokonalil *Masson*; tlak na dno u nádob formy rozmanité ale dna stejného měří se přímým vážením. Vadou jest tu malá citlivost a rušivé vlivy vedlejší. Apparaty takové spíše jen objasňují, jak jest tlak hydrostatický na plochu dna míněn, než aby přesně stejnost tlaku dokazovaly. Rušivé vlivy hleděli staří experimentatoři (Pascal, Gravesande a j.) učiniti méně znatelnými užíváním velkého množství vody, dle čehož pak příslušné apparaty měly větší rozměry. Že lze způsobiti veliké tlaky malým množstvím vody, jež jsouc v úzké trubici působí svou výškou, demonstroval Pascal pokusem jednoduchým a přesvědčivým; k sudu, naplněnému vodou, připojil do výše dlouhou trubici, do níž doléval vody; voda, ač v množství malém, působila při veliké výšce tlakem tak značným že se sud roztrhl. V úpravě podobné působí *Realův lis*.

§ 296. Tlak na stěny.

Úhrnný tlak na vodorovné dno nádoby lze snadno stanoviti, poněvadž na každou malou část plošnou β vzhledem k témuž z jest tlak týž. Summace tlaků takových přejde tím v summaci plošných částeček β. Jinak jest tomu, jedná-li se o tlak na dno šikmé neb na postranní stěnu nádoby. Tato zasahá do různých hladin; v každé jest tlak na plošnou částečku β jiný, úměrný hloubce z; tlak tudíž stoupá, když sestupujeme do hloubky větší a větší. Úloha se může komplikovati, když stěna není rovinná nýbrž zakřivená.

Komplikace úkolu v tomto případu záleží v tom, že jednotlivé velmi malé tlaky $\beta z s g$ působící na velmi malou plošku β ve hloubce z nejsou stejnosměrné, nýbrž následkem zakřivení stěny různosměrné. Summaci, jež v tomto případu jest geometrickou, lze analyticky provésti jen tak, že se na místo každého jednotlivého tlaku zavedou jeho složky vzaté dle směrů os souřadnicových; tyto složky lze pak sečítati algebraicky, poněvadž jsou uvedeny na týž směr. Sečítání znamená pak integrování. Rozklad ve složky není nutným, když jest stěna rovinnou, poněvadž tlaky jednotlivé $\beta z s g$ jsou již stejnosměrné; jich sečítání znamená i zde integrování.

Omezí-li se úkol jen na *stěny rovinné*, lze odvoditi o tlaku hydrostatickém jisté věty všeobecné, jednoduchostí svou zajímavé, jež i bez znalosti počtu integralního lze pochopiti na základě známých vět, odvozených v oddílech předešlých. Sestupujmež do hloubky z ponenáhlu, po jednotlivých sobě velmi blízkých hladinách vodorovných; těmito rozdělí se stěna, jakkoli šikmo postavená, na vodorovné uzounké proužky β. Tlak hydrostatický na každý takový proužek jest dán výrazem $\beta z s g$; vzhledem k tomu, že veličiny s, g jsou konstantními, vede summace oněch tlaků k výrazu

$$\Sigma \beta z.$$

Mysleme si, že stěna má jistou tloušťku, tak že jest hmotnou; pak jest ploška β úměrnou vlastní hmotě, a výraz βz úměrným momentu hmotnému; součet takových momentů hmotných lze však nahraditi (§ 147.) jediným momentem hmotným dle vzorce

$$\Sigma \beta z = z_0 \Sigma \beta$$

sečítají se totiž hmoty — zde plošky hmotám úměrné, — a součet hmot se násobí souřadnicí těžiště. Dle toho jest také úhrnný tlak hydrostatický dán výrazem

$$sg \Sigma \beta z = sgz_0 \Sigma \beta.$$

Úhrnný hydrostatický tlak na rovinnou stěnu jest tudíž takový, jako by stěna ve výši vlastního těžiště byla v kapalině vodorovně položená.

Zbývá ještě určiti, kde úhrnný tento tlak má své působiště; toto se zde zove *středem tlakovým*. Užijeme i zde známých (§ 141.) vět momentových. Značí-li z^* jeho souřadnici ve směru svislém, určuje se rovnicí

$$\Sigma z . \beta z = z^* \Sigma \beta z,$$

kdež vynecháváme konstantní faktory s a g. Odtud plyne

$$z^* = \frac{\Sigma \beta z^2}{\Sigma \beta z}.$$

Výrazy na pravo jsou úměrnými úhrnnému momentu hmotnému a to v čitateli stupně druhého, ve jmenovateli stupně prvého. Poměrem momentů takových jest však určena poloha středu kyvu. Představíme-li si tedy stěnu jako hmotné kyvadlo, kývající kolem osy vodorovné v povrchu kapaliny, *udává hloubka z^* středu kyvu zároveň hloubku středu tlakového*. Má-li na př. stěna ve směru vodorovném konstantní rozměr l, jest patrně

$$\beta = l . dz.$$

Odtud úhrnný tlak

$$sg \int_0^z l . dz . z = lz . \frac{z}{2} . sg$$

a hloubka jeho středu

$$z^* = \frac{\int_0^z z^2 dz}{\int_0^z z\, dz} = \frac{2}{3} z.$$

Poněvadž pak střed tlaku musí zároveň na přímce souměrnosti ležeti, jest tím jeho poloha určena. Výsledek lze v tomto případě zvláštním odvoditi též konstrukcí geometrickou.

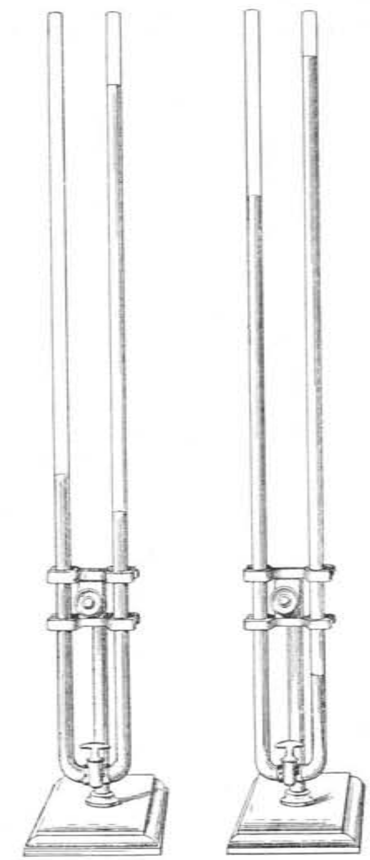
§ 297. Spojité nádoby.

Mějmež trubici skleněnou tak ohnutou, jak obr. 222. ukazuje. V části vodorovné jest zasazen skleněný kohout; ramena svislá jsou otevřena. Budiž kohout uzavřen. Nalejeme-li nějaké kapaliny specifické hmoty s do ramena jednoho i druhého stejně vysoko, do výšky H, tlačí kapalina tato na jistou (malou) plochu β kohoutu tlakem, který jest dán výrazem

pro stranu levou βHsg,

pro stranu pravou βHsg;

tedy tlak s jedné i druhé strany je týž. Otevřeme-li kohout, čímž trubici na levo spojíme s trubicí na pravo, zůstane pro *rovnost* tlaku rovnováha.



Obr. 222.

Opakujme pokus s modifikací následující. Uzavřeme kohout. Nalejme pak na levo kapalinu na př. těžší, specifické hmoty s, do ramena pak na pravo kapalinu lehčí, specifické hmoty s' a to opět do téže výšky H.

Nyní jest tlak na jistou (malou) plochu β kohoutu

se strany levé βHsg,

„ „ pravé $\beta Hs'g$,

tedy se strany levé, poněvadž jest $s > s'$, tolikrát větší, kolikrát jest jedna kapalina těžší druhé. Aby byl tlak týž, musili bychom kapaliny lehčí doliti do výšky větší H' i bylo by $\beta Hsg = \beta H's'g$,

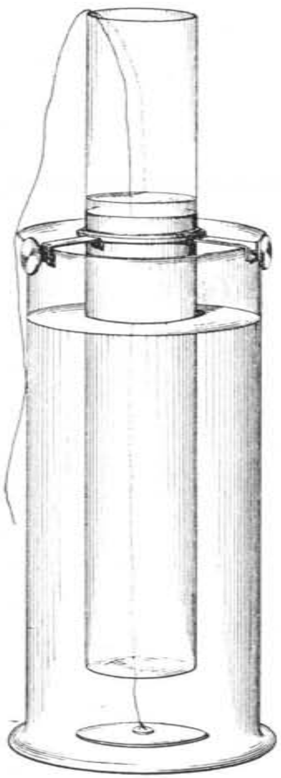
tehda, když by $H : H' = s' : s$.

Pak by při otočení kohoutu zůstala rovnováha *neporušena*. Je-li však, jako dříve, $H = H'$, pak po otočení kohoutu *přetéká* kapalina těžší do kapaliny lehčí, při čemž předpokládáme, že se obě kapaliny spolu nemísí: rovnováha nastane, jak snadno přehlédneme, když jest

$$h : h' = s' : s,$$

kdež jsou výšky h a h' počítány od hladiny, ve které se obě kapaliny stýkají.

Ve způsobu právě popsaném, kterýž jest nejvíce instruktivním, lze pokus provésti na př. (obr. 222.) pro rtuť a vodu, anebo též pro vodu (indigokarminem modře zbarvenou) a alkohol aethylnatý (fuxinem červeně zbarvený); když se z počátku přetékání jen malým pootočením kohoutu zavede, nemíchají se obě kapaliny a lze dle zabarvení rovinu, v níž se stýkají, dobře pozorovati. K pokusu připojí se měření oněch výšek h a h', dle nichž lze poměr specifických hmot s a s' počítati.



Obr. 223.

§ 298. Tlak v kapalině.

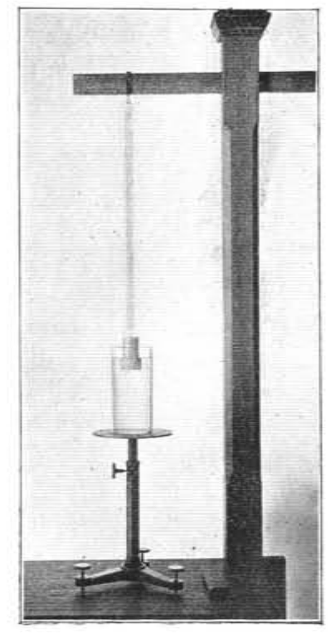
Plocha b rozestřená v kapalině ve hloubce z vodorovně, jest tlačena s obou stran kolmým tlakem velikosti $bzsg$. Tlak tento stane se patrným, když se může jeviti jednostranně; pokus upraví se k tomu účelu ve způsobu, jak jej znázorňuje obr. 223. (s' Gravesande*). Válec skleněný, jehož dno jest deska skleněná nitkou k válci přidržovaná, vnoří se do vody až do hloubky z; hydrostatický tlak, této hloubce příslušící, působí jednostranně, tlače skleněnou desku vzhůru, tak že tato neodpadne, když se nitka pustí. Nalévá-li se však shora vody do válce vždy výše a výše, přistupuje k určitému tlaku vzhůru tlak dolů ponenáhlu stoupající, až konečně deska odpadne, když její váha a tlak shora právě přesahá tlak zdola.

*) Vilém J. s' Gravesande, 1688—1742, v letech 1717—1742 professor v Leydenu, proslul jako znamenitý experimentator; konstruoval mnohé apparaty, jakýchž dosud při výkladech fysikalních se užívá.

Poučná modifikace pokusu tohoto záleží v tom, že se do válce nalévá kapalina jiná, na př. petrolej, alkaninem červeně zbarvený, který se s vodou nemísí. V okamžiku, kdy deska skleněná odpadne, vznáší se ve válci zřejmě viditelný sloupec kapaliny zasahající do určité hloubky vodní, který jest hydrostatickým tlakem nesen. Když se přilévá do vnější nádoby vody, vyzdvihuje se sloupec ten, a naopak zapadá hloub, na př. až právě tam, kde je okraj válce skleněného, když se vody ubírá. Existence tlaku hydrostatického, zde vzhůru působícího (t. zv. vztlaku), jeví se při této úpravě pokusu (obr. 223.) ve způsobu velice názorném.

§ 299. Zákon Archimedův.

Důsledkem poměrů tlakových v kapalinách jest zákon (princip) zvaný Archimedův. Těleso tuhé, jsouc (částečně nebo úplně) vnořeno do kapaliny, nepůsobí svou plnou vahou, nýbrž jest nadlehčováno silou rovnající se váze kapaliny tělesem vytlačené. Říkává se též, že těleso ztrácí na své váze tolik, mnoho-li váží kapalina tělesem vytlačená. Výrazu ztráta užívá se zde ve smyslu umenšení váhy. Podstatu zákona tohoto, který *Archimedes**) poznal, a který dle něho Archimedovým zoveme, objasníme úvahou následující.



Obr. 224.

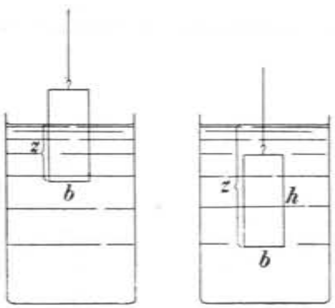
Na pružné spirale (na př. argentanové) mějmež zavěšený válec (na př. alabastrový, obr. 224.). Spirala se prodlouží, až se váha onoho válce pružností vyrovná; jest rovnováha. Postavme

*) Archimedes, (287—212 a. Ch. n.), jeden z nejslavnějších mathematiků a fysiků starého věku, příbuzný krále Hierona II. Syrakusského, věnoval se badání vědeckému a to nejen po stránce theoretické nýbrž i praktické, vynalézaje mechanické stroje, jichž prý též užil k obraně svého rodného města Syrakus proti Římanům. Když Marcellus 212 města dobyl, padl rukou vojína římského Archimedes, přemýšleje právě o problemu jakémsi geometrickém („noli turbare circulos meos").

na stolek, který šroubem lze zvedati, nádobu s vodou a zařiďme tak, aby dolejší plocha b válce právě šla až k hladině vody. Když stolek ponenáhlu zvedáme, tak že se válec začíná do vody vnořovati, pozorujeme, ana pružná spirala se smršťuje, na důkaz, že válec jest nadlehčován. V skutku zvedá se tlakem, kterým voda tlačí na dolejší plochu b vzhůru. Když válec zapadl do hloubky z, jest tlak ten dán výrazem $bzsg$, stoupá tedy, když se z zvětšuje, t. j., když válec vždy níže a níže do vody se vnořuje. Tlaky postranní, horizontalně proti sobě působící, nejeví účinku, rušíce se na vzájem. Konečně zapadne válec také hořejší plochou b právě do povrchu vody; až dotud nadlehčování stále pokračovalo, spirala se smrštila na míru největší. Když pak ještě dále stolek zvedáme, zapadne také hořejší plocha b válce do vody, ale nadlehčování již nepokračuje. Tlak vzhůru velikosti $bzsg$ sice stoupá dále, ale stoupá též tlak dolů velikosti $b(z-h)sg$, kdež jest h výška válce; *rozdíl* obou tlaků zůstává konstantní a jest

$$bzsg - b(z-h)sg = bhsg,$$

nechť jest z větší nebo menší (obr. 225.). Nadlehčování tělesa, tak zvaná ztráta na váze, dosáhlo hodnoty mezní, a činí právě tolik, jako váha vody objemu bh, téhož, jaký má válec, tudíž jako váha vody válcem vytlačené.

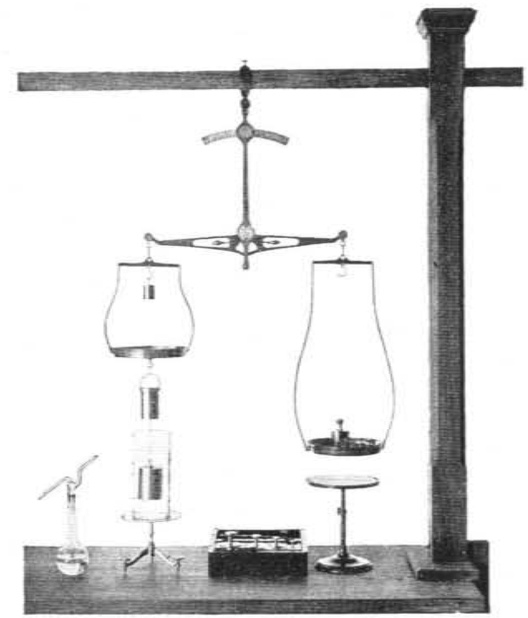


Obr. 225.

Úvahu podobnou lze učiniti u tělesa formy jakékoli; můžeme si je v myšlenkách rozděliti na podobné válečky neb rovnoběžnostěny svislé. Vlastní příčina tak zvané ztráty na váze jest vždy v tom, že hydrostatický tlak dolů na plochu hořejší jest menší než hydrostatický tlak vzhůru na plochu dolejší; tento jest právě tak veliký, jako by na místě tělesa byla kapalina; o její váhu jeví se váha tělesa býti zmenšenou.

§ 300. Experimenty o zákonu Archimedově.

Experimentalně lze zákon Archimedův objasniti hydrostatickými vahami, na lati sloupu zavěšenými, jež obr. 226. znázorňuje. Přístroj k tomu sloužící jest válec mosazný plný, zasahající těsně do stejného dutého. Oba se zavěší pod sebe na kratší misku vah a vyváží. Když se pak válec plný vnoří do vody, čímž rovnováha se poruší, zjedná se znovu, když se naleje vody do válce dutého. Ve způsobu obráceném experimentuje se tak, že se válec dutý zavěsí na misku kratší a na misku delší se položí nádoba s vodou a vše vyváží. Když se pak do vody vnoří válec plný, zavěšený na stativu vedle vah na stole umístěného, udávají váhy přírůstek na váze vody; rovnováhy se pak docílí, když se na druhé straně vah do válce dutého naleje vody. Jako tedy voda zvedá válec, tak i naopak tlačí válec vodu, o tolik, co by tlačil stejný objem vody. Jest tedy i zde stejný tlak i protitlak. Názorně ukazuje


Obr. 226.

se týž zjev vahami v obr. 126. znázorněnými. Když se na misku vah položí nádoba s vodou, a když se pak do vody vnořují předměty, jež visí na pevném stojanu vedle postaveném, ukazují váhy přírůstek tlakový. Kdyby se však stojan dal též na misku vah, neukázaly by žádných změn v rovnováze, když by se těleso do vody vnořilo; nadlehčení tělesa vodou a přírůstek tlakový se právě vyrovnají.

§ 301. Mathematická formulace.

Budiž S specifická hmota tělesa tuhého, které je vnořeno do kapaliny specifické hmoty s. Je-li V objem tělesa a tudíž i kapaliny jím vytlačené, g intensita gravitačního pole, udávají výrazy

$$VSg, \quad Vsg$$

váhu téhož objemu tělesa a kapaliny v prostoru prázdném. Dle zákona Archimedova jest tudíž váha tělesa v oné kapalině stanovena rozdílem

$$VSg - Vsg = V(S - s)\,g.$$

Tělesa tuhá specificky těžší než kapalina ($S > s$) mají tudíž v kapalině váhu positivní, t. j. padají dolů, specificky lehčí ($S < s$) váhu negativní, t. j. stoupají vzhůru, kdežto tělesa tuhá stejné hmoty specifické jako kapalina ($S = s$) jsou v ní bez váhy.

Všeobecněji jest onou differencí stanovena váha tělesa tuhého v ústředí jakémkoli, kapalném neb i plynném. Je-li zejména σ specifická hmota vzduchu, v němž se těleso tuhé právě nalézá, jest jeho váha ve vzduchu stanovena differencí

$$VSg - V\sigma g = V(S - \sigma)\,g.$$

Ve výrazech, udávajících váhu tělesa tuhého v ústředí jakémkoli, vystupuje tedy *rozdíl* specifických hmot tělesa a ústředí.

Známé příklady k výkladům předešlým jsou následující. Koule železná ($S = 7{\cdot}7$) jsouc vnořena do vody ($s = 1{\cdot}0$) padá dolů, stoupá však, když ji vnoříme do rtuti ($s = 13{\cdot}6$), jsouc tlačena vzhůru silou, jež jest v dynách určena výrazem

$$V(7{\cdot}7 - 13{\cdot}6)\,g = -V\,.\,5{\cdot}9\,.\,g$$

rovnajíc se tudíž asi váze 6 grammů na každý krychlový centimetr objemu. Podobně jest led ($S = 0{\cdot}92$) ve vodě ($s = 1{\cdot}00$) tlačen vzhůru silou, jež jest v dynách stanovena výrazem

$$V(0{\cdot}92 - 1{\cdot}00)\,g = -V\,.\,0{\cdot}08\,.\,g$$

rovnajíc se tudíž asi váze 0·08 grammů na každý krychlový centimetr objemu. Když se tedy na př. na dně vody utvoří led objemu $V = \frac{1}{4}\,m^3 = 250000\,cm^3$, jest ona síla asi tak veliká jako váha 20 kilogrammů. Tím se vysvětluje, že takové kusy ledu, kteréž ve vodě přimrzly ke dnu, jsouce silou tak značnou tlačeny vzhůru, trhají kusy půdy nebo zvedají kameny a pod.

§ 302. Plování tělesa.

Těleso tuhé, objemu V, jsouc vnořeno do kapaliny specificky těžší ($S < s$), jest tlačeno vzhůru silou

$$(VS - Vs)\,g < 0$$

stoupá tudíž, a vynoří se z kapaliny, tak že pak částí v objemu svého zasahá do kapaliny, částí pak $V - v$ do vzduchu. Dle výkladu odstavce předešlého jest tedy váha tělesa stanovena výrazem

$$v(S - s)\,g + (V - v)(S - \sigma)\,g.$$

Je-li váha tato nullou, říkáme, že těleso plove na kapalině. Pro tento případ platí vztah

$$\frac{v}{V} = \frac{S - \sigma}{s - \sigma}.$$

Kde jde o tělesa kapalná a tuhá, lze σ proti S a s zanedbávati a psáti přibližně, — jak se z pravidla děje —,

$$\frac{v}{V} = \frac{S}{s}.$$

Onen vzorec všeobecnější může však vejíti v platnost také v tom případu, že těleso, vynořic se z kapaliny jedné, na př. železná koule ze rtuti, vejde do kapaliny jiné, na př. vody, jež jest na rtuť nalitá; pak značí σ specifickou hmotu vody. Podobný případ nastává, když do vysoké kádinky nalejeme nejprve koncentrovaný roztok kuchyňské soli a na tento pak opatrně vody; vajíčko, vložené na vodu, padá, ale zastaví se přijdouc do hraničné hladiny mezi vodou a roztokem.

U ledu, plovoucího na vodě, máme

$$\frac{v}{V} = \frac{0{\cdot}92}{1{\cdot}00} = 0{\cdot}92.$$

Zapadají tedy 92 procenta celého objemu ledu do vody a jen 8 procent jest ve vzduchu. U ledových hor, plovoucích na vodách oceanu, jest tedy ta část, kterou lze viděti ve vzduchu, jen malou proti té, která jest skryta ve vodách.

U železa plovoucího na rtuti jest

$$\frac{v}{V} = \frac{7{\cdot}7}{13{\cdot}6} = 0{\cdot}57.$$

U korku plovoucího na vodě podobně

$$\frac{v}{V} = \frac{0{\cdot}2}{1{\cdot}0} = 0{\cdot}20.$$

Koule železná zapadne tudíž do rtuti více než polovici, t. j. 57 procenty svého objemu, kdežto koule korková zapadne do vody jen 20 procenty objemu celkového.

Kdybychom na rtuť nalili vody, zapadla by koule železná dle poměru

$$\frac{v}{V} = \frac{7{\cdot}7 - 1{\cdot}0}{13{\cdot}6 - 1{\cdot}0} = \frac{6{\cdot}7}{12{\cdot}6} = 0{\cdot}53,$$

tak že by se o 4 procenta svého objemu ze rtuti vynořila.

Když se do velké kádinky převede něco kysličníku uhličitého, utvoří se mezi ním a vzduchem hraničná hladina, na níž plove mydlinová bublina, jež ve vzduchu padá. Podobně, když se do kádinky naleje (na kousky pijavého papíru) něco étheru, vzniknou těžké páry étherové, na nichž rovněž mydlinová bublina, ve vzduchu padající, se zastaví a plove.

Plování těles není vázáno podmínkou $S < s$; vztah dříve odvozený

$$\frac{v}{V} = \frac{S - \sigma}{s - \sigma}$$

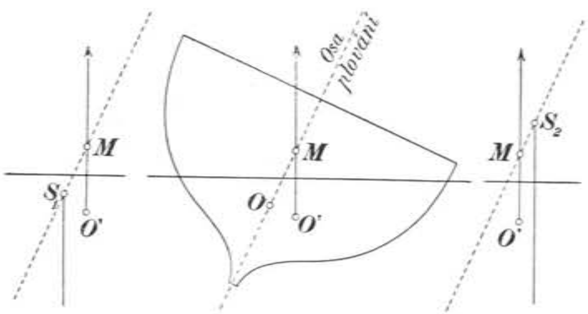
lze rozšířiti i na ten případ, kdy jest $S > s$; ovšem musí pak býti $V < v$, t. j. objem kapaliny vytlačené musí býti větší než vlastní objem tělesa, čehož lze docíliti vhodnou jeho formou.

Tak plove miska skleněná neb porculanová neb železná na vodě, když se položí stranou vrcholovou volně na povrch vody, podobně, jako plovou válečné obrněné lodi s těžkým nákladem na moři.

§ 303. Poloha tělesa plovoucího.

Těleso, plovouc na kapalině, jest v poloze rovnovážné, kteráž může býti buď stabilní neb labilní neb indifferentní. Rozhoduje zde tvar tělesa a poloha jeho těžiště.

Budiž dáno těleso plovoucí (obr. 227.). Váha tělesa působí v jeho těžišti S; podobně tlak, kterýmž kapalina těleso nadlehčuje, v těžišti O kapaliny vytlačené. Obě síly, sobě rovné, působí všeobecně momentem točným; v rovnováze jest tento moment nullovým, což předpokládá, že body S a O jsou v přímce svislé. Tato přímka zove se osou plování; její poloha vzhledem k tělesu plovoucímu jest určitou.

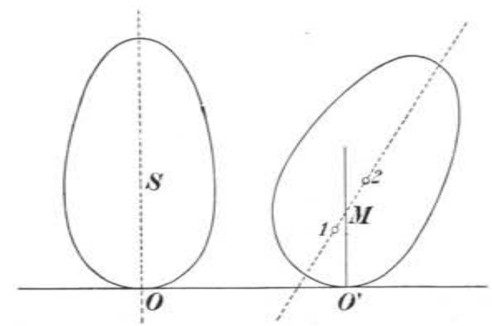


Obr. 227.

Vyšine-li se těleso z rovnovážné své polohy, jakou při plování zaujalo, vejde onen moment točný v platnost; jím se těleso buď uvádí zpět do polohy původní, anebo se od ní oddaluje ještě více. Vizme, na čem to závisí. Vyšinutím tělesa se některé jeho části z kapaliny vynoří a za to jiné do kapaliny vnoří; tím změní se povšechně tvar kapaliny vytlačené a tudíž i poloha jejího těžiště, kteréž z osy plování vystoupí stranou do polohy O'. Směr vztlaku protíná pak osu v bodě M, kterýž se zove *metacentrum* (zástředí). Jest patrno, že rovnováha tělesa při plování

jest stabilní neb labilní dle toho, zda-li těžiště S na ose plování jest pod metacentrem (v poloze 1.) nebo nad metacentrem (v poloze 2.). Případ přechodní, kde by těžiště S bylo v metacentru samém, přísluší rovnováze indifferentní.

Význam metacentra objasní se velice, když se poukáže na analogii v případech velmi známých. Těleso plovoucí opírá se o vodu asi tak, jako těleso těžké o vodorovnou pevnou rovinu, na níž spočívá (obr. 228.). Také zde jest přímka, spojující v poloze rovnovážné opěrný bod O a těžiště tělesa S svislou a mohla by se zváti osou rovnováhy. Vyšinutím přejde opěrný bod do polohy O'; síla, kterou pevná rovina proti tlaku tělesa reaguje, velikostí váze tělesa se rovnající, jdouc bodem O' protíná osu rovnovážnou v bodu M; tento bod má týž význam jako při plování metacentrum; dle toho, zda-li těžiště S tělesa jest pod ním (v poloze 1.) — nebo nad ním, (v poloze 2.), jest také rovnováha stabilní neb labilní (§ 149.).



Obr. 228.

Pokusem lze výklady zde učiněné objasniti na skleněné trubičce dole zatavené, do níž se přidává rtuti; trubička, jež z počátku v poloze svislé na vodě neplove, majíc rovnováhu labilní, když se dole zatíží, čímž se těžiště sníží, plove pak stabilně. Naopak miska porculanová nebo skleněná, jež na vodě plove stabilně, když se na ni staví náklad, na př. špalíčky dřevěné, čímž těžiště jde do výše, přejde v polohu labilní. Proto se i na lodích klade náklad těžký co možná hluboko.

Redukce vážení na prostor vzduchoprázdný.

§ 304. Odvození rovnice.

Vážení provádíme z pravidla ve vzduchu; vah vakuových užívá se jen zřídka, výjimečně. Vzhledem k zákonu Archimedově dlužno tedy výsledek, k němuž vede vážení ve vzduchu, přepočísti, redukovati na prostor vzduchoprázdný.

Budiž K hmota tělesa, kteréž vážíme, M hmota závaží, methodou Gaussovou nebo Bordovou nalezená, rovnající se hmotě K tělesa zdánlivě, totiž ve vzduchu, jehož specifická hmota budiž σ. Znamenejme dále S a δ specifickou hmotu tělesa a závaží. Pak jest

$$\frac{K}{S} \text{ objem tělesa, } \quad \frac{M}{\delta} \text{ objem závaží.}$$

Přihlížejíce k zákonu Archimedově, obdržíme rovnici

$$\frac{K}{S}(S-\sigma)\,g = \frac{M}{\delta}(\delta-\sigma)\,g,$$

kteráž mathematicky formuluje vážení, se zřetelem k tomu, že vážíme ve vzduchu. Z rovnice pak plyne dále

$$\frac{K}{M} = \frac{1-\frac{\sigma}{\delta}}{1-\frac{\sigma}{S}}$$

čili souměrněji

$$\frac{K}{M} = \frac{\frac{1}{\sigma}-\frac{1}{\delta}}{\frac{1}{\sigma}-\frac{1}{S}}.$$

Skutečná hmota tělesa má se tedy ke hmotě vážením nalezené, jako rozdíl specifického objemu vzduchu a závaží k rozdílu specifického objemu vzduchu a tělesa. Anebo jinak, určíme-li redukci samotnou,

$$\frac{K-M}{M} = \frac{\frac{1}{S}-\frac{1}{\delta}}{\frac{1}{\sigma}-\frac{1}{S}}$$

čili zkráceně

$$\frac{K-M}{M} = k,$$

z čehož obdržíme konečně

$$K = M + kM.$$

Číselný koefficient k stanoví tudíž, jakou částí hmoty M ona redukce jest. K lepšímu přehledu se udává jeho hodnota buď stonásobná neb tisícnásobná; pak udává, kolik procent (%) neb promille (‰) hmoty M ona redukce činí.

Přesná hodnota koefficientu k jest

$$k = \frac{\frac{1}{S}-\frac{1}{\delta}}{\frac{1}{\sigma}-\frac{1}{S}};$$

pro jeho početní stanovení vychází tudíž pravidlo:

k hodnotám $\qquad \sigma, \quad S, \quad \delta$

počítají se převratné

$$\frac{1}{\sigma}, \quad \frac{1}{S}, \quad \frac{1}{\delta}$$

a utvoří rozdíly sousedních. Poměr těchto rozdílů jest koefficient k. Ve většině případů jest $\frac{1}{S}$ mezi hodnotami $\frac{1}{\sigma}$ a $\frac{1}{\delta}$, kteréž jsou jako by krajními. Vybočí-li $\frac{1}{S}$ přes tyto krajní hodnoty, stává se koefficient k negativním. Změna znamení děje se při $S=\delta$ hodnotou nullovou, při $S=\sigma$ hodnotou nekonečnou.

Na místě přesné hodnoty k jest obyčejem všeobecně rozšířeným bráti hodnotu přibližnou, ač z toho ani pro úvahy věcné ani pro výpočet číselný nevzniká žádný prospěch. Tuto hodnotu přibližnou obdržíme, uvážice, že specifický objem $\frac{1}{\sigma}$ vzduchu jest veliký proti specifickému objemu $\frac{1}{S}$ těles pevných neb kapalných, kteréž vážíme. Ve jmenovateli onoho přesného výrazu pro k převládá tudíž hodnota $\frac{1}{\sigma}$, tak že proti ní hodnota $\frac{1}{S}$ mizí. Když tedy ji vynecháme, obdržíme

$$k = \frac{\frac{1}{S}-\frac{1}{\delta}}{\frac{1}{\sigma}}$$

čili

$$k = \left(\frac{1}{S}-\frac{1}{\delta}\right)\sigma.$$

Přibližný vzorec tento zastírá však jednoduchý význam koefficientu převodního; při vážení pak plynů neb par jest ovšem neplatný.

§ 305. Tabulka početní.

Výraz pro koefficient k obsahuje specifický objem $\frac{1}{\delta}$ závaží a $\frac{1}{\sigma}$ vzduchu. Závaží velká, jež hlavně rozhodují, bývají z pravidla mosazná, zlacená; pak jest

$$\delta = 8{\cdot}4 \frac{g}{cm^3}, \qquad \frac{1}{\delta} = 0{\cdot}119 \frac{cm^3}{g}.$$

Vzduch má specifický objem měnlivý, dle tlaku a teploty, poněkud i dle vlhkosti; pro poměry obyčejné jest

$$\sigma = 0{\cdot}00120 \frac{g}{cm^3} \qquad \frac{1}{\sigma} = 833{\cdot}3 \frac{cm^3}{g}.$$

Přijmou-li se tyto hodnoty číselné, závisí koefficient k jen na specifickém objemu $\frac{1}{S}$ tělesa, které vážíme; lze tudíž počítati jednou pro vždy tabulku, kteráž pro obyčejné redukce, nejde-li o největší přesnost, stačí.

V následujícím jest tabulka tato uvedena. Koefficient k jest k lepšímu přehledu udán ve smyslu $^0/_{00}$ (promille); kolik tedy grammů činí M, tolik milligrammů činí redukce kM.

Redukce vážení na vakuum.

S	k	S	k	S	k
$\frac{g}{cm^3}$	$^0/_{00}$	$\frac{g}{cm^3}$	$^0/_{00}$	$\frac{g}{cm^3}$	$^0/_{00}$
0·7	+ 1·574	2·0	+ 0·458	8	+ 0·007
0·8	1·359	2·5	0·337	9	— 0·009
0·9	1·192	3·0	0·257	10	— 0·023
1·0	1·058	3·5	0·200	11	— 0·034
1·1	0·949	4·0	0·157	12	— 0·043
1·2	0·858	4·5	0·124	13	— 0·050
1·3	0·781	5·0	0·097	14	— 0·057
1·4	0·715	5·5	0·075	15	— 0·063
1·5	0·658	6·0	0·057	16	— 0·068
1·6	0·608	6·5	0·042	17	— 0·072
1·7	0·563	7·0	0·029	18	— 0·076
1·8	0·524	7·5	0·017	19	— 0·080
1·9	0·489	8·0	+ 0·007	20	— 0·083
2·0	+ 0·458	8·5	— 0·001	21	— 0·086

Grafické znázornění, kteréhož zde pomíjíme, dává větev hyperbolickou, jejížto rovnice, píšeme-li na okamžik y za k a x za S, se dá uvésti na tvar

$$(x - \sigma)\left(y + \frac{\sigma}{\delta}\right) = \sigma\left(1 - \frac{\sigma}{\delta}\right).$$

Asymptoty této hyperboly jsou tudíž na sobě kolmo a jejich rovnice jsou

$$x = \sigma, \qquad y = -\frac{\sigma}{\delta}.$$

Redukční koefficient k blíží se při stoupajícím S mezní hodnotě negativní

$$\frac{\sigma}{\delta} = 0{\cdot}143\ ^0/_{00}.$$

§ 306. Redukce při vážení relativním.

Při vážení relativním jde o poměr dvou hmot K a K'. Vážením ve vzduchu na vahách, jež mohou býti nerovnoramennými, nalezneme $\frac{M}{M'}$. Formulujíce vážení mathematicky vzhledem k zákonu Archimedově obdržíme rovnice

$$\frac{K}{S}(S - \sigma)\, g = \frac{M}{\delta}(\delta - \sigma)\, g,$$
$$\frac{K'}{S'}(S' - \sigma)\, g = \frac{M'}{\delta}(\delta - \sigma)\, g.$$

Dělením vychází

$$\frac{K}{K'} = \frac{M}{M'} \frac{\frac{1}{\sigma} - \frac{1}{S'}}{\frac{1}{\sigma} - \frac{1}{S}}$$

čili provedeme-li na pravo dělení,

$$\frac{K}{K'} = \frac{M}{M'} + \frac{M}{M'} \frac{\frac{1}{S} - \frac{1}{S'}}{\frac{1}{\sigma} - \frac{1}{S}},$$

což píšeme zkráceně

$$\frac{K}{K'} = \frac{M}{M'} + \varrho \frac{M}{M'},$$

kdež značí ϱ číselný koefficient redukce na prostor vzduchoprázdný. Přesná jeho hodnota jest

$$\varrho = \frac{\frac{1}{S} - \frac{1}{S'}}{\frac{1}{\sigma} - \frac{1}{S}}.$$

Také zde lze specifický objem $\frac{1}{S}$ proti velkému $\frac{1}{\sigma}$ vzduchu zanedbávati a psáti přibližně

$$\varrho = \left(\frac{1}{S} - \frac{1}{S'}\right)\sigma.$$

Je-li tudíž po ruce tabulka (předešlého odstavce) pro redukci na vakuum při vážení absolutním, počítá se tato přibližná hodnota koefficientu ϱ jakožto difference koefficientů k a k' pro specifické hmoty S a S' dle vzorce

$$\varrho = k - k',$$

což vede rychleji k cíli než přímý počet.

Stanovení hmoty specifické.

§ 307. Výklad všeobecný.

Hmota specifická, charakterisujíc material, jest veličinou prakticky velmi důležitou. Stanoví se vážením, při čemž má platnost zákon Archimedův; proto se k výkladům o zákoně tomto obyčejně připojuje výklad o stanovení hmoty specifické.

O methodách tohoto stanovení lze povšechně, bez ohledu na určité skupenství, uvésti hlavní myšlenky tyto. Specifická hmota S jest jakožto hmota jednotky objemové definována rovnicí

$$S = \frac{K}{V}.$$

Je-li tedy možno objem V určiti, pak postačí vážení jedno, jež z pravidla nikoli v prostoru vzduchoprázdném, nýbrž ve vzduchu se provádí. Poněvadž jde o vážení absolutní, nutno jednak přihlížeti k eventualní nerovnoramennosti vah, jednak výsledek vážení přepočísti na vakuum; tak se nabude hmota K tělesa skutečná.

Nelze-li objem V určiti, pak se vyloučí tím způsobem, že se vážením stanoví jednak hmota tělesa objemu V, jednak hmota téhož objemu V nějaké kapaliny, jejíž hmotu specifickou s známe. Při témže objemu jest pak poměr hmot absolutních týž jako hmot specifických. Z pravidla váží se ve vzduchu; výsledek se přepočítá na vakuum. Přihlížeti k eventualní nerovnoramennosti vah zde netřeba, poněvadž jde o vážení relativní.

Onou kapalinou, jejíž hmotu specifickou s za známou pokládáme, bývá z pravidla voda; při teplotě 4^0 jest $s = 1$; při každé jiné teplotě jest $s < 1$, ačkoliv se vždy málo od 1 liší.

Uvádíme již zde tabulku, kterou pro teploměrnou škálu vodíkovou propočítal *Scheel* na základě pozorování, jež vykonali *Marek*, *Thiesen* a *Scheel*. Z tabulky této možno specifickou hmotu s vody pro teploty $0 \ldots 30^0$ vypsati. V intervallu tomto liší se obvyklé teploměry rtuťové jen velmi málo (nejvýše asi o $0{\cdot}1^0$) od normalního teploměru vodíkového.

Na věci se ničeho nemění, když po případě, z důvodů jakýchkoli, místo vody béřeme nějakou kapalinu jinou, na př. alkohol aethylnatý a pod., jejíž hmotu specifickou s pro teploty, při nichž se pracuje, známe.

Specifická hmota vody.

t	s	*diff.*	t	s	*diff.*
0	$\frac{g}{cm^3}$		0	$\frac{g}{cm^3}$	
0	0·999874	+ 56	15	0·999132	— 156
1	930	+ 40	16	0·998976	— 168
2	970	+ 23	17	808	— 180
3	993	+ 7	18	628	— 191
4	1·000000	— 8	19	437	— 202
5	0·999992	— 23	20	235	— 212
6	969	— 38	21	023	— 223
7	931	— 53	22	0·997800	— 232
8	878	— 66	23	568	— 242
9	812	— 81	24	326	— 253
10	731	— 94	25	073	— 262
11	637	— 107	26	0·996811	— 271
12	530	— 120	27	540	— 280
13	410	— 133	28	260	— 289
14	277	— 145	29	0·995971	— 297
15	132		30	674	

Při redukování vážení na prostor vzduchoprázdný jest třeba znáti specifickou hmotu σ vzduchu, ve kterémž se vážení dálo. Přibližně stačí dosaditi

$$\sigma = 0{\cdot}0012 \frac{g}{cm^3};$$

jinak dlužno pozorovati tlak vzduchu, jeho teplotu a vlhkost, a z těchto dat pak přesnou hodnotu σ počítati.

Specifická hmota S tělesa pevného platí pro jistou teplotu t, kteráž jest dána poměry, při nichž bylo pracováno. Přepočítati tento výsledek na jistou teplotu normalní t_0 není nesnadno, je-li znám objemový koefficient β roztažlivosti tělesa; neboť jest patrně

$$\frac{S_0}{S} = \frac{1 + \beta t}{1 + \beta t_0},$$

aneb

$$\frac{S_0}{S} = 1 + \frac{\beta (t - t_0)}{1 + \beta t_0}$$

tudíž, vynecháme-li ve jmenovateli pravé strany malé číslo βt_0 proti 1, přibližně

$$S_0 = S [1 + \beta (t - t_0)]$$

čili

$$S_0 = S + S\beta (t - t_0).$$

Výraz $S\beta (t - t_0)$ udává tedy redukci specifické hmoty S, jak byla nalezena při teplotě t, na specifickou hmotu S_0 platící pro jistou teplotu normalní; u těles pevných volí se vždy $t_0 = 0$. Avšak koefficient β málokdy bývá znám, proto bývá jen zřídka (na př. u kovů) možno onu redukci na normalní teplotu provésti. Podobné redukce bylo by nutno provésti u kapalin. Koefficient β byl by pak průměrným mezi teplotami t a t_0. Zde volí se obyčejně $t_0 = 15^0$.

Co nyní zoveme specifickou *hmotou*, zvalo se druhdy specifickou *vahou* a dosud se rozdílu mezi oběma pojmy přesně nešetřívá. Rozdíl tento jest patrně týž jako mezi hmotou a vahou vůbec; jsou to veličiny úměrné a faktorem úměrnosti jest intensita g gravitačního pole. Je-li tudíž S *specifická hmota*, v jednotce $\frac{g}{cm^3}$ jakožto *hmota* jednotky objemové, jest Sg *specifická váha* v jednotce $\frac{dyna}{cm^3}$ jakožto *váha* jednotky objemové. Poslední pojem jest méně důležitý než prvý, poněvadž není význačným jen pro material, nýbrž též pro gravitační pole; proto se ho málo užívá.

Tělesa tuhá.

§ 308. Vážení ve vzduchu a měření objemu.

Těleso dané váží se ve vzduchu. Nerovnoramennost vah vymýtí se methodou Gaussovou neb Bordovou; tak se nalezne hmota M, jak by se přímo nalezla na vahách rovnoramenných. Vážení jest mathematicky formulováno — s vynecháním faktoru g

— rovnicí

$$V (S - \sigma) = \frac{M}{\delta} (\delta - \sigma),$$

ze kteréž plyne

$$S = \frac{M}{V} + \left(1 - \frac{\frac{M}{V}}{\delta}\right) \sigma.$$

Výraz $\frac{M}{V}$ jest člen hlavní a dává hledanou veličinu S přibližně. Výraz $\left(1 - \frac{\frac{M}{V}}{\delta}\right) \sigma$ jest korrekce onoho členu hlavního, kteráž k němu přistupuje proto, že vážíme těleso ve vzduchu; pro $\sigma = 0$, t. j. pro vakuum korrekce odpadává. Je-li $\frac{M}{V} = \delta$, stává se korrekce nullou a mění znamení; jinak jest positivní neb negativní, dle toho, je-li $\frac{M}{V} \lessgtr \delta$.

Klademe-li $\delta = 8{\cdot}4$ a přestáváme-li na přibližném čísle $\sigma = 0{\cdot}0012$, můžeme pro jednotlivé hodnoty $\frac{M}{V}$ onu korrekci již napřed počítati, čímž pak její účinek v jednotlivých daných případech snadno posoudíme. Výsledek počtu ukazuje tabulka následující.

Korrekční člen při stanovení specifické hmoty z objemu.

$\frac{M}{V}$	$\left(1 - \frac{\frac{M}{V}}{\delta}\right) \sigma$	$\frac{M}{V}$	$\left(1 - \frac{\frac{M}{V}}{\delta}\right) \sigma$
$\frac{g}{cm^3}$	$\frac{g}{cm^3}$	$\frac{g}{cm^3}$	$\frac{g}{cm^3}$
0	0·00120	10	— 0·00023
1	106	11	037
2	091	12	051
3	077	13	066
4	063	14	080
5	049	15	094
6	034	16	109
7	020	17	123
8	+ 0·00006	18	137
9	— 0·00009	19	151
10	023	20	166
		21	180
		22	— 0·00194

Vedle vážení tělesa žádá se určení jeho objemu V. Je-li těleso geometricky pravidelné, lze objem jeho z jistých lineárných rozměrů počítati. Jinak nutno sáhnouti k některým methodám volumenometrickým zvláštním. V každém případě zůstává přesnost, s jakou lze objem stanoviti, daleko za přesností, s jakou se stanoví jeho hmota. Nalezená hmota specifická S platí pro tu teplotu, při které provedeno měření objemu.

§ 309. **Vážení ve vzduchu a ve vodě.**

Při této methodě, ze všech nejčastěji užívané, jedná se o vážení *relativní*; netřeba tedy k nerovnoramennosti vah přihlížeti. Těleso ve vzduchu váží M, ve vodě — aneb v kapalině jiné, jejíž hmotu specifickou s známe — váží M'; rozdíl $M - M' = m$ udává jeho ztrátu na váze. Vynechávajíce faktor g vyjádřujeme jedno i druhé vážení rovnicemi:

$$V(S-\sigma) = \frac{M}{\delta}(\delta - \sigma),$$

$$V(S-s) = \frac{M'}{\delta}(\delta - \sigma).$$

Odečtouce rovnici dolejší od hořejší obdržíme

$$V(s-\sigma) = \frac{m}{\delta}(\delta - \sigma).$$

Rovnici tuto byli bychom mohli přímo vedle prvé napsati; neboť formuluje podobně vážení hmoty m stejného objemu V s hmotou M, jako by se bylo provedlo přímo. Dělením vyjde

$$\frac{S-\sigma}{s-\sigma} = \frac{M}{m}.$$

Rovnice tato má jednoduchý význam. Když by se vážilo ve vakuu, bylo by samozřejmým, že poměr $M : m$ jest týž jako poměr $S : s$, vzhledem ke stejnosti objemu. Když se však relativní vážení provádí ve vzduchu, jeví se toho účinek tím způsobem, že hmoty specifické vstupují do onoho poměru zmenšené o specifickou hmotu σ tohoto ústředí.

Řešíce rovnici poslední obdržíme ve formě, kterouž se ovšem souměrnost dřívější zastírá,

$$S = \frac{M}{m}(s - \sigma) + \sigma.$$

Stanovení specifické hmoty methodou, o níž právě jednáme, děje se obyčejně na vahách tak zvaných hydrostatických; miska vah na levo od pozorovatele bývá krátkou, tak aby se pod ni dala pohodlně postaviti

nádoba s vodou anebo kapalinou, kterou snad místo vody béřeme. Nemají-li váhy krátké misky, položí se přes dlouhou můstek mosazný, na který se pak ona nádoba postaví. K zavěšení tělesa na háčku misky hodí se, lépe než jakákoli vlákna, tenké drátky platinové anebo mosazné, které, jsou-li tvrdé a tím pružné, žíháním (v kahanu Bunsenově) se stávají měkkými a ohebnými.

Těleso položí se tedy na misku a odvážením se určí M. Pak se zavěsí na drátek vhodné délky, ponoří do vody a odváží poznovu; hned potom se těleso z drátku vyjme a vážení se opakuje pro drátek samý, tak jak byl zavěšen a jak zasahal do vody; když se toto vážení odečte od předešlého, vymýtí se váha drátku (ve vzduchu i ve vodě) a obdrží jen váha M' tělesa ve vodě; rozdíl $M - M'$ dává pak váhu m. Také jinak lze účinek drátu dle jeho rozměrů uvésti v počet, kterého však vzhledem k jednoduchosti jeho zde neuvádíme.

Je-li těleso dané specificky lehčí než voda, může stanovení jeho hmoty specifické býti určeno touž methodou, v tom provedení, že na levou misku zavěsíme na př. těžší drátěný mosazný zvonec, který jednou pro vždy ponoříme do vody a odvážíme; jeho váha nemá dále žádné důležitosti. Na to položíme těleso na misku a odvážíme ve vzduchu; potom vložíme je do vody pod zvonec a odvážíme znovu; váha jeho bude zde negativní — t. j. musíme od závaží, kterým se zvonec odvážil, něco ubrati; proto také obdržíme jeho „ztrátu na váze“ — t. j. váhu téhož objemu vody — nikoliv odčítajíce, nýbrž sečítajíce jeho váhu ve vzduchu a jeho váhu ve vodě pod zvoncem. Na místě zvonce může býti ovšem jakékoliv specificky těžké těleso voleno, kteréž jednou pro vždy necháme ve vodě a ke kterémuž pak ono lehké těleso připojíme.

Obtíž největší při stanovení hmoty specifické dle předpisů, jak zde je uvádíme, činí přečetné bublinky vzduchové, kteréž se při ponoření tělesa do vody na povrch jeho nachytají aneb v jeho porech skryty zůstanou. Zejména tehdáž, když povrch tělesa jest drsný, neb když těleso obsahuje malé skuliny, může množství vzduchu, jež těleso s sebou do vody béře, míti na výsledek měření vliv dosti značný. Jest patrno, že bublinky tyto činí těleso *vždy* specificky *lehčím*, že tedy jde o chybu jednostrannou, kterouž nelze sebe četnějším opakováním měření vymýtiti. Za tou příčinou musí pozorovatel odstranění bublinek věnovati zvláštní pozornost a péči. Mnoho již pomůže, když se těleso opětovně do vody ponoří a vytáhne; malým štětcem lze rovněž bublinky vzduchové na povrchu zachycené odstraňovati; jiným prostředkem jest vyvaření vody, při čemž se ovšem předpokládá, že horká voda těleso nerozpouští; konečně prostředkem nejlepším jest vývěva; nádoba s vodou a s tělesem do vody ponořeným postaví se pod recipient vývěvy a vyčerpá se vzduch; bublinky vzduchové vystupují pak na venek; mírným otřásáním může se odlučování bublinek od tělesa napomáhati.

Při vážení tělesa ve vodě dlužno současně stanoviti jemným teploměrem teplotu vody t; z tabulky (§ 308.) vypíše se pro teplotu t specifická hmota s vody samé. Výsledek S pro těleso pevné platí též pro tuto teplotu.

METEOROLOGICKÝ ÚSTAV C. K. ČESKÉ UNIVERSITY

§ 310. **Vážení ve vzduchu a v pyknometru.**

Methody popsané v § předcházejícím nelze dobře užiti, jedná-li se o tělísko velmi malé, anebo o drobná tělíska ve větším počtu předložená. Dobré služby koná však v případech takových *pyknometr**). Jest to skleněná nádobka, jejíž objem lze určitým způsobem vždy stejně omeziti. Obr. 230. znázorňuje pyknometry forem různých, dle účelu, jemuž mají sloužiti. Pokud jde o úkol, o němž jednáme, jest výhodnou úprava, jakouž mají oba poslední pyknometry v obr. 230. na pravo vykreslené. Baňka má skleněnou zátku dobře zabroušenou, jež má podél kapillarní trubičku. Příklopem lze vypařování vody v pyknometru zameziti.

Daná drobná tělíska odvážejí se ve vzduchu; nalezne se hmota M. Jedná se pak ještě o hmotu m téhož objemu vody.

Tuto nalezneme na základě úvahy následující. Mějmež pyknometr naplněný vodou a odvážený; hmota pyknometru i vody dohromady buďiž P. Kdybychom vedle něho položili na misku vah daná tělíska, byla by hmota úhrnná $P + M$; kdybychom však ona tělíska vzali a vhodili do pyknometru vodou naplněného, tedy by něco vody vyteklo, právě tolik, mnoho-li tělíska vytlačí; proto, kdybychom nyní položili na misku vah pyknometr s vodou a tělísky uvnitř, byla by úhrnná hmota Q menší než před tím, a to právě o tolik, mnoho-li váží voda tělísky vytlačená, t. j. o hmotu m vody téhož objemu. Při tom jest zřejmo, že právě tak, jako dříve hmota M tělísek objemu V byla hmotou jak se nalezne ve vzduchu, že také takto určená hmota m téhož objemu V vody jest hmotou opět jak se určí ve vzduchu.

Pyknometr se naplní vodou a určí jeho hmota (brutto) P. Na to se něco vody ubéře, tělíska se vhodí do pyknometru, doleje se vody, zátka se uzavře a určí pak hmota pyknometru (s vodou i tělísky uvnitř) Q. Z těchto vážení a hmoty M tělísek samotných ve vzduchu nalezne se hmota m téhož objemu vody ve vzduchu dle vzorce

$$m = P + M - Q$$

a pak hmota specifická S dle vzorce uvedeného v § 309.

$$S = \frac{M}{m}(s - \sigma) + \sigma.$$

K těmto hlavním rysům dlužno připojiti některé podrobnosti. Vytkněme hned z předu, že se podrobnosti tyto netýkají hmoty M oněch daných drobných tělísek ve vzduchu; byť i byla velmi malá, lze ji přímým vážením na jemných vahách stanoviti s přesností procentualně

*) z řeckého πυκνός adj. hustý.

velikou. Avšak jinak jest tomu při hmotě m téhož objemu vody. Tato jest (předpokládajíc tělíska specificky těžší než voda) ještě menší než hmota M, a stanoví se z *difference* vážení dvou. Jak ihned objasníme, mohou při jednotlivých těchto váženích nastati změny, mající na každé vážení jednotlivé procentualně jen malý účinek, jež však *differenci* obou výsledků mohou *procentualně* modifikovati velmi značně; proto jest nutno oněm změnám zvláštní věnovati pozornost.

Pyknometr se váží nejprve s vodou bez tělísek, a pak s vodou a tělísky. Může se státi, že se teplota mezi jedním a druhým vážením, i když přímo po sobě následují, poněkud změní, že na př. stoupne, jak obyčejně bývá, blízkostí pozorovatele, manipulacemi s pyknometrem a pod. Anebo může se státi, že vážení jedno, na př. pyknometru s vodou, se již jednou dříve, před delším časem provedlo, kdy vůbec teplota byla zcela jiná, zejména když pozorovatel mnoho takových určení provádí týmž pyknometrem, při čemž stanoví hmotu P pyknometru s vodou při jisté teplotě t jednou pro vždy. Je-li však teplota při vážení pyknometru s vodou a tělísky jiná, na př. t', pak jest také objem pyknometru jiný, také specifická hmota vody jest jiná než jak tomu bylo při teplotě t; ale pak nejsme oprávněni obě pozorování vespolek kombinovati k vypočítání hmoty m, poněvadž hmota Q se již vztahuje jako by k jinému pyknometru, jiného objemu, a také k jiné vodě, jiné hmoty specifické, než hmota P. Následkem toho jest nutno, vážení pyknometru s vodou, jak se dálo při teplotě t, *nahraditi jiným*, jaké by se dálo *při téže teplotě* t', při které vážíme pyknometr s vodou a tělísky; jinými slovy: z výsledku P vážení při teplotě t nutno *počítati* váhu P' jaká by se nalezla při teplotě t'.

Znamenejmež hmotu vody bez pyknometru (netto) p při teplotě t a p' při teplotě t'. Objem pyknometru buďiž O při teplotě t a O' při teplotě t'. Konečně buďiž s a s' specifická hmota vody při teplotě t a t'.

Formulemi vyjádříme pak (vynechávajíce opět faktor g) váhu ve vzduchu vody v pyknometru obsažené při obou teplotách t a t' rovnicemi:

$$O\,(s - \sigma) = \frac{p}{\delta}(\delta - \sigma)$$

$$O'\,(s' - \sigma) = \frac{p'}{\delta}(\delta - \sigma).$$

Dělením obou rovnic plyne:

$$\frac{p'}{p} = \frac{s' - \sigma}{s - \sigma} \cdot \frac{O'}{O}.$$

Je-li β kubický koefficient toho druhu skla, ze kterého jest pyknometr zhotoven, pak můžeme psáti:

$$\frac{O'}{O} = 1 + \beta\,(t' - t),$$

tak že obdržíme:

$$\frac{p'}{p} = \frac{s' - \sigma}{s - \sigma}[1 + \beta\,(t' - t)].$$

Touto rovnicí jest již hořejší úloha rozřešena; je-li P a P' hmota vody s pyknometrem (brutto) při teplotě t a t' a znamenáme-li $\bar{\omega}$ hmotu pyknometru samého, můžeme psáti

$$\frac{P' - \bar{\omega}}{P - \bar{\omega}} = \frac{s' - \sigma}{s - \sigma}[1 + \beta(t' - t)].$$

Znajíce hmotu P počítáme z této rovnice hmotu P' a teprve z této počítáme m' dle rovnice

$$m' = M + P' - Q,$$

kdež pak m' značí hmotu vody téhož objemu, jaký mají tělíska, a sice hmotu vody teploty t'; proto jest pak specifická hmota tělísek dána rovnicí

$$S = \frac{M}{m'}(s' - \sigma) + \sigma,$$

neboť vše přepočítáváme na tu teplotu t', která byla při vážení pyknometru s vodou a s tělísky.

Hořejší výraz

$$\frac{s' - \sigma}{s - \sigma}$$

možno nahraditi jednodušším, velmi přibližným. Jest totiž s i s' velmi blízce $= 1$, tak že rozdíly $1 - s$, $1 - s'$, $s - s'$ jsou malé prvého řádu, jichž součiny lze zanedbávati. Na tom základě odvodíme vztah

$$\frac{s' - \sigma}{s - \sigma} = \frac{1 - (1 - s' + \sigma)}{1 - (1 - s + \sigma)} = 1 - (s - s'),$$

když totiž dělení ve výrazu prostředním provedeme a ony součiny zanedbáme, pamatujíce, že jest též σ velmi malé. Tím vyjde pak dále, na témže základě,

$$\frac{P' - \bar{\omega}}{P - \bar{\omega}} = [1 - (s - s')][1 + \beta(t' - t)]$$
$$= 1 - (s - s') + \beta(t' - t)$$

vzhledem k tomu, že jest též β velmi malé číslo, jako $s - s'$. Tak obdržíme rovnici definitivní

$$P' = P - (P - \bar{\omega})[(s - s') - \beta(t' - t)],$$

kterouž se váha P (brutto) pyknometru s vodou teploty t přepočítává na váhu P' (brutto) pyknometru s vodou teploty t'. Pozoruhodno jest, že váha $\bar{\omega}$ pyknometru samého pouze v korrekčním členu přichází; poněvadž pak celý koefficient $[(s - s') - \beta(t' - t)]$ jest velice malý, vzhledem k tomu, že teploty t a t' ve skutečných případech jen mírně od sebe bývají rozdílny; proto rozhoduje o korrekci celé jen hlavní číslo difference $P - \bar{\omega}$; není tudíž třeba, aby váha $\bar{\omega}$ pyknometru byla přesně určena, postačí jen hodnota přibližná (okrouhlé číslo). Není-li tedy na př. pyknometr, když se váží o sobě, dobře vysušen, není to nikterak na závadu, aby se již jeho vážení provedlo; nějaké úzkostlivé vysušování zde, na tomto místě, jest zbytečné.

Stanovení teploty vody v pyknometru děje se jemným teploměrem a to před tím, nežli se váží. K tomu cíli naplní se pyknometr vodou

jen potud, aby se ještě malý jemný teploměr dal do vnitř vložiti a voda aby nevytékala, po odečtení — když jest pozorovatel jist, že se teplota ustálila — doplní se pak pyknometr vodou stejně teplou, která se původně do něho nalila. Dobře jest vzíti vodu raději o něco málo teplejší než jest teplota síně, ve které se vážení děje; nic pak nevadí, jestliže mezi vážením voda poněkud chladne a se stahuje; neboť tím se množství její nemění; naproti tomu, v případě opačném, kdyby voda byla značně chladnější než vzduch v pracovně, mohlo by se státi, že by voda znenáhla se oteplujíc kapillarní trubičkou vytékala. Aby zde jistá volnost zůstávala, jest dobře, nenechávati kapillaru naplněnou zcela až na kraj, nýbrž raději pijavým papírem vždy něco vody ubrati až klesne k určité značce na zátce samé vryté; objem pyknometru platí pak až k této značce. Také eventualní utírání pyknometru nemá žádného škodlivého účinku, i když by se při tom voda uvnitř poněkud málo zahřála, pokud jen voda nevytéká ven. Ještě přesněji stanoví se teplota vody vnořením pyknometru do lázně, v níž se pak objem vody (odsáváním neb doléváním) adjustuje.

Veliké obtíže činívají bublinky vzduchové, které se při vkládání drobných tělísek do pyknometru vždy ve značném počtu na tělíska nachytají; jich odstranění musí zde s pílí tím větší býti provedeno, poněvadž se zde jedná o tělíska drobná malého objemu, kde tudíž bublinky vzduchové, povrch obalující, poměrně daleko větší mají účinek na výsledek, kterýž umenšují, než u těles velikých, objemu značného. Prostředkem nejlepším k jich odstranění jest vývěva.

Kubický koefficient β roztažlivosti pyknometru nebývá z pravidla přesně znám; postačí však vzíti hodnotu okrouhlou $\beta = 0{\cdot}000025 = \frac{1}{40000}$ vzhledem k tomu, že tepelná difference $t' - t$ nebývá značná a že tudíž eventualní odchylka od koefficientu skutečného jen malý má na úhrnnou korrekci účinek.

Nalezená specifická hmota S tělesa pevného platí pro tu teplotu t', při které bylo těleso váženo v pyknometru.

§ 311. Methoda suspensační.

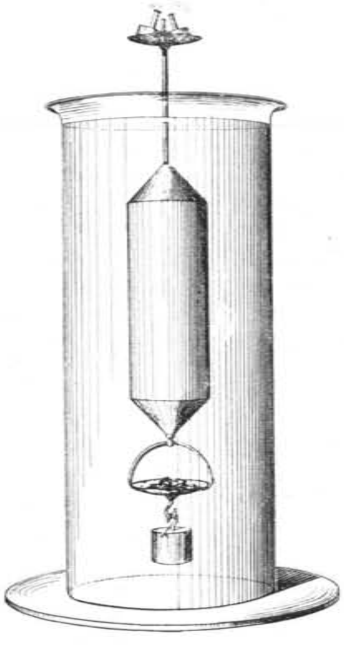
Základem této methody, zejména v mineralogii často užívané, jest úkaz, že tělísko pevné v kapalině po případě ani nestoupá ani neklesá, nýbrž volně se vznáší, zůstávajíc suspendováno. Případ ten nastává, když tělísko a kapalina mají hustotu stejnou. Máme-li tedy kapalinu, hustší než tělísko, a vedle ní jinou, řidší, jež se s onou dá míchati, můžeme upraviti směs obou tak, aby se v ní tělísko vznášelo. Tím jest pak úkol, stanoviti hmotu specifickou tělíska, převeden na snazší, stanoviti hmotu specifickou této směsi, což lze methodami, o nichž jednáme níže.

Jakožto kapaliny k účelu tomu vhodné uvádíme následující, připojujíce $\left(\text{v jednotce } \frac{g}{cm^3}\right)$ jich hmotu specifickou. Při hustotách menších volívá se methyleniodid (3·3), bromoform (2·9), chloroform (1·5); k těmto na míchání benzol (0·89), toluol (0·89), xylol (0·86). Dále kapalina *Thuletova* (3·3), jež jest roztok iodidu rtuťnatého v roztoku iodidu draselnatého; kapalina *Rohrbachova* (3·5), kde iodid draselnatý jest zastoupen iodidem barnatým aneb methyleniodidem. Obě kapaliny zřeďují se vodou anebo též benzolem neb xylolem, také iodmethylem. Pro hustoty ještě větší shledává *Rötgers* tyto kombinace vhodnými. Nasycený roztok triiodidu arsenu neb antimonu ve směsi tribromarsenu a iodmethylenu; hustota 3·70 při 20°. Anebo nasycený roztok tetraiodidu cínu v tribromarsenu; hustota 3·73 při 15°.

Možnost obdržeti kapaliny neb roztoky hustoty 4·0 neb více (rtuť ovšem vyjímajíc) zdá se býti vyloučena*). Jde-li o tělíska hustší, nutno je spojovati s řidšími, na př. s kousky velmi přesně odváženého paraffinu (Jolly 1886).

K definitivnímu zařízení a odečtení napomáhá teplota, poněvadž se touto hustota kapaliny více mění než tuhého tělíska.

Methodou suspensační lze děliti též práškovité směsi tělísek různé hustoty. Jinak lze vhodně použiti diffuse kapalin, kterou se průběhem delší doby kapalina ve vysoké nádobě ustálí tak, že rovnoměrně její hustoty ubývá s výškou. Tím se pak převede určení hmoty specifické tělíska na odměření výšky, v níž tělísko se vznáší (Sollas 1891).



Obr. 229.

§ 312. Araeometr Nicholsonův.

Hustotu drobných tělísek tuhých lze též určiti araeometrem, v obr. 229. znázorněným, kterýž r. 1787 udal *W. Nicholson***). Stroj zastupuje váhy, jež se nahoře závažím dotíží tak, aby zapadly do vody až k jisté značce na drátku označené. Vážením differenčním určí se váha tělíska umístěného jednou nahoře na místičce ve vzduchu, po druhé dole na košíčku ve vodě. Výsledek jest málo přesný, poněvadž araeometr představuje váhy málo citlivé. Mimo to působí rušivě též změny teploty vody.

---

*) Listy chemické, 1899, p. 34.

**) *William Nicholson* (1753—1815), inženýr v Londýně.

Kapaliny.

§ 313. Měření objemu a vážení ve vzduchu.

Je-li M hmota (váha netto) kapaliny, jejíž hmotu specifickou S hledáme a jejíž objem V můžeme stanoviti, vyjádříme výsledek vážení na vahách rovnoramenných rovnicí

$$V(S-\sigma)=\frac{M}{\delta}(\delta-\sigma),$$

ve kteréž značí δ specifickou hmotu závaží a σ specifickou hmotu vzduchu; z rovnice této pak plyne

$$S=\frac{M}{V}+\left(1-\frac{\frac{M}{V}}{\delta}\right)\sigma.$$

Korrekce, kteráž ke hlavnímu členu $\frac{M}{V}$ přistupuje proto, že vážíme ve vzduchu, bývá u kapalin procentualně značnou, poněvadž jest jejich hmota specifická z pravidla malá, obyčejně blízce $=1$. Pro hustotu $=1$ činí korrekce 0·106%. Hmota M určí se methodou Gaussovou nebo Bordovou. Objem V lze u kapalin snáze a přesněji stanoviti než u těles tuhých, totiž kalibrovanými nádobami; buď se naleje kapalina do baňky, již kalibrované, kteráž až do určité značky má jistý objem, na př. 1 litr neb $\frac{1}{2}$ neb $\frac{1}{10}$ litru, anebo se vypustí do baňky nekalibrované z byretty neb pipetty, jejížto kalibr byl kontrolován. Vypařování kapaliny dlužno uzavřením nádoby zameziti.

Specifická hmota S, jak se dle methody této vypočte, platí pro tu teplotu, kterouž měla kapalina, když se odečetl její objem.

§ 314. Určení pyknometrem.

Vzhledem k tomu, že jest snáze *rovnost* objemu dvou kapalin zaručiti než objem jedné přesně určiti, stanoví se specifická hmota kapaliny výhodněji dvojím vážením. Nádobka skleněná vhodného objemu V, kterýž lze přesně odečísti, tak zvaný *pyknometr*, váží se jednou s kapalinou, jejížto specifickou hmotu S hledáme, podruhé s vodou, jejížto specifická hmota s jest známa. Znamená-li M váhu kapaliny samotné (váhu netto) a rovněž m váhu vody samotné (váhu netto), jest jedno i druhé vážení ve vzduchu specifické hmoty σ, je-li δ specifická hmota závaží, vyjádřeno rovnicemi (s vynecháním faktoru g)

$$V(S-\sigma)=\frac{M}{\delta}(\delta-\sigma),$$

$$V(s-\sigma)=\frac{m}{\delta}(\delta-\sigma),$$

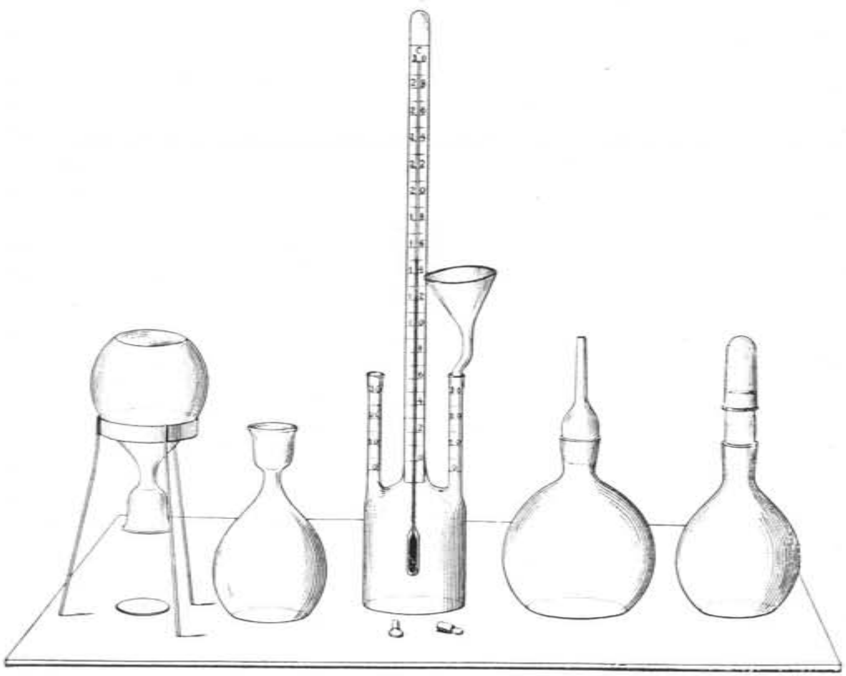
ze kterýchž plyne dělením

$$\frac{S-\sigma}{s-\sigma}=\frac{M}{m},$$

z čehož stanovíme

$$S=\frac{M}{m}(s-\sigma)+\sigma.$$

Rovnice tato předpokládá, že objem V pyknometru byl při vážení prvém — (s kapalinou) — právě takový jako při vážení druhém — s vodou —, kterážto podmínka jenom tehdáž jest přesně vyplněna, byla-li teplota kapaliny právě taková jako teplota vody; v tom případě platí, jak specifická hmota S kapaliny, tak i vody s pro onu společnou teplotu t.



Obr. 230.

Byla-li však teplota t' kapaliny jiná než teplota t vody, na př. $t' > t$, a značí-li V objem pyknometru při teplotě t, pak jest objem pyknometru V' při teplotě t' dán výrazem

$$V'=V[1+\beta(t'-t)],$$

kdež znamená β kubicky koefficient skla. Obě hořejší rovnice nabývají pak tvaru následujícího:

$$V[1+\beta(t'-t)](S-\sigma)=\frac{M}{\delta}(\delta-\sigma)$$

$$V(s-\sigma)=\frac{m}{\delta}(\delta-\sigma),$$

ze kterých plyne

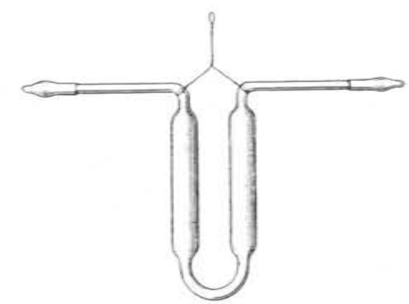
$$\frac{S-\sigma}{s-\sigma}[1+\beta(t'-t)]=\frac{M}{m}$$

čili

$$\frac{S-\sigma}{s-\sigma}=\frac{M}{m+m\beta(t'-t)}.$$

Rovnici tuto lze jednoduše vyložiti; aby totiž rovnost objemu byla přísně zachována, nutno k váze (netto) m vody jako korrekci připojiti tolik, mnoho-li přísluší onomu zvýšení objemu pyknometru při přechodu od teploty t k teplotě t' (předpokládajíc $t' > t$); tím převedeme vážení pyknometru s vodou na vážení, jak by bylo vypadlo, kdyby objem pyknometru byl býval také ten, který byl při vážení s kapalinou. Zavedeme-li na místě korrigovaného m označení m^*, obdržíme opět

$$S=\frac{M}{m^*}(s-\sigma)+\sigma.$$



Obr. 231.

Ona korrekce $m\beta(t'-t)$ bývá jen při větších rozdílech tepelných značnější; béřeme-li

$$\beta=\tfrac{1}{40000}=0{\cdot}000025$$

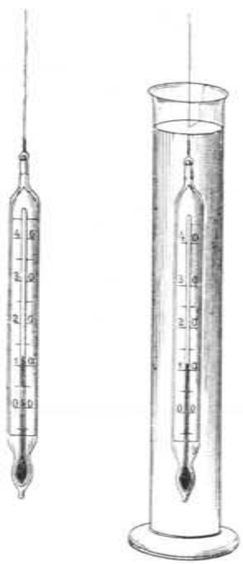
vychází, že při tepelném rozdílu

$$t'-t=10^0$$

ona korrekce činí pouze $0{\cdot}025\%$; při tepelných rozdílech, nepřesahujících 2^0, možno ji zanedbávati, ač-li nemá stanovení specifické hmoty S býti přesnější než na $\frac{1}{100}$ procenta. Rozmanité formy pyknometrů znázorňuje obr. 230. Stanovení teploty kapaliny i vody se velice usnadní, když v pyknometru samém jest již jemný teploměr umístěn. Jinak vkládá se pyknometr do (vodní) lázně, jejíž teplotu lze určiti; forma pyknometru v obr. 231. znázorněná (Sprengel) zaručuje při tom rychlou výměnu teplot.

§ 315. **Určení tělískem ponorným.**

Methodou pyknometrickou stanoví se hmota jistého objemu kapaliny a téhož objemu vody přímo. Téhož cíle lze dojíti nepřímo tím, že se těleso pevné jistého objemu V váží nejprve ve vzduchu, potom v kapalině a ve vodě, a že se počítá ztráta na váze jeho, a to ztráta M při vážení v kapalině a ztráta m při vážení ve vodě. Vzhledem k zákonu Archimedově jest to tak, jako bychom byli ono množství kapaliny neb vody příslušící objemu V, přímo odvážili, a sice ve vzduchu, poněvadž ono původní vážení tělesa pevného se dálo též ve vzduchu. Proto platí i zde rovnice, jež jsme měli v § předcházejícím.



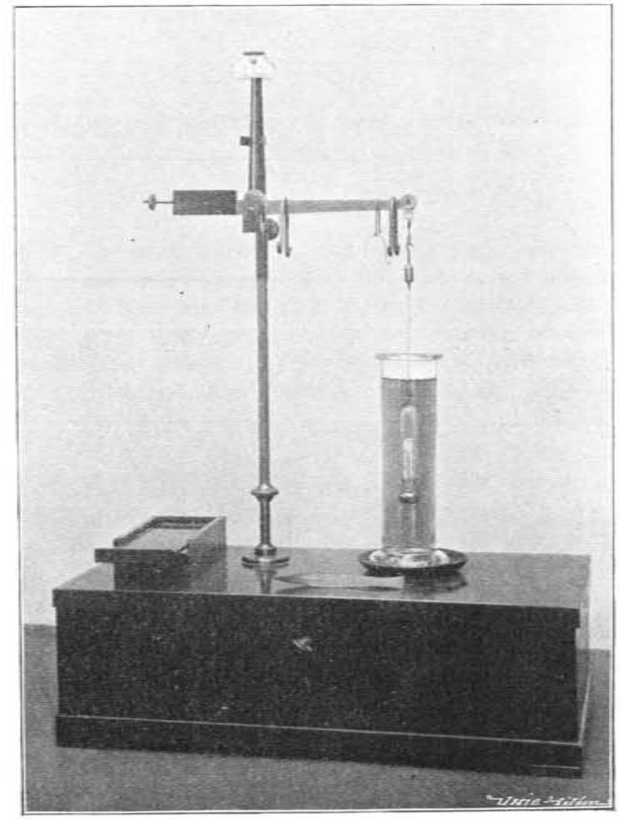
Obr. 232.

Ono těleso pevné, objemu V, bývá z pravidla (duté) tělísko skleněné, podélné, háčkem neb očkem opatřené a na drátku platinovém zavěšené; aby v kapalině zapadlo, bývá dole zatíženo na př. rtutí. Tělísko takové lze ze skleněné trubice vhodného průměru snadno improvisovati. Velmi dobře může tělískem takovým býti malý teploměr; teplotu kapaliny a vody lze pak ihned, jakmile vážení bylo ukončeno, na tělísku samém odečísti. Kapalina a voda nalévají se do vysokých a úzkých nádob vhodné velikosti, přiměřené rozměrům tělíska (obr. 232.). Při velmi přesném vážení nutno ovšem též k tomu přihlížeti, aby drátek platinový stejně hluboko do vody jako do kapaliny se ponořil; ta část drátu, která zůstává neponořena, může býti jakkoliv dlouhá a je-li s drátkem spojen na př. mosazný háček na zavěšování, může tento býti jakkoliv veliký; neboť při tvoření differencí mezi vážením v kapalině neb ve vodě a mezi vážením ve vzduchu se váha drátku neponořeného ovšem vymýtí. Drátek platinový nechť jest co možná tenký, aby kapillaritou nevznikaly zbytečné nesnáze; proto také budiž na háčku tělíska otočen krátce, aby neprocházel dvojitě povrchem kapaliny a vody.

Hořejší rovnice platí přesně jen tehdy, byla-li při vážení teplota t' kapaliny právě taková jako teplota t vody. Jinak dlužno rovnici tu korrigovati vzhledem k tomu, že při různých teplotách t a t' také tělísko skleněné různý má objem V a V'. Úvaha jest zde zcela podobna té, kterouž jsme učinili při pyknometru. Formule převodní jsou tytéž. Methoda stanovení hmoty specifické kapalin tělískem skleněným jest ze všech nejpohodlnější; neboť odpadávají zde všeliké nesnáze s přeléváním kapaliny a vody, s vysušováním nádob, jakož i se stanovením teploty; odpadávají též chyby vznikající vypařováním kapaliny neb vody. Methoda tato byla by i ze všech nejpřesnější, kdyby nepřekážel odpor ústředí volné pohyblivosti tělíska v kapalině a ve vodě, jakož i kdyby přilnavostí kapaliny neb vody ku drátku nevznikaly chyby při vážení; kývání pravidelné vah nelze za těchto poměrů očekávati; nezbývá než vyčkati, až se váhy ustálí, což se velmi záhy stane; při tom bývá však rovnovážná poloha nahodilými příčinami podmíněna (třením, přilnavostí a pod.) a následkem toho neurčita. Obtíže takové ovšem při methodě pyknometrické odpadávají a proto jest tato přesnější.

§ 316. **Vážky Mohrovy.**

Vážky Mohrovy umožňují určiti hmotu specifickou kapalin *rychle*, bez všelikého počítání, třebas méně přesně. Methoda, které se při nich užívá, jest methoda tělíska skleněného; bývá jím malý teploměr. Tento jest na konci jednoho ramene vahadla jednou pro vždy na drátku platinovém zavěšen, a na druhém rameni vahadla vyvážen (obr. 233.); tím odpadává jeho vážení ve vzduchu, tak že se může ihned stanoviti jeho ztráta na váze, když se ponoří do kapaliny dané neb do vody.



Obr. 233.

Pravili jsme, že se u vážek Mohrových nežádá největší přesnosti. Z toho plyne, že smíme zde zanedbávati korrekce, jež jsme o přesném stanovení hmoty specifické uvedli v odstavcích předcházejících.

Tak především zanedbáváme změny objemu skleněného tělíska, vznikající růzností teplot t' a t kapaliny a vody, do nichž se tělísko ponoří. Ale také účinek vážení ve vzduchu můžeme zanedbávati. Jak veliký účinek tento jest, vysvítá z rovnice

$$S = \frac{M}{m} s + \left(1 - \frac{M}{m}\right) \sigma.$$

Korrekce za příčinou vážení ve vzduchu činí tedy

$$\left(1 - \frac{M}{m}\right) \sigma \text{ absolutně, } \left(1 - \frac{M}{m}\right) \sigma : \frac{M}{m} \text{ relativně.}$$

Největší počet kapalin — (rtuť ovšem vyjímajíc) — má hmotu specifickou, kteráž se jen málo liší od specifické hmoty vody; můžeme tedy klásti

$$\frac{M}{m} = 1 + \varepsilon,$$

kdež jest ε obyčejně několik málo desetin; pak jest ona korrekce dána výrazem

$$-\ \varepsilon\sigma \text{ absolutně, } -\frac{\varepsilon\sigma}{1 + \varepsilon} \text{ relativně,}$$

jedno i druhé číslo jest velmi malé vzhledem k tomu, že jest σ velmi malé. Pro aether $S = 0\cdot7$ činí tedy ona korrekce jen $+ 0\cdot05\%$, pro koncentrovanou kyselinu sírovou $S = 1\cdot8$ jen $- 0\cdot05\%$; pro celou řadu obyčejných kapalin (roztoků solí, kyselin) ještě méně; přestáváme-li tedy na tom, aby jen desetiny procenta, nikoliv však setiny, byly zabezpečeny, smíme i tuto korrekci zanedbávati.

Tím zbývá vzorec pro kapaliny velice přibližný

$$S = \frac{M}{m} s.$$

Vzorec tento zjednodušuje se u vah Mohrových ještě dále, a to tím, že zde jest

$$m = s$$

a v tom spočívá právě zvláštnost Mohrových vážek. Podmínce této lze vyhověti dvojím způsobem. Buď volíme tělísko, jehož objem jest 1 cm^3; pak jest, v mezích vytčené přesnosti, $m = s$; objem tělíska tedy přizpůsobíme jednotce hmoty 1 grammu. Anebo naopak přizpůsobíme jednotku hmoty, jakéž bychom při vážení na vážkách těchto užívali, objemu daného tělíska, volíce tuto jednotku tolikráte větší než 1 gramm, kolik cm^3 objemu ono tělísko má. Je-li tedy objem tento v cm^3, pak si utvoříme zvláštní jednotku v-grammovou, i bude pak, všeobecně $m = vs$ a specialně, v této zvláštní jednotce, $m = s'(v.1) = s$; specifická hmota S jest pak dána rovnicí

$$S = M,$$

kdež M není vyjádřeno v grammech, nýbrž opět v oné zvláštní jednotce v-grammové. Druhý tento způsob lze snáze realisovati než prvý; proto také když se o vahách Mohrových jedná, předpokládá se vždy, že při nich vážíme zvláštní takovou jednotkou.

Tato jednotka vah Mohrových hotoví se obyčejně z mosazi ve formě jezdce a to pro obyčejné kapaliny ve dvou exemplářích; vedle ní hotoví se ještě její desetina, setina, eventualně též ještě tisícina, ačkoliv se této zřídka užívá. Těchto pět závaží vystačí úplně k vážení, když ještě to rameno vahadla, na kterémž visí tělísko, rozdělíme na 10 dílů, jež opatříme výřezy, tak abychom mohli ona jednotlivá závaží pohodlně a určitě zavěsiti. Majíce pak stanoviti specifickou hmotu dané kapaliny, nalejeme ji do nádobky k tělísku skleněnému vážek Mohrových náležející a zapustíme do ní tělísko; na to zavěsíme v plné vzdálenosti jedničku. Je-li to mnoho, jest daná kapalina lehčí než voda, je-li to málo, jest těžší. V jednom i druhém případě rozvěsíme pak ona závažíčka, aby rovnovážná poloha vah byla táž, jako před ponořením tělíska do kapaliny, a můžeme, dosáhnouce toho, z uspořádání oněch závažíček specifickou hmotu S přímo odečísti dle $S = M$.

Z toho také jest patrno, jak zkoušíme správnost vah Mohrových. Předpokládajíce, že jest dělení vahadla správně provedeno, jakož i že jsou ona závažíčka v poměru 1, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ správně zhotovena, ponoříme tělísko do vody teploty t a určujeme její hmotu specifickou: musí vyjíti číslo s, které z tabulek pro danou teplotu vypíšeme. Účelu podobnému, jako vážky Mohrovy, slouží tangentialní vážky, jež sestrojil *K. V. Zenger* (1871). Obšírný popis a tabulky viz v jeho Mechanice, pag. 299.

§ 317. **Araeometry.**

Araeometry (hustoměry) zakládají se na zákonech o plování těles tuhých v kapalinách. Máme-li těleso pevné, objemu V a specifické hmoty S, a zapadne-li objemem v do kapaliny specifické hmoty s zůstávajíc objemem $V - v$ ve vzduchu specifické hmoty σ, platí pro případ, že těleso tuhé na kapalině plove, rovnice

$$\frac{v}{V} = \frac{S - \sigma}{s - \sigma}.$$

Pro jinou kapalinu jest obdobně

$$\frac{v'}{V} = \frac{S - \sigma}{s' - \sigma}.$$

Z obou rovnic odvozujeme výslednou

$$\frac{v'}{v} = \frac{s - \sigma}{s' - \sigma}$$

a touto jest vyjádřena základní myšlenka araeometrů, souditi totiž na specifickou hmotu z objemu, kterým zapadnou do jisté kapaliny, v níž plovou. Přesnost, jakou při tom lze očekávati, jest však jen mírná; araeometr má sloužiti více k rychlé orientaci. Proto také lze přestati na rovnici přibližné

$$\frac{v'}{v} = \frac{s}{s'}$$

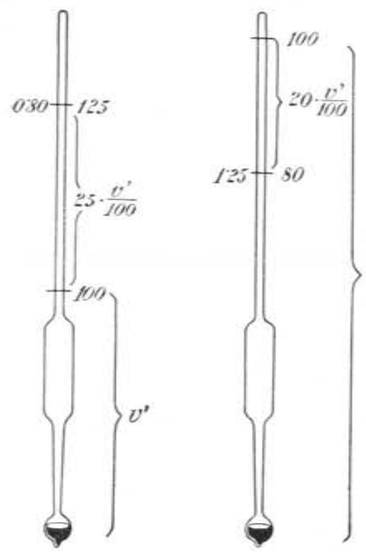
a v souhlasu s tím také nedbati eventualních změn objemových při různých teplotách.

Zaznamenáme-li tedy jednou pro vždy objem v', kterýmž araeometr zapadne do vody 4stupňové, pro niž jest $s' = 1$, a pozorujeme-li objem v, kterýmž araeometr zapadne do kapaliny, jejíž specifickou hmotu s hledáme, bude dle hořejší rovnice

$$s = \frac{v'}{v}.$$

Poněvadž se pak při tom jedná o poměr obou objemů v a v', bude jednostejno, jakou jednotkou objem araeometru vyměřujeme; můžeme na př. aby objem v' byl vyjádřen okrouhlým číslem = 100, vzíti za jednotku objemu $\frac{1}{100} v'$ a touto jednotkou vyjádřiti objem v; bude pak

$$s = \frac{100}{v}.$$



Obr. 234.

Takto jest zařízen araeometr Gay-Lussac-ův, kterýž se zvlášť zove *volumenometrem*, poněvadž dle *objemu počítáme* váhu specifickou. Aby se odečtení objemu v mohlo díti co možná přesně, jest žádoucí, aby se jednotka objemová $\frac{1}{100} v'$ jevila dílcem značné délky; proto jest ta část volumenometru, na níž se má škála nanésti, a jež z větší neb menší části z kapalin vyčnívá, úzká a dlouhá, při tom přesně cylindrická, aby dělení objemové pokračovalo, jakož jest nejjednoduššim, pravidelně ve stejných délkových intervallech. Zbývající část volumenometru, jež v kapalinách ponořenou zůstává, jest širší a kratší. Aby pak volumenometr v kapalinách ploval stabilně, jest opatřen dole nádobkou obsahující vhodné množství rtuti. Jinak jest celý přístroj obyčejně skleněný a dutý.

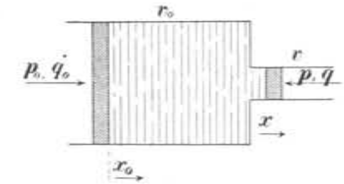
Jest výhodno, hotoviti zvláštní volumenometr pro kapaliny lehčí než voda, a opět zvláštní pro kapaliny těžší než voda; u těchto jest bod 100 na hořejším, u oněch na dolejším konci cylindrické trubičky. Bez tohoto rozdělení úloh vypadl by přístroj buď příliš dlouhým aneb, kdybychom se tomu chtěli vyhnouti, málo citlivým. Přístroj zde popsaný mění se v tak zvaný *densimetr*, když na místě stupnice objemové jest nanesená stupnice hustoměrná; ona pokračuje rovnoměrně, tato od čísel menších k větším urychleně. Souvislost mezi čísly jedné i druhé stupnice jest jednoduchá (obr. 234). Patrně jsou densimetry pro praxis pohodlnější než volumenometry a proto oblíbenější. Účelům zvláštním slouží mlékoměry, cukroměry a pod. a nejdůležitější ze všech, lihoměry, jimiž se má rychle stanoviti procentualní množství absolutního lihu ve zředěném. Araeo-

metry Beaumé, Cartier, Beck, jsou zastaralé. S araeometry bývá často spojen teploměr, aby se zároveň s odečtením hustoměrným poznamenala teplota, pro niž platí.

Pohyb kapalin.

§ 318. **Energie proudění.**

Odvozujíce základní rovnice o pohybu kapalin nepřihlížíme — podobně jako při úvodním výkladu o rovnováze kapalin — k tíži. Představujeme sobě dokonalou kapalinu v nádobě konstantního průřezu q_0, uzavřenou pístem bez všelikého tření pošinovatelným; k nádobě připojuje se trubice konstantního průřezu q, v níž jest kapalina též uzavřena pístem volně pohyblivým (obr. 235.). Kdyby na každou jednotku plošnou pístu q_0 a q působil týž vnější tlak p_0 a p, byla by rovnováha i tehdá, kdyby průřez q_0 byl jakkoli větším než průřez q (§ 292). Proudění kapaliny z nádoby do trubice nastane teprve, když jest $p_0 > p$. Předpokládejme, že se proudění ustálí, v tom smyslu, že na každém místě tlak jakož i rychlost co do směru i co do velikosti zůstávají stálými. Proudění zove se pak stationarním; částečky kapaliny týmž bodem procházející pohybují se všeobecně v křivkách proudových tvaru stálého. Pošine-li se za jistou dobu píst q_0 o délku x_0 a píst q o délku x, jest přebytek práce dán rozdílem



Obr. 235.

$$p_0 q_0 x_0 - p q x.$$

Předpokládáme-li kapaliny idealné, kteréž, jsouce nestlačitelnými a dokonale pohyblivými, zcela vyplňují nádoby, platí rovnost objemů

$$q_0 x_0 = q x.$$

Je-li m hmota tohoto objemu kapaliny, záleží účinek onoho přebytku práce v tom, že kapalina m proudící v nádobě rychlostí v_0, jsouc tlačena do trubice, proudí větší rychlostí v tak, že nastává zvýšení energie pohybu o část

$$\tfrac{1}{2} m (v^2 - v_0^2).$$

Dle principu energie máme tudíž základní rovnici

$$p_0 q_0 x_0 - p q x = \tfrac{1}{2} m (v^2 - v_0^2).$$

Rovnice tato nabude tvaru jednoduššího, když na místě úhrnné hmoty m kapaliny objemu $q_0 x_0 = qx$ zavedeme hmotu specifickou s objemu jednotkového. Tím obdržíme rovnice

$$p_0 - p = \tfrac{1}{2} s (v^2 - v_0^2),$$

$$p_0 + \tfrac{1}{2} s v_0^2 = p + \tfrac{1}{2} s v^2.$$

Tlaky p_0 a p, vztahované na jednotku plošnou, jsou zde vyjádřeny v absolutní jednotce silové a mají tudíž rozměr

$$\frac{\mathrm{LM}}{\mathrm{T}^2} : \mathrm{L}^2 = \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{LT}^2} \text{ všeobecně,}$$

$$\frac{cm \,.\, g}{sec^2} : cm^2 = \frac{g}{cm \,.\, sec^2} \text{ zvlášť.}$$

Týž rozměr má souhlasně výraz $\frac{1}{2} s v_0^2$ a $\frac{1}{2} s v^2$, značící kinetickou energii hmoty, obsažené v jednotce objemové.

Podmínka, vyjádřená hořejší rovnicí

$$qx = Const.$$

vyslovuje stejnost objemu kapaliny, kteráž projde jakýmkoli průřezem q v době libovolné. Je-li touto dobou jednotka časová, značí x rychlost pohybu v, a rovnice nabývá formy

$$qv = const.$$

Oběma rovnicemi formuluje se *kontinuita pohybu* kapalin. Součin qv, značící objem kapaliny, jež v době jednotkové projde průřezem q, nazývá se intensitou proudu. Při proudění stationarním jest tedy intensita proudu v průřezech libovolných konstantní.

Na místě názvu intensita užívá se též názvu síla proudu, kde pak ovšem slovo síla, znamenající tolik jako mohutnost proudu, má jiný smysl, než povšechně v mechanice. Podobně užívá se názvu intensita neb síla proudu v elektřině dynamické.

Rychlost v, jakou proudí kapalina v trubici, obdržíme z rovnice

$$s v^2 \left(1 - \frac{v_0^2}{v^2}\right) = 2 (p_0 - p),$$

když dle podmínky

$$q_0 v_0 = qv$$

vyjadřující kontinuitu pohybu nahradíme poměr rychlostí poměrem průřezů; tím vyjde

$$v = \sqrt{\frac{2 (p_0 - p)}{s (1 - q^2/q_0^2)}}.$$

Často bývá průřez q trubice velmi malým proti průřezu q_0 nádoby; pak jest přibližně

$$v = \sqrt{\frac{2 (p_0 - p)}{s}}.$$

Budiž na př. přebytek tlakový $p_0 - p$ roven tlaku jedné atmosfery. Jak později shledáme, jest tlak jedné atmosfery vyjádřen číslem

$$1{\cdot}01321 \frac{megadyna}{cm^2}.$$

Dle toho obdržíme na př. pro vodu a rtuť

$$s = 1 \frac{g}{cm^3}, \qquad v = 1423{\cdot}5 \frac{cm}{sec},$$

$$s = 13{\cdot}6 \frac{g}{cm^3}, \qquad v = 386{\cdot}0 \frac{cm}{sec}.$$

Kapaliny různé, jsouce poháněny týmž tlakem, proudí rychlostí, jež jest přibližně úměrnou odmocnině z jich specifického objemu.

Ze základní rovnice hořejší počítáme tlak p, kterým kapalina v trubici proudíc působí na stěny, dle vzorce

$$p = p_0 - \tfrac{1}{2} s (v^2 - v_0^2).$$

Kdyby kapalina neproudila, byl by tlak $p = p_0$ tlakem *hydrostatickým*; když kapalina proudí, umenší se tlak tento o část $\frac{1}{2} s (v^2 - v_0^2)$, kteráž vyjadřuje přírůstek energie hmotné jednotky kapaliny; zbývající tlak p zove se *hydrodynamickým*.

Je-li průřez q velmi malým proti q_0, jest dle rovnice, vyjadřující princip kontinuity, rychlost v_0 velmi malou proti rychlosti v. Pak lze počítati přibližně

$$p = p_0 - \tfrac{1}{2} s v^2.$$

Dle toho značí číselné hodnoty, jež jsme svrchu pro rychlost u vody a rtuť vypočítali, ty rychlosti v, při nichž by tlak hydrodynamický p se rovnal nulle, kdyby tlak p_0 byl tlakem atmosfery. Při rychlostech ještě větších vznikl by tlak hydrodynamický negativní.

§ 319. Výtok kapaliny malým otvorem ve vodorovném tenkém dně nádoby.

V předešlém odstavci nepřihlíželi jsme k váze kapaliny představujíce sobě pokus tak upravený, aby váha tato nepřišla k platnosti a předpokládajíce, že vnější tlaky p_0 a p vznikají silami zvláštními na písty působícími. U kapalin, jež ve skutečnosti jsou v poli gravitačním naší země, vznikají rozdíly tlakové vahou kapaliny samé.

Mějmež nádobu průřezu q_0, jež jest až do výšky h naplněna kapalinou specifické hmoty s. Učiňme na vodorovném tenkém dně nádoby otvor průřezu q, který budiž velmi malým proti q_0. Kapalina otvorem tímto vytryskne. Naskýtají se zde otázky dvě: s jakou *rychlostí* vytéká kapalina a v jakém *množství* za určitou dobu.

Otázkou prvou zanášel se již *E. Torricelli* *) — odtud název „theorem Torricelliho" —, stanoviv rychlost v výtoku závislostí

$$v = const. \sqrt{h},$$

kterouž později *J. Bernoulli* doplnil na vzorec

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Tento obdržíme ze vzorce odstavce předešlého

$$v = \sqrt{\frac{2(p_0 - p)}{s}},$$

uvážíce, že tlak vzduchu působí shora i zdola stejně a že tudíž přebytkem tlakovým jest tlak hydrostatický, stanovený výrazem

$$p_0 - p = hsg.$$

Hmota specifická s ze vzorce odpadne. Specificky těžší rtuť vytryskuje tudíž stejnou rychlostí jako specificky lehčí voda; hmota každé jednotky objemové rtuti jest sice větší, ale touže měrou jest též větší síla, kteráž ji v pohyb uvádí. Rychlost výtoku jest však podmíněna intensitou pole gravitačního, neboť touto jest určen hydrostatický tlak. Na měsíci byla by na př. hmota kapaliny v pohyb uváděná stejnou, jako na zemi, ale síla, kteráž by pohyb způsobovala, jest menší a proto také rychlost výtoku byla by menší.

Význam zákona Torricelliho jest jednoduchý. Při dané intensitě tíže g jest rychlost výtoku podmíněna jediné výškou h kapaliny nad otvorem. Tato výška se zove rychlostní, rychlost určující. Z pozorované rychlosti v vypočítá se její hodnota dle vzorce

$$h = \frac{v^2}{2g}.$$

Rychlost v jest taková, jaké by nabyla kapalina s této výšky v daném poli gravitačním volně padajíc.

Co se druhé otázky týče, tu znajíce rychlost v výtoku obdržíme objem V kapaliny vyteklé v každé jednotce časové, násobíce rychlost tu průřezem q, tak že jest

$$V = qv;$$

*) *E. Torricelli*: De motu gravium naturaliter descendentium; obsaženo v souhrnném spise Opera geometrica, Firenze 1644.

z objemu pak obdržíme hmotu kapaliny v každé jednotce časové vyteklé, když násobíme ještě hmotou specifickou s. Pro libovolnou dobu výtoku připojí se ještě činitel časový.

§ 320. Časový průběh výtoku.

Vrhneme-li těleso rychlostí v_1 vzhůru, ubývá této rychlosti při výstupu úměrně s časem t, tak že jest

$$v = v_1 - gt.$$

Zavedeme-li do rovnice této výšky h, h_1 odpovídající rychlosti v, v_1, se kterých by těleso musilo padnouti, aby těchto rychlostí dosáhlo, obdržíme vztah

$$\sqrt{2gh} = \sqrt{2gh_1} - gt$$

čili

$$\sqrt{h} = \sqrt{h_1} - \sqrt{\frac{g}{2}}.t.$$

Při výtoku kapaliny lze očekávati vztahy analogické. Kapalina v nádobě padá, ale padání jest časově mírněno tím, že se kapalina z velkého průřezu q_0 nádoby musí protlačiti malým průřezem q otvoru. Vzhledem k tomu platí ony vztahy hořejší sice v podstatě též, jenom že k faktoru časovému t přistupuje jako by umírňující koefficient $\frac{q}{q_0}$, tak že jest

$$v = v_1 - \frac{q}{q_0} gt$$

$$\sqrt{h} = \sqrt{h_1} - \frac{q}{q_0}\sqrt{\frac{g}{2}}.t.$$

Rovnicemi těmito jest tedy časový průběh výtoku charakterisován. Jimi se objasňuje, jak průběhem času klesá hladina kapaliny v nádobě a současně rychlost kapaliny otvorem vytryskující. Z jedné i druhé rovnice určíme souhlasně dobu T, po kterou výtok trvá. Položíce $v = 0$ nebo $h = 0$, obdržíme

$$T = \frac{q_0}{q}\sqrt{\frac{2h_1}{g}}.$$

Kdyby z jiné nádoby stejných rozměrů vytékala kapalina po tuto dobu T plnou rychlostí $v_1 = \sqrt{2gh_1}$ příslušící plné výšce h_1, vytekl by kapaliny objem

$$V = q\sqrt{2gh_1}\,.\,T$$

čili

$$V = 2q_0 h_1.$$

To však jest dvojnásobný objem kapaliny v nádobě. Stejný objem kapaliny vytekl by tedy při *plné rychlosti* v_1 za dobu *poloviční* $\frac{1}{2}T$, než jest ta, za jakou se nádoba výtokem při rychlosti ponenáhlu klesající v vyprázdní.

Důkaz zajímavých těchto vět, jež první *E. Mariotte* nalezl, vede se počtem vyšším velmi jednoduše. Za dobu dt vyteče kapaliny objem

$$-q_0 \,.\, dh = qv \,.\, dt$$

$$-q_0 \,.\, dh = q\sqrt{2gh} \,.\, dt,$$

odtud

$$\frac{dh}{2\sqrt{h}} = -\frac{q}{q_0}\sqrt{\frac{g}{2}} \,.\, dt,$$

z čehož integrací

$$\sqrt{h} = C - \frac{q}{q_0}\sqrt{\frac{g}{2}} \,.\, t,$$

kdež značí C integrační stálou.

Pro $t = 0$ jest $h = h_1$, tedy $C = \sqrt{h_1}$. Máme tudíž

$$\sqrt{h} = \sqrt{h_1} - \frac{q}{q_0}\sqrt{\frac{g}{2}} \,.\, t.$$

Násobíme-li pak tuto rovnici faktorem $\sqrt{2g}$, obdržíme

$$v = v_1 - \frac{q}{q_0} \,.\, gt,$$

jak dříve uvedeno.

§ 321. Výtok otvorem v postranní tenké stěně nádoby.

Pokud jest průřez q otvoru postranního tak malým, že lze za to míti, jako by se celý nalézal v téže hloubce h, platí rovnice pro výtok otvorem ve vodorovném dnu odvozené. Všeobecně zasahá však celý otvor do různých hloubek z. Postupujeme pak zcela analogicky jako v § 296. Rozdělíme-li otvor na proužky $f(z) \,.\, dz$, jest rychlost výtoku v každém proužku

$$v = \sqrt{2gz}.$$

Objem V kapaliny za každou jednotku časovou vyteklé nalezneme summací

$$V = \int_{h_1}^{h_2} f(z)\; dz \,.\, \sqrt{2gz}.$$

Je-li specialně

$$f(z) = l,$$

kdež jest l konstantní šířka otvoru, jehož výška jest $h_2 - h_1$, vyjde

$$V = \tfrac{2}{3}\, l\sqrt{2g}\,(h_2^{\frac{3}{2}} - h_1^{\frac{3}{2}})$$

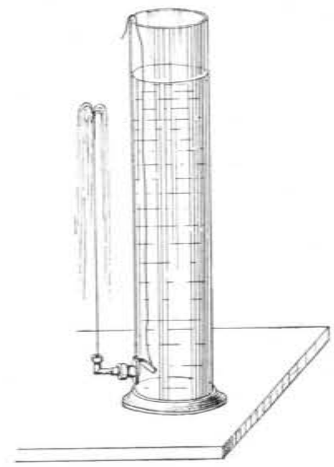
předpokládajíc, že výšky h se průběhem výtoku mění zcela nepatrně.

Zvláštním případem jest $h_1 = 0$, kdy kapalina otvorem postranním hloubky $h = h_2$ přepadá. Pak jest

$$V = \tfrac{2}{3}\, l\sqrt{2gh^3}.$$

§ 322. Pokusy.

Chtějíce theorem Torricelliho zkoušeti pokusy, užíváme (obr. 236.) skleněné válcové nádoby většího průměru (na př. 20 cm) a větší výšky (na př. 100 cm), kteráž jest dole opatřena širokým tubulem; do tohoto se vloží v zátce kaučukové krátký násadec mosazný, rovněž poněkud širší, který lze uzavříti přibroušeným plíškem, majícím otvor vhodného průměru (na př. 2 mm) pro výtok kapaliny. K pokusům volíme ovšem nejvhodněji vodu. Aby pak bylo možno směr výtoku libovolně říditi, jest výhodno, za onen násadec voliti mosaznou kolenovitě v pravém úhlu zahnutou trubici, kterouž lze v zátce kaučukové otáčeti tak, aby kapalina vytryskovala buď svisle dolů neb svisle vzhůru neb vodorovně nebo jakkoli šikmo.



Obr. 236.

Průměr krátké násadkové trubice musí ovšem býti veliký proti průměru otvoru samého. Výhodno jest, ač nikoli nutno, míti na uzavírání a otevírání tubulu uvnitř nádoby mosaznou širokou záklopku, kterou lze shora drátkem zvedati a spouštěti, když má pokus začít neb přestati. Záklopka zavírá se vlastní vahou a tlakem kapaliny těsně tak, že lze pohodlně onen plíšek otvorem přiložiti aneb po případě vyměniti za jiný i když kapalina jest již do velké nádoby nalita. Plíšek jest přitažen maticí šroubovou k násadce.

Konajíce nejprve pokusy o rychlosti v výtoku vody zkoumáme zákon, zda-li rychlost tato jest taková, jaké by nabyla voda s výšky h volně padajíc. Obrátíme totiž směr výtoku tak, aby voda přímo vzhůru vytryskovala a přihlížíme, zda-li dotryskuje až do této výšky h. Pokus ukazuje, že tomu tak není. Poznáváme však ihned toho příčinu, aspoň jednu, v tom, že kapky padající srážejí kapky vystupující, bránice plnému výstupu. Proto pootočíme málo jen násadcem; výška výstupu se již zvětší, ač by se dle zákonů o šikmém vrhu očekávalo zmenšení; ale zde kapky padající nesrážejí vodní paprsek. Nicméně ani nyní nevytryskuje voda do plné výšky. V odporu vzduchu nelze toho plnou příčinu hledati.

Obrátíme pak otvor směrem svisle dolů a provedeme pokus o množství kapaliny vyteklé. Volíme vhodně $h = 80\;cm$ a udržujeme tuto výšku i při výtoku. O rychlosti orientujeme se, kladouce $g = 10\,\frac{m}{sec^2}$, $v = \sqrt{2 \,.\, 10 \,.\, 0{\cdot}8} = 4\,\frac{m}{sec}$. Přesněji jest

$$g = 981\,\frac{cm}{sec^2}, \qquad v = 396\,\frac{cm}{sec}.$$

Je-li tedy poloměr kruhového otvoru 1 *mm*, vypočítáme objem vody vyteklé za 1 minutu dle formule

$$V = \pi\,(0{\cdot}1)^2 \,.\, v \,.\, 60\ cm^3,$$

což dává

$$V = 746\ cm^3.$$

Zachycujíce vodu nádobou kalibrovanou konstatujeme ihned, že množství skutečné jest menší než toto theoretické.

§ 323. Příčiny neshody mezi pozorováním a počtem.

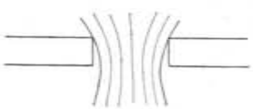
Objem V kapaliny vyteklé za jednotku doby jest určen rovnicí

$$V = qv.$$

Objem skutečný jest menší než tento vypočtený. Jak četné práce o výtoku kapalin ukázaly, vzniká neshoda tím, že jeden i druhý činitel do výpočtu vstupující jest větší než se skutečností souhlasí.

Předně již rychlost v. Třením částic kapalných o sebe i o stěny se kapalina poněkud zadržuje. Rychlost skutečná není tedy v, nýbrž φv, kdež jest φ redukční koefficient, poněkud menší než jednička.

Jiný důvod souvisí s činitelem druhým. Průřez q do počtu zavedený jest větší než skutečný. Důvod toho jest ve zvláštním zjevu, souvisícím s tekutostí kapaliny, kterýž se zove stažením paprsku (contractio venae).



Obr. 237.

Odvození vzorce pro v platilo jako by pro první okamžik vytrysknutí kapaliny. Jakmile kapalina vytékati začala, účastní se výtoku nejenom kapalina přímo nad otvorem stojící, nýbrž také částečky sousední tlačí se k otvoru se strany, následkem vnitřního tření s rychlostí poněkud menší. Paprsek vytryskující válcovým otvorem nemá pak tvar válce, nevyplňuje otvor úplně, nýbrž zužuje se poněkud (obr. 237.) tak, že skutečný průřez výtoku není q, nýbrž αq, kdež jest α opět redukční koefficient. Spojením obou koefficientů vzniká pro objem i pro množství redukční koefficient

$$\mu = \alpha\varphi.$$

Dlužno tedy při výtoku kapalin vždy činiti rozdíl mezi množstvím vypočteným, *theoretickým* a množstvím skutečným, *faktickým*. Vzorce dříve odvozené uvedeme v souhlas se skutečností, znásobíce koefficientem výtoku μ, jehož hodnotu dlužno empiricky pro konkretní případy stanoviti.

Co se týče číselných hodnot koefficientů φ a α, nelze povšechně udati než jen hodnoty průměrné. Koefficient rychlostní φ lze vypočísti, když se vyměří parabolická větev paprsku, který vytryskuje postranním otvorem nádoby; vychází dosti souhlasně

$$\varphi = 0{\cdot}97.$$

Koefficient kontrakční α souvisí s tvarem a rozměry otvoru, vedle toho však též s výškou tlakovou. Povšechně jest α poněkud menším při otvorech větších a při větší výšce tlakové.

Největší kontrakce činí linearně 0·8; u otvorů kruhových vzniká asi tak daleko od otvoru jako jest jeho poloměr; dle toho byl by koefficient α roven $(0{\cdot}8)^2$, t. j.

$$\alpha = 0{\cdot}64.$$

Spojením obou koefficientů vypočítá se koefficient výtokový

$$\mu = 0{\cdot}62.$$

Úkaz kontrakce byl studován (Tresca) též na tělesech tuhých; písek, hlína, led, též kovy jako cín, olovo, stříbro i železo, když se velikým tlakem (hydraulickým lisem) protlačují otvorem na dně nádoby, dostatečně pevné, aby vydržela tlak dosahující až 100.000 megadyn, tekou podobně jako kapaliny, na důkaz, že i u těles tuhých se tlak šíří všestranně, je-li dostatečně velikým. Když se pak do oné nádoby vloží látky jmenované v jednotlivých kusech, oddělených vodorovnými rovinami vrstevními, ukazuje se, jak při pokusu roviny tyto se prohlubují a jak přecházejí v plochy křivé, souměrné ke svislé, středem otvoru procházející ose, v níž plochy ty hustě k sobě přiléhají. Tím se dotvrzuje, že nahoře uvedené vysvětlení kontrakce jest správným.

Studie velmi podrobné konány byly (Savart 1833, Magnus 1859 a j.) o složení a povaze paprsku vytryskujícího. V prvé části své jeví se paprsek oku hladkým, čirým, jako sklo; dále však začíná se kaliti, stávaje se neprůhledným, místy se zúžuje, místy rozšiřuje a konečně tříští se v jednotlivé kapky. Dle tvaru, jaký má otvor, který může býti buď jednoduše kruhovým nebo čtverečným, obdélným, křížovým a pod., jeví se ona změna tvaru, ono střídavé zúžování a rozšiřování se někdy ve způsobu velice zvláštním, při čemž se ukazuje jistá centralní část méně měnlivá. Podrobnější zkoumání celého zjevu děje se pozorováním momentním, buď subjektivně při stálém osvětlení tak, že pozorovatel se dívá na paprsek otvory rychle rotujících desk, anebo objektivně tak, že se paprsek osvětlí na okamžiky, záblesky světla slunečního otvory rychle rotujících desk propouštěného, anebo výboji batterie Leydenské, po případě výboji induktoria, pomocí paprsků kathodových, jako v lampě Pulujově a pod.

Tu se pak ukazuje, že paprsek na místech, kde se oku jeví zakaleným, není souvislým, nýbrž že zde již počíná rozdělování v kapky, jež jenom svým prudkým pohybem činí oku při obyčejném osvětlení pozorujícímu dojem souvislosti. Kapky tyto však padajíce smršťují a natahují se střídavě, přecházejíce z tvaru kulového do tvaru rotačního ellipsoidu, jehož osa svislá je brzy největší brzy nejmenší; jsou to tedy pravidelné oscillace kapek, jež způsobují onen zvláštní útvar paprskový, jak při rychlém padání se oku jeví na základě zdánlivé spojitosti. Při tom se mezi kapky velké vkládají jako trabanty kapky malé, jež pak zdánlivou spojitostí tvoří ono méně proměnné centralní jádro paprsku. Periodicita jeví se i akusticky; když paprsek v oné části zakalené dopadá na membranu, vzniká zřetelný ton. Naopak silným tonem vnějším téže výšky se pravidelnost zjevu podporuje, tonem různé výšky pak ruší. Tříštění další paprsku v kapky jest účinek padání;

přední částečky vodní nabývají pádem větší rychlosti než zadní, jež za nimi následují, a proto se odtrhávají a smršťují kapky. Avšak ono dělení se paprsku v kapky v části zdánlivě spojité, kde se paprsek kalí, jest následek kohaese; neboť se ukazuje též u paprsků vzhůru vytryskujících.

Jiné zvláštnosti, souvisící též s molekulovými silami kohaese, jeví se, když paprsek vodní naráží na jiný anebo když naráží na stěnu pevnou po případě v rozmanité tvary upravenou, čímž se paprsek šíří v plochy střechovité, vějířovité a pod., jak bývá u vodotrysků, vodopádů, jež tím nabývají často překvapující skvělosti a zvláštního půvabu.

Tvar paprsku vytryskujícího jakož i koefficient výtokový mění se nátrubkou, kterouž k otvoru připojíme; nátrubky takové mohou býti válcovité, anebo zaoblené; když se tvar nátrubky co možná přizpůsobí formě kontrahovaného paprsku a když se objem kapaliny vyteklé počítá dle otvoru nátrubky, docílí se koefficientu μ značně většího, po případě až $\mu = 1$, tak že theoretické a faktické množství vyteklé vody souhlasí. Ba dokonce lze nátrubkou zvláštní formy docíliti koefficientu $\mu > 1$, když se totiž nátrubka na venek poněkud konicky rozšiřuje; kapalina strhuje zde částečky vzduchu s sebou, čímž se tlak vzduchu zde umenší a tudíž tlak výtokový poněkud zvětší.

Jakožto reminiscence historická budiž zde připojena poznámka, že *G. Galilei* při pokusech svých o pádu těles po rovině měřil čas dle množství vody, vyteklé malým otvorem ve dně veliké nádoby.

§ 324. Dráha paprsku vytryskujícího.

Jedná-li se o studium dráhy paprsku vodního, jest s výhodou užiti velmi krátkého otvoru kuželového mírně sbíhavého (obr. 236.). Paprsek, který se jeví býti oku hladkým a souvislým, dotryskuje skoro až do výše h kapaliny v nádobě, je-li otvor obrácen téměř přímo vzhůru. Když se pak obrací stranou, lze velmi pěkně sledovati parabolický tvar paprsku a jeho změny při různém úhlu elevačním. Přicházejí zde k platnosti zákony o vrhu šikmém.

Je-li specialně výtok horizontalním, stanovíme dráhu částečky kapalné rychlostí v vržené jednoduchou úvahou následující.

Ve směru vodorovném jest dráha x v době t

$$x = vt,$$

ve směru svislém, ve kterémž částečka padá, jest dráha y v téže době t

$$y = \tfrac{1}{2} g t^2.$$

Z obou rovnic odvodíme rovnici dráhy, vyloučíce dobu t,

$$\frac{x^2}{y} = 2\,\frac{v^2}{g}.$$

Dle theoremu Torricelliho jest však

$$v^2 = 2gh,$$

pročež

$$x^2 = 4hy.$$

Parametr paraboly jest tedy $2h$.

Zajímavo jest počítati dálku dotrysku v dané rovině horizontalní. Budiž H výška hladiny nad rovinou horizontalní na níž dálku a dopadu chceme stanoviti; otvor C budiž ve hloubce h pod hladinou a ve výšce h' nad onou rovinou horizontalní, tak že jest (obr. 238.)

$$H = h + h'.$$

Z rovnice dráhy

$$x^2 = 4hy,$$

plyne $x = a$ pro $y = h'$, tedy

$$a^2 = 4hh',$$

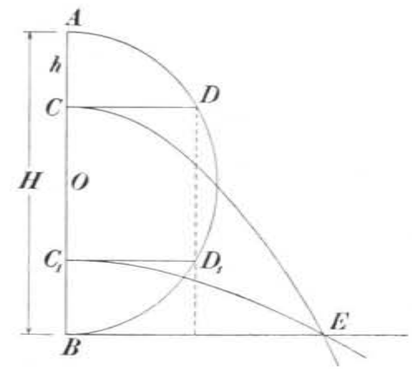
$$\tfrac{1}{2} a = \sqrt{hh'}.$$

Dálku $\frac{1}{2}a$ lze snadno konstruovati. Sestrojíme nad průměrem H polokruh se středem O; dle známé věty jest

$$CD = \tfrac{1}{2} a$$

a dálka hledaná

$$BE = a = 2CD.$$



Obr. 238.

Z konstrukce přímo vidíme, že do téhož místa E dotryskne voda vytékajíc otvorem C_1, je-li

$$AC_1 = h', \quad C_1B = h;$$

neboť výšky h a h', vstupující souměrně do vzorce pro $\frac{1}{2}a$, lze vyměniti. Pro $h = h'$, t. j. pro otvor O, jest dálka $\frac{1}{2}a$ dotrysku

$$a_{\text{max.}} = H.$$

Netřeba připomínati, že pro dotrysk a jest jednostejno, zda-li sloupec kapaliny je v celé výšce H čili jen v její nějaké hořejší části. Dobře jest však upozorniti, jak také z konstrukce kruhové ihned jest patrno, že dotrysku a přibývá s hloubkou $h = AC$ s počátku velmi prudce, tak že již pro malou hloubku h jest dálka a dosti veliká; v dalším průběhu přibývá pak dotrysku a s hloubkou h vždy volněji a volněji.

Zajímavo jest též upozorniti na význam tíže. Urychlení g působí na rychlost v výtoku, tím i na objem kapaliny v jisté době vyteklé, nikoli však na tvar dráhy, kterou částečky kapaliny, otvorem v hloubce h umístěným vytryskující, opisují; parametr paraboly jest $2h$, neobsahuje tedy urychlení tíže. Kdybychom v myšlenkách přenesli nádobu s kapalinou na Juppitera, kde jest urychlení g větší v poměru asi $1 : 2^1/_4$, byla by rychlost výtoku větší v poměru $1 : \sqrt{2^1/_4} = 1 : {}^3/_2$, t. j. byla by o $50\,^0/_0$ větší; nicméně parabola dráhy byla by stejnou; neboť větší rychlost ve směru horizontalním jest kompensována prudším padáním ve směru vertikalním a to v témže poměru $1 : \sqrt{g}$, čímž dráha zůstává stejnou.

Skvělého zjevu docílí se osvětlením vodního paprsku horizontalně vytryskujícího (fontana Colladonova). Nádoba k tomuto pokusu upravená jest 130 *cm* vysoká a 24 *cm* široká, z plechu zinkového; má postranní otvor průměru 1 *cm*, opatřený šroubovou ucpávkou s destičkou skleněnou; proti němu na spodní straně nádoby jest větší otvor, průměru 8 *cm*, který jest stále uzavřen deskou skleněnou. K této postaví se lampa elektrická, v níž čočkou paprsky světelné se nařídí sbíhavě tak, aby dopadaly na otvor, jímž má paprsek vodní vytrysknouti; zařízení toto jest snadné, poněvadž otvor jest uzavřen sklem, jímž světlo prochází na venek. Voda se zbarví fluoresceinem. Jakmile se ucpávka odšroubuje a voda otvorem vyrazí, neprochází již světlo, jako dříve, otvorem ven, nýbrž zůstává na základě totalního odrazu uvnitř paprsku vodního; tím objeví se celá parabolická větev jako by ohnivou, zářic skvělým světlem vnitřním. Také místo, kam dopadá voda do nádoby, v níž se zachycuje, jeví se světlým, poněvadž světlo paprskem vodním, jest sem od lampy převedeno.

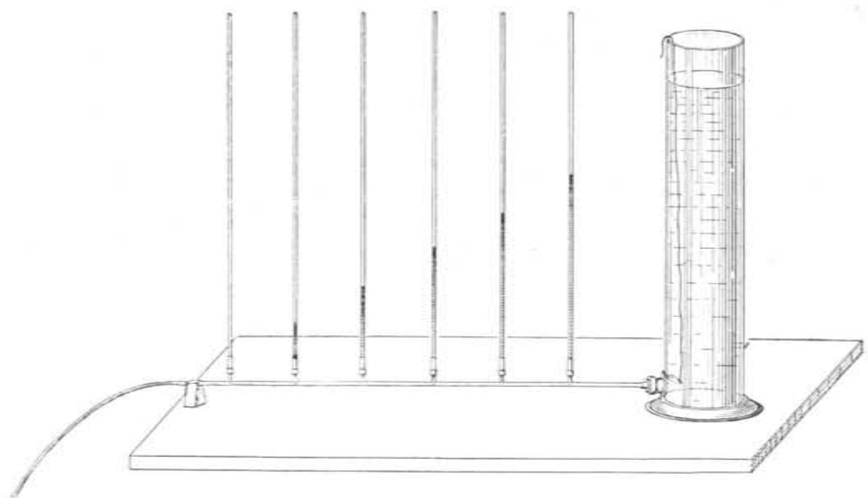
Podobných zjevů lze docíliti u skleněných vhodně zahnutých tyčí; tím lze světlo od nějaké lampy převésti až na konec tyče a jím osvětliti na př. mikroskopické praeparaty.

§ 325. Proudění kapalin v trubicích.

Majíce studovati zákony, jimiž se řídí proudění kapalin trubicemi, připojíme k tubulu velké nádoby skleněné (obr. 236.), jíž jsme užívali při výtoku vody otvorem, trubici mosaznou, vodorovně umístěnou, délky na př. 120 *cm*, průměru 1 *cm*, na níž jsou svisle nasazeny trubičky skleněné k účelům manometrickým (obr. 239.), ale tak, aby do trubice jen malými otvory ústily. Jest výhodno vodu ve velké nádobě připravenou zbarviti na př. indigokarminem nebo fluoresceinem. Uzavřeme prozatím trubici na jejím konci zátkou a zvedněme záklopku. Voda vteče do trubice, vypudíc vzduch trubičkami manometrickými, vnikne i do těchto a ustálí se v nich stejně vysoko jako v nádobě. Když však zátku z trubice vytáhneme, vyrazí voda ven v dráze parabolické, v manometrech pak klesne nestejně, více blíže otvoru, méně blíže nádoby. Když doléváme*) do velké nádoby vody,

*) K udržení stálé výšky h doporučuje se při pokusech o výtoku užívati láhve Mariottovy. Avšak pokus ukazuje, že bublinkami vzduchu do láhve vnikajícími pravidelnost parabolické větve kapaliny velice trpí; výtok jest jako by přerušovaným.

udržujíce její výšku na př. na 80 *cm*, konstatujeme snadno, že povrch vody v trubicích manometrických klesá dle zákona přímky, jež však směřuje pod povrch vody v nádobě; situaci znázorňuje obr. 239. provedený dle fotografie skutečného pokusu. Když výtok náhle ucpáním otvoru zarazíme, pozorujeme prudké stoupnutí tlaku v manometrech, jimiž voda vyrazí.



Obr. 239.

Budiž q průřez, l délka trubice, p_1 a p_2 tlaky na jednotku plošnou vztahované v odlehlostech z_1 a z_2 od začátku trubice. Rozdíl tlakový jest dán výrazem

$$q\,(p_2 - p_1).$$

Tímto tlakem překonává se odpor, jenž v trubici vzniká proti proudění kapaliny. Při určité rychlosti proudění jest tento odpor, mající svůj základ v tření, úměrným ploše, kteráž kapalinu proudící objímá, tudíž úměrný délce $(z_2 - z_1)$ a obvodu c trubice; je-li k faktorem úměrnosti, jest odpor ten dán výrazem

$$k\,c\,(z_2 - z_1).$$

Máme pak rovnici

$$q\,(p_2 - p_1) = k\,c\,(z_2 - z_1)$$

čili

$$\frac{p_2 - p_1}{z_2 - z_1} = k\,\frac{c}{q}.$$

Spád tlakový jest tudíž konstantním.

Kdyby trubice výtoková byla o úhel α odkloněnou od směru vodorovného (obr. 240.), zmírnil by se spád tlakový; neboť kapalina překonává odpor spolu svou vahou, kterouž stanoví výraz

$$q\,(z_2 - z_1)\; s\,.\,g\,sin\,\alpha.$$

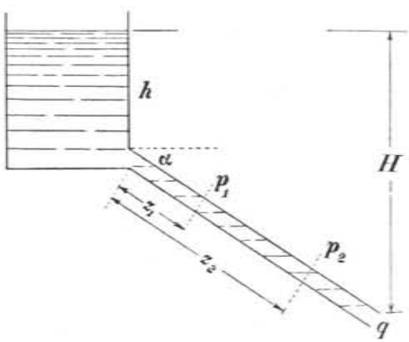
Máme pak rovnici

$$q\,(p_2 - p_1) + q\,(z_2 - z_1)\,.\,sg\,sin\,\alpha = k\,c\,(z_2 - z_1)$$

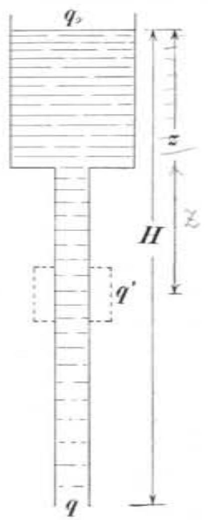
čili

$$\frac{p_2 - p_1}{z_2 - z_1} = k\,\frac{c}{q} - s\,g\,sin\,\alpha.$$

Spád tlakový jest tedy i zde konstantním ale jest menším; i jest patrno, že může po případě býti i nullovým, ba že při větší odchylce α se může státi negativním. Je-li na př. $\alpha = 90^0$, t. j. trubice svislou, a není-li odpor příliš velikým, jest tlak v trubici od jejího ústí počínajíc dále k nádobě vždy menší a menší. Kdybychom v trubici takové učinili na některém místě otvor, nejen že by otvorem tím kapalina nevytryskla (hydrodynamické paradoxon), nýbrž vzduch vnikal by následkem umenšení tlakového do trubice, kapalina by tedy ssála, aspirovala vzduch.



Obr. 240.



Obr. 241.

Případ nejpříznivější by nastal, kdyby odpor byl téměř nullový; pak by byl spád negativní určen výrazem

$$\frac{p_2 - p_1}{z_2 - z_1} = -\,s\,g.$$

Vlastní jádro tohoto zjevu spočívá v kontinuitě pohybu kapaliny. Rychlost pohybu řídí se totiž v případě vytčeném tlakem úhrnným, jenž

jest dán (obr. 241.) sloupcem kapaliny $h + l$; platí pak rovnice

$$\frac{v^2}{2\,g} = h + l.$$

V odlehlosti z od počátku trubice jest tedy tlak hydrodynamický určen rozdílem (§ 318.)

$$(h + z)\,sg - \tfrac{1}{2}\,sv^2 = sg\,(z - l).$$

Poněvadž jest $z < l$, jest tlak tento negativní a větší, kde je z menší, t. j. stoupá od ústí trubice k jejímu záčátku.

Kdyby se průřez q na jistém místě zvětšil na q' (obr. 241.), zmírnila by se zde rychlost proudící kapaliny na v' dle rovnice

$$q\,v = q'\,v'.$$

Hydrodynamický tlak byl by pak určen výrazem *)

$$\cancel{(h + z)\,sg - \tfrac{1}{2}\,s\,.\left(\frac{q'}{q}\right)^2 v^2 = sg\left(z - \frac{q'^2}{q^2}\,l\right)},$$

ze kterého plyne, že tlak zde nemusí býti negativním, ježto v differenci jest délka l dle čtverečného poměru průřezů zmenšenou.

Rozbor rovnic nahoře uvedených jest však znesnadněn tím, že faktor úměrnosti k, tření charakterisující, není — jako u těles tuhých — konstantní, nýbrž závislý na rychlosti proudění v. Empiricky klade se úměrným výrazu

$$av + bv^2.$$

Při rychlosti v však jen poněkud větší převládá účinek člena quadratického bv^2 proti linearnímu av tak, že lze přibližně přijmouti úměrnost se čtvercem v^2 rychlosti výtokové. Poněvadž však čtverec této rychlosti jest úměrným příslušné výšce tlakové, poznáváme, že lze číslo k položiti přibližně úměrným této výšce. Při úkolech hydraulických lze tedy vyjádřiti odpor trubice jako ztrátu výšky tlakové.

Budiž H výška kapaliny v nádobě počítaná od ústí trubice, tudíž

$$H = h + l\,sin\,\alpha.$$

Pak lze úkaz formulovati takto. Kapalina vytéká rychlostí v, jež neodpovídá výšce H, nýbrž výšce menší H'; ztráta výšková $H - H'$ jest měrou odporu trubice, který lze považovati za úměrný čtverci rychlosti v; tím obdržíme rovnice

$$H - H' = \xi H', \qquad H - \frac{v^2}{2g} = \xi\,\frac{v^2}{2g},$$

$$H = \frac{v^2}{2g}\,(1 + \xi), \qquad v = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \xi}}.$$

Upozorniti dlužno, že koefficient ξ jest prosté číslo. Blíže se empiricky určuje dle tvaru a rozměrů trubice.

*) $(h+z)\,sg - \frac{1}{2}\,s\left(\frac{q}{q'}\right)^2 v^2 = sg\left(z - \frac{q^2}{q'^2}\,l\right) + sgh\left(1 - \frac{q^2}{q'^2}\right)$

Pro trubice průřezu kruhového o průměru d a délky l jest

$$\xi = \lambda \frac{l}{d}.$$

Koefficient λ, jenž jest též prosté číslo jako ξ, charakterisuje material trubice, povahu vnitřního povrchu a pod. a určuje se empiricky. *Dupuit* stanovil pro městské vodovody

$$\lambda = 0{\cdot}0303.$$

Když jest l proti d velmi velké, jako při potrubí vodovodů, převládá číslo $\frac{l}{d}$ tak značně, že 1 proti ξ mizí. Pak platí přibližně vzorec jednodušší:

$$v = \sqrt{\frac{2ghd}{\lambda l}}.$$

Z toho lze počítati množství Q vody trubicí tekoucí

$$Q = \tfrac{1}{4}\pi d^2 v, \quad Q = \tfrac{1}{4}\pi \sqrt{\frac{2ghd^5}{\lambda l}}.$$

V praxi bývá Q dáno, žádá se, aby vodovodem jisté množství vody přitékalo; pak lze z rovnice poslední počítati průměr vodorovné trubice.

Úměrnost odporu vodovodných trubic se čtvercem rychlosti jest jenom approximativní; proto ukazují empirická stanovení koefficientu λ ještě souvislost s rychlostí. Tak nalezl na př. *Weisbach* pro hladké trouby při různých rychlostech v $\left(\frac{m}{sec}\right)$

$$v = 0{\cdot}1, \quad 1{\cdot}0 \quad 5{\cdot}0$$
$$\lambda = 0{\cdot}0443 \quad 0{\cdot}0239 \quad 0{\cdot}0187,$$

souvislost hleděl vystihnouti empirickým vzorcem

$$\lambda = 0{\cdot}01439 + \frac{0{\cdot}00947}{\sqrt{v}}.$$

Jiný vzorec empirický, pro železné trouby nové průměru d, udává Darcy

$$\lambda = 0{\cdot}01989 + \frac{0{\cdot}000508}{d}.$$

Na základě takovýchto empirických dat počítají se praktické úkoly vodovodní.

Vzorec pro v nahoře uvedený lze ve způsobu všeobecnějším rozšířiti a psáti

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \xi_0 + \xi_1 + \xi_2 + \ldots}},$$

ve kterémž každý odpor, každá překážka pohybu kapaliny jest jednotlivě vyjádřena koefficientem ξ. Tak již při přechodu vody z velké nádoby do malé trubice vzniká odpor ξ_0, který se odhaduje hodnotami

$$\xi_0 = 0{\cdot}5 \text{ až } 0{\cdot}06$$

dle toho, zda-li vstup do potrubí jest náhlým, při ostrých hranách, anebo zda-li jest zaokrouhlením hran ponenáhlým. Podobné rozšíření neb zúžení potrubí, zahnutí, rozvětvení atd. způsobují odpory, jež se do počtu oním koefficientem ξ zavedou.

Rychlost proudění v, která do vzorců hořejších vstupuje, dlužno pokládati za rychlost průměrnou, kterouž dle vzorce

$$v = \frac{Q}{q}$$

počítáme z objemu Q vody za jednotku času vyteklé a z průřezu q trubice. Neboť při proudění trubicí vzniká blíže stěn a na stěnách samých třením retardace pohybu, čímž pohyb ve střední části průřezu jest rychlejší. Rozdíl tento vyskytuje se též u žlabů, otevřených kanalů, zejména pak při toku vody řečištěm. Rychlost je zde podmíněna spádem. Maximalní rychlost v_0 bývá uprostřed řečiště na povrchu neb málo pod povrchem; třením na vzduchu, větrem a pod. vznikají i na povrchu vody překážky. Rychlost průměrná v bývá 70 až $80^0|_0$ rychlosti maximalní. (Labe u Poděbrad 70 až $75^0|_0$ dle V. Bukovského.) Stanoviti rychlost proudění vody přímo jest zvláštním úkolem hydrometrie.

Úkoly hydrauliky jsou velmi rozmanité; při nich theorie dává základ, ale empirie má na základě tomto pole působnosti velmi rozsáhlé. Pracemi dosud provedenými zjednán již velmi bohatý číselný material, na jehož základě mohou praktické úkoly z hydrauliky zejména také technické býti řešeny. Srovnej v příčině té Červený a Řehořovský, Technický průvodce, 1896 I. p. 164 a násl.

Na tomto místě, kde se k theoretickým základům poukazuje, budiž uveden vynikající spis souborný: Hydrodynamika, kterou sepsal Dr. *F. Koláček* (1899), Sborníku Jednoty českých mathematiků číslo II.

§ 326. Reakce výtoku kapalin.

V nádobě, z níž kapalina otvorem vytéká, jeví se tlak hydrostatický na stěny vesměs, vyjímajíc otvor, kterým kapalina proudí. Odtud vzniká tendence pohybu v opačném směru, než jak kapalina vytéká. Je-li tedy nádoba pohyblivou, nalézajíc se na př. na jakési loďce na vodě pohyblivé, vzniká pohyb onomu jednostrannému tlaku příslušný, při němž společné těžiště zůstává na svém místě, rychlosti pak se řídí zákonem o zachování hybnosti (§ 116.). Místo pohybu postupného může na témž základě vzniknouti pohyb rotační.

Nejznámějším toho příkladem jest kolo Segnerovo*); válcovitá nádoba, otáčivá kolem vlastní osy geometrické, má dole nasazených několik trubic ve směru radialním, jichž otvory jsou stranou umístěné. Reakční tlak působí tu momentem rotačním. Na podobném základě spočívají turbiny tak zvané škotské čili reakční, přístroje zavlažovací v za-

*) Jan Segner (1704–1777), původně lékař, pak prof. math. a fys. v Halle. Příslušné pojednání, z roku 1750, má název: „Programma, quo theoriam machinae cujusdam hydraulicae praemittit.“ Mathematicky zpracoval úkaz Segnerova kola Euler.

hradách, při nichž voda tlakem se žene do křídla podobně jako Segnerovo kolo otáčivého, kde pak otvory vytryskujíc do dálky se kolkolem rozprašuje.

§ 327. Využitkování energie vodní.

Voda proudíc nebo padajíc má energii. Využitkovati energii tuto k účelům pracovním jest pro život praktický úkolem velice důležitým, jehož řešení lze stopovati do dob velmi dávných. Stroj, který záměnu energie sprostředkuje, zove se *motorem vodním*. Záměna záleží v tom, že se motor uvádí vodou v pohyb rotační, který se pak k daným účelům pracovním přiměřeně dále převádí. Dle toho, zda-li rotace se děje kolem osy vodorovné nebo svislé, rozeznávají se vodní motory vertikalní a horizontalní; k těmto náleží hlavně turbiny, k oněm vodní kola.

Při installaci motorů vodních dlužno určiti pracovní effekt E vody, t. j. práci, kterouž by voda mohla vykonati za každou jednotku časovou. K cíli tomu počítá se především hmota M vody, která za každou jednotku časovou prochází profilem kanalu, žlabu, řečiště a pod. Profil se vyměří, počítá jeho průřez q, určí se hydrometricky průměrná rychlost v vody a počítá objem vody qv; poněvadž specifická hmota s vody zde vždy za rovnou jedničce může býti pokládána, obdrží se hledaná hmota

$$M = qvs.$$

Jedná-li se o energii proudění, připojí se faktor $\frac{1}{2}v^2$, tak že jest

$$E = \tfrac{1}{2}Mv^2.$$

Padá-li voda výškou h, působí váha Mg vody výškou h, čímž jest

$$E = Mgh.$$

Všeobecně, proudí-li voda a padá zároveň, jest

$$E = \tfrac{1}{2}Mv^2 + Mgh.$$

Ve vzorci tomto lze rychlost v nahraditi výškou rychlostní h' dle vztahu

$$\frac{v^2}{2g} = h'.$$

Tím vyjde souhlasně

$$E = Mg(h + h')$$

čili

$$E = Mg \,.\, H.$$

V případech obyčejných, kde se voda nepohání tlakem vnějším nýbrž jen padá svou vlastní vahou, značí H rozdíl hladin na obou stanicích, mezi nimiž se vodní motor nalézá, kde voda přitéká a odtéká.

V soustavě absolutní

$$cm, \; g, \; sec$$

vyjde effekt E v jednotce

$$\frac{cm^2 \,.\, g}{sec^3} = \frac{erg}{sec}.$$

Poněvadž jednotka tato jest velmi malou, jeví se býti prakticky výhodnější, počítati v soustavě

$$m, \; t, \; sec,$$

tedy vyjádřiti délky v metrech, objem v krychlových metrech a hmotu v tunách. Urychlení tíže jest pak dáno číslem

$$g = 9{\cdot}8\,\frac{m}{sec^2}.$$

Z rovnic

$$\frac{m^2 \,.\, t}{sec^3} = \frac{(10^2 \,.\, cm)^2 \,.\, (10^6 \,.\, g)}{sec^3} = 10^{10}\,\frac{erg}{sec}$$

$$= 10^3\,\frac{joule}{sec} = kilowatt$$

poznáváme, že obdržíme effekt hledaný přímo v jednotce nyní všeobecně užívané, t. j. v kilowattech. Dělíce výsledek koefficientem 0·736 (§ 114) obdržíme effekt ve starší jednotce, v koňských silách. Kdyby tedy na př. při množství vody $\frac{1}{2}m^3$ byl úhrnný spád 12 m, byl by effekt

$$E = \tfrac{1}{2} \,.\, 9{\cdot}8 \,.\, 12 = 58{\cdot}8 \text{ kilowatt.}$$

Pro starší jednotku pracovní metrkilogramm by se počítalo

$$E = \frac{500 \,.\, 12}{75} = 80 \; HP.$$

Effekt E takto vypočítaný jest theoretický čili absolutní. Effekt faktický čili relativní lze vyjádřiti ve formě kE, kdež jest $k < 1$. Koefficient k jest měrou působnosti motoru a vyjadřuje se v procentech; činí ovšem vždy $< 100\%$. Motor nezachytí veškeré množství vody, kteráž teče též stranou. Také živá síla vody nepřenáší se úplně na motor, poněvadž voda ještě s jistou rychlostí odtéká. K tomu se druží rozmanité překážky pohybu, tření a nárazy, pohyby vířivé a pod. Nicméně celkem motory vodní využitkují značnou část daného absolutního effektu. Vodní kola na spodní vodu 25 až 60 procent, na vrchní vodu až 75 procent, turbiny až 80 procent. To jsou čísla veliká, oproti nimž parní stroje ukazují poměry daleko nepříznivější; neboť zde se využitkuje sotva 15 procent té energie tepelné, jež jest obsažená v uhlí. Při konkurrenci motorů vodních a parních rozhodují ovšem ještě otázky jiné, zejména na jedné straně stálost a spolehlivost síly vodní, a na druhé straně cena paliva. Vzhledem k tomu, že otázka přenášení síly napjatými proudy elektrickými v dobách našich jest rozřešena, lze pochopiti, že užívání motorů vodních se stále rozmáhá. Zejména turbiny konají tu služby dobré, poněvadž jich lze užívati při malém i při velkém spádu a v tomto případě i při malém množství vody. Tak lze využitkovati energii bystřin horských, vodopádů, jakož toho velkolepým příkladem jsou installace při vodopádu Niagary.

XIX.

Úkazy rovnováhy a pohybu plynů.

§ 328. Význačné vlastnosti plynů.

Vědomosti naše o plynech vyšly z poznání vlastností vzduchu, tohoto plynu nejznámějšího a nejdůležitějšího, jenž jest hlavním všech zástupcem*). Vzduch obklopuje zemi naši, tvoře jako by obal jisté výšky, kteráž není určitě omezenou a kterouž lze odhadovati na 300 až 400 *km*; obal tento zove se ovzduším čili atmosférou**).

O vlastnostech vzduchu, v němž žijeme, který dýcháme, jehož účinky pocifujeme ve větrech a bouřích, uvažovali již staří filosofové a mnohé též správně poznali. Tak na př. velikou pohyblivost, pošinutelnost nejmenších částic, kteroužto mají již kapaliny, kterou však u plynů pozorujeme v míře daleko větší. Kdežto kapaliny kladou pohybu, zvláště prudšímu, přece jistý odpor, mizí tento u vzduchu téměř úplně, a jen tehdá přichází k platnosti, když se pohyb děje velikou plochou. Toliko poznání, že vzduch podléhá tíži, že jest těžký, proniklo poměrně velmi pozdě, a i tu náhodou.

Pravda jest ovšem, že Aristoteles a snad i mnozí před ním tušili, že vzduch jest těžký; také mnohé účinky, jež se na tíži vzduchu zakládají, byly známy, avšak byly jinak vysvětlovány. Sem náleží hlavně účinek ssání. Od dávných dob bylo užíváno ssacích pump k čerpání vody, ale jich působnost byla ve středověku a i v prvních stoletích věku nového vykládána zvláštním názorem, souvisícím s otázkou o možnosti neb nemožnosti prostoru zcela prázdného, názorem, dle něhož příroda nepřipouští žádného prostoru prázdného, majíc proti němu odpor

*) Řecké jméno vzduchu jest aer, ἀήρ, -έρος ὁ; slovem tím označovali Řekové vzduch dolejší, méně čistý, kdežto hořejší, skvělý zvali αἰθήρ, -έρος ὁ; odtud náš název aether pro hypothetické ústředí světelné. Slova aer užíváme v povšechných názvech aerostatika, aerodynamika a t. d., podobně jako slova hydor v názvech analogických.

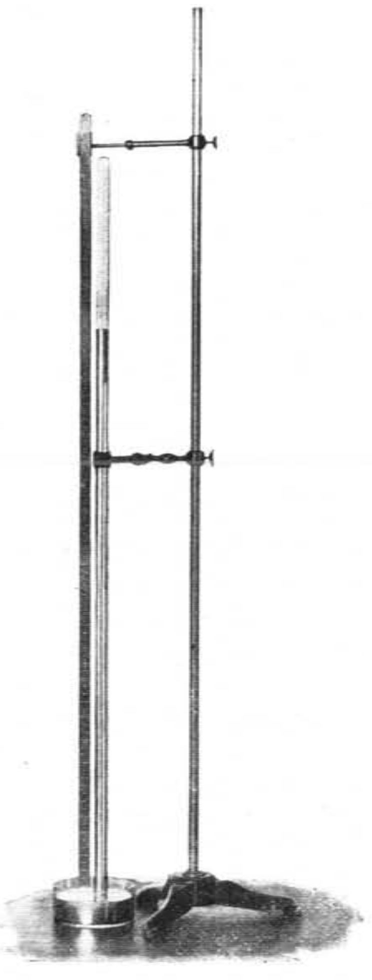
**) Od řeckého σφαῖρα ἡ koule a ἀτμός ὁ pára, výpar, ἀτμίζω vypařovati se.

(horror, odtud horror vacui). Proto když by vyssáním vzduchu měl vzniknouti prostor prázdný, příroda vyplní jej kapalinou, může-li tato do něho vnikati. Názor tento měl též *G. Galilei*. Avšak v posledních letech jeho života nahodilou událostí stalo se nutným názor ten změniti. Velkovévoda Toskanský, chtěje míti zařízeny vodotrysky na terrasse svého paláce ve Florencii, přál si, aby voda z blízké nádržky byla pumpována na výši této terrassy. Ukázalo se však (1640), že pumpy ssací nezvedly vodu přes určitou výšku. Záhadná tato věc byla oznámena Galileovi, tehdá již kmetu téměř 80letému. Galilei představoval si odtržení sloupce vodního asi tak, jako odtržení lana, kteréž by, jsouc zvedáno, také v jisté délce se odtrhlo vlastní vahou. Dle toho měl horror vacui jistou mez. Názor ten byl přechodním. Žák Galileův, *Jan Ev. Torricelli* (1608—1647) pojal myšlenku zkoušeti otázku nikoli vodou nýbrž rtutí; jeho popudem provedl *Vincenzo Viviani* roku 1643 pokus nyní jménem pokusu Torricelliho známý, jehož význam Torricelli ihned správně vystihl, položiv za *horror vacui určité velikosti* pojem nový, dotud neznámý, totiž *tlak vzduchu určité velikosti*. Avšak názor starší byl tak zakořeněný, že ještě *B. Pascal*, jenž o tlaku vzduchu konal pokusy velmi četné a rozmanité, z počátku zjevy pozorované dle onoho staršího názoru vykládal. Teprve když se ukázalo, že výška sloupce rtuťového při opakování pokusu Torricelliho jest jiná na horách než v údolích, tak že by dle toho také horror vacui byl jiný na horách než v údolích, uznal správnost výkladu nového. Odtud šířilo se poznání význačných vlastností vzduchu vždy dále, hlavně také vynalezením a zdokonalením vývěvy, kterouž pokusy velmi četné provedl zejména *Otto z Guericke*.

Tlak vzduchu.

§ 329. Pokus Torricelliho.

Chtějíce opakovati pokus Torricelliho vybereme skleněnou trubici průměru na př. 1 *cm* a dobře ji vyčistíce a vysušíce zatavíme na jednom konci asi v délce 1 metru a pak naplníme rtutí. Aby se nenachytalo mnoho bublinek vzduchových na stěnách trubice, jest výhodno užívati při tomto naplňování dlouhé až na dno trubice sahající nálevky skleněné; bublinky vzduchové zůstávají uvnitř této nálevky, kdež nevadí, v trubici samé pak stoupá rtuť pozvolna výše a tlačí vzduch před sebou. Naplnice pak trubici úplně rtutí uzavřeme palcem, obrátíme a vnoříme nezatavený konec trubice i palec do širší nízké nádoby se rtutí. Když pak palec oddálíme, klesne rtuť v trubici, ale jen do jisté výše, na které stane. Upevnice svisle trubici ke stativu a připojice měřítko millimetrové změříme výšku sloupce rtuťového a shledáme, že činí okrouhle $\frac{3}{4}$ *m*. Sloupcem rtuti této výšky jest tedy dána míra tlaku vzduchového. Uspořádání znázorňuje obr. 242., dle skutečnosti (ve zmenšení $\frac{1}{10}$) provedený.



Obr. 242.

Nade rtutí vzniká prostor prázdný, vakuum zvané Torricelliho. Skláníme-li trubici, vniká rtuť do prostoru tohoto, při čemž výškový rozdíl hladin rtuťových v trubici a vnější nádobě zůstává nezměněný. Při náhlejším sklonění trubice vyplní se onen prostor rtutí úplně, při čemž rtuť, dorazíc na sklo, způsobuje zvuk, který jest kovově ostrý, nezůstalo-li v prostoru ani stopy vzduchu, jinak tlumený. Aby se docílilo vakua dokonalého, bez všelikých stop vzduchu, jest nutno učiniti při naplňování trubice rtutí opatření zvláštní, o kterýchž jednáme níže obšírněji.

Jak dobře Torricelli vlastní podstatu pokusu po něm zvaného postihl, vysvítá z listu d. d. 11./6. 1644, kterýž od něho obdržel *Ricci*. „Žijeme na dně oceanu vzdušného, a víme z pokusů nepochybných, že vzduch jest těžkým. Na povrchu kapaliny ve vnější nádobě spočívá sloupec vzduchový výšky 50 mil. Může-li býti s podivením, že rtuť, která nemá ani odporu ani náklonnosti k trubici, do této vniká a v ní stoupá, až se docílí rovnováhy se vzduchem, který ji tlačí?“ A dodává: „Vymyslil jsem pokus nejen abych jednoduchým způsobem vakuum zjednal, nýbrž abych opatřil přístroj, který může udávati změny tlaku vzduchu, jenž jest brzy těžší a hustší, brzy lehčí a řidší.“

§ 330. **Základy tlakoměrů.**

Pokus Torricelliho jest pokusem nejen qualitativním nýbrž též quantitativním; nejen že se jím tlak vzduchu dokazuje, nýbrž též měří, a to výškou sloupce rtuťového, jehožto tlak na danou plochu jest takový jako tlak vzduchu. Avšak tlak tento není stálým, mění se časem i místem. Proto nestačí měření oné výšky provésti jednou pro vždy, jako se na př. stanoví urychlení tíže na daném místě jednou pro vždy, nýbrž nutno měření opakovati často, po případě prováděti pravidelně. Proto jest s výhodou, sestrojiti k účelu tomu zvláštní přístroje, *tlakoměry* neb *barometry* *), jimiž lze měření taková prováděti jednak co možná pohodlně, jednak co možná přesně. Čeho při tom dlužno šetřiti, aby se dosáhlo účelu jednoho i druhého, seznáme z následující úvahy orientační, založené na pokusu Torricelliho.

Měření výšky sloupce rtuťového musí vycházeti od hladiny rtuti v nádobě. Avšak výška této hladiny jest měnlivou; klesá, když se tlak zvětšuje, stoupá, když se zmenšuje. Proto dlužno při úpravě tlakoměru toho dbáti, aby tyto *změny* vnější hladiny rtuťové přišly při měření náležitě k platnosti.

Měření, vycházejíc od této vnější hladiny rtuťové, sahá až k hladině rtuti uvnitř trubice barometrické. Čistá rtuť nelne ke sklu; působením sil kapillarních utváří se povrch rtuti v trubici vypukle, vznikne tak zvaný meniskus **) rtuťový; musí tudíž měření sahati až k vrcholu tohoto menisku jakožto bodu nejvyššímu.

S utvářením se menisku rtuťového souvisí snížení, depresse kapillarní. Vrchol menisku jest níže, než by se srovnávalo s tlakem vzduchu; snížení pak jest podmíněno především průměrem trubice, ale též výškou menisku samého. Dle tohoto dvojího argumentu jsou tudíž upraveny tabulky, udávající na základě zvláštních pozorování velikost depresse. Tato jest větší, je-li průměr trubice menší a výška menisku větší. Přesné její stanovení činí obtíže značné; data nejnovější (dle Mendělejeva a slč. Gutkovské) jsou zde v tabulce sestavena.

Dlužno však již zde poznamenati, že eliminace této kapillarní depresse na základě tabulky zůstává vždy více méně pochybnou, poněvadž zvláštními poměry, zejména povahou skla, čistotou rtuti, způsobem jak se utváří meniskus, může skutečná depresse dopadnouti jinak, než v tabulce udáno.

Konečně závisí úprava barometru též na rozhodnutí, má-li jistý barometr býti *staničným* nebo *přenosným*, t. j. má-li se montovati na určitém místě v síni pozorovací, kdež stále zůstává, anebo má-li se upraviti tak, aby se dal přenášeti a k pozorování použiti na př. též venku, na volném prostranství, na místě jakémkoli.

Rozmanité systemy barometrické, o nichž jednáme dále podrobněji, rozeznávají se mezi sebou právě způsobem, jak uvedeným požadavkům jest vyhověno.

---

*) Z řeckého βαρύς těžký, μέτρον τὸ míra, měřítko.

**) Z řeckého μηνίσκος ὁ diminutivum od μήνη ἡ, měsíc, luna, tedy měsíček lunula.

Kapillarní depresse rtuti v *mm*.

Průměr	Výška menisku v mm.							
mm	0·4	0·6	0·8	1·0	1·2	1·4	1·6	1·8
4	0·83	1·22	1·54	1·98	2·37			
5	0·47	0·65	0·86	1·19	1·45	1·80		
6	0·27	0·41	0·56	0·78	0·98	1·21	1·43	
7	0·18	0·28	0·40	0·53	0·67	0·82	0·97	1·13
8		0·20	0·29	0·38	0·46	0·56	0·65	0·77
9		0·15	0·21	0·28	0·33	0·40	0·46	0·52
10			0·15	0·20	0·25	0·29	0·33	0·37
11			0·10	0·14	0·18	0·21	0·24	0·27
12			0·07	0·10	0·13	0·15	0·18	0·19
13			0·04	0·07	0·10	0·12	0·13	0·14

Všechny systemy barometrické mají společné jisté redukce, jež k výsledku přímého odečtení dlužno připojiti, aby bylo lze výsledky takové na různých místech a za různých poměrů zjednané vespolek srovnávati. Tyto redukce týkají se především účinku teploty, pak účinku polohy stanice pozorovací a to jak její výšky nad mořem, tak i její šířky geografické. Přesnost, s jakou redukce takové prováděti dlužno, závisí na tom, až na jakou část millimetru má výška sloupce rtuťového býti ještě zaručena. Udává se obyčejně, že jest snadno zaručiti ještě 0·1 *mm*, ba dokonce 0·02 *mm*. V skutku jest sice snadno *odečtení* do té míry zjemniti, ale nikoli *výsledek* celého měření do té míry *zaručiti*. I když se přestane na přesnosti 0·1 *mm*, jest patrno, že nesmí vlivy rušivé dostoupiti velikosti 0·05 *mm*, má-li výsledek až na 0·1 *mm* býti zaručen. Ale pak dlužno přihlížeti též, jaké účinky má zavěšení barometru a čistota rtuti. Na všechny tyto otázky budiž zde souborně poukázáno; v následujícím pak bude o nich jednáno podrobně.

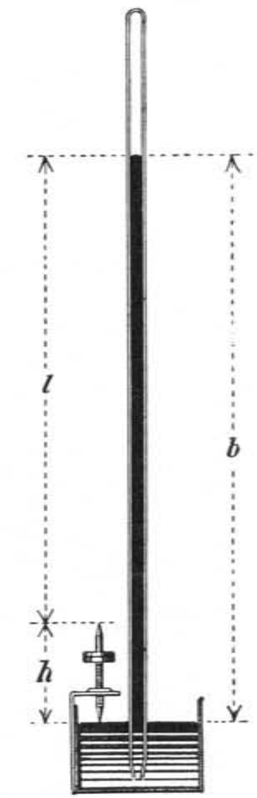
§ 331. **Normalní tlakoměr Regnaultův.**

Tlakoměr normalní, dle úpravy, kterouž mu dal *H. V. Regnault* *), předpokládá kathetometr; tím pak vlastní tlakoměr

*) *Henri Victor Regnault*, slavný badatel v oborech chemie i fysiky (zde zejména v otázkách thermických), žil v letech 1810—1878; byl (1847—1854) professorem chemie na École polytechnique a fysiky na Collège de France, později (1854—1870) ředitelem továrny na porcellán v Sèvres.

jest velmi jednoduchým. Normalním stává se tím, že u něho není žádné kapillarní depresse, že tudíž mizí právě ta veličina, jejíž přesná eliminace z měření barometrických, jak již naznačeno, činí veliké obtíže. Toho docílí se pak volbou barometrické trubice velkého průměru, 25 až 30 *mm*. V souhlasu s tím bývá též nádoba vnější, skleněná neb železná, také rozměrů větších.

Při odčítání barometru jest nutno, hladinu rtuti v nádobě přivésti jako by na venek a učiniti tak měření přístupnou. K tomu konci jest na hořejším kraji nádoby upevněna matice šroubová, v níž se otáčí a tím též pošinuje podélný vertikalní ocelový šroub, zakončený nahoře i dole hrotem. Vertikalní odlehlost h (obr. 243.) obou hrotů určí se kathetometrem jednou pro vždy přesně a to při různých teplotách, aby se pak interpolací odlehlost ta pro teplotu jakoukoli dala z grafického znázornění anebo z tabulky na základě pozorování počítané vypsati. Šroubem tímto se tedy hladina rtuti v nádobě jako by převede z vnitř nádoby na venek o h výše. Před odečtením přivede se dolejší hrot šroubu v dotek s hladinou rtuti. Okamžik, kdy tento dotek nastává, lze ve světle odraženém citlivě zjistiti dle důlku, který tvoří hrot ve rtuti; jest zde výhodno šroubovati nejprve poněkud níže, až se důlek vytvoří a pak zpátky, až kdy důlek právě mizí.



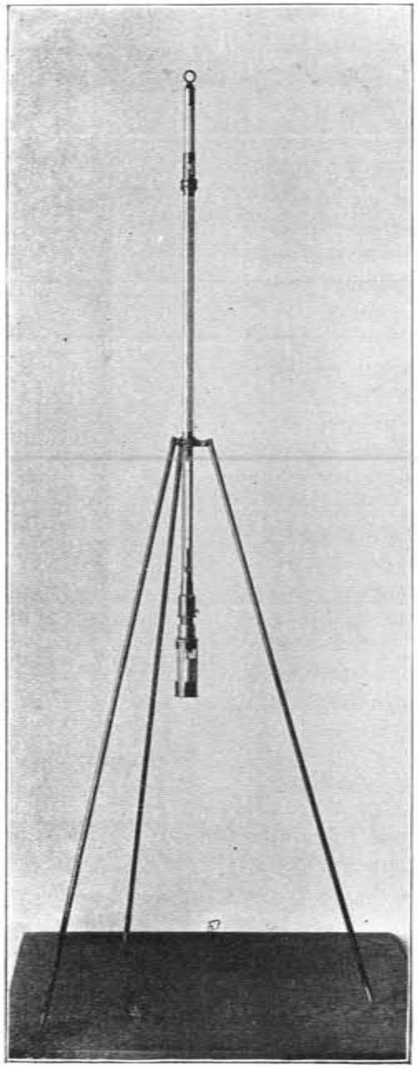
Obr. 243.

Variace výšky rtuťové hladiny v nádobě vstupuje tedy do měření přímo. Zbývá pak jenom určiti kathetometrem odlehlost l hořejšího hrotu a vrcholu menisku v barometrické trubici.

Užívání kathetometru jakož i větší rozměry barometru samého, podmiňující velké množství rtuti, způsobují, že lze barometr tento jen pro určité místo v síni pozorovací sestaviti a k měření připraviti; jest tudíž tento tlakoměr staničním v plném slova smyslu.

§ 332. Tlakoměr Fortinův.

Na rozdíl od předešlého sestrojil *Fortin**) tlakoměr svůj jako přenosný. Význačnou jest úprava, jakou se variace ve výšce hladiny rtuťové v nádobě kompensují. Dno nádoby jest totiž kožené, uvnitř kaučukem obložené, a dá se šroubem zvedati a snižovati, čímž se též hladina rtuťová v nádobě zvedá neb snižuje. Nullový bod stupnice, na mosazném pouzdru provedené, jest dole v nádobě označen bodcem malého kužele z oceli neb slonoviny. Zařídí se tudíž *před každým odečtením* hladina rtuti v nádobě tak, aby se právě onoho bodce dotýkala.



Obr. 244.

Dotek hrotu a rtuti zjistí se zde způsobem podobným jako u normalního tlakoměru Regnaultova; avšak jest tu přece rozdíl. Tam byla hladina rtuti dána a pohybovalo se šroubem; zde jest naopak hrot dán a pohybuje se hladinou rtuti. Tento rozdíl by konečně byl vedlejším. Ale vzhledem k menisku rtuťovému, jehož forma se pošinováním dolejší hladiny rtuťové mění, musí zde býti šetřeno pravidla, aby se tento meniskus tvořil *vždy vzestupně*; jinak, když by se tvořil někdy vzestupně, a jindy sestupně, nebylo by lze korrekci kapillarní bráti vždy stejně. Proto nutno dole šroubem vždy šroubovati v před; po případě, když již hrot při klesajícím tlaku jest ve rtuti, šroubuje se zpátky,

*) Fortin, mechanik v Paříži, člen bureau des longitudes, žil v letech 1750—1831.

až hladina rtuti přijde pod hrot, a pak teprve v před; dlužno tudíž ve světle odraženém zjistiti, kdy důlek ve rtuti právě se tvořiti začíná.

Výhodněji upraví se barometr Fortinův tak, že se dá zvedati nikoli dno nádoby, nýbrž nádoba celá (Arago). V tom případě má nádoba ocelovou matici šroubovou, kterou visí na šroubu, s pouzdrem pevně spojeném. Zařízením tímto docílí se důležité výhody jiné. Oproti Regnaultově sestrojil totiž Fortin barometr svůj zřejmě jako přenosný. Tu pak jest důležito, aby se stroj dal, jak říkáme, arretovati, t. j. aby se rtuť dala plně do trubice barometrické vpraviti a pak v ní uzavříti. Za tím účelem jest na dně nádoby ucpávka (korková) tak umístěna, aby se jí trubice barometrická uzavřela, když se nádoba na šroubu dotáhne. Postačí tedy barometr skloniti, aby rtuť vnikla plně do trubice a pak trubici došroubováním nádoby dole uzavříti. Závity šroubu jdou zde těsně, tak že jimi rtuť z nádoby nepronikne; naopak, když se zase před odečtením barometr desarretuje, jdou závity v nižších částech šroubu volněji, tak že může mezerami vzduch pronikati a tlak vnějšího vzduchu s tlakem vzduchu v nádobě se vyrovnati. Aby se pak barometr dal venku na každém místě k odečtení zaříditi, má zvláštní trojnohý stojan se závěsem Cardanovým (obr. 244.).

V souhlasu s účelem, tlakoměr přenášeti, jsou rozměry nádoby a zejména též rozměry trubice malé, tak že se vystačí s malým množstvím rtuti. Trubice barometrická bývá v té části, kde se odčítá, asi 7 *mm* v průměru, dole pak se zúžuje ještě více. Tím však vzniká značná depresse kapillarní, 0·2 až 1·1 *mm*. Vypisovati ji z tabulky a tak do počtu zavésti bývá však vždy pochybné; lépe jest zjistiti ji jakožto korrekci přímým srovnáváním s tlakoměrem normalním; když se, jak nahoře určeno, meniskus tvoří vždy vzestupně, lze korrekci tuto pokládati za konstantní. Srovnáváním s barometrem normalním vezmou se ostatně i jiné eventualní chyby do korrekce, jako zejména neshoda nullového bodu měřítka s hrotem.

Obr. 245.

Obr. 246.

§ 333. Tlakoměr násoskový.

Vedle tlakoměru nádobkového bylo záhy již užíváno (Torricelli, Pascal) tlakoměru násoskového. Souvislost obou znázorňuje schematicky obr. 245. (ve zmenšení $\frac{1}{10}$). Dělení může býti na trubici barometrické přímo. Nullový bod bývá buď *mezi* hořejším a dolejším meniskem anebo *pod* dolejším meniskem; toto uspořádání jest výhodnější onoho, poněvadž se odčítá nahoře i dole v témže smyslu, totiž zdola nahoru. Obr. 246. ukazuje tlakoměr takový, nástěnný; má-li se přenésti, skloní se tak, aby rtuť vyplnila vakuum; pak se tlakoměr kohoutem skleněným dole uzavře a tím arretuje. Ohnutím trubice, jak v obrazci jest znázorněno, docílí se toho, že osy hořejšího a dolejšího ramena trubice splývají v téže svislici, tak že dělení na stroji dělícím lze provésti souvisle v jednom směru.

§ 334. **Tlakoměr Gay-Lussacův.**

Tlakoměr násoskový má oproti nádobkovému důležitou výhodu v tom, že kapillarní depresse jest vymýcena. Je-li totiž kalibr ramena dolejšího a hořejšího týž, je také depresse dole i nahoře stejná a tudíž se z výškové difference obou menisků vyloučí. Vzhledem k této výhodě

Obr. 247. a)

hleděl *Gay-Lussac* *) zdokonaliti tlakoměr násoskový v tom smyslu, aby se pohodlněji a jistěji dal přenášeti. Proto přitavil z téže trubice skleněné část určenou za rameno hořejší a část určenou za rameno dolejší k silné (ve skle) kapillarní trubici, jak obr. 247. a) znázorňuje, naplnil celek rtutí, zatavil pak i rameno za dolejší ustanovené a propíchl stranou sklo žhavou jehlou tak, aby vzduch jen tímto malým

*) Gay-Lussac, Louis Joseph (1778–1850), Description d'un nouveau baromètre, Ann. chim. et phys. I. 1816.

otvorem měl přístup; potom upravil do formy obr. 247. b). Tím docílil výhody, že pro transport se tlakoměr jednoduše mohl obrátiti, jak obr. 247. c) znázorňuje, čímž užívání kohoutu k arretaci se stalo zbytečným. (Obrazce mají zmenšení $\frac{1}{10}$.)

Obr. 248.

Obr. 249.

Obr. 247. b) Obr. 247. c)

Barometr byl později zdokonalován. Bunten učinil opatření (obr. 248.), aby malé bublinky vzduchové, jež by eventualně po stěnách trubice se pošinovaly, byly zachyceny a nevnikaly do vakua. Greiner sesílil trubici v části ohnuté a dal opatření proti bublinkám vzduchovým do ramena otevřeného, v němž se mimo to rtuť, nachýlením barometru do vakua vpravená, ucpávkou dá arretovati (obr. 249.). Pro účely přednášek jest pohodlno barometr takový montovati na trojnožce, aby se dal na místě jakémkoli postaviti.

Srovnávajíce barometry Fortinův a Gay-Lussacův, usoudíme, že tento jest přesnější, poněvadž depresse kapillarní jest při něm vymýcena, onen však že jest k přenášení pohodlnější, poněvadž se dá jistěji arretovati a poněvadž jest pouzdrem mosazným dobře chráněn. Avšak ona přesnost barometru Gay-Lussacova ukazuje se bližší úvahou býti illusorní. Kapillarní depresse by se vymýtila, kdyby se meniskus v rameni otevřeném a zavřeném tvořil zcela stejně. To však není již proto možným, poněvadž se vždy jeden tvoří vzestupně a druhý sestupně. Mimo to okysličuje se vzduchem povrch rtuti v rameni otevřeném, prach vniká sem a znečišťuje rtuť i sklo, což vše působí na vytvoření se menisku. Poněkud se tomu dá zabrániti, když se barometr mimo pozorování nechává v poloze šikmé, ve které rtuť vyplní vakuum a v rameni otevřeném sejde dolů, a když se teprve před pozorováním postaví, čímž v rameni otevřeném vyjde čistá rtuť na povrch. Celkem však není pochybnosti, že barometru Fortinově dlužno dáti přednost před Gay-Lussacovým. Ovšem nutno jak co se srovnání s barometrem normalním, tak co se vytváření menisku vždy vzestupně týče, šetřiti pravidel dříve již uvedených.

Obr. 250.

Obr. 251.

§ 335. Normalní tlakoměr dvouramenný.

Výklad o barometru tomto, kterýž udal *J. Wild* a sestrojil *R. Fuess*, a při kterém oba systemy, nádobkový a násoskový, jsou jako by sloučeny, připojuje se k poznámkám ke konci odstavce předešlého uvedeným. Kdyby se tlakoměr dvouramenný tím způsobem pozměnil, aby se hladina rtuti *v obou ramenech* dala zvedati, jako se zvedá v uzavřeném ramene tlakoměru Fortinova, a když by zároveň bylo učiněno opatření, aby i v ramene otevřeném sklo a rtuť *zůstávaly čistými*, docílilo by se menisku *vždy stejného v obou ramenech*, čímž by pak v differenci obou odečtení vliv depresse kapillarní se vymýtil. Jak základní tato myšlenka jest provedena, znázorňuje obr. 250. schematicky a obr. 251. v průřezu dle skutečnosti.

Obě ramena souvisí vespolek nádobou rtutí naplněnou, jejížto dno se dá šroubem zvedati tak, jak u barometru Fortinova. Když se tedy před každým odečtením rtuť zvedá, utvoří se meniskus vzestupně v ramenech obou, jak

nahoře žádáno. Aby pak prach nevnikal do vnitř, uzavírá se v rameni otevřeném po odečtení postranní otvor příklopkou na šroubu. Mimo to šetří se přísně pravidla, aby se po každém odečtení šroubováním spustila rtuť dolů do nádoby tak, aby v ramenu tomto nezůstávala: neboť kysličník rtuti usazuje se na skle, tvoře zde kruhy a znečišťuje tak sklo. Když se pak před odečtením rtuť šroubováním zvedne, přichází do ramena tohoto vždy nová a čistá, ježto kysličník zůstává zpět.

Tlakoměr tento jest zařízen jako přenosný. K cíli tomu vyšroubuje se rtuť tak vysoko, aby vyplnila rameno zavřené i otevřené, načež se, když rtuť do postranního otvoru právě začíná vnikati, otvor tento onou ucpávkou na šroub pevně uzavře. Proto hodí se barometr tento zejména pro službu kontrolní, aby se jím, na př. na stanicích meteorologických, jednotně revidovaly a kontrolovaly barometry staniční. Při tomto přenášení vkládá se barometr do zvláštního pouzdra dřevěného, toto pak zase do pouzdra koženého s řemenem, kterým se celek na rameni pozorovatelově v poloze mírně nakloněné dá pohodlně nésti.

§ 336. Barometr variační.

U barometrů dosavad popsaných jest třeba provésti *dvojí manipulaci*, než se obdrží hledaná výška sloupce rtuťového; jedna manipulace týká se úpravy anebo odečtení hladiny rtuťové *dolní* a druhá odečtení hladiny rtuťové *horní*. Dvojí tato manipulace vyžaduje ovšem jistého času a jisté práce a pozornosti. Odčítá-li se na barometru jen někdy za čas, není věc ta příliš závadou. Jedná-li se však o pozorování barometrická velmi častá, několikrát za den pravidelně se opakující, jakáž se konají na stanicích meteorologických, jest již každá úspora času a práce velmi vítána. Úsporu takovou poskytuje barometr variační, který se v novější době začíná zaváděti na stanicích meteorologických i v laboratořích fysikalních a chemických a dobře se osvědčuje.

Barometr variační jest v podstatě své nádobkovým, podobným Fortinově; nádobka válcovitá má však dno pevné. Budiž R poloměr této nádobky a r poloměr barometrické trubice. Změní-li se výška sloupce rtuťového v trubici o x, změní se současně ve smyslu opačném výška rtuti v nádobě o y. Změna tlaku barometrického jest pak $x + y$. Vzhledem k tomu, že výšky x a y přísluší témuž objemu rtuti, platí rovnice

$$\pi r^2 x = \pi R^2 y,$$

$$\frac{y}{x} = \frac{r^2}{R^2},$$

$$x + y = x\left(1 + \frac{r^2}{R^2}\right).$$

Odečítajíce tedy jen na trubici barometrické nalézáme změnu x, kdežto změna skutečná tlaku jest $x\left(1 + \frac{r^2}{R^2}\right)$. Zmenšíme-li tedy millimetry v poměru

$$1 : \frac{1}{1+\frac{r^2}{R^2}},$$

pak odčítajíce na stupnici takto redukované dostáváme ihned skutečnou změnu tlaku barometrického. Přibližně jest

$$1 : \frac{1}{1+\frac{r^2}{R^2}} = 1 : \left(1-\frac{r^2}{R^2}\right).$$

Obr. 252.

Obr. 252. znázorňuje takový barometr variační v průřezu. Při něm jest

$$2r = 10\ mm, \quad 2R = 70\ mm,$$

$$\frac{r^2}{R^2} = \frac{1}{49}.$$

Hodnota dílce škály jest tedy v millimetrech velmi blízce

$$1 - 0{\cdot}02.$$

Redukce, ve stupnici již obsažená, vzhledem ke změnám hladiny rtuťové v nádobě činí tedy 2 procenta. Když se tedy barometr jednou dle normalního přesně zařídí, přidáváním neb ubíráním rtuti v nádobě, udává pak i při jediném odečtení správně tlak barometrický.

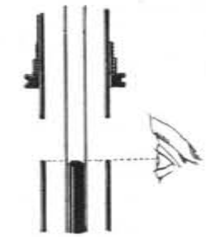
§ 337. **Přesnost odčítání a přesnost výsledku.**

Při odčítání barometrickém jde o to promítnouti vrchol menisku *horizontalně* na měřítko *vertikalní*. Dlužno tudíž zabezpečiti horizontalnost visury. U tlakoměrů násoskových, u nichž bývá dělení provedeno přímo na skleněné trubici, lze si pomoci zrcádkem, které se těsně k trubici přidrží; oko visiruje v rovině, jež jest tečnou k menisku skutečnému i zrcadelnému; desetiny millimetru lze při tom odhadnouti. Z pravidla usnadňuje se odčítání noniem, který lze podél měřítka hlavního pošinovati. Na jeho trubici jest pak v předu i v zadu výřez, jehož ostré hrany (obr. 253.) určují rovinu visirovací, souhlasící s nullovým bodem nonia. Užívá-li se k odčítání kathetometru, zařídí se dalekohled přesně horizontalně libellou. Může však při tomto odčítání vzniknouti nejistota tím, že se meniskus v dalekohledu nejeví dosti určitě a ostře. Často se tvoří na menisku reflexy, jimiž vrchol sám se zakrývá a jimiž vznikají jiné zdánlivé ostré hranice, jež však jsou chybné. Tím se přesnost odčítání kathetometrického může státi illusorní. Obtíži se odpomůže zvláštním stínítkem, na kteréž se jako na pozadí dalekohledem

meniskus promítá; toto stínítko vertikalně postavené jest v dolejší části bílé, v hořejší černé; horizontalní přímka hraničná zařídí se něco málo nad meniskem tak, aby se v menisku zrcadlila černá část stínítka, čímž se meniskus sám jeví v dalekohledu též tmavým, ale aby se meniskus tento promítal na dolejší bílou polovici stínítka. Dobře jest též vhodně umístěným diafragmatem zabrániti, aby do dalekohledu nevnikalo světlo se stran. Zařízení tato platí pro odčítání menisku rtuťového v trubicích vůbec. Šetří-li se pravidel zde uvedených, lze snadno toho dosáhnouti, že odečtení jest přesné při obyčejném noniu na $\frac{1}{20}$ *mm*, při užívání mikroskopu na $\frac{1}{50}$ *mm*, a při užívání kathetometru a šroubu mikrometrického eventualně až $\frac{1}{100}$ *mm*.

Avšak přesnost odčítání neznamená ještě přesnost výsledku. Má-li přesnost právě uvedená platiti i pro výsledek, musí s ní býti v souhlasu všechny ty účinky, jež zde vedle odčítání o výsledku rozhodují. Sem náleží

1. Čistota rtuti.
2. Dokonalost vakua.
3. Správnost zavěšení.



Obr. 253.

Vezměme za základ dalších úvah přesnost jen mírnou, $\frac{1}{20}$ *mm*. Při průměrném tlaku 750 *mm* činí tato přesnost relativně

$$\frac{1}{20} : 750 = \frac{1}{15000},$$

tedy $\frac{1}{15}$ promille. S touto přesností musí tudíž býti v souhlasu vše ostatní.

1. Specifická hmota S_0 rtuti při teplotě tajícího sněhu jest

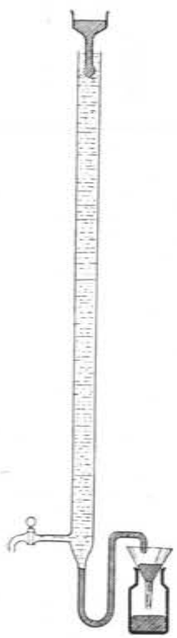
$$S_0 = 13{\cdot}5956\ \frac{g}{cm^3}.$$

Přesnost $\frac{1}{15}\,{}^0/_{00}$ znamená 0·0009; musí tudíž čistota rtuti býti zabezpečena aspoň tak, aby třetí místo decimalní ve specifické hmotě bylo na jedničku zaručené.

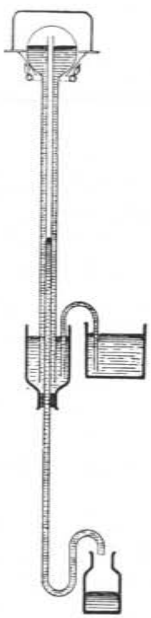
K čištění rtuti užívá se jednak filtrace, jednak třepání kapalinami, jednak destillace.

Filtrací zbavuje se rtuť prachu a přimíšenin, jež nejsou ve rtuti rozpuštěné; filtrem jest buď pijavý papír, v kornout stočený a jehlou dole propíchnutý, anebo lépe čistá kůže, jejížto póry se rtuť vlastní vahou protlačuje.

Třepání kapalinami má za účel zbaviti rtuť látek, kteréž jsou v ní rozpuštěné a kteréž promícháváním přejdou ze rtuti do kapaliny, v níž se též rozpouští. Pro obyčejné kovy (zejména měď) a pro kysličník rtuťnatý volí se nejraději zředěná kyselina dusičná, též se doporučují roztoky chloridu železnatého aneb dvojchromanu draselnatého; pro tuky louhy sodnaté, neb draselnaté, po případě benzol. Třepání děje se v pevných skleněných lahvích skleněnou zátkou uzavřených. Naposled se musí rtuť protřepati několikráte čistou destillovanou vodou. Jde-li o větší množství rtuti, která se má vyčistiti, vyplatí se, na místě obtížného třepání sestaviti zvláštní přístroj, v obr. 254. znázorněný. Rtuť nečistá vylévá se do nálevky opatřené četnými, velmi malými dírkami ve skle, jimiž se v jemných kapkách protlačuje a jako déšť padá dlouhým sloupcem čisticí kapaliny, na př. zředěné kyseliny dusičné, nalité do trubice skleněné, 1—2 *m* dlouhé, přiměřeně široké, ke zdi upevněné. Dole má trubice ta postranní trubičku s kohoutem na vypouštění čisticí kapaliny, poněkud níže pak se zúžuje v trubičku úzkou, nahoru ohnutou, v níž jest rtuť, jejížto krátký sloupeček jest v hydrostatické rovnováze s dlouhým sloupcem čisticí kapaliny; když se nahoře rtuť nalévá, kape odtud rtuť již čistější do láhve, do níž po případě na sušení se může ještě vložiti v nálevce filtr z pijavého papíru. Když veškerá rtuť jednou proběhla sloupcem čisticí kapaliny, vypustí se tato a nahradí novou, načež se čištění opakuje. Naposled dá se na místo čisticí kapaliny destillovaná voda, kterou se rtuť k vyprání ještě jednou neb i vícekráte nechává probíhati.



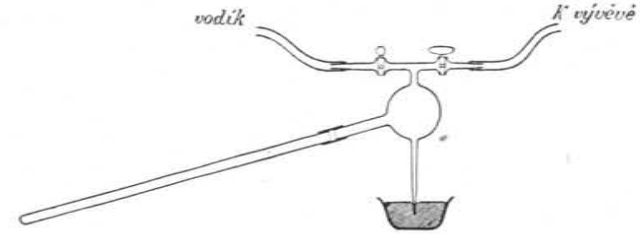
Obr. 254.



Obr. 255.

Destillace rtuti má hlavně za účel zbaviti rtuť kovů těžkých, které se nerozpouštějí než jen v kapalinách, jež by také rtuť samou rozpouštěly. Při tom jest nejvýhodnější destillovati rtuť ve vakuu. Přístroje k tomu cíli upravené spočívají na té základní myšlence, rozšířiti vakuum Torricellovo a zde rtuť zahřívati; nutno pak ještě páry rtuťové odváděti a chladiti, aby se kondensovaly. Obr. 255. znázorňuje jeden z přístrojů takových, který se velmi dobře osvědčuje. Jest jako nádobkový barometr; tam, kde jest prostor vzduchoprázdný Torricellův, rozšiřuje se barometrická trubice v baňku, ve kteréž se rtuť plamínky kruhově kolem rozloženými zahřívá. K odvádění a kondensování par rtuťových slouží úzká a dlouhá trubička skleněná, procházející rtutí až do hořejšího prostoru, dole pak prostupující nádobkou barometrickou, a končící částí přiměřeně ohnutou tak, aby trubička tato opět představovala jako by tlakoměr násoskový; zde pak při destillování rtuť v kapkách padá do láhve. Apparat tento jest pohodlný hlavně tím, že možno při něm destillaci každé chvíle zahájiti a též každé chvíle přerušiti. Je-li jednou sestaven, lze jím pracovati po dlouhý čas, zejména, není-li rtuť k předestillování určená příliš nečistou. Tato se nalévá do barometrické nádoby, po případě spojí se rtuť v této nádobce násoskou s jinou větší zásobou rtuti, aby odtud průběhem destillování do nádoby barometrické přecházela. Nahoře, kde se rtuť zahřívá, jest dobře vložiti mezi plaménky a sklo asbestový papír, aby snad sklo přímým účinkem plamene nepraskło.

2. Je-li pro naplňování tlakoměru zjednána rtuť co možná čistá, nastává důležitá úloha provésti naplnění tak, aby vakuum Torricellovo bylo co možná dokonalé, t. j. aby neobsahovalo ani stopy vzduchu a také ne vlhkosti. K cíli tomu doporučuje se trubici barometrickou plniti postupně a rtuť vyvářeti. Nehledíc však k nebezpečí, že při tom trubice praskne, nelze se ubrániti, aby se při tom netvořil kysličník, kterým se znečistí i rtuť i stěny trubice. Daleko výhodnějším jest naplňování trubice provésti za současné evakuace vývěvou, na př. ve způsobu, jaký obr. 256. schematicky znázorňuje.



Obr. 256.

Barometrická trubice, která se naplniti má, připojí se kaučukem — po případě přitaví — v poloze mírně nakloněné k baňce; tato má směrem dolů úzkou skleněnou trubičku, dole zatavenou, která sahá do zásoby čisté rtuti k plnění připravené; nahoře pak má trubici, jež se rozvětvuje na dvě strany, jednak směrem k vývěvě, jednak směrem k železnému recipientu s vodíkem. Dobrými kohouty lze spojení otevříti neb uzavříti. Práce děje se tak, že se trubice barometrická vyčerpá, pak naplní suchým vodíkem, opět vyčerpá, opět naplní vodíkem, ke konci zahříváním ještě zvlášť suší, načež se konec zatavené, do rtuti sahající trubičky skleněné ulomí; rtuť vniká pak ponenáhlu vzhůru do baňky a do trubice mezi tím, co se stále vývěvou dále čerpá až naplnění jest provedeno.

Máme-li barometr již naplněný před sebou, neznajíce, jak pečlivě naplňování bylo prováděno, jest důležito věděti, jak se můžeme o dokonalosti Torricellova vakua přesvědčiti. K první orientaci koná dobré služby methoda akustická. Nakloníme-li opatrně barometrickou trubici, vniká rtuť do vakua a narazí konečně na trubici; náraz způsobuje zvuk kovově ostrý, je-li vakuum dokonalé, naproti tomu tlumený, jsou-li nad rtutí stopy vzduchu neb vodní páry. Jemnější jsou methody elektrických výbojů pomocí induktoria (Grunmach). Nejlepší jest však methoda zmenšování objemu vakua Torricellova. U obyčejných barometrů provede se zmenšení toto tak, že se do nádoby barometrické nebo do otevřeného ramena doleje rtuti. Nejpohodlněji provádí se methoda tato u barometru normalního Wild-Fuessova tak, že se o dokonalosti vakua rozhodne nejen qualitativně, nýbrž i quantitativně. Zmenší se totiž, vyšroubováním rtuti, prostor Torricellův na polovičku. Shledá-li se, že odečtení tlaku dává hodnotu proti dřívější o β menší, jest tato difference zároveň korrekcí, kterouž nutno k výšce barometrické před tím pozorované připojiti, aby se dostal tlak správný. Neboť je-li tento $= b$, byl tlak pozorovaný při prvém odečtení $b - \beta$, při druhém (dle zákona Boyle-Mariottova) $b - 2\beta$, tak že difference obou odečtení jest

$$(b - \beta) - (b - 2\beta) = \beta$$

právě korrekce hledaná. U barometru Wild-Fuessova, kde se menisky rtuťové vždy zcela stejně tvoří, vyjde korrekce tato velmi spolehlivě; u jiných tlakoměrů mohou z nejistoty kapillarní depresse vzniknouti chyby dosti značné.

3. Konečně dlužno též přihlédnouti, aby barometr visel svou osou, kteráž jest též osou trubice barometrické, přesně vertikalně. Když jest o malý úhel ε chybně zavěšen, odčítá se větší délka $\dfrac{b}{\cos\varepsilon}$ na místě b, tak že vzniká chyba

$$\frac{b}{\cos\varepsilon} - b \quad \text{čili} \quad \frac{2b}{\cos\varepsilon}\sin^2\frac{\varepsilon}{2}$$

aneb

$$2\,b\,\sin^2\frac{\varepsilon}{2},$$

poněvadž jest velice přibližně $\cos\varepsilon = 1$. Počítáme-li, při jakém úhlu ε dostoupí chyba $\frac{1}{20}$ *mm*, obdržíme pro $b = 75$ *cm* úhel

$$\varepsilon = 0^{0}\,39{\cdot}7'.$$

Chyba $\frac{1}{20}$ *mm* vzniká tedy již úhlem ε velmi malým, jen o málo větším než $\frac{1}{2}^{0}$. Nemá-li barometr stativ se závěsem Cardanovým, jest nejlépe, když v prodloužení osy barometru se nalézá tyč v polokouli se rozšiřující a do podobné duté polokoule na hřebíku zapadající, tak že barometr má úplnou volnost polohu vertikalní zaujmouti.

§ 338. **Redukce odečtení barometrického na normalní teplotu.**

Stoupá-li v síni pozorovací teplota z 0^0 na t^0, klesá specifická hmota rtuti z hodnoty S_0 na S_t a zároveň prodlužují se dílce měřítka. Z pravidla jest normalní teplotou měřítka — při níž tedy dílce jsou skutečnými millimetry, — teplota nullová. Je-li α linearní koefficient roztažlivosti měřítka, značí dílec stupnice při teplotě t v millimetrech

$$1 + \alpha t.$$

Čteme-li tudíž při teplotě t na barometru b_t dílců, znamená odečtení toto v millimetrech

$$b_t\,(1 + \alpha t).$$

Poněvadž pak hydrostatický tlak jest úměrný součinu z výšky sloupce rtuťového a specifické hmoty, máme pro teploty 0^0 a t^0 rovnici

$$b_0 S_0 = b_t\,(1 + \alpha t)\,S_t.$$

Značí-li β objemový koefficient roztažlivosti rtuti, jest

$$S_t = \frac{S_0}{1 + \beta t}.$$

Násobením obou rovnic obdržíme

$$b_0 = b_t\,\frac{1 + \alpha t}{1 + \beta t}.$$

Rovnice tato jest základem pro redukci odečtení při teplotě t vykonaného na odečtení, jakéž by se za týchž poměrů tlakových vykonalo při normalní teplotě 0^0. Volíme-li formu úměry

$$\frac{b_0}{b_t} = \frac{1 + \alpha t}{1 + \beta t},$$

obdržíme, odčítajíce předy a sledy, ihned

$$\frac{b_t - b_0}{b_t} = \frac{(\beta - \alpha)\,t}{1 + \beta t},$$

tudíž

$$b_0 = b_t - \frac{(\beta - \alpha)\,t}{1 + \beta t}\,.\,b_t.$$

Výraz

$$\frac{(\beta - \alpha)\,t}{1 + \beta t}\,.\,b_t$$

udává tedy redukci odečtené výšky barometrické na teplotu nullovou. Internationalní tabulky meteorologické (Paříž 1890) přijímají číselné hodnoty pro rtuť

$$\beta = 0{\cdot}0001818,$$

pro měřítko pak mosazné

$$\alpha = 0{\cdot}0000184,$$

a pro skleněné

$$\alpha = 0{\cdot}0000085.$$

Přibližně lze onu redukci na 0^0 psáti ve formě

$$(\beta - \alpha)\,.\,b_t\,.\,t,$$

když se malý člen βt proti 1 zanedbává. Redukce jeví se tudíž tak, jako by rozhodoval relativní koefficient $\beta - \alpha$ rtuti a materialu měřítka. Při vyšších teplotách, asi od 25^0 počínajíc, zasahá však člen βt do setin millimetru, tak že jen tehdá lze jeho účinku nedbati, když se redukce počítá toliko na desetiny *mm*.

Redukce odečtení tlakoměrného na 0°.

t	Odečtený tlak v *mm*									Korrekce na sklo 0·00736 . t
	700	710	720	730	740	750	760	770	780	
°C	*mm*	*mm*	*mm*	*mm*	*mm*	*mm*	*mm*	*mm*	*mm*	*mm*
0	0·00	0·00	0·00	0·00	0·00	0·00	0·00	0·00	0·00	0·00
1	0·11	0·12	0·12	0·12	0·12	0·12	0·12	0·13	0·13	0·01
2	0·23	0·23	0·24	0·24	0·24	0·25	0·25	0·25	0·25	0·01
3	0·34	0·35	0·35	0·36	0·36	0·37	0·37	0·38	0·38	0·02
4	0·46	0·46	0·47	0·48	0·48	0·49	0·50	0·50	0·51	0·03
5	0·57	0·58	0·59	0·60	0·60	0·61	0·62	0·63	0·64	0·04
6	0·69	0·70	0·71	0·71	0·72	0·73	0·74	0·75	0·76	0·04
7	0·80	0·81	0·82	0·83	0·85	0·86	0·87	0·88	0·89	0·05
8	0·91	0·93	0·94	0·95	0·97	0·98	0·99	1·01	1·02	0·06
9	1·03	1·04	1·06	1·07	1·09	1·10	1·12	1·13	1·15	0·07
10	1·14	1·16	1·17	1·19	1·21	1·22	1·24	1·26	1·27	0·07
11	1·26	1·27	1·29	1·31	1·33	1·35	1·36	1·38	1·40	0·08
12	1·37	1·39	1·41	1·43	1·45	1·47	1·49	1·51	1·53	0·09
13	1·48	1·50	1·53	1·55	1·57	1·59	1·61	1·63	1·65	0·10
14	1·60	1·62	1·64	1·67	1·69	1·71	1·73	1·76	1·78	0·10
15	1·71	1·74	1·76	1·78	1·81	1·83	1·86	1·88	1·91	0·11
16	1·82	1·85	1·88	1·90	1·93	1·96	1·98	2·01	2·03	0·12
17	1·94	1·97	1·99	2·02	2·05	2·08	2·10	2·13	2·16	0·13
18	2·05	2·08	2·11	2·14	2·17	2·20	2·23	2·26	2·29	0·13
19	2·17	2·20	2·23	2·26	2·29	2·32	2·35	2·38	2·41	0·14
20	2·28	2·31	2·34	2·38	2·41	2·44	2·47	2·51	2·54	0·15
21	2·39	2·43	2·46	2·50	2·53	2·56	2·60	2·63	2·67	0·15
22	2·51	2·54	2·58	2·61	2·65	2·69	2·72	2·76	2·79	0·16
23	2·62	2·66	2·69	2·73	2·77	2·81	2·84	2·88	2·92	0·17
24	2·73	2·77	2·81	2·85	2·89	2·93	2·97	3·01	3·05	0·18
25	2·85	2·89	2·93	2·97	3·01	3·05	3·09	3·13	3·17	0·18
26	2·96	3·00	3·04	3·09	3·13	3·17	3·21	3·26	3·30	0·19
27	3·07	3·12	3·16	3·20	3·25	3·29	3·34	3·38	3·42	0·20
28	3·19	3·23	3·28	3·32	3·37	3·41	3·46	3·51	3·55	0·21
29	3·30	3·35	3·39	3·44	3·49	3·54	3·58	3·63	3·68	0·21
30	3·41	3·46	3·51	3·56	3·61	3·66	3·71	3·75	3·80	0·22
31	3·53	3·58	3·63	3·68	3·73	3·78	3·83	3·88	3·93	0·23
32	3·64	3·69	3·74	3·79	3·85	3·90	3·95	4·00	4·05	0·24
33	3·75	3·81	3·86	3·91	3·97	4·02	4·07	4·13	4·18	0·24
34	3·87	3·92	3·98	4·03	4·09	4·14	4·20	4·25	4·31	0·25
35	3·98	4·03	4·09	4·15	4·21	4·26	4·32	4·38	4·43	0·26

Pro praxi pozorovací počítá se jednou pro vždy tabulka, z níž lze redukci dle dvojího argumentu, b_t a t, snadno (interpolací) vypsati, a to buď pro stupnice skleněné nebo mosazné. Poněvadž tlakoměry se stupnicí mosaznou jsou daleko rozšířenější, jest přijata sem tabulka (na stránce předešlé) pro tento případ platící. Při měřítku skleněném jest redukce *větší* o část

$$0{\cdot}0000099 \,.\, b_t \,.\, t.$$

Přijmeme-li pro b_t hodnotu střední (Praha)

$$b_t = 743 \; mm,$$

obdržíme pro onu korrekci výraz

$$0{\cdot}00736 \,.\, t$$

a tento výraz jest v posledním sloupci tabulky též spolu uveden. Tím lze tabulky té také pro stupnice skleněné užívati, aspoň pro takové hodnoty b_t, kteréž od oné střední se příliš neliší.

§ 339. Redukce odečtení tlakoměrného na normalní intensitu tíže zemské.

Tlak barometrický vyjádřujeme *výškou* sloupce rtuťového na normalní teplotu redukovanou. Veličiny tyto jsou však úměrny jen při téže intensitě g tíže zemské, jako jest tomu při čteních na témže tlakoměru staničném. Jedná-li se však o srovnávání údajů tlakoměrných pro stanice v různých šířkách zeměpisných a v různých výškách nad mořem položené, kde intensita g jest různou, pak třeba odečtení b přepočísti na odečtení b^*, jež by příslušelo intensitě normalní g^*; za tuto volíme intensitu v zeměpisné šířce 45° při hladině mořské.

Redukce se provede vzorcem

$$b^* = b\,\frac{g}{g^*}.$$

Jde-li o změny intensity g šířkou geografickou ψ, jest (§ 234.)

$$\frac{g}{g^*} = 1 - 0{\cdot}0025523 \,.\, \cos 2\psi,$$

tudíž

$$b^* = b - b \,.\, 0{\cdot}0025523 \,.\, \cos 2\psi.$$

Pro rovník, $\psi = 0°$, činí tedy redukce více než $^1/_4\,^0/_0$; hodnoty k sobě náležející jsou zde na př.

$$b = 76 \; cm, \qquad b^* = 75{\cdot}806 \; cm.$$

Vzorce analogické odvodí se, jde-li o změny intensity g výškou stanice nad hladinou mořskou (§ 192.).

Zde jest
$$\frac{g_h}{g} = 1 - \varepsilon h,$$
tudíž
$$b = b_h - b_h \varepsilon h,$$
kdež značí koefficient ε číselně

buď
$$\varepsilon = 0{\cdot}000000314$$
nebo
$$\varepsilon = 0{\cdot}000000196,$$
je-li h vyjádřeno v metrech. Redukce $b_h \varepsilon h$ korriguje tedy barometrické odečtení b_h, provedené ve výšce h, na takové odečtení, jež bychom v téže výšce obdrželi, kdyby zde intensita tíže byla taková jako dole ve výši nullové. Nejedná se tedy ve vzorci tom o redukci tlaku barometrického na hladinu mořskou, což jest úkolem zcela jiné povahy.

Výška meteorologické stanice Sonnblicku jest
$$h = 3100 \, m.$$
Pro takováto na temeni vysokých hor položená místa béře se za ε ona hodnota menší; jest tedy pro tento příklad
$$\varepsilon h = 0{\cdot}000000196 \, . \, 3100 = 0{\cdot}00061.$$
Redukce činí tedy jenom 0·06 procent; hodnoty k sobě náležející jsou na př.
$$b_h = 51{\cdot}73 \, cm, \qquad b = 51{\cdot}70 \, cm;$$
redukce jeví se tedy jen v desetinách millimetru; jest negativní, poněvadž jest na temeni Sonnblicku rtuť lehčí, sloupec její proto vyšší, než hluboko v údolí a ve výši nullové. V praktické meteorologii spojuje se redukce tato hned s redukcí tlaku na hladinu mořskou ve formuli jednotné.

Když jest pro určitou stanici intensita tíže g určena pozorováním, počítá se přímo dle rovnice
$$b^* = b \frac{g}{g^*}.$$
Tak jest pro Prahu, Clementinum
$$g = 981{\cdot}010 \, \frac{cm}{sec^2} \qquad g^* = 980{\cdot}606 \, \frac{cm}{sec^2}$$
$$log \, b^* = log \, b + 0{\cdot}0001789$$
$$b^* = \quad b + b \, . \, 0{\cdot}000412.$$
Hodnotami k sobě náležejícími jsou tedy zde na př.
$$b = 76 \, cm, \qquad b^* = 76{\cdot}031 \, cm.$$

Jak z příkladů uvedených patrno, není redukce, o níž jednáme, tak zcela nepatrnou. Uvážíme-li, že se při pozorování nebo při počítání (zejména hodnot průměrných) přihlíží i k setinám millimetru, a na druhé straně že i pro místa tak málo od střední šířky 45° vzdálená, jako jest na př. Praha, činí ona redukce několik desetin millimetru, pak poznáváme, že by v dobách našich, kde se dbá přesnosti největší, bylo aspoň nedůsledným, redukce takové nedbati. V skutku také bylo na sjezdu meteorologickém v Mnichově 1896 usneseno, aby, pokud možná, odečtení barometrická byla na normalní intensitu tíže redukována.

§ 340. **Tlak vzduchu v míře absolutní.**

V duchu absolutní soustavy měr dlužno tlak vzduchu udávati v jednotce
$$\frac{dyna}{cm^2} \quad \text{nebo} \quad \frac{megadyna}{cm^2},$$
vztahovati tudíž na jednotku horizontalní plochy a počítati dle vzorce
$$p = bSg.$$

V převodním tomto vzorci znamená b výšku sloupce rtuťového, S specifickou hmotu rtuti, při té teplotě, jakou právě rtuť má, eventualně při teplotě nullové, je-li b, jak se *z pravidla* děje, na teplotu nullovou redukováno; konečně g faktické urychlení tíže na stanici pozorovací.

Převodní koefficient Sg se počítá pro jistou stanici, t. j. pro určité g jednou pro vždy. Pro Prahu, Clementinum, jest na př.
$$g = 981{\cdot}0 \, \frac{cm}{sec^2}, \qquad S = 13{\cdot}5956 \, \frac{g}{cm^3}$$
$$p = 0{\cdot}013337 \, . \, b \, \frac{megadyna}{cm^2}.$$
Aby se pak počítání nemusilo pokaždé zvlášť prováděti, propočítá se jednou pro vždy tabulka.

Dle toho byl by na př. průměrný tlak barometrický v Praze, Clementinum (197·2 *m* výšky n. hl. m.) pro rok 1899 vyjádřen číslem obvyklým a v míře absolutní
$$b = 74{\cdot}45 \, cm, \qquad p = 0{\cdot}9929 \, \frac{megadyna}{cm^2}.$$

§ 341. **Aneroidy.**

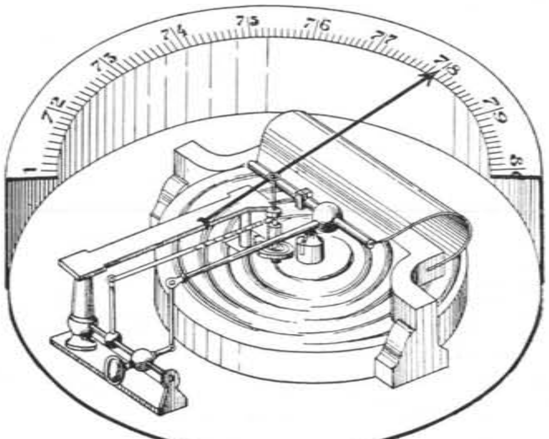
Aneroidy*) udávají variace tlaku vzduchového na základě pružnosti. Jsou rozšířeny dva typy, starší, kterýž sestrojil anglický mechanik *Vidi* (1847) a pozdější, kterýž udal *Bourdon* (1853).

Aneroid Vidiho, v obr. 257. schematicky znázorněný, má za hlavní část krabici téměř vzduchoprázdnou, uzavřenou s jedné strany víkem z tenkého, vlnitého plechu; změnou tlaku vzduchového uvádí se toto víko v pohyby, jež se regulují širokým, pružným pérem, s jedné strany s víkem spojeným a na druhé straně ke stěně celého stroje upevněným. Stoupá-li tlak vzduchu, vtlačuje se víko do vnitř a péro se více napíná; klesá-li tlak vzduchu, táhne se pérem víko nazpět, vždy tak, že mezi pružností péra a tlakem na víko jest rovnováha.

*) Z řeckého *α* privativum a *νηρός* = *ναρός* (*νάω* téci) kapalný, tudíž aneroid, tlakoměr bez kapaliny (rtuti).

Aneroid Bourdonův v obr. 258. schematicky znázorněný, má za podstatnou část zvláštní trubici, průřezu elliptického nebo čočkovitého, stočenou kruhovitě do úhlu asi 330°, téměř vzduchoprázdnou a uprostřed upevněnou tak, že konce jsou volné. Tlak vzduchu působí silněji na stranu konvexní, jejíž plocha jest větší, než na konkavní, čímž se trubice buď více neb méně zakřivuje, když tlak vzduchu stoupá neb klesá.

Jinak mají oba typy úpravu další podobnou. Jedná se o to, aby jednak pohyby onoho víka, jednak pohyby obou konců oné trubice se převedly pomocí pák, řetízků, ozubených koleček a pod. na ukazovatele, který po způsobu ukazovatele hodinového se otáčí podél kruhovitě rozložené stupnice, jako ručička u hodin v před, když tlak stoupá, zpět, když klesá.



Obr. 257.

Stupnice upraví se tak, aby změna tlaku vzduchového, udaná pohybem ukazovatele o jeden dílec, souhlasila se změnou výšky sloupce rtuťového o jeden millimetr. V tomto smyslu se říkává, že aneroidy mají stupnici millimetrovou; v skutku může dílec aneroidu činiti délkově několik millimetrů, čímž pak stroj citlivěji změny tlakové udává.

Poměr mezi barometry rtuťovými a mezi aneroidy lze vystihnouti případným přirovnáním; jest takový, jako mezi vahami pákovými a pérovými; zde užíváme pružnosti kovového péra, tam závaží. Jest však všeobecně známo, že i hrubší váhy pákové jsou spolehlivějšími než pérové*); neboť pružnost péra mění se mnohými účinky. Právě tak lze i aneroidu užívati jen za stálé kontroly, kterouž dává občasné jeho srovnávání s barometrem rtuťovým. Jinak udávají se jimi spolehlivěji obyčejné *variace* tlakové, pro jisté místo, než tlak *celkový*; kde jde o změny větší, na př. při stoupání do vysokých vrchů a hor, nebo

*) Váhy perové se na př. k úřednímu cejchování vůbec nepřipouštějí.

v ballonu, pozoruje se z pravidla, že aneroid při návratu na stanici původní neukazuje totéž jako původně, následkem dopružování se materialu. Oproti těmto vadám nelze však neuznati, že aneroidy pro účely, při nichž nejde o velkou přesnost, mají mnohé výhody. Jsouce kompendiosní, dají se snadno umístiti a bez obavy porušení přenášeti; odčítání jest jednoduché a dá se citlivě zařídití; orientují pozorovatele dobře o rozdílech výškových, když vystupuje (na př. v ballonu) neb sestupuje; k cíli tomu mívají aneroidy vedle stupnice millimetrové (barometrické) pro odčítání výškové druhou parallelní metrovou (orometrickou); v krajinách polarních, kde rtuť venku zamrzá, konají při expedicích zvláště služby dobré. Vzhledem ke všem těmto přednostem snažili se mnozí zdokonaliti aneroid, zejména Vidiho; uvádíme zde jména Breguet, Naudet, Hulot, Goldschmidt a j. Účinek teploty hledí se vystihnouti empirickými formulemi. Když ukazovatel vázne, nedokonalostí mechanismu, třením a pod., možno mírným poklepáváním odečtení učiniti správnějším.

Obr. 258.

Jakožto zvláštnost charakteristická budiž ještě vytčena ta, že aneroidy nepodléhají změně intensity tíže. Jest tudíž možno srovnáváním barometru rtuťového a správného aneroidu na různě položených stanicích souditi na intensitu tíže.

§ 342. **Hypsothermometr.**

Tlakoměr rtuťový může býti též zastoupen teploměrem, kterýž v okolí bodu 100° má dělení tak jemné, aby ještě setiny stupně neb i tisíciny mohly býti odečteny. Když se pak určí teplota vařící se vody, anebo lépe teplota nasycených vodních par toho napjetí, jaké právě vzduch má, možno z oné teploty na toto napjetí souditi a tím tlak vzduchu určiti. K tomu slouží zvláštní tabulky, jež udávají napjetí nasycených vodních par pro každou teplotu. Z tlaku vzduchu lze pak po případě souditi na výšku stanice, kde určení bodu varu provedeno, nad stanicí jinou, kde se současně tlak barometrický pozoroval; odtud název stroje*).

*) Z řeckého ὕψος — ὕψος τό výška. Lépe hypsothermometr, než hypsometr, poněvadž hypsometrem jest každý stroj, jímž lze výšku stanoviti, na př. barometr, theodolit a pod

V novější době, která přinesla mnoho detailových studií o teploměru, poukazuje se s větším důrazem na hypsothermometr. Variace tlaku o 1 *cm* způsobuje v okolí tlaku normalního variaci bodu varu o 0·37°; odečtení přesné na setinu stupně by tedy umožnilo určiti tlak na 0·3 *mm*, tak že by obvyklá přesnost 0·1 *mm* byla dosažena, kdyby se teplota varu vody dala odečísti na třetinu setiny stupně*). Význačnou vlastností hypsothermometru jest, jako při aneroidu, nezávislost odečtení na intensitě tíže.

§ 343. **Barografy.**

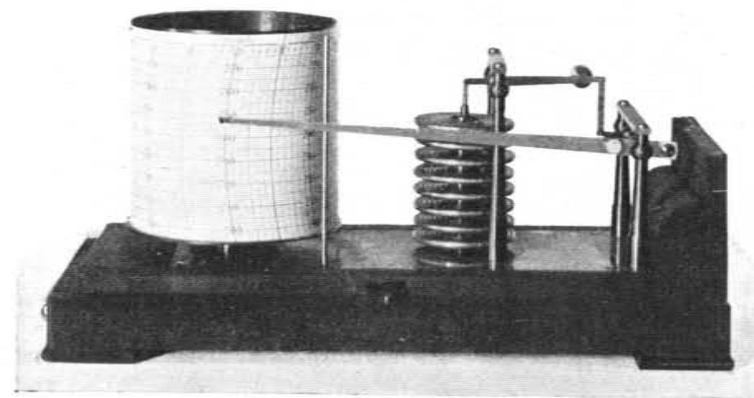
Vzhledem k významu tlaku barometrického jakožto nejdůležitějšího elementu meteorologického bylo záhy na to pomýšleno, sestrojiti *barometry registrující, barografy*, jež by změny tlakové graficky zaznamenávaly. Přístroje tyto byly sestrojeny s použitím hlavně barometrů rtuťových: registrace jest fotografická, neb elektrická, nebo mechanická, a děje se buď tak, že barogramm jest spojitou čarou anebo že jest naznačen řadou jednotlivých bodů vznikajících registrací v určitých aequidistantních okamžicích. Na hvězdárně Pražské (Clementinum) jest v činnosti barograf, jejž sestrojil meteorolog *Karel Kreil* (1798—1862) v dobách, kdy byl dílem jako adjunkt dílem jako ředitel hvězdárny (1838—1851) v Praze činným. Základem jest rtuťový barometr dvouramenný; na povrchu rtuti v rameni otevřeném spočívá plavač, jehož pohyby, souhlasné se stoupáním neb klesáním hladiny rtuťové, se nití přenášejí na volnou páku dvouramennou; na konci delšího ramena jest psací tužka umístěná před papírem do rámečku vloženým, a to volně, aby tření nebránilo pohybu; jen při registraci se tužka na krátko k papíru přitiskne. Tato registrace provádí se hodinovým strojem, který jednak rámeček s papírem rovnoměrně táhne, jednak mechanicky každých pět minut tužku k papíru přitlačuje. Papír se vyměňuje každý den. Barogramm jest tedy dán řadou jednotlivých bodů. Náhlé změny tlakové, jež by mezi jednotlivými registracemi mohly vzniknouti (na př. při bouřce), vyjdou poněkud nedokonale. Jinak pracuje však barograf tento velmi spolehlivě, nyní již půl století. Ve Francii jest mnoho užíván barograf *A. Rédierův*, v Německu barograf *A. Sprungův*; oba stroje jsou úpravy složitější.

V letech 80-tých zavedla firma pařížská *Richard Frères* (nyní *Jules Richard*) barograf, jehož zařízení znázorňuje obr. 259.**). Základem jest barometr kovový, složený z osmi jednotlivých k sobě sešroubovaných krabiček vzduchoprázdných, jež jsou pérem uvnitř spiralově stočeným vzpruženy. Stoupá-li tedy tlak vzduchu, stlačují se krabičky a péro se více napíná; klesá-li, ustupují krabičky tlaku pružného péra. Soustava

*) Professor Mohn, proslulý meteorolog, objednal u firmy Tonnelot v Paříži hypsothermometry, kteréž v intervallu 95·4° až 101·6° měly jednotlivé stupně v délce 30 *mm*, tak že bylo možno stupeň ještě rozděliti na 50 dílů a konstatovati při odčítání dalekohledem až i tisícinu stupně. Hypsothermometrem této citlivosti při současném odčítání barometru bylo by lze velmi dobře studovati změny urychlení tíže *g* a zjistiti tak zejména anomalie lokalní.

**) Víko zasklené bylo při fotografování stroje odšroubováno.

krabiček jest dole upevněna na skříňce stroje; (malé korrekční pošinutí jest tu ještě šroubem možné); proto vznikají změnami tlaku vzduchového pohyby na hořejším konci soustavy a pohyby tyto převádějí se různými pákami až na psací péro; toto doléhá na papír koordinatní, dělený jednak na millimetry přímkami vodorovnými, jednak časově na hodiny čarami obloukovými, rýsovanými dle poloměru páky, jež nese psací péro. Papír jest navinut na plášti válce, který se hodinovým strojem,



Obr. 259.

uvnitř válce umístěným, za týden jednou kolem otáčí. Registrace jest tedy spojitou a dává barogramm za celý týden. Barograf tento má mnohé výhody. Jest rozměrů velmi vhodných, dá se snadno umístiti a přenášeti, nevyžaduje nesnadné obsluhy a jest při tom poměrně laciný. Proto se stroj ten stal záhy velmi oblíbeným a rozšířil se nejen do ústavů vědeckých, zejména meteorologických a fysikalních, nýbrž i do kruhů obecenstva širšího, kde vzbudil anebo utvrdil zájem o zjevy meteorologické. V skutku registruje velmi čistě a přehledně a registrace podávají mnohdy překvapující obraz současných zjevů meteorologických, větrů, srážek a zejména bouřek*). Velmi platné služby prokazuje stroj ten jakožto registrační v ballonech.

§ 344. **Variace tlaku vzduchového.**

Tlak vzduchu mění se ustavičně. Barograf velmi zřídka ukazuje tlak stálý, ba i tlak takový objevil by se jakožto měnlivý, kdyby se zkoumal citlivěji na př. aneroidem, u něhož pohyblivé víčko jest opatřeno zrcádkem, jehož pohyby (pozorováním objektivním nebo subjektivním) se opticky zveličí. Změny tlakové jsou jednak pravidelné, jednak nepravidelné. Změny pra-

*) Před letní bouřkou tlak ponenáhlu klesá, při bouřce a dešti náhle stoupne a trvá pak na výši původní; diagramm bouřkový upomíná na konturu nosu.

videlné vystupují v popředí v krajinách poblíž rovníku; zde se ukazuje průběhem dne dvojí maximum a dvojí minimum v intervallech 6-hodinových, a to, počítáme-li hodiny od 0^h (půlnoc) do 24^h, minimum 4^h, maximum 10^h, druhé minimum 16^h, druhé maximum 22^h. Hodiny udané zovou se tropické *), poněvadž se v nich pohyb rtuti v barometru obrací. Nicméně i zde vznikají různosti jak v amplitudě tak v hodinách tropických jednak dle ročních počasí, jednak dle polohy místa. Čím dále však od rovníka k polům, tím více vystupují v popředí změny tlakové nepravidelné, zakrývajíce změny pravidelné, kteréž lze jen ještě v hodnotách průměrných dokázati.

Na stanicích meteorologických konají se pravidelná pozorování barometrická. V Praze děje se tak v Clementinu, kde s hvězdárnou je spojena též stanice meteorologická, a na Petříně, kde byla roku 1892 zařízena stanice druhá. Výška, ve kteréž jest nullový bod barometru umístěn, činí v Clementinu 197·2 *m*, na Petříně 325 *m*. Pozorování se publikují **).

Jak značnými jsou variace tlaku vzduchového v Praze, objasňuje následující tabulka, sestavená z pozorování v Clementinu za posledních 10 let. V tabulce jest roční maximum a minimum jakož i hodnota roční průměrná.

Barometrický tlak v Praze, Clementinum.

Rok	maximum *mm*	minimum *mm*	amplituda *mm*	tlak průměrný *mm*
1890	762·8	716·4	46·4	744·68
91	762·7	727·3	35·4	745·00
92	760·4	721·3	39·1	743·92
93	765·3	720·6	44·7	744·71
94	760·4	724·3	36·1	744·87
95	760·6	722·2	38·4	743·37
96	764·8	722·1	42·7	745·05
97	762·2	720·8	41·4	745·10
98	764·2	718·7	45·5	744·55
99	759·0	717·7	41·3	744·53
X l.	765·3	716·4	48·9	744·58

*) Z řeckého τρέπω, obracím.

**) Viz ročníky hvězdárny Pražské, jež vydává ředitel hvězdárny, nyní prof. Dr. *L. Weinek*; nejnovější ročník 1899 jest již šedesátým. Srovnej dále publikace české akademie, kdež ve věstníku i v rozpravách podává o pozorováních na Petříně zprávy prof. Dr. *F. Augustin*.

V době 1840—1899 byl pozorovaný tlak v Praze, Clementinum

největší . . . . . 769·2 ($^{16}/_{1}$ 1882)
nejmenší . . . . . 713·2 ($^{26}|_{12}$ 1856)
amplituda . . . . . 56·0.

Na zemi vůbec byl největší dosud pozorovaný tlak 789·2 *mm* (Barnaul, v západní Sibiři $^{23}|_{1}$ 1900. 7 h.), nejmenší 689·2 *mm* (False Point, u Kattaku, hlavn. města divise Orisy indobrit. prov. Bengalska, $^{22}|_{9}$ 1885, v centru cyklonu). Amplituda činí zde 100 *mm*, tedy téměř dvakrát tolik, jako udaná amplituda v Praze.

§ 345. **Normalní tlak atmosferický.**

Stanovení jistého tlaku za normalní jest důležité pro výpočet specifické hmoty plynů, kterýž se vede pro teplotu nullovou a pro tlak *jedné atmosfery*. Tímto tlakem se nyní rozumí tlak, jakým na jednotku plochy cm^2 působí 76 *cm* vysoký sloupec rtuti nullstupňové při normalní intensitě tíže.

Číslo 76 není ničím odůvodněno, než že jest číslem okrouhlým; podobně se dříve volilo číslo 28 pařížských palců anebo 30 palců anglických. Přibližně jest tlak 76 *cm* průměrným tlakem ročním při hladině mořské. Číslo 76 *cm* souhlasí s číslem 28·075 pařížských palců a 29·722 anglických palců.

Majíce tento tlak normalní vyjádřiti v jednotce absolutní, počítáme převodní koefficient Sg^* vzorce

$$p = bSg^*$$

z hodnot

$$g^* = 980{\cdot}606 \,\frac{cm}{sec} \qquad S = 13{\cdot}5956 \,\frac{g}{cm^3}.$$

Tak obdržíme:

$$p = \overset{4}{0}{\cdot}013332 \,.\, b \,\frac{megadyna}{cm^2}$$

$$b = 76{\cdot}00 \; cm, \qquad p = 1{\cdot}01321 \,\frac{megadyna}{cm^2}.$$

Tlak jedné atmosfery jest tedy jen o 1·3% větší než tlak megadyny na plochu jednoho cm^2.

Můžeme též počítati součin

$$bS = 1{\cdot}03327 \,\frac{kg}{cm^2}$$

a obdržíme hmotu, jejížto váha při normalní intensitě tíže, na plochu jednoho cm^2 působí týmž tlakem jako jest jedna atmosfera; hmota tato jest tedy jen o 3·33% větší než kilogramm.

Vzhledem k této blízké shodě zavedena byla ještě nová, technická aneb, jak se také zove, metrická atmosfera, jakožto tlak, kterým působí váha kilogrammu na jeden cm^2; při jaké intensitě tíže, se neudává, vzhledem k tomu, že jednotka tato má sloužiti k účelům technickým. Mnohé manometry na vyšší tlak jsou dle této nové atmosfery graduovány. Oproti ní zove se atmosfera dříve definovaná často theoretickou. Jinak, když se ve vědeckém výkladu mluví o tlaku atmosfery, míní se ovšem vždy tato theoretická.

Definice tak zvané nové atmosfery souvisí s onou starší jednotkou síly, kterou byla váha kilogrammu, při čemž se ke změnám intensity tíže nehledělo. Jak málo i za dnů našich se přednosti absolutní soustavy měr oceňují, jest viděti z návrhu analogického, aby se za „novou koňskou sílu" zavedlo 100 metrkilogrammů za sekundu, ačkoli tato jednotka, bez ohledu na změny intensity tíže definovaná, se jen o málo (asi 2) procent liší od jednotky kilowattu, zcela přesně definované a v oboru elektřiny všeobecně užívané. Nutno ovšem připustiti, že realisování jisté síly závažím jest vždy pohodlné a jednoduché a že se tohoto způsobu bude vždy užívati, ale rovněž tak možno připustiti, že přepočítání výsledků tak nabytých, při malém rozdílu mezi megadynou a vahou kilogrammu, vzhledem k faktickému urychlení tíže jest požadavkem moderní přesnosti a určitosti, jehož nutno dbáti. Právě tak užívá astronom hodin, kteréž právě na observatoři má, ale údaje hodin těch přepočítává dodatečnou korrekcí vždy na hodiny absolutní, jimiž jest střední slunce.

Není pochybnosti, že průběhem času se pro tlak barometrický zavede jednotka absolutní a že pak tlakem normalním bude tlak

$$1\,\frac{megadyna}{cm^2}.$$

Jakým sloupcem rtuťovým b jest tlak jedné megadyny na cm^2 realisován při jisté intensitě tíže, vychází z rovnice

$$b \,.\, 13{\cdot}5956 \,.\, g = 10^6.$$

Tak vypočítáme jednak pro normalní intensitu tíže g^* v geografické šířce 45° při hladině mořské a jednak pro Prahu, Clementinum, hodnoty k sobě příslušné

$$g^* = 980{\cdot}606\,\frac{cm}{sec^2} \qquad b = 75{\cdot}008\ cm$$

$$g\ = 981{\cdot}010\ \ „ \qquad\quad b = 74{\cdot}977\ \ „$$

Přechod k jednotce absolutní od oné theoretické atmosfery by se byl již všeobecněji stal, kdyby tato atmosfera nebyla sepjatou se stupnicí teploměrnou. Neboť i při reformě, kteráž se stala zavedením teploměru vodíkového za normalní, zůstal bod

varu definován na základě oné atmosfery, a nikoli na základě absolutní jednotky tlakové, jak by bylo bývalo důslednější.

Z výkladu předešlého poznáváme, že ve způsobu, jak se tlak měří, zavládla dosti značná pestrost. Někdy se udává tlak výškou sloupce nullstupňové rtuti při té intensitě tíže, jaká nahodile jest, zřídka se redukuje výška ta na normalní intensitu tíže. Někteří počítají tlak dle staré, jiní dle nové atmosfery, při čemž opět u staré atmosfery se buď správně k normalní intensitě tíže přihlíží anebo se zůstává při intensitě tíže nahodilé, jako jest tomu z pravidla u nové atmosfery. Konečně se začíná zaváděti absolutní jednotka tlaková $\frac{megadyna}{cm^2}$, jež jediná vyniká jednoduchostí definice a všeobecností významu, třebas že při užívání svém vyžaduje některých malých počtů korrekčních, jež ostatně vhodnými tabulkami lze usnadniti.

Rozpínavost plynů.

§ 346. Přehled úkolů.

Vlastností plynů význačnou jest jich rozpínavost (expanse). Plyn, dané hmoty M, zaujme objem V jakýkoli a snaží se zaujmouti objem ještě větší. Snaha tato jeví se napjetím, t. j. tlakem, kterým plyn působí na stěny nádoby. Představme si stěny tyto pohyblivými; může se na př. plyn nalézati ve válci, jenž jest uzavřen pístem bez tření pošinovatelným. Pak jest rovnováha, je-li vnější tlak na píst působící právě takový jako napjetí plynu. Když vnější tlak povolí, ustupuje píst většímu napjetí, plyn se rozpíná, tím klesá jeho napjetí, až opět nastane rovnováha s tlakem vnějším. Pak-li vnější tlak na píst se zvětší, stlačuje se plyn, tím však napjetí stoupá až opět nastane rovnováha s tlakem vnějším.

Tlak vnitřní i vnější jest úměrným velikosti plochy, na kterou působí. Proto zavádíme zde vždy, podobně jako v hydromechanice, tlak p na jednotku plošnou, jakožto napjetí plynu.

Rozměr jeho jest tedy

$$\frac{\mathrm{LM}}{\mathrm{T}^2} : \mathrm{L}^2 = \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{LT}^2}\ \text{všeobecně,}$$

$$\frac{cm\,.\,g}{sec^2} : cm^2 = \frac{dyna}{cm^2}\ \text{zvlášť.}$$

U kapalin jsme též jednali o tlaku, kterým působí na stěny nádoby; avšak tlak tento měl při veliké pohyblivosti částic svůj základ v tíži. Naproti tomu jest tlak plynu na stěny úkaz zvláštní, nezávislý na tíži.

Z uvedeného výkladu jest patrno, že objem V plynu jest teprve tlakem vnějším určen, že jest na něm závislým. Tím vzniká úkol, závislost tuto studovati a ji pokud možná mathematickou formulací vystihnouti. Úkol tento řeší *zákon Boyle-Mariottův*.

Avšak nejen tlakem p jest podmíněn objem plynu, nýbrž též jeho teplotou t; stoupá-li teplota, stoupá též napjetí plynu a tím snaha objem zvětšiti. Proto vzniká úkol další, studovati též závislost objemu na teplotě plynu a nalézti pro ni formulaci mathematickou. Úkol tento řeší *zákon Gay-Lussacův*.

Každý z těchto zákonů předpokládá druhou z podmiňujících veličin za konstantu, ovšem abitrarní. Zákon Boyle-Mariottův určuje tudíž, jak se mění objem V tlakem p při stálé teplotě t; změny takové zoveme *isothermické**). Zákon Gay-Lussacův stanoví rovněž, jak se mění objem V teplotou t při stálém tlaku p; změny takové zoveme *isobarické* též *isopiestické**). K těmto dvěma zákonům přistupuje třetí vzhledem k tomu, že lze plyn uzavříti tak, aby objem jeho V i při zahřívání vzrůstati nemohl. Účinek zahřívání jeví se pak vzrůstáním tlaku; neboť můžeme si představiti, jako by nejprve plyn zahříváním se roztáhl na objem větší isobaricky a pak tlakem převeden byl na objem původní isothermicky. Poněvadž pak zákony pro obě tyto successivní změny platící jsou již dány, jest patrno, že lze vzrůstání napjetí plynu zahříváním vystihnouti zákonem, jenž jest obou předešlých důsledkem; nazývá se též zákonem *Gay-Lussacovým*; změny pak napjetí teplotou způsobené při stálém objemu zovou se *isometrické*, též *isochorické**).

O zákonu Gay-Lussacově v obou jeho stránkách jedná se obšírně v nauce o teple. Vzhledem však k problemu hypsometrickému, který náleží do mechaniky, jest nutno již zde o zákonu tomto aspoň v hlavní věci pojednati.

Oba zákony, jak Boyle-Mariottův tak i Gay-Lussacův v obou jeho stránkách dají se sloučiti ve formulaci jednotnou. Tak vzniká spojený zákon, v němž všechny veličiny pro stav plynu význačné, jeho objem V, teplota t a napjetí p jsou v jedinou relaci sloučeny. Jest pak jednostejno, kterou z veličin těch považujeme za základní (za argument) a kterou za odvisle proměnnou (za funkci) a kterou po případě za arbitrarní konstantu.

*) ἶσος, ἴση, ἶσον stejný, θερμός, -ή, -όν teplý, βαρύς, -εῖα, -ύ těžký; πιέζω tlačím, μέτρον τὸ míra, ale také co se vyměřiti dá, délka, prostor, χῶρος ὁ prostor místo.

§ 347. Zákon Boyle-Mariottův.

Budiž dán plyn hmoty M; teplota jeho t budiž jakákoliv, předpokládejme však, že se udržuje stálou; jest tudíž konstantou arbitrarní. Měnlivými jsou objem plynu V a tlak p. Při takovýchto isothermických změnách zůstává součin objemu a tlaku konstantním, čili jinak řečeno, kolikrát se zvětší tlak, tolikrát se zmenší objem a naopak, obě veličiny jsou obráceně úměrny. Platí tudíž rovnice

$$pV = C$$

$$V : V' = p' : p.$$

Na místě objemu V můžeme zavésti hmotu specifickou S plynu, dle vzorce

$$VS = M.$$

Tak obdržíme za rovnice hořejší tyto nové

$$S = Ap$$

$$S : S' = p : p'.$$

Při změnách objemu isothermických jest specifická hmota, a tudíž i hustota*) plynu, přímo úměrnou tlaku.

Zákon zde uvedený objevil *Robert Boyle* a uveřejnil ve spise: „New experiments physico-mechanical, touching the spring of the Air and its effects, Oxford 1660. Později uveřejnil zákon ten *Edme Mariotte* ve spise: Seconde essai de physique, de la nature de l'air, Paris 1679. Ač dle toho priorita náleží onomu, přece dlouho zákon ten jakožto Mariottův byl označován a dosud v mnohých spisech se označuje, poněvadž jasnější formulací Mariottovou stal se známým.

Chtějíce zákon Boyle-Mariottův znázorniti graficky nanášíme tlak p za úsečku, objem V nebo hmotu specifickou S po případě hustotu za pořadnici. Rovnice

$$pV = C$$

dává pak rovnoosou hyperbolu, jejíž asymptotami jsou osy souřadnic. Tato hyberbola jest tedy obrazem změn isothermických objemu s tlakem. Rovnice

$$S = Ap$$

dává přímku. Konstanty C a A souvisí vespolek relací

$$AC = M.$$

*) Můžeme říci, že *hustota*, nikoli však, že *hutnost* plynu, jest úměrna tlaku; neboť hutnost plynu, tak jak jsme pojem tento praecisovali (§ 66.), není vůbec na tlaku závislou.

Jich hodnoty číselné závisí především na volbě jednotek. V absolutní soustavě vyjádřuje se objem jednotkou cm^3, specifická hmota jednotkou $\frac{g}{cm^3}$, tlak jednotkou $\frac{dyna}{cm^2}$ nebo $\frac{megadyna}{cm^2}$. Jedná-li se o *relativní* měření tlaku na určitém místě, může se tlak stanoviti barometricky, t. j. vyjádřiti výškou sloupce rtuťového, teploty nullové anebo jakékoli jiné ale stejné. Při určité volbě jednotek rozhoduje dále teplota plynu o číselné hodnotě oněch konstant, tudíž také, při grafickém znázornění, o poloze oné hyperboly a přímky. Povšechně budiž již zde poznamenáno, že, když jest teplota plynu větší, stává se konstanta C větší, t. j. hyperbola se od os souřadnicových více oddaluje, — naproti tomu konstanta A menší, t. j. přímka, se k ose úseček více přikloňuje.

§ 348. Zkouška experimentalní.

Majíce zákon Boyle-Mariottův zkoumati neb objasniti, vycházíme od tlaku barometrického, jaký právě jest, a postupujeme buď ke tlakům vyšším, t. j. zhušťujeme plyn, anebo sestupujeme k tlakům nižším, t. j. zřeďujeme plyn. Za plyn, jehož napjetí zkoumáme, volíme z pravidla vzduch.

Apparat určený pro zhušťování vzduchu znázorňuje obr. 260. (Houdek a Hervert). Hlavní jeho částí jsou dvě skleněné do železného kování zatmelené trubice, jedna krátká, na jednom konci zatavená (po případě dobrým kohoutem opatřená), druhá dlouhá, otevřená. Kováním svým jsou obě trubice svisle zašroubovány do železné prismatické příčky, na apparatu vodorovně upevněné, kteráž jest provrtána a postranním kohoutem opatřena. Příčkou touto souvisí tedy trubice jedna s druhou. Za trubicemi na stojanu jest svislá stupnice centimetrová (neb millimetrová), jdoucí u krátké trubice od 0 do 30, u dlouhé od 0 do 180. Délkou 30 jest také úměrně vyjádřen objem V krátké trubice, jejíž průřez jest co možná konstantní.

Při experimentování naleje se do trubic tolik rtuti, aby sahala až k bodům nullovým, stejně vysoko umístěným. Tak se uzavře v krátké trubici vzduch objemu V, jehož napjetí se rovná tlaku atmosferickému. Tlak tento se určí na barometru vedle umístěném, sloupcem rtuti výšky b při teplotě síně. Na to se dolévá do otevřené trubice rtuti. Jest viděti, jak rtuť v obou trubicích vystupuje, ale v uzavřené volněji. Když rozdíl hladin rtuťových dosáhl výšky b, čímž úhrnný tlak jest dán sloupcem $2b$, konstatuje se, že v trubici zavřené objem vzduchu, původně V (30 cm v délce) se zmenšil na $\frac{V}{2}$ (15 cm v délce). Podobně, když se dále rtuti dolévá, lze konstatovati, že objem jest $\frac{V}{3}$ (10 cm v délce), když

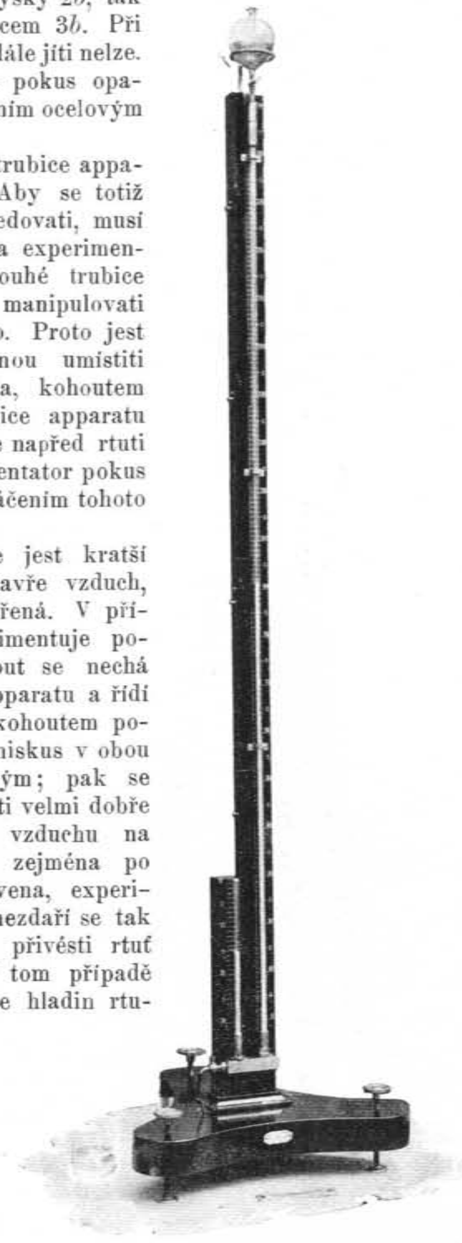
rozdíl hladin rtuťových dosáhl výšky $2b$, tak že úhrnný tlak jest dán sloupcem $3b$. Při obyčejných rozměrech apparatu dále jíti nelze.

V pořádku opačném lze pokus opakovati, když se dole rtuť postranním ocelovým kohoutem vypouští.

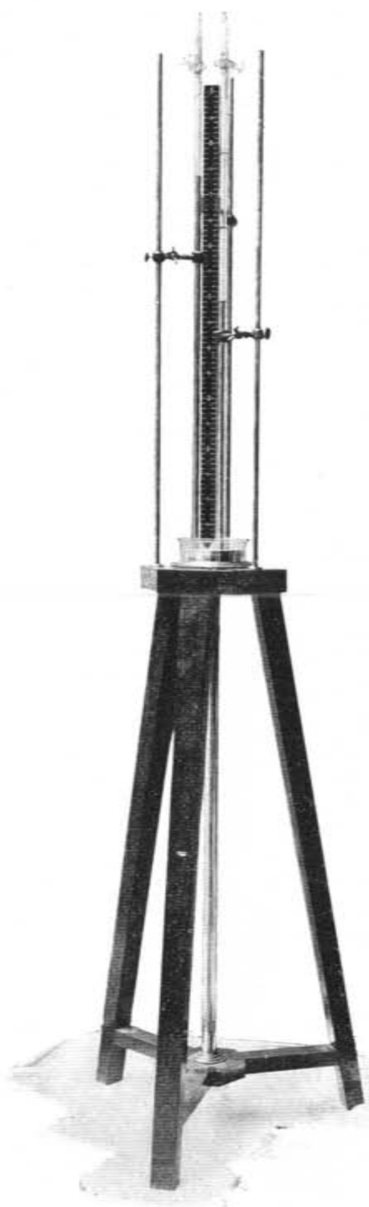
Nalévání rtuti do dlouhé trubice apparatu jest dosti nepohodlné. Aby se totiž změny objemu vzduchu daly sledovati, musí býti celý apparat postaven na experimentalní stůl. Tím přijde ústí dlouhé trubice značně vysoko a ve výši této manipulovati těžkou rtutí jest dosti obtížno. Proto jest výhodno, nad trubicí otevřenou umístiti baňku skleněnou, jejíž trubička, kohoutem opatřená, ústí do dlouhé trubice apparatu (obr. 260.). Do baňky se naleje napřed rtuti mnoho-li třeba, tak že experimentator pokus prováděje ovládá přítok rtuti otáčením tohoto kohoutu.

Nahoře bylo řečeno, že jest kratší trubice apparatu, v níž se uzavře vzduch, zatavená anebo kohoutem opatřená. V případě tomto se ovšem experimentuje pohodlněji nežli v onom. Kohout se nechá otevřený, naleje se rtuti do apparatu a řídí její výška (vypouštěním rtuti kohoutem postranním) tak, aby přesně meniskus v obou trubicích šel k bodům nullovým; pak se kohout uzavře. Avšak musí býti velmi dobře zabroušen, aby při stlačení vzduchu na 3 atmosfery držel spolehlivě zejména po delší dobu. Je-li trubice zatavena, experimentuje se jistěji; ale ovšem nezdaří se tak snadno, při začátku pokusu přivésti rtuť k oběma bodům nullovým. V tom případě připojí se eventualní difference hladin rtuťových k pozorovanému tlaku barometrickému a experimentuje se dále dle tohoto tlaku úhrnného.

Apparat vhodný na zřeďování vzduchu znázorňuje obr. 261. (Houdek a Hervert). Hlavní jeho část jest skleněná trubice většího průřezu, délky asi 1 m, do přiměřeného stativu dřevěného upevněná, která se nahoře šíří v nádobu; trubice tato a z části i nádoba naplní se rtutí.



Obr. 260.



Obr. 261.

Další jeho části jsou skleněné trubice na jednom konci otevřené a na druhém dobrým kohoutem opatřené. Ponoříme-li jednu takovou trubici s otevřeným kohoutem úplně do rtuti tak, aby se vzduch zcela vytlačil, uzavřeme-li pak kohout a vytáhneme-li trubici, stoupá v ní rtuť zároveň, ale jen do jisté výšky b; pokus tento jest poučnou modifikací pokusu Torricelliho. Ponoříme-li pak druhou takovou trubici s otevřeným kohoutem, ale ne úplně, nýbrž jen tak hluboko, až zůstane v ní vzduch jistého, napřed určeného objemu V a uzavřeme-li pak kohout, nalézá se vzduch tohoto objemu právě pod tlakem atmosferickým. Zvedáme-li trubici, stoupá v ní rtuť zároveň, na důkaz, že, když objemu vzduchu přibývá, jeho napjetí ubývá. Když vzrostl objem dvojnásobně, shledáme, že rtuť vystoupila o výšku $\frac{b}{2}$, tak že zbývá tlak sloupce

$$b - \frac{b}{2} = \frac{b}{2},$$

t. j. tlak poloviční. Když zvedáme trubici ještě výše, tak že vzduch zaujme objem trojnásobný, shledáme, že rtuť vystoupila do výšky $\frac{2}{3}\,b$, tak že zbývá tlak sloupce $b - \frac{2}{3}b = \frac{b}{3}$, t. j. tlak třetinový. Na měřítku, mezi oběma trubicemi umístěném, lze výšky sloupců rtuťových odečísti.

Při zhušťování i zřeďování vzduchu předpokládá se, že jsou změny objemu isothermické, t. j., že teplota vzduchu se nemění. Toho lze dosáhnouti jen nenáhlým zhušťováním a zřeďováním, aby na vyrovnání teplot bylo dosti času. V skutku se vzduch při zhušťování otepluje, při zřeďování chladí. Při pokusech k účelům vědeckým nutno stálost teploty zaručiti vodní lázní v tom způsobu, že se trubice se vzduchem obklopí jinou, do níž proudí voda stálé teploty.

Jest také možno sestrojiti apparat (Feilitsch), jehož lze užiti jak ke zhušťování tak ke zřeďování současně, ale ovšem v mezích menších než u apparatů uvedených.

§ 349. Zákon Gay-Lussacův.

Budiž M hmota daného plynu. Objem jeho V jest podmíněn tlakem p, ale též jeho teplotou t. Je-li V_0 objem při teplotě 0^0 a tlaku jakémkoli, a vzrůstá-li teplota, co zatím tlak zůstává konstantním, roztahuje se plyn a zaujme při teplotě t^0 objem $V > V_0$. Rozdíl $V - V_0$ jest přírůstek objemu absolutní, výraz $\frac{V - V_0}{V_0}$ udává přírůstek relativní, v dílech objemu původního, čili, jak se obyčejně stanoví, v procentech. O tomto relativním přírůstku objemu platí zákon

$$\frac{V - V_0}{V_0} = \beta t.$$

Při změnách objemu isobarických jest relativní přírůstek objemu úměrný teplotě.

Konstanta β jest nezávislá na tlaku p a má pro všechny plyny hodnotu (téměř) stejnou, totiž

$$\beta = 0{\cdot}00367 = \tfrac{1}{273}.$$

Obyčejně psává se hořejší rovnice ve tvaru

$$V = V_0\,(1 + \beta t),$$

tak že se vyjadřuje nikoli změna objemu, nýbrž objem sám.

Na místě objemů V_0 a V lze zavésti hmoty specifické S_0 a S příslušné tlaku p. Pak jest

$$M = V_0 S_0 = VS.$$

Roste-li tudíž objem, klesá hmota specifická. Obdržíme pak souhlasné rovnice

$$\frac{S_0 - S}{S} = \beta t$$

$$S = \frac{S_0}{1 + \beta t}.$$

Zákon tento objevil *Louis J. Gay*, zvaný *Lussac*; tak psal se otec jeho, dle svého statku v okolí St. Léonard, aby se rozeznával od jiných osob téhož příjmení Gay. Pojednání příslušné má název: Recherches sur la dilatation des gaz et des vapeurs. Ann. chim. XLIII. 1802.

Když se teplota t stanoví normálním teploměrem *vodíkovým*, jakož jest nyní pravidlem, pak platí rovnice

$$\beta t = \frac{V - V_0}{V_0}$$

pro *vodík* jakožto normalní látku thermometrickou „*ex definitione*“, a není zákonem. Jádro zákona Gay-Lussacova spočívá však právě v tom, že všechny plyny se roztahují s vodíkem rovnoměrně, nechť jest tlak p jakýkoli, t. j. nechť jsou plyny jakkoli zhuštěné neb zředěné a že se všechny roztahují stejně, t. j. dle téhož koefficientu β.

§ 350. Spojený zákon.

Znajíce jednotlivé zákony pro změny isothermické a isobarické odvodíme snadno zákon, jímž se stanoví, jak se změní objem V_0 plynu při tlaku p_0 a při teplotě 0^0, když současně tlak přejde v jiný p a teplota se změní na t^0. Objem V při těchto nových poměrech tlakových a tepelných vypočítáme tak, že interpolujeme objem V^*, jak by při původní teplotě nullové se utvářil jediné změnou tlakovou z p_0 na p. Máme pak přehledně:

$$V_0,\ p_0,\ 0^0$$
$$V^*,\ p,\ 0^0$$
$$V,\ p,\ t.$$

Formulujíce přechody successivní, uvážíme, že přechod $V_0 \ldots V^*$ jest isothermický, přechod pak $V^* \ldots V$ isobarický. Dle toho jest

$$\frac{V^*}{V_0} = \frac{p_0}{p}$$
$$\frac{V}{V^*} = 1 + \beta t,$$

tudíž násobením

$$\frac{V}{V_0} = \frac{p_0}{p}(1 + \beta t)$$
$$Vp = V_0 p_0 (1 + \beta t).$$

Rovnice tato vyjadřuje *spojený zákon* Boyle-Mariotte-Gay-Lussacův. Z ní plyne jednotlivě:

Pro změny isothermické ($t = const.$) zákon Boyle-Mariottův

$$Vp = C;$$

pro změny isobarické ($p_0 = p$) zákon Gay-Lussacův v jedné své stránce

$$V = V_0 (1 + \beta t);$$

konečně pro změny isometrické ($V = V_0$) zákon Gay-Lussacův v druhé své stránce

$$p = p_0 (1 + \beta t).$$

Napjetí plynu při konstantním objemu roste tudíž s teplotou

právě tak jako objem plynu při konstantním napjetí. Zároveň vyniká význam konstanty zákona Boyle-Mariottova

$$C = V_0 p_0 (1 + \beta t)$$

a její vzrůstání s teplotou jakožto konstantou arbitrarní.

§ 351. Specifická hmota vzduchu.

Specifická hmota plynů vůbec a vzduchu zvlášť uvádí se vždy pro poměry *normalní*, t. j. pro teplotu nullovou a tlak jedné atmosfery. Dle zákonů, o nichž právě jednáno, jest snadno, tuto hmotu specifickou přepočísti na poměry jiné od normalních jakkoli rozdílné.

Úkol tento jest zvláště důležitý pro vzduch. Specifická hmota *suchého* vzduchu při poměrech normalních jest vyjádřena číslem (Broch, 1881)

$$0{\cdot}001293052 \frac{g}{cm^3},$$

místo kteréhož stačí užívati hodnoty

$$0{\cdot}001293 \frac{g}{cm^3}.$$

Pro poměry libovolné vypočítáme z toho specifickou hmotu σ suchého vzduchu dle schematu

$$\begin{array}{ccccc} 0{\cdot}001293, & 0^0, & 76\ cm, & 45^0, & 0\ m \\ \sigma, & t, & b, & \psi, & h. \end{array}$$

Přejdeme tedy od teploty 0^0 k teplotě t^0 dle zákonu Gay-Lussacova (koefficient $\beta = 0{\cdot}00367$), od tlaku daného sloupcem nullstupňové rtuti 76 cm vysokým ke tlaku danému sloupcem výšky b libovolné dle zákonu Boyle-Mariottova, při čemž přihlédneme, jak se intensita gravitační mění se šířkou geografickou ψ (§ 234., koefficient $\varrho = 0{\cdot}0025523$) a s výškou h stanice (§ 192., koefficient $\varepsilon = 0{\cdot}000000314$, po případě $0{\cdot}000000196$, při čemž jest výška udána v metrech). Tak obdržíme:

$$\frac{\sigma}{0{\cdot}001293} = \frac{1}{1 + \beta t} \cdot \frac{b}{76} \cdot (1 - \varrho \cos 2\psi)(1 - \varepsilon h)$$

a z toho pro specifickou hmotu σ vzduchu suchého

$$\sigma = \frac{0{\cdot}001293}{1 + \beta t} \cdot \frac{b}{76} (1 - \varrho \cos 2\psi)(1 - \varepsilon h).$$

Z pravidla jest vzduch *vlhkým*, obsahuje vodní páry, jichž napjetí e se dá methodami hygrometrickými určiti; na vzduch suchý připadá pak napjetí $b - e$. Pak lze vzduch vlhký pokládati za směs vzduchu suchého a vodní páry. Tato má hutnost $0·635 = \frac{5}{8}$. Dle toho obdržíme úhrnnou hmotu obou plynů, téže teploty, obsaženou v každé jednotce objemové, summací výrazů

$$0·001293 \frac{b - e}{76} + \tfrac{5}{8} . 0·001293 \frac{e}{76},$$

nehledíc k ostatním koefficientům v hořejším vzorci obsaženým, kteréž se v obou sčítancích opakují. Provedením summace vyjde

$$0·001293 \frac{b - \frac{3}{8}e}{76}.$$

Specifická hmota σ vzduchu vlhkého jest tudíž dána výrazem

$$\sigma = \frac{0·001293}{1 + \beta t} . \frac{b - \frac{3}{8}e}{76} (1 - \varrho \cos 2\psi)(1 - \varepsilon h).$$

Odtud pravidlo, často uváděné, že se hmota specifická σ vzduchu vlhkého počítá tak jako vzduchu suchého, s tím jen rozdílem, že se tlak b zmenší o $\frac{3}{8}e$. Poznámka tato jest důležitá vzhledem k tomu, že se pro specifickou hmotu suchého vzduchu počítají jednou pro vždy tabulky, dle argumentu t a b uspořádané. Na základě onoho pravidla lze tabulek takových užívati též pro vzduch vlhký.

Uvedené vzorce pro σ jsou jen proto složitějšími, že se tlak udává *vahou* sloupce rtuťového, kteráž jest podmíněna intensitou gravitačního pole, tudíž, nehledíc k anomaliím lokalním, hlavně geografickou šířkou a výškou stanice.

Když se pro tlak vzduchu volí jednotka absolutní, na př. $\frac{megadyna}{cm^2}$, jest jednoduše

$$\sigma = 0·001276 \frac{p}{1 + \beta t}.$$

Nová číselná konstanta tohoto vzorce udává specifickou hmotu suchého vzduchu pro nové poměry normalní, t. j. pro

$$t = 0^0, \qquad p = 1 \frac{megadyna}{cm^2}.$$

Odvodíme ji z konstanty dřívější, 0·001293, uvážíce, že tlak jedné megadyny za normalní intensity tíže jest dán sloupcem nullstupňové rtuti výšky 75·008 *cm* (§ 345.). Proto jest konstanta nynější s konstantou dřívější jednoduše v poměru 75·008 : 76·000, čili

$$0·001276 = 0·001293 \frac{75·008}{76·000},$$

jak nahoře uvedeno.

Když se na místě *megadyny* volí jednotka *dyna*, stává se číslo p millionkráte větším, a jest tudíž pak číselná konstanta millionkráte menší. Pro tento případ platí tudíž vzorec

$$\sigma = 0·001276 . 10^{-6} . \frac{p}{1 + \beta t}.$$

Při zavedení jednotky absolutní měřil by se i na dále tlak vzduchu sloupcem rtuti výšky b, z tohoto pak by se tlak v absolutní jednotce vypočítal dle vzorce (§ 340.)

$$p = bSg$$

na základě faktického urychlení g tíže na místě, kde se pozorování činí. Když se sloupec rtuti redukuje na teplotu nullovou, jak se z pravidla děje, jest S konstanta 13·5956, a poněvadž pro určité místo jest také g určitá konstanta, vypočítá se pro b a pro p tabulka, dle níž se převod rychle provede.

§ 352. Stanovení rozdílů výškových na základě barometrickém (hypsometrie).

Volme dvě pozorovací stanice, nižší 1. a vyšší 2., ve výškách h_1 a h_2 nad hladinou mořskou. Pozorováním určíme na obou stanicích tlak barometrický b_1 a b_2 a napjetí par vodních e_1 a e_2, redukujíce odečtení barometrická i hygrometrická na teplotu nullovou rtuti. Z těchto dat má se vypočísti rozdíl výškový $h_2 - h_1$.

1. Základní rovnice jest formalně velmi jednoduchou. Nalézáme-li se ve výši h, kdež jest σ specifická hmota vzduchu a vystoupíme-li o malou výšku dh, klesne tlak barometrický o $- db$. Sloupec vzduchový výšky dh a specifické hmoty σ jest tudíž v rovnováze se sloupcem rtuti výšky db a specifické hmoty S. Analogicky jako u spojitých nádob platí i zde úměra

$$-\frac{db}{dh} = \frac{\sigma}{S}.$$

Do rovnice této, kteráž jest základní celého problemu, dlužno za σ dosaditi výraz, v předešlém § odvozený. Zde, při problemu hypsometrickém, volí se za koefficient ε vždy hodnota (§ 192.)

$$\varepsilon = \frac{2}{R},$$

kdež jest R poloměr země. Dosadíme tedy

$$\sigma = \frac{0·001293}{1 + \beta t} . \frac{b - \frac{3}{8}e}{76} (1 - \varrho \cos 2\psi)\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$$
$$S = 13·5956.$$

Integrace rovnice, kterou bychom obdrželi, jest velice znesnadněna tím, že ve sloupci vzduchovém mezi stanicemi 1. a 2. se mění teplota t i napjetí vodních par e s výškou h, a to dle zákona neznámého. Co se teploty vzduchu týče, lze místo teploty t s výškou *proměnné* bráti teplotu střední $\frac{1}{2}(t_1 + t_2)$ za *konstantní*. Co se pak napjetí e vodních par týče, lze přibližně za to míti, že se mění úměrně s tlakem, tak že jest

$$e = kb.$$

Obdržíme tedy, dosadíce,

$$-\frac{db}{dh}$$

$$= \frac{0{\cdot}001293}{13{\cdot}5956} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{2}\beta(t_1 + t_2)} \cdot \frac{1 - \frac{3}{8}k}{76} \cdot b\,(1 - \varrho \cos 2\psi)\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$$

anebo, když číselné hodnoty sloučíme v číslo jediné,

$$= \frac{1}{799123} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{2}\beta(t_1 + t_2)} \cdot (1 - \tfrac{3}{8}k)(1 - \varrho \cos 2\psi)\, b \left(1 - \frac{2h}{R}\right).$$

Spojíce vše, co jest vzhledem k proměnným b a h stálé, v jediné číslo C ke zkrácení, obdržíme

$$-\frac{db}{b} = C\left(dh - \frac{2h\,dh}{R}\right),$$

tudíž integrací, v mezích 1 a 2,

$$log\ nat\ b_1 - log\ nat\ b_2 = C\left[(h_2 - h_1) - \frac{1}{R}(h_2^2 - h_1^2)\right].$$

Zaveďme zde logarithmy briggické, znásobíce celou rovnici koefficientem 0·43429. Když pak ještě za C dosadíme výraz příslušný, obdržíme:

$$log\ b_1 - log\ b_2 = \frac{0{\cdot}43429}{799123} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{2}\beta(t_1 + t_2)} \cdot (1 - \tfrac{3}{8}k)$$

$$. (1 - \varrho \cos 2\psi)(h_2 - h_1)\left(1 - \frac{h_1 + h_2}{R}\right).$$

Rovnice tato obsahuje mimo číselnou konstantu, jakožto hlavní, rozhodující veličiny,

$$(log\ b_1 - log\ b_2) \quad \text{a} \quad (h_2 - h_1).$$

Vedle těchto pak řadu korrekčních faktorů, vesměs formy

$$1 + \delta$$

kdež jest δ číslo velmi malé proti jedničce.

Pro takováto malá čísla platí přibližné vztahy, jichž v následujícím budeme stále užívati,

$$(1 + \delta)(1 - \delta) = 1$$

$$(1 + \delta_1)(1 + \delta_2)(1 + \delta_3) \ldots = 1 + \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 \ldots$$

Řešíce tedy poslední rovnici dle $h_2 - h_1$ obdržíme číselnou konstantu

$$\frac{799123}{0{\cdot}43429} = 1840000,$$

kteráž platí pro centimetr jakožto jednotku. Přijmeme-li však, jak se zde vždy děje, pro rozdíly výškové metr za jednotku, zmenší se tato konstanta stokrát a vyjde pak rovnice:

$$h_2 - h_1 = 18400\,(log\ b_1 - log\ b_2)\left(1 + \beta\frac{t_1 + t_2}{2}\right)(1 + \tfrac{3}{8}k)$$

$$. (1 + \varrho \cos 2\psi)\left(1 + \frac{h_1 + h_2}{R}\right).$$

2. K rovnici, kterou jsme tuto jakožto první provisorní výsledek obdrželi, dlužno však přičiniti některé další, dílem informativní, dílem korrektivní poznámky.

Faktor k určí se tím způsobem, že se stanoví poměr $\frac{e}{b}$ na obou stanicích a vezme hodnota průměrná, tedy

$$k = \tfrac{1}{2}\left(\frac{e_1}{b_1} + \frac{e_2}{b_2}\right).$$

Mnohdy se však účinek vlhkosti vzduchu brává v počet prostě zvětšením koefficientu β, dle zkušenosti, že vlhký vzduch se roztahuje větší měrou než suchý. Brává se hodnota

$$\beta = 0{\cdot}00400$$

a vynechává faktor $1 + \frac{3}{8}k$.

Také číselná konstanta stanoví se raději empiricky, když se vzorce použije pro známé rozdíly výškové, trigonometricky určené. Bureau des longitudes přijímá hodnotu

18336.

Konečně dlužno ještě toho vzpomenouti, že výška barometrická b_1 nedá se prostě srovnávati s výškou b_2 na stanici vyšší, poněvadž rtuť je zde lehčí, vzhledem k menší intensitě tíže. Nebýti toho byla by výška b_2 ještě menší, a to v poměru (§ 192.)

$$1 : \left[1 - \frac{2}{R}(h_2 - h_1)\right].$$

Aby se docílilo souhlasu, dlužno tudíž v rovnici hypsometrické položiti

$$\text{za } b_2 \text{ hodnotu } b_2\left[1 - \frac{2(h_2 - h_1)}{R}\right]$$

$$\text{čili za } log\ b_2 \text{ hodnotu } log\ b_2 + log\left[1 - \frac{2(h_2 - h_1)}{R}\right].$$

Znamená-li x číslo proti 1 velmi malé, platí známé vztahy přibližné

$$\log nat\,(1+x) = x$$
$$\log brigg\,(1+x) = 0{\cdot}43429\,.\,x.$$

Možno tedy psáti přibližně

$$\log\left[1 - \frac{2\,(h_2 - h_1)}{R}\right] = -\,0{\cdot}43429\,\frac{2\,(h_2 - h_1)}{R}.$$

Dosadíce tento výraz do formule, a provedouce násobení

$$18336\,.\,0{\cdot}86858 = 15926,$$

obdržíme již definitivní rovnici

$$h_2 - h_1 = 18336\,.\,(\log b_1 - \log b_2)\left(1 + \beta\,\frac{t_1 + t_2}{2}\right)(1 + \tfrac{3}{8}\,k)$$
$$.\,(1 + \varrho\cos 2\psi)\,.\left(1 + \frac{h_1 + h_2}{R}\right)$$
$$+\,\frac{15926}{R}\,.\,(h_2 - h_1).$$

Podle rovnice této jest možno již výpočet prováděti. Není závadou, že neznámá $h_2 - h_1$ se vyskytuje též na pravé straně rovnice; jednou ve faktoru $1 + \frac{h_1 + h_2}{R}$, kdež jest $h_1 + h_2 = 2h_1 + (h_2 - h_1)$, po druhé v additivním členu. Zde lze za $h_2 - h_1$ vzíti tu hodnotu, kteráž resultuje, když jak onen faktor tak tento additivní člen prozatím vynecháme, což úplně stačí, poněvadž vzhledem k veliké číselné hodnotě poloměru R oba ony výrazy mají význam jen podřízený.

Lépe se věc objasní konkretním příkladem. Volíme následující.

Dne 29. srpna 1844 vystoupili pozorovatelé Bravais a Martins z observatoře v Ženevě na Montblanc. Výška observatoře v Ženevě jest

$$h_1 = 408{\cdot}0\ m.$$

Střední geografická šířka obou stanic činí $\psi = 46^0$.

Data pozorovací byla následující:

$$(b_1) = 729{\cdot}65\ mm \ldots\ 18{\cdot}6^0\ Hg,\quad t_1 = 19{\cdot}3^0$$
$$(b_2) = 424{\cdot}05\ \text{„} \ldots -4{\cdot}2^0\ \text{„}\quad t_2 = -\,7{\cdot}6^0.$$

Barometr měl stupnici mosaznou. Redukce výšek barometrických na teplotu nullovou činila

$$729{\cdot}65 - 2{\cdot}21 = 727{\cdot}44$$
$$424{\cdot}05 + 0{\cdot}29 = 424{\cdot}34.$$

Jest tedy

$$b_1 = 727{\cdot}44 \qquad \log b_1 = 2{\cdot}861797$$
$$b_2 = 424{\cdot}34 \qquad \log b_2 = 2{\cdot}627714.$$

Pozorování hygrometrická nebyla konána. Proto nutno ve formuli faktor $1 + {}^3/_8\,k$ vynechati a v náhradu za to zvětšiti koefficient β. Provedeme

tedy počet dle vzorce

$$h_2 - h_1 = 18336\,(\log b_1 - \log b_2)\left(1 + 0{\cdot}004\,\frac{t_1 + t_2}{2}\right)$$
$$.\,(1 + \varrho\cos 2\psi)\left(1 + \frac{h_1 + h_2}{R}\right) + \frac{15926}{R}\,(h_2 - h_1).$$

Pro poloměr R země píšeme (jako bureau des longitudes)

$$R = 6366198\ m.$$

V následujícím jest sestaven výsledek počtu a to tak, že jest vypočítána hodnota nejprve výrazu hlavního a že jest udáno, jakou korrekci způsobují pak jednotlivé podřízenější výrazy další.

$$\begin{array}{rcr}
18336\,(\log b_1 - \log b_2) & = & 4292{\cdot}2 \\
1 + 0{\cdot}004\,\frac{t_1 + t_2}{2}\ \ldots & & +\ 100{\cdot}4 \\
1 + \varrho\cos 2\psi\ \ldots & & -\ \ 0{\cdot}4 \\
1 + \frac{h_1 + h_2}{R}\ \ldots & & +\ \ 3{\cdot}6 \\
\hline
\text{Součet} & = & 4395{\cdot}8 \\
\frac{15926}{R}\,(h_2 - h_1) & = & +\ \ 11{\cdot}0 \\
\hline
h_2 - h_1 & = & 4406{\cdot}8 \\
h_1 & = & 408{\cdot}0 \\
h_2 & = & 4814{\cdot}8\,.
\end{array}$$

Poněvadž pak stanice pozorovací na hoře Montblanc byla 1 m pod vrcholem, činí výška této hory $h = 4815{\cdot}8$.

Z provedeného počtu dobře jest patrný význam jednotlivých výrazů. Účinek teploty jest největší. Změna intensity gravitačního pole jest vzhledem k šířce ψ malá, poněvadž rozdíl šířky této od 45^0 jest nepatrný, ale vzhledem k výšce dobře znatelná. Tato změna se týče hustoty vzduchu. Velmi znatelný jest však účinek této změny vzhledem k hustotě rtuti; tato jest nahoře lehčí; proto k závěrku ještě korrekce positivní (§ 339.).

3. K účelům početním upravuje se vzorec hypsometrický ještě dále, a to dvojím způsobem; jeden přijímá bureau des longitudes, druhý je proveden v internationalních tabulkách meteorologických.

a) Výraz $1 + {}^3/_8\,k$ se vynechá. V náhradu se zvýší koefficient β na hodnotu $\beta = 0{\cdot}004$. Do additivního korrekčního výrazu dosadí se za rozdíl $h_2 - h_1$ hodnota hlavní

$$h_2 - h_1 = 18336\,(\log b_1 - \log b_2)\left(1 + \beta\,\frac{t_1 + t_2}{2}\right)(1 + \varrho\cos 2\psi)$$

s vynecháním korrekčního faktoru $1 + \frac{h_1 + h_2}{R}$. Pak se spojení provede summaci výrazů

$$1 + \frac{h_1 + h_2}{R} + \frac{15926}{R} = 1 + \frac{h_1 + h_2 + 15926}{R}.$$

To by vlastně již úplně postačilo. Ale bureau des longitudes rozděluje, co v tomto posledním faktoru připadá na stanici prvou a co na další rozdíl výškový $h_2 - h_1$ dle identity

$$h_1 + h_2 = 2h_1 + (h_2 - h_1)$$

a klade zároveň přibližně

$$1 + \frac{2h_1}{R} + \frac{(h_2 - h_1) + 15926}{R} = \left(1 + \frac{2h_1}{R}\right)\left(1 + \frac{h_2 - h_1 + 15926}{R}\right).$$

Tím vyjde vzorec v úpravě závěrečné

$$h_2 - h_1 = 18336\,(\log b_1 - \log b_2)\,.\left(1 + 2\,\frac{t_1 + t_2}{1000}\right)$$

$$\left(1 + 0{\cdot}00265\,\cos 2\psi + \frac{h_2 - h_1 + 15926}{6366198}\right)\left(1 + \frac{h_1}{3183099}\right).$$

Tak uveřejňuje formuli hypsometrickou Annuaire publié par le bureau des longitudes*) a upravuje k snazšímu počítání pro jednotlivé výrazy tabulky.

Příklad, nahoře propočítaný, jest vzat z Annuaire 1900. Tam jest určen dle tabulek a dochází se výsledku $h_2 - h_1 = 4406{\cdot}9$; tento souhlasí velmi dobře s výsledkem svrchu dle jiného vzorce přímo počítaným.

b) Druhý způsob formalní úpravy vzorce hypsometrického záleží v tom, že se korrekční additivní výraz přenese na levou stranu a spojí s faktorem $h_2 - h_1$ v jediný výraz

$$(h_2 - h_1)\left(1 - \frac{15926}{R}\right).$$

Když se pak koefficientem k rozdílu $(h_2 - h_1)$ přistupujícím dělí, zvětší se konstanta hypsometrická na hodnotu

$$18336\left(1 + \frac{15926}{R}\right) = 18336 + 46 = 18382.$$

Vezme-li se za základ konstanta původní, theoretická, 18400, vyjde konstanta zvětšená

$$18400\left(1 + \frac{15982}{R}\right) = 18400 + 46 = 18446.$$

Internationalní tabulky meteorologické přijímají na základě jiných ještě trigonometricky zjednaných hodnot za konstantu zvětšenou číslo 18429.

Dle toho zní definitivní vzorec hypsometrický

$$h_2 - h_1 = 18429\,(\log b_1 - \log b_2)\left(1 + \beta\,\frac{t_1 + t_2}{2}\right)(1 + \tfrac{3}{8}k)$$

$$.\,(1 + \varrho\cos 2\psi)\left(1 + \frac{h_1 + h_2}{R}\right).$$

*) Vzorec jest tam ještě tak dalece komplikovanější, že se nepředpokládá redukce odečtení barometrických na nullu. Proto vstupují tam do hlavního vzorce též teploty rtuti na obou stanicích. Tabulky obsahuje též Technický průvodce, Červený a Řehořovský, oddíl VI D. pag. 336. Koefficient ϱ béře zde Annuaire větší, než na jiném místě udává.

Barometrické měření výšek dává výsledky spolehlivé jenom, je-li atmosfera klidná. Větrem může výsledek i při malých rozdílech výškových se státi nejistým, ještě více pak anomalním rozdělením teploty.

§ 353. Redukce tlaku barometrického na hladinu mořskou.

V praktické meteorologii vyskytuje se úkol, aby se tlak barometrický, odečtený na stanici ve výšce h nad mořem se nalézající, redukoval na hladinu moře. Tím způsobem lze pak odečtení barometrická, vykonaná na stanicích rozmanitě vysoko rozložených, po redukci na společnou nullovou výšku vespolek srovnávati. Položíme-li ve formuli hypsometrické $h_1 = 0$, $h_2 = h$, a souhlasně $b_1 = b_0$ a $b_2 = b$, podobně $t_1 = t_0$, $t_2 = t$, obdržíme

$$\log b_0 = \log b + \frac{h\left(1 - {}^3/_8\,\frac{e}{b}\right)}{18429\left(1 + \beta\,\frac{t_0 + t}{2}\right)\left(1 + \varrho\cos 2\psi\right)\left(1 + \frac{h}{R}\right)}$$

anebo v jiné číselné formě

$$\log b_0 = \log b + \frac{h\left(1 - \frac{3}{8}\,\frac{e}{b}\right)}{\left(18429 + 67{\cdot}6\,\frac{t_0 + t}{2} + 0{\cdot}0029\,h\right)(1 + \varrho\cos 2\psi)},$$

kteráž resultuje na základě hodnot

$$\beta = 0{\cdot}00367, \qquad R = 6366198\ m.$$

Dle vzorce tohoto počítá se logarithmická korrekce, kterou dlužno přičiniti k logarithmu tlaku barometrického b na stanici, aby se obdržel logarithmus příslušného tlaku b_0 na hladině mořské. Pro určitou stanici, na př. Prahu, Clementinum, jest konstantní h, ψ, tak že se může pro hlavní výraz additivní na pravo rovnice, s vynecháním faktoru $1 - {}^3/_8\,\frac{e}{b}$, počítati tabulka dle střední teploty $\frac{1}{2}(t_0 + t)$ zařízená.

Redukce tlaku barometrického na hladinu mořskou dává výsledky spolehlivé jen za týchž podmínek, jako barometrické měření výšek. Poněvadž však podmínky tyto zřídka bývají vyplněny, zůstává tato redukce vždy více méně nejistou. Vzhledem k tomu zachovává se v praktické meteorologii pravidlo, u stanic *velmi vysoko položených*, horských, jako jest na př. Sonnblick, Pilatus a j., redukovati tlak na společné niveau 2500 metrů a nikoli na hladinu mořskou.

§ 354. Výsledky orientační. Grafické znázornění.

Problem hypsometrický, sám sebou zajímavý, stává se méně přístupným formalní komplikovaností vzorců v předešlých odstavcích odvozených. Proto jest k orientaci povšechné výhodno položiti důraz na věc hlavní a ukázati číselně i graficky, jak v základních rysech ubývání tlaku i teploty vzduchu s výškou se utváří.

Za základ postačí relace následující:

$$log\, b_0 - log\, b = \frac{h}{18429 + 73{\cdot}7 \frac{t_0 + t}{2} + 0{\cdot}0029\, h}.$$

Zde značí b_0, t_0 tlak a teplotu vzduchu při hladině moře, b, t ve výšce h metrů; za koefficient roztažlivosti vzduchu β vzata hodnota 0·004 s vynecháním faktoru vlhkoměrného; počet se vztahuje na místa blízká střední šířce geografické $\psi = 45^0$, pro kteréž faktor gravitační lze vynechati.

V tabulce následující proveden jest počet pro výšky od 0 do 10 *km* pokračující, a to pro hodnoty průměrné jak teploty tak tlaku vzduchu. Za gradient temperaturní zvoleno číslo $^1/_2{}^0$ na 100 *m*.

Ubývání tlaku a teploty vzduchu s výškou.

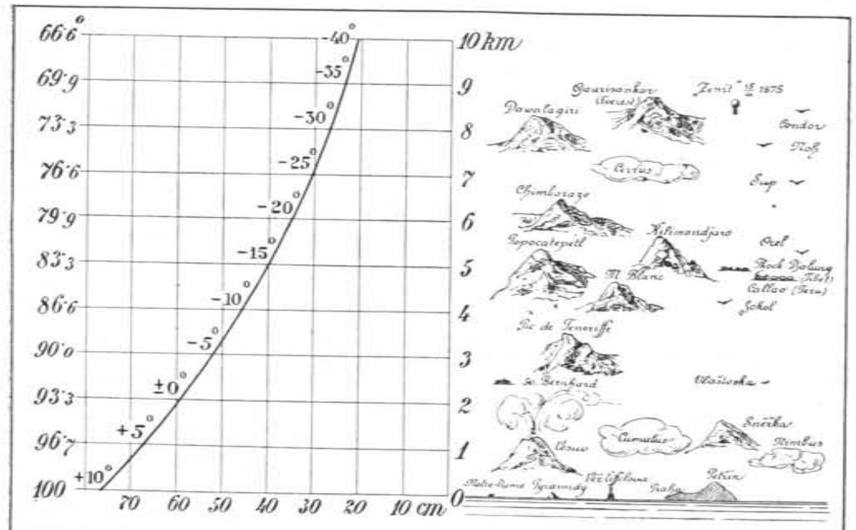
h	t	$\frac{t_0 + t}{2}$	$log\, b - log\, b_0$	b	$\Delta\, log\, b$	T	$\Delta\, T$
m	⁰	⁰		*cm*	(100 *m*)	⁰	(100 *m*)
0	10	10·0	0·0000	76·00		100·0	
1000	5	7·5	— 0·0527	67·32	— 0·0053	96·7	0·33
2000	0	5·0	— 0·1064	59·49	— 0·0054	93·3	0·34
3000	— 5	2·5	— 0·1611	52·45	— 0·0055	90·0	0·33
4000	— 10	0·0	— 0·2169	46·12	— 0·0056	86·6	0·34
5000	— 15	— 2·5	— 0·2738	40·46	— 0·0057	83·3	0·33
6000	— 20	— 5·0	— 0·3319	35·39	— 0·0058	79·9	0·34
7000	— 25	— 7·5	— 0·3911	30·88	— 0·0059	76·6	0·33
8000	— 30	— 10·0	— 0·4516	26·87	— 0·0060	73·3	0·33
9000	— 35	— 12·5	— 0·5133	23·31	— 0·0062	69·9	0·34
10000	— 40	— 15·0	— 0·5763	20·16	— 0·0063	66·6	0·33

Z tabulky této jest viděti, jak teplota a tlak vzduchu průměrně při stoupání do výšek klesá. Sloupec $\Delta\, log\, b$ udává, oč se zmenšuje logarithmus tlaku barometrického průměrně na 100 *m*. Logarithmu ubývá téměř rovnoměrně; malé urychlování jest způsobeno klesající teplotou. Pro interpolaci dlužno užívati jen těchto hodnot logarithmických.

Vzhledem k hypsothermometru (§ 342.) připojen jest v tabulce ještě sloupec, udávající, při jaké teplotě T se ve výši h vaří voda; sloupec poslední objasňuje, jak se tato teplota mění průměrně na každých 100 metrů výškového rozdílu.

Změna tato činí $\frac{1}{3}$ stupně a jeví se býti až do 10 *km* konstantní. Kdyby se tedy na hypsothermometru vedle stupnice teploměrné též nanesla stupnice výškoměrná, postupovaly by obě rovnoměrně. Příčinou této pozoruhodné shody, v mezích udaných, jest ta okolnost, že napjetí nasycených par vodních stoupá s teplotou dle křivky podobné jako stoupá tlak barometrický s ubývající výškou. Zároveň jest z toho patrná citlivost hypsothermometru. Na 100 *m* připadá $\frac{1}{3}{}^0$; aby se tedy mohly výšky měřiti na 1 *m*, musila by teplota T se dáti odečísti ještě na $\frac{1}{300}{}^0$.

Teplota a tlak vzduchu jakož i bod varu vody v různých výškách.



Obr. 262.

Na základě tabulky jest nakreslen diagramm v obr. 262. Z něho jediným pohledem poznáváme, jak jest tlak vzduchu ve výškách různých hor starého i nového světa, ve výškách největších ještě stále obydlených (Thock Djalung, Tibet) ve výškách, v nichž se vznáší orel, sup, kondor a j., a do nichž se ještě vystoupilo ballonem.

Řídkost vzduchu na horách jeví se mnohými účinky fysiologickými, kteréž pociťuje každý, kdo sleze vysoké hory i našich krajů (Velký Zvon 3797 *m*, Vedretta Marmolata 3494 *m* a j.), tím více pak velikány

Alpské neb hory jiných dílů světa. Největší výšky dostoupili bratří Schlagintweitové, dne $\frac{19}{8}$ 1855 na Ibi-Gaminu v Himalaji, totiž 6882 *m*. V ballonu („Zenit") dosáhli $\frac{15}{4}$ 1875 ohromné výšky Tissandier, Crocé-Spinelli a Sivel, 8600 *m*, soudíc z registrace barometrické; neboť ve výši této dva z větroplavců zahynuli, Tissandier, jenž omdlel, jako zázrakem byl zachráněn. Výšky ještě větší dosáhli $\frac{17}{7}$ 1862 Glaisher a Coxwell totiž 8850 *m*, snad i více, při čemž však Glaisher též upadl do mdloby. Ballony meteorologické, bez pozorovatelů, opatřené přístroji autografickými, dostaly se $\frac{8}{7}$ 1898 až do výšek 16000 *m*.

O účincích fysiologických, jakéž se ukazují při stoupání na vysoké hory, píše odborník: „Na horách těchto (peruanských), kde lidé ještě ve výši 5000 *m* a i více žijí a pracují, jest vzduch již tak řídký, že jej ne každý organismus snese. A téměř každý nový příchozí do těchto vysokých krajů, zejména jako my, který přišel od břehu moře, pociťuje dosti nepříjemně tuto řídkost vzduchu. Člověk nemůže se pohybovati a namáhati jako dole v nížinách. Chůze, byť i sebe pomaleji se dála, unavuje, srdce bije, člověku jest horko, každou chvíli se musí zastaviti a lapá po dechu, a chce-li pevnou vůlí tuto zdánlivou únavu překonati, padne mnohdy bez vědomí k zemi a dlouho potřebuje než se zotaví. Někomu zase počne krváceti z uší, nosu i z úst a je vždy dlouhého šetření potřebí, než krvácení takové přestane. Těžkou práci nový příchozí vůbec vykonávati nemůže a mnozí z těch, kteří do těchto krajin přijdou, aby zde žili, musí několik dní zůstati na lůžku pro značnou slabost, závratě, nechuť k jídlu a podobné obtíže. Nepozornost nebo přepínání vlastních sil v tomto ohledu ukázalo se na četných případech býti osudným. Zajímavo jest, že jako lidi, také i zvířata, která přišla zdola, stihne sorócha (vysl. soróča), tato nemoc peruanských hor. Kůň, který přišel z Limy do Chiely (asi 3800 *m*) po dráze, musí prve i více neděl volně státi a se pásti, než může se naň vložiti sedlo." (Z listu Dra. J. Pečírky.)

Historicky budiž vzpomenuto památného pokusu ze dne 19. září 1648, kterýž z návodu Pascalova provedl jeho švakr Périer. Tlak barometrický stanoven jakožto na stanici prvé v zahradě konventu Františkánů Clermontských, kde P. Chastin po celý den stav barometru kontroloval, a pak na vrcholu hory Puy-de-Dôme, jakožto stanici druhé. Výškový rozdíl obou stanic byl asi 500 toise, pozorované výšky barometrické byly 26"$3\frac{1}{2}$''' (712 *mm*) a 23"2''' (627 *mm*). Výsledek učinil na všechny súčastněné dojem veliký. Pokus opakován zejména také ještě na stanici asi uprostřed mezi oběma se nalézající. Když Pascal krátce na to obdržel písemnou zprávu o výsledku expedice, opakoval sám pokus na věži St.-Jacques v Paříži při výškové differenci pouze asi 25 toise. Pokusy těmito byl starý „horror-vacui" nadobro zvrácen. Na vrcholu hory Puy-de-Dôme jest nyní meteorologická stanice.

§ 355. **Zkouška zákona Boyle-Mariottova.**

Zákon Boyle-Mariottův vyniká svou jednoduchostí; ale právě tato pobádá ke kritickému zkoumání, zda-li v této jednoduchosti má zákon platnost plnou či jen přibližnou. Dlužno zji-

stiti, především u vzduchu a pak u plynů jiných, zda-li zákon se osvědčuje pro tlaky libovolně veliké i libovolně malé a zejména, zda-li platí pro teploty malé i velké.

Práce, jež v těchto směrech zejména ve století našem byly provedeny, představují dnes již zvláštní literaturu tohoto předmětu; jsou velmi rozsáhlé a vyžadovaly vzhledem k nesnadnosti úkolu mnohdy opatření nákladných. Ze starších prací budiž zde vzpomenuto těch, jež z uložení akademie Pařížské provedla zvláštní kommisse vědecká (1830); práce, jež řídil Dulong, vztahovaly se jenom ke vzduchu, jehož napjetí bylo zkoušeno až do 27 atmosfer. Napjetí plynů jiných studoval později *Pouillet* (1837), zvláště pak *Régnault* (1847 a 1862). V dobách novějších zabýval se otázkou *Cailletet* zejména pak *Amagat*. Pominouce práce starší*) pojednáme obšírněji o výsledcích, jichž došel *Amagat* (1881), připojíce sestavení tabellarní i znázornění grafické. Při jistém tlaku p budiž v objem plynu faktický, jak se pozorováním stanoví, v^* objem theoretický, jak vychází počtem dle zákona Boyle-Mariottova. Tlak p jest při tom základní proměnnou, argumentem, teplota plynu pak konstantou arbitrarní, kteráž při jisté řadě pozorování se nemění, ale při různých řadách je různou. Jakožto závisle proměnnou, čili funkci argumentu p pokládejme rozdíl $v - v^*$ mezi objemem plynu faktickým a theoretickým, a to nikoli tento rozdíl absolutní, nýbrž relativní, vzhledem k objemu skutečnému, tudíž rozdíl

$$\varepsilon = \frac{v - v^*}{v}.$$

Jinak vyjádříme tento relativní rozdíl ε píšíce zákon Boyle-Mariottův ve formě

$$v^* p = 1,$$

t. j. pokládajíce konstantu zákona pro jistý tlak p za jedničku. Pak jest

$$\varepsilon = \frac{v - \frac{1}{p}}{v}, \quad \text{čili} \quad 1 - \varepsilon = \frac{1}{pv},$$

a poněvadž rozdíl ε jest velmi malý, lze psáti přibližně

$$1 + \varepsilon = \frac{1}{1 - \varepsilon} = pv,$$

z čehož plyne

$$\varepsilon = pv - 1.$$

Dle toho jest upraven číselný material v následujících tabulkách obsažený. Poněvadž se zde jedná jen o tlak relativní, volen pro tlak p za jednotku tlak sloupce nullstupňové rtuti výšky jednoho metru. Za jednotku součinu pv vzata jeho hodnota při tlaku 30 *m* Hg 0° a při teplotě v tabulkách udané.

*) Obšírně referuje se o těchto starších pracích v Mechanice, kterou sepsali Zenger a Čecháč, pag. 429.—446. Srovnej též referat, Úchylky od zákona Boyle-ova, Dr. B. Mašek, Časopis pro pěst. mathem. a fys. XXVI p. 190. 1897.

Stlačitelnost vodíka H_2.

m Hg 0°	17·7°			60·4°			100·1°		
p	pv	$\frac{pv}{2830}$	ε	pv	$\frac{pv}{2830}$	ε	pv	$\frac{pv}{2830}$	ε
30	2830	1·000	± 0·000	3235	1·143	+ 0·143	3610	1·276	+ 0·276
100	2985	1·055	+ 0·055	3400	1·201	+ 0·201	3780	1·336	+ 0·336
200	3240	1·145	+ 0·145	3685	1·302	+ 0·302	4055	1·433	+ 0·433
300	3550	1·254	+ 0·254	3890	1·375	+ 0·375	4385	1·549	+ 0·549

Stlačitelnost dusíka N_2.

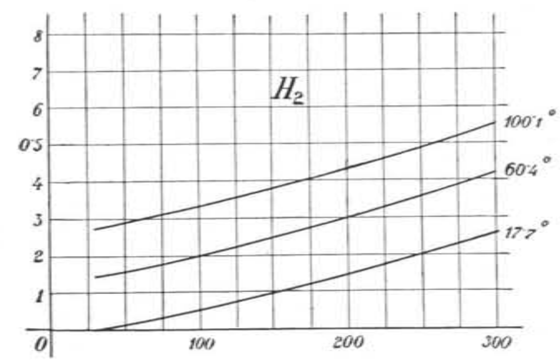
m Hg 0°	17·7°			50·4°			100·1°		
p	pv	$\frac{pv}{2745}$	ε	pv	$\frac{pv}{2745}$	ε	pv	$\frac{pv}{2745}$	ε
30	2745	1·000	± 0·000	3080	1·122	+ 0·122	3575	1·302	+ 0·302
60	2740	0·998	— 0·002	3100	1·129	+ 0·129	3610	1·315	+ 0·315
100	2790	1·016	+ 0·016	3170	1·155	+ 0·155	3695	1·346	+ 0·346
200	3075	1·120	+ 0·120	3465	1·262	+ 0·262	4020	1·464	+ 0·464
300	3525	1·284	+ 0·284	3915	1·426	+ 0·426	4475	1·630	+ 0·630

Stlačitelnost kysličníku uhličitého CO_2.

m Hg 0°	18·2°			35·1°			40·2°		
p	pv	$\frac{pv}{2360}$	ε	pv	$\frac{pv}{2360}$	ε	pv	$\frac{pv}{2360}$	ε
30	tekutý	—	—	2360	1·000	0·000	2460	1·042	+ 0·042
70	„	—	—	725	0·307	— 0·693	950	0·402	— 0·598
100	760	0·322	— 0·678	870	0·369	— 0·631	920	0·390	— 0·610
130	955	0·405	— 0·595	1060	0·449	— 0·551	1115	0·472	— 0·528
170	1210	0·513	— 0·487	1310	0·555	— 0·445	1360	0·576	— 0·424
200	1405	0·595	— 0·405	1500	0·636	— 0·364	1550	0·657	— 0·343
320	2135	0·905	— 0·095	2240	0·949	— 0·051	2280	0·966	— 0·034

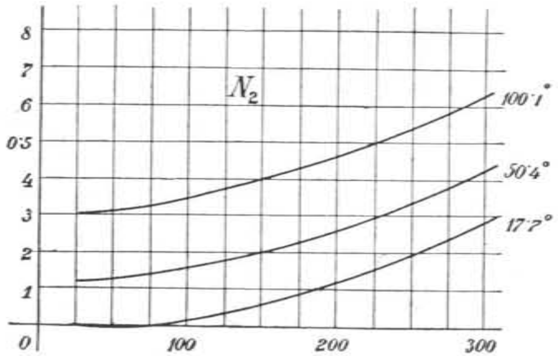
m Hg 0°	60·0°			80·0°			100·0°		
p	pv	$\frac{pv}{2360}$	ε	pv	$\frac{pv}{2360}$	ε	pv	$\frac{pv}{2360}$	ε
30	2730	1·157	+ 0·157	2995	1·269	+ 0·269	3225	1·367	+ 0·367
70	1890	0·801	— 0·199	2380	1·008	+ 0·008	2750	1·165	+ 0·165
100	1315	0·557	— 0·443	1940	0·822	— 0·178	2425	1·028	+ 0·028
130	1315	0·557	— 0·443	1735	0·735	— 0·265	2190	0·928	— 0·072
170	1520	0·644	— 0·356	1780	0·754	— 0·246	2135	0·905	— 0·095
200	1705	0·723	— 0·277	1930	0·818	— 0·182	2215	0·939	— 0·061
320	2440	1·034	+ 0·034	2620	1·110	+ 0·110	2830	1·199	+ 0·199

Na základě tohoto číselného materialu kresleny jsou diagrammy obr. 263., 264. a obr. 265. Z nich seznáváme, že zákon Boyle-Mariottův jest jenom approximací. Kdyby byl plně platným, bylo by $\varepsilon = 0$ anebo $\varepsilon = const.$ Z diagrammů pozorujeme však, že ε klesá neb stoupá. Klesající ε znamená, jak krátce dle analogie chodu hodin řekneme, akceleraci při stlačování, t. j. znamená, že objem plynu proti objemu theoretickému jest menším, (čili stlačitelnost že jest větší). Naopak stoupající ε značí retardaci při stlačování; t. j. značí, že proti theoretickému jest objem plynu větším (čili stlačitelnost že jest menší).



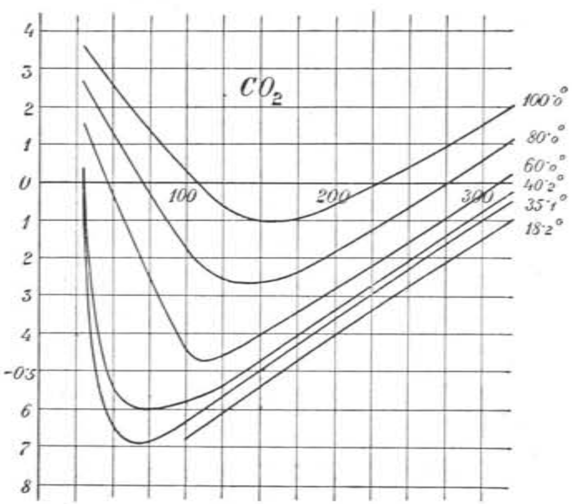
Obr. 263.

Z diagrammů, jež zde pro tři repraesentanty plynů byly sestrojeny, lze odvoditi jisté výsledky závěrečné, kterými otázka o významu zákona Boyle-Mariottova jeví se býti rozřešenou. Rozhodující jest tu teplota plynu kritická, t. j. teplota, nad kterouž plyn tlakem se již kondensovati nedá. Má-li plyn teplotu nižší než kritickou, stlačuje se urychleně až zkapalní. Má-li plyn teplotu vyšší než jest kritická, ukazuje při stoupajícím tlaku z počátku akceleraci, při jistém tlaku nastává obrat, načež při tlaku ještě dále stoupajícím jeví plyn retardaci. Poloha bodu



Obr. 264.

obratu souvisí s teplotou plynu. Při rostoucí teplotě pošinuje se bod obratu k tlakům vyšším, rozdíly stlačitelnosti v okolí jeho se umenšují, křivka se stává méně prohloubenou; v nejbližším okolí bodu obratu



Obr. 265.

platí pak zákon Boyle-Mariottův. Konečně při teplotě plynu ještě dále rostoucí bod obratu mizí a plyn jeví ve své stlačitelnosti již jen retardaci. Co však pro jistý plyn jest teplotou nízkou neb vysokou, závisí na povaze plynu samého, na poměrech, při nichž se stužuje, na jeho teplotě

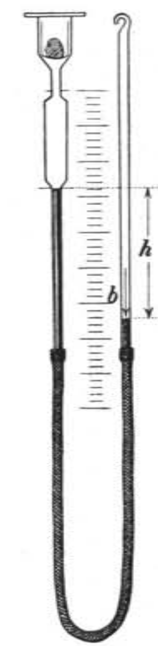
kritické. Tak jest na př. pro CO_2 teplota 40·2° nízkou, ale pro H_2 jest i teplota 17·7° již velmi vysokou.

Jako zákon Boyle-Mariottův, tak jest approximací též zákon Gay-Lussacův a tudíž i zákon spojený. Z plynů skutečných řídí se zákonem spojeným některé jen málo přibližně, některé více, některé téměř úplně. Vzhledem k tomu tvoříme si pojem plynu *dokonalého* (analogicky jako kapaliny dokonalé), a pravíme, že plynem takovým byl by ten, který by se přesně řídil spojeným zákonem. Tím nabývá zákon tento povahy *definitorické*; neboť jím se *definuje* plyn dokonalý čili idealný. Pro plyny skutečné dlužno pak zákon spojený ve zvláštní rovnici stavojevnou přiměřeně skutečnosti přizpůsobiti.

§ 356. **Stereometr.**

Zákona Boyle-Mariottova použil způsobem zajímavým *Horace Say*, (důstojník francouzský, professor polytechnické školy v Paříži), sestrojiv (před sto lety, 1797) apparat, stereometr nebo též volumenometr zvaný, k tomu zvláštnímu účelu, aby se dal určiti objem střelného prachu a tím jeho hmota specifická bez ponoření do vody. Nejjednodušší jeho formu znázorňuje obr. 266. Nádoba skleněná, formy zvonovité, kteráž se dá nahoře deskou dobře přibroušenou uzavříti, přechází dole v trubici, jež má dvojí dělení, jedno délkové (*mm*), druhé objemové (*cm*³). Trubice tato dá se až po zvonovitou nádobu vložiti do stojaté válcovité, nahoře poněkud rozšířené nádoby, do níž se naleje rtuť. Manipulace jest následující. Stroj se vnoří do rtuti až po nullový bod dělení; na to se zvonovitá nádoba deskou neprodyšně zakryje. Tím se uzavře

Obr. 266.



Obr. 267.

v ní vzduch objemu V, jehož napjetí jest dáno tlakem barometrickým b. Na to se stroj zvedne; rtuť vystoupí zároveň do výše h a vzduch se roztáhne na objem $V + v$. Výška h se odečte na dělení délkovém, přírůstek objemu v na dělení objemovém. Dle zákona Boyle-Mariottova vyjádříme současné změny objemu a napjetí vzduchu rovnicí

$$\frac{V}{V+v} = \frac{b-h}{b}$$

čili

$$\frac{V}{v} = \frac{b-h}{h}.$$

Při výškách rtuťových b a h jest předpokládána stejná teplota. Objem V se z rovnice dá počítati.

Vloží-li se pak do prostoru zvonce na mističku, jež tam stále zůstává, nějaká látka a provede-li se měření poznovu, vyjde objem vzduchu V' menší než dříve. Rozdíl $V - V'$ dává objem oné látky. Stanoví-li se vážením její hmota, lze snadno specifickou hmotu počítati (§ 308.).

Methody této užívá se u látek sypkých, zejména solí, po případě u látek v drobných kouskách, zrnkách předložených, u střelného prachu aneb konečně u látek takových, jež do žádné kapaliny vložiti se nesmí, u dřeva, hedvábí, vlny, konopí, nebo zase mouky, popela atd.

Stereometr zdokonalil *Kopp* (1840) a *Régnault* (1845). Modifikaci stroje pro účely laboratoře vhodnou ukazuje schematicky obr. 267. Jinou vhodnou modifikaci dal stroji prof. V. Jelínek; viz Časop. pro pěst. math. a fys. 15. pag. 119. 1886. Kritické práce ukázaly ovšem, že výsledky stereometry zjednané jsou jen přibližně spolehlivé, poněvadž se vzduch na povrchu práškovitých neb sypkých látek zhušťuje.

Vývěvy.

§ 357. Úvod historický.

Vývěvy slouží k vyvětí, t. j. ke zřeďování plynu, z pravidla vzduchu, a to na základě jeho rozpínavosti. Vzduch, zaujímající daný prostor, rozšíří se do každého prostoru dalšího k onomu připojeného a zaujme tak objem větší než původně. Jeho hmota, vyjádřená součinem z objemu a hmoty specifické, zůstává při tom stálou. Srovnávajíce tudíž součin tento při objemu původním a zvětšeném, obdržíme rovnici, ze kteréž lze počítati, jak každým rozpjetím vzduchu klesne jeho hmota specifická a tím i jeho hustota.

Jest zajímavo historicky konstatovati, že sestrojení první vývěvy se nestalo dojmem, jakýž způsobil objev tlaku vzduchu, nýbrž zcela samostatně popudem sporů filosofických o možnosti neb nemožnosti vakua. *Otto z Guericke**) umínil si otázku rozřešiti pokusem a vakuum možno-li uskutečniti.

Jak se mu při tomto pokusu vedlo a jak ponenáhlu od zařízení primitivních postupoval k dokonalejším až konečně cíle vytčeného dosáhl, vypisuje v díle svém „Experimenta nova“ obšírně a upřímně a nezamlčuje i mnohý nezdar, s jakým se často potkal. Otto z Guericke pokládal vzduch za něco hmotného, velmi jemného, co jest rozpínání a roztahování schopno; domnívá se, že jest to výron jakýsi vodstva a země a jiných hmot. Vzduchoprázdnotu snažil se uskutečniti tak, že obyčejnou pumpou čerpal vodu ze sudu; avšak vzduch sykotem pronikal všemi skulinami dřeva do prostoru vyčerpáním vody vznikajícího. Dal tedy menší soudek, z něhož vodu táhl, do většího, který byl vodou naplněn, aby vzduch do onoho soudku vniknouti nemohl; za to však vnikala tam voda. Vida již, že dřevo není materialem k takovým pokusům vhodným, dal sestrojiti velkou dutou kouli měděnou. Čerpání vzduchu šlo z počátku snadno, ale při postupujícím zředění vždy nesnadněji, tak že dva silní mužové měli co dělat, aby píst utáhli. Když již se zdálo, že vakua dosaženo, tu náhle s velikým třeskotem ke zděšení všech koule tlakem vzduchu byla smáčknuta, jako se rukou smáčkne šat anebo jako by byla s nejvyšší věže prudkým pádem vržena. Dal tedy Guericke zhotoviti novou kouli, pevnější, rozkázav zároveň, aby s větší péčí, než se stalo u koule prvé, byla pravidelně do tvaru kulového vypracována. Koule, opatřená kohoutem, byla pak poznovu připojena k pumpě a vyčerpána. Pokus se podařil; zředění pokročilo tak daleko, že z pumpy žádný vzduch dále na venek se nevyrážel. Když pak se otevřel kohout, tu vzduch takovou silou se hnal do vnitř, že se zdálo, jako by člověka blízko stojícího chtěl s sebou strhnouti; a bylo nebezpečné, dáti ruku k otvoru, aby vzduchem nebyla do něho vtlačena. Když takovýmto způsobem možnost evakuace byla dokázána, pomýšlel Guericke na to, aby místo improvisovaného přístroje na čerpání vzduchu dal sestrojiti apparat definitivní. Tak vznikla (1652) první vývěva, kterou v hlavních rysech znázorňuje obr. 268. Poznáváme na ní hlavní části každé vývěvy, válec s pístem, a na konci válce ventil, kterým se vzduch

*) Otto z Guericke, narozen 1602 v Magdeburku, studoval práva v Jeně, Lipsku a j., mathematiku a mechaniku v Leydenu, konal mnohé cesty ve Francii i v Anglii. Roku 1627 stal se radním svého rodného města, a když 1631 Tilly město zpustošil, byl ve službách švédských jako vrchní inženýr v Erfurtu do roku 1636. Vrátiv se do Magdeburku stal se purkmistrem 1646, ve kterémžto úřadě setrval do roku 1681; přesídlil pak do Hamburku, kdež roku 1686 zemřel. Guericke byl muž znamenitý, osvědčiv v dobách velmi zlých osobní statečnost, mužnou rozvahu i diplomatickou zručnost, čímž prokázal svému rodnému městu služby velmi platné. O jeho pracích vědeckých, na něž věnoval 20.000 tolarů, summu na ten čas velikou, podává zprávu: „Experimenta nova, ut vocantur Magdeburgica, de vacuo spatio“ (v manuskriptu ukončen r. 1663). Amstelodami 1672, spis zajímavý jak textem tak illustracemi.

z daného prostoru vyčerpávaný vyráží ven. Touto vývěvou prováděl pak Guericke pokusy další, mnohé s překvapující originalností. Dal především zhotoviti skleněný „recipient“ — tohoto pojmenování užívá již Guericke — totiž skleněný ballon s otvorem tak velikým, aby do vnitř mohl rozmanité předměty vkládati, jako ptáky, ryby, myši, také svíčky, hodinky atd. Bylo zajisté „vakuum“ něco nového, dosud jen tušeného; studovati jeho účinky na všem možném bylo tak přirozeno, jako se za našich dnů účinek paprsků Roentgenových zkoušel a zkouší na všem možném. A tak prováděl již Guericke, a ještě více jeho pokračovatelé, pokusy velmi četné a rozmanité, z nichž největší část dosud při vyučování opakujeme. Guericke s úžasem pozoruje, s jakou prudkostí voda klokotem vniká do ballonu vyčerpaného, jako když pramen ze země prudce vyráží, a jak se ballon vodou plní až na jakýsi zbytek, jako ořech veliký, kde zůstal vzduch. Poznáváme z pokusu tohoto, že vývěva Guerickova byla strojem mechanicky velmi dobře provedeným; tento zbytek vzduchu pocházel zajisté hlavně z vody samé, tak že velký recipient skleněný byl vyčerpán dokonale. Guericke studuje účinek hoření na vzduch, vkládá hodinky do recipientu a konstatuje ubývání zvuku, vkládá vrabce do vakua a pozoruje, jak otvírá zobáček, jako by lapal vzduch až konečně hyne, vkládá ryby a vidí, jak jich těla se nabubřují. Ukazuje též váhu a tlak vzduchu. Dutá koule, z níž vzduch vyčerpán, stává se lehčím. Tlakem vzduchu se zvedá do veliké výše sloupec kapaliny v trubicích do sebe sestavených a nahoře širší nádobou končících, kdež malá figurka ukazovala i změny tlaku vzduchového. Všechny tyto a jiné pokusy vrcholí v těch, jež Guericke za příležitosti říšského sněmu v Řezně 1654 předváděl shromážděným tam mocnářům a velmožům, při čemž, aby dosáhl účinků co možná frappantních, experimentoval ve velkém. Ukazuje, jak 50 až 100 silných mužů, táhnoucích za provazy, nemůže odolati tlaku vzduchu, působícího na píst nádoby, ze které se vzduch náhle (spojením s jinou již evakuovanou nádobou) vyssaje. Velká závaží zvedají se podobně tlakem vzduchu. Konečně 16 koní, po 8 na obou stranách, táhne na velikých polokoulích, jež jenom tlakem vzduchu k sobě přiléhají, až konečně s velkým třeskotem od sebe se odtrhnou.

Obr. 268.

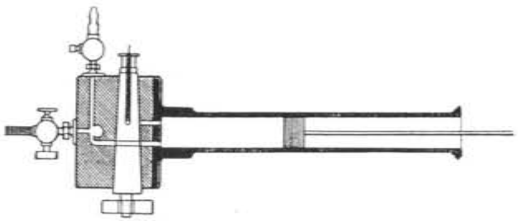
V nových směrech bádání fysikalního, jež vynalezením vývěvy byly objeveny, pracoval dále zejména *Robert Boyle* a pak *Ch. Huygens*, který však sám podával více návod, dle něhož pracoval jeho žák *Denis Papin*. Učiněny četné zkušenosti nové, jež ovšem též vedly k postupnému zdokonalování vývěvy samé.

§ 358. **Vývěva příruční.**

V úpravě zcela podobné, jakou měla první vývěva Otty z Guericke, sestrojena jest vývěva příruční. Obr. 269. znázorňuje ji v pohledu celkovém, obr. 270. v průřezu. V dutém válci, délky 30 *cm* a průměru 4 *cm*, pohybuje se vzduchotěsně píst. Ode dna válce jdou dále massivním podstavcem stroje úzké vzduchovody až ke dvěma násadci opatřeným kohoutům; mimo to jest ještě třetí velký kohout umístěn hned za válcem. Z oněch dvou malých kohoutů připojí se jeden silnostěnnou kaučukovou trubicí k prostoru, z něhož se vzduch má čerpati.

Obr. 269.

Prostor tento jest dán tak zvaným recipientem, zvonovitou nádobou, dole rovinně přibroušenou, jež se postaví na skleněnou silnou desku, připevněnou na zvláštní stolek, který k oné příruční vývěvě jakožto doplňující část náleží. Úpravu nejvhodnější tohoto stolku znázorňuje obr. 271. Nohou stolku jest silnostěnná mosazná trubice, ústící nahoře mosaznou a skleněnou deskou až do prostoru recipientem krytého. K této trubici jest připojen dvojí násadec, ústící do vzduchu, a za každým jest kohout, kterým se vzduchovod otvírá neb zavírá. Kaučuková trubice od vývěvy připojí se k hořejšímu násadci. Při čerpání vzduchu uzavře se kohout dolejší a otevře hořejší. Když zředění se provedlo, zavře se kohout hořejší a trubice kaučuková může se po případě sejmouti. Chce-li se pak vzduch do prostoru recipientem uzavřeného vpouštěti, otvírá se kohout dolejší, při čemž spojení s vývěvou se nemusí přerušovati.



Obr. 270.

Když se vývěvou pracuje, může se k výkladu manipulovati oběma kohouty malými. Z počátku se otevře kohout k recipientu, zavře kohout do vzduchu a píst se táhne vzhůru; tím se vzduch z recipientu čerpá. Na to se zavře kohout k recipientu, otevře kohout do vzduchu, píst se tlačí dolů; tím se vzduch z válce vytlačí na venek. Potom se manipulace opakuje. Každým novým vytažením pístu stupňuje se zředění.

Obr. 271.

Avšak manipulace dvěma kohouty byla by nepohodlná. V skutku jest jakožto manipulační míněn onen velký kohout třetí, který je umístěn hned za válcem. Kohout tento má dvojí vrtání. Při postavení podél válce, jak zkrátka řekneme, jde kohoutem spojení k recipientu; při postavení však na příč, od předešlého o 90° rozdílném, jde spojení ventilem na venek. Když tedy se píst ve válci táhne vzhůru, postaví se kohout podél válce, když se píst tlačí dolů, postaví se na příč, tak že vzduch z válce se ventilem vytlačí na venek. Onen druhý menší kohout může pak míti kaučukem spojení k nějakému manometru, na němž postup zřeďování lze sledovati. Účinný prostor vývěvy — po odečtení objemu pístu — činí $\frac{1}{3}$ litru.

§ 359. Postup zřeďování.

Vzduch, obsažený pod recipientem objemu R, rozšíří se při každém vytažení pístu ještě do prostoru V válce a zaujme objem celkový $R + V$; následkem toho zmenší se jeho původní specifická hmota S_0 postupně na $S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n$. Úhrnná jeho hmota, t. j. součin z objemu a specifické hmoty, zůstává při každém rozpjetí z objemu R na objem $R + V$ stálou. Formulujíce tuto větu obdržíme rovnice:

$$\begin{aligned} R S_0 &= (R + V)\, S_1 \\ R S_1 &= (R + V)\, S_2 \\ R S_2 &= (R + V)\, S_3 \\ &\vdots \\ R S_{n-1} &= (R + V)\, S_n . \end{aligned}$$

Jak patrno, rozhoduje o postupu zředění koefficient

$$\frac{R}{R + V} = \alpha .$$

Zaveďme na místě specifické hmoty $S_0, S_1, S_2 \ldots$, ke zkrácení hustoty $1, \delta_1, \delta_2, \ldots$ dle rovnice

$$\frac{S}{S_0} = \delta$$

vztahujíce tak hustotu δ na vzduch, jak původně byl.

Tak obdržíme rovnice přehlednější

$$\begin{aligned} \alpha &= \delta_1 \\ \alpha\delta_1 &= \delta_2 \\ \alpha\delta_2 &= \delta_3 \\ &\vdots \\ \alpha\,\delta_{n-1} &= \delta_n . \end{aligned}$$

Z těchto rovnic obdržíme, znásobíce je vespolek, jednoduše

$$\alpha^n = \delta_n .$$

Avšak výsledek tento, dle něhož by hustoty klesaly řadou geometrickou, jest vzhledem ke skutečnosti jenom approximací. Předpokládá totiž, že se vzduch při doražení pístu úplně na venek vypudí. V skutku však zůstává vždy jistý zbytek v prostoru tak zvaném škodlivém, objemu v, a zbytek tento má specifickou hmotu S_0 stejnou jako vzduch okolní.

Hmota vS_0 tohoto vzduchu přistupuje po každé ke vzduchu již zředěnému, který se má z recipientu R rozepnouti do válce V.

Proto dlužno rovnice hořejší doplniti tímto additivním množstvím vS_0 vzduchu ze škodlivého prostoru a tudíž psáti je takto:

$$RS_0 + vS_0 = (R+V)\,S_1$$
$$RS_1 + vS_0 = (R+V)\,S_2$$
$$RS_2 + vS_0 = (R+V)\,S_3$$
$$\vdots$$
$$RS_{n-1} + vS_0 = (R+V)\,S_n\,.$$

Dle toho rozhoduje vedle koefficientu α ještě jiný β, a oba jsou určeny obdobně vzorci

$$\frac{R}{R+V} = \alpha, \qquad \frac{v}{R+V} = \beta.$$

Zavedeme-li pak opět hustoty δ, obdržíme přehledné rovnice

$$\alpha + \beta = \delta_1$$
$$\alpha\delta_1 + \beta = \delta_2$$
$$\alpha\delta_2 + \beta = \delta_3$$
$$\vdots \quad \vdots$$
$$\alpha\delta_{n-1} + \beta = \delta_n\,.$$

Z těchto odvodíme rovnici závěrečnou, když násobíme rovnice, jak po sobě jdou, koefficienty

$$\alpha^{n-1},\ \alpha^{n-2},\ \alpha^{n-3}, \ldots \alpha,\ 1$$

a sečteme. Tak obdržíme

$$\alpha^n + \beta\,(1 + \alpha + \alpha^2 + \ldots + \alpha^{n-1}) = \delta_n$$

čili

$$\alpha^n + \beta\,\frac{1-\alpha^n}{1-\alpha} = \delta_n.$$

Poněvadž pak jest

$$\frac{\beta}{1-\alpha} = \frac{v}{V},$$

vyjde konečně

$$\alpha^n + \frac{v}{V}\,(1-\alpha^n) = \delta_n.$$

Kdyby tedy nebylo prostoru škodlivého, pokračovalo by zředění stále až k hodnotě

$$\delta_n = 0.$$

Účinkem škodlivého prostoru pokračuje však zředění volněji a blíží se mezní hodnotě

$$\delta_n = \frac{v}{V},$$

přes kterou zředění převésti nelze.

§ 360. **Příklady početní.**

Jasný názor o významu rovnic v předešlém § odvozených zjedná se provedením výpočtu číselného pro dané konkretní případy; výpočet tento jest velice snadný, když se užije rovnic v té formě, jak v předešlém odstavci byly odvozeny, při čemž se, jde-li o postup zředění, počítá recurrentně ještě rychleji než dle rovnic závěrečných.

Chtějíce na př. studovati, jak zředění pokračuje, volme

$$R = V, \qquad \alpha = \tfrac{1}{2}.$$

Tabulka následující ukazuje výsledek počtu pro případy

$$\frac{v}{V} = 0,\ \tfrac{1}{1000},\ \tfrac{1}{100},\ \tfrac{1}{10}$$
$$\beta = 0,\ 0{\cdot}0005,\ 0{\cdot}0050,\ 0{\cdot}0500.$$

Postup zředění δ účinkem škodlivého prostoru v v případu $R = V$.

$\alpha = \frac{1}{2}$	$\frac{v}{V} = 0$	$\frac{v}{V} = \frac{1}{1000}$	$\frac{v}{V} = \frac{1}{100}$	$\frac{v}{V} = \frac{1}{10}$
1	0·5000	0·5005	0·5050	0·5500
2	0·2500	0·2508	0·2575	0·3250
3	0·1250	0·1259	0·1338	0·2125
4	0·0625	0·0634	0·0719	0·1563
5	0·0312	0·0322	0·0409	0·1281
6	0·0156	0·0166	0·0255	0·1141
7	0·0078	0·0088	0·0177	0·1070
8	0·0039	0·0049	0·0139	0·1036
9	0·0020	0·0030	0·0119	0·1018
10	0·0010	0·0020	0·0110	0·1009

Z čísel těchto jest patrno, jak v prvních stadiích zřeďování škodlivý prostor, není-li příliš veliký, jako na př. $\frac{v}{V} = \frac{1}{10}$, jen velmi málo jest na závadu; teprve když již značnějšího zředění dosaženo, brání škodlivý prostor postupu dalšímu. Jak se zvenáhla dostavuje limita, jest viděti zřetelně. Bez škodlivého prostoru by po 10. vyčerpání klesla hustota již na $\delta = \frac{1}{1000}$, což by příslušelo tlaku asi $\frac{2}{3}$ *mm*; při škodlivém prostoru $\frac{v}{V} = \frac{1}{1000}$ jest dosaženo zředění jen polovičního, při $\frac{v}{V} = \frac{1}{100}$ již se dostavuje mezní hodnota $\delta = \frac{1}{100}$.

Ještě poučnější jest počítati, po kolikátém vytažení pístu dosáhne se při daném poměru $\frac{R}{V}$ určitého zředění, na př. $\delta = \frac{1}{1000}$, což při obyčejných vývěvách stačí, a to bez škodlivého prostoru a se škodlivým prostorem. Výpočet se děje z rovnice v odstavci předešlém odvozené

$$\alpha^n\left(1 - \frac{v}{V}\right) = \delta_n - \frac{v}{V}.$$

Výsledek počtu pro některé význačné případy jest obsažen v tabulce následující, ve kteréž číslo n ovšem dlužno zaokrouhliti na nejbližší celé.

Účinek škodlivého prostoru na dosažení zředění $\delta_n = \frac{1}{1000}$.

$\frac{R}{V}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	1	2	5	10	
α	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{10}{11}$	*Škodlivý prostor*
n	2·9	3·9	6·3	10·0	17·0	37·9	72·5	$v = 0$
n	3·2	4·2	6·9	11·0	18·7	41·7	79·7	$v = \frac{1}{2000} V$
n	3·3	4·5	7·3	11·6	19·7	43·9	84·0	$v = \frac{1}{1500} V$
n	3·8	5·1	8·4	13·3	22·7	50·5	96·6	$v = \frac{1}{1200} V$

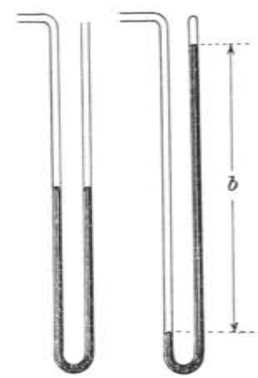
Tabulka tato mluví zvlášť poučně. Ukazuje především, jak prostory velké se poměrně jen po dlouhé práci dají na udanou míru zřediti; ukazuje však zároveň, že účinek škodlivého prostoru není tak veliký, jak se za to všeobecně mívá; je-li škodlivý prostor jen poněkud menší než ta limitní jeho hodnota, kteráž by vytknutému zředění odpovídala — v našem případě $\frac{v}{V} = \frac{1}{1000}$ — pak není, zejména jde-li o zředění prostorů menších, práce příliš větší, než kdyby škodlivého prostoru vůbec nebylo. Proto když se u vývěv pozoruje, že zředění volně pokračuje a že nelze docíliti zředění pod 1 *mm* tlaku, není toho příčinou škodlivý prostor, nýbrž nejčastěji vnikání vzduchu následkem nedostatečného uzavírání kohoutů, záklopek, následkem nedoléhání pístu ke stěnám válce a pod.

§ 361. **Manometry.**

Stupeň zředění, jehož se vývěvou docílilo, lze posouditi manometry*); udávají zbývající napjetí vzduchu sloupcem rtuťovým. Ve svém provedení jsou dvojího způsobu. Má-li manometr citlivě ukázati malé rozdíly tlakové oproti vzduchu atmosferi-

*) Z řeckého μανός řídký, oproti δασύς hustý.

ckému, tudíž slabé zředění, jest druhé jeho rameno otevřené (obr. 272. *a*); má-li naproti tomu citlivě ukázati, mnoho-li ještě do úplného vakua schází, tedy má-li se ho užívati při zředění velmi značném, jest druhé rameno zavřené a vzduch jest z něho vypuzen (obr. 272 *b*). Při vývěvách užívá se vždy manometrů tohoto druhého způsobu. Jsou to pak vlastně dvouramenné barometry, a je-li jich délka přiměřená, lze na nich sledovati postup zřeďování od samého počátku; obyčejně bývají však zkrácené, poněvadž mají udati, kdy zředění se již blíží vakuu. Takový zkrácený manometr znázorňuje obr. 273. Jest montován na zvláštním stativku, aby se dal kdekoli pod recipient umístiti; dělení millimetrové jest naneseno přímo na sklo.



a) *b*)
Obr. 272.

Obr. 273.

U manometrů takových dlužno vždy pamatovati, aby se do evakuovaného prostoru, kde jsou postaveny, nevpustil vzduch náhle; neboť rtuť prudce dorazic na sklo, mohla by sklo proraziti. Aby se náraz zmírnil, bývá manometr blízko zatavenému konci zúžen, tak že se rtuť ve svém prudkém pohybu zúženinou poněkud mírní. Místo rtuťových lze též užívati manometrů kovových po způsobu aneroidů.

§ 362. **Vývěvy dvojčinné.**

Vývěva příruční, popsaná v § 358., jest vývěvou, jak říkáme jednočinnou; čerpá totiž vzduch jen, když se píst táhne vzhůru. Uspořádání takové není výhodným.

Při postupujícím čerpání stává se tlak vzduchu vnějšího značně větším než jest tlak zbývajícího vzduchu vnitřního; přebytek tlakový musí experimentator, čerpaje vzduch dále, překonávati.

Tím vzrůstá značně práce, kterou již se zřetelem ke tření pohyb pístu vyžaduje. Když již zředění značně pokročilo, činí onen přebytek tlakový megadynu na každý cm^2 povrchu pístu.

Při vývěvě příruční, v odstavci 358. popsané, jejíž píst má 4 cm v průměru a tudíž $12\frac{1}{2}$ cm^2 v průřezu, činí tlak ten 12 megadyn. Při práci touto vývěvou musí tudíž experimentator tak se namáhati, jako by zvedal závaží do výše rovnající se délce pístu, a to závaží, jehož velikost během čerpání stoupá až do 12 kilogrammů. Za práci tu jest malou náhradou, že při pohybu zpátečním pístu tlak vzduchu pomáhá.

Vzhledem k této vadě byly záhy sestrojeny vývěvy tak zvané dvojčinné. Starší vývěvy tohoto druhu vznikly sloučením dvou vývěv jednočinných v přístroj jednotný. Písty pohybovaly se pákou ve spojení s ozubeným kolem a ozubenými tyčemi tak, že, když jeden píst se táhl vzhůru, tlačil se druhý dolů; tím se tlak vzduchu vnějšího vyrovnával. Novější vývěvy dvojčinné mají jen jediný válec s jedním pístem. Vývěva pracuje, t. j. čerpá vzduch i když jde píst nahoru i když jde dolů; nasledkem toho, je-li již jistého zředění dosaženo, nepůsobí na píst vůbec tlak vzduchu, poněvadž na obou stranách pístu jest vzduch zředěn. Zbývá pak jenom překonávati tření.

Než vývěvou dvojčinnou docílí se ještě důležité výhody jiné. Poznali jsme, že zředění, jež lze vývěvou obdržeti, má své meze. Je-li V objem válce, v objem prostoru škodlivého, nelze docíliti menší hustoty než $lim.\ \delta = \frac{v}{V}$, totiž takové, kdy vzduch zředěný, zaujímající objem V válce, po stlačení svém až do škodlivého prostoru má hustotu vzduchu atmosferického. Tu pak lze vývěvy dvojčinné vhodnou záměnou vzduchovodů použiti tak, aby jednou, jde-li na př. píst nahoru, čerpala vzduch z recipientu, po druhé však, jde-li píst dolů, aby čerpala vzduch z onoho škodlivého prostoru. Dorazí-li pak píst dolů, zůstává ve škodlivém prostoru vzduch již zředěný, hustoty $\frac{v}{V}$, následkem čehož limita hustoty se sníží na $\frac{v}{V} \cdot \frac{v}{V} = \left(\frac{v}{V}\right)^2$, tudíž velmi značně.

Dle toho pracuje se vývěvou dvojčinnou nejprve tak, aby při pohybu nahoru i dolů čerpala vzduch z recipientu; když pak zředění již značného stupně — málo millimetrů tlaku — dosáhlo, zaměni se spojeni vzduchovodní tak, aby vývěva si čerpala svůj vlastní škodlivý prostor. Práce zřeďování jest pak ovšem dvojnásobná. Aby měla žádoucí účinek, dlužno pamatovati na dokonalé vysušení vzduchu. Záměna spojení vzduchovodů provede se zvláštním vhodně vrtaným kohoutem (Babinet).

§ 363. Vývěva Deleuilova.

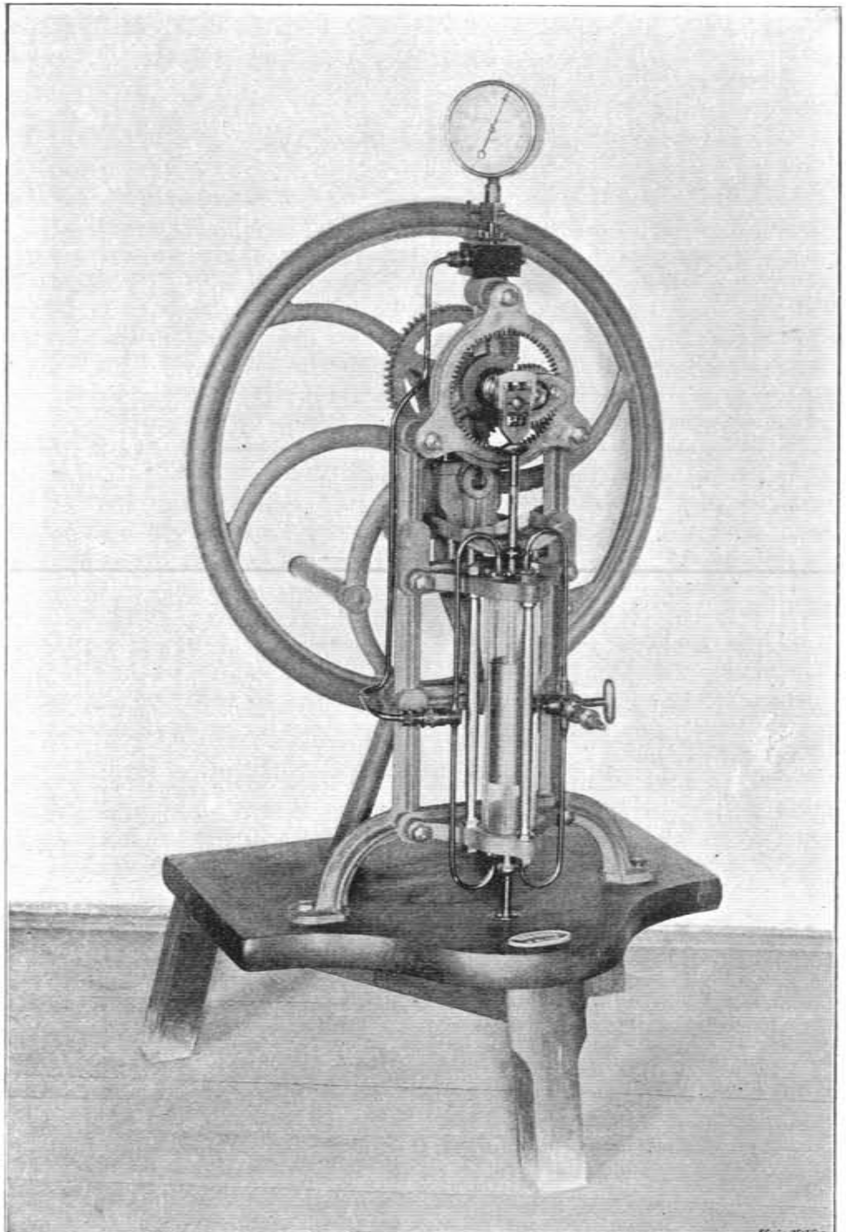
Jedná-li se při pracích fysikalních nebo chemických o docílení zředění mírného, koná služby velmi dobré vývěva Deleuilova*), kterou znázorňuje obr. 274. Ve válci skleněném, délky 35 cm a průměru 6 cm, pohybuje se píst mosazný, kolem rýhovaný, zaujímající polovici celého válce; účinný prostor válce činí tudíž $^1/_2$ litru. Píst tento nepřiléhá však těsně ke sklu, nýbrž pohybuje se volně; mezi pístem a sklem zůstává totiž mezera asi půl desetiny millimetru. V četných rýhách pístu drží se bublinky vzduchové a ty hlavně brání, že vzduch z jedné části válce neproudí kolem pístu do druhé.

Při práci točí se velkým setrvačným kolem (obr. 274.). Tento pohyb točný přeměňuje se v pohyb nahoru a dolů, jak je třeba píst vésti, pomocí ozubených kol, mechanickým uspořádáním, jehož základ jest následující. Když se po vnitřním obvodu kružnice valí kruh menší, opisuje každý bod jeho obvodu křivku tak zvanou hypocykloidu. V tom zvláštním případu, kdy poloměr kruhu se valícího je poloviční proti poloměru kružnice pevné, stává se tato křivka přímkou, totiž průměrem kružnice pevné. Jeden bod opisuje při tom průměr vertikalní. K tomuto bodu připojí se tyč, táhnoucí píst. Valícím se kruhem jest ozubená deska, jejíž zuby zasahují do vnitřních zubů kola pevného, a jejíž střed při otáčení velkého kola setrvačného obíhá, čímž se valení způsobuje.

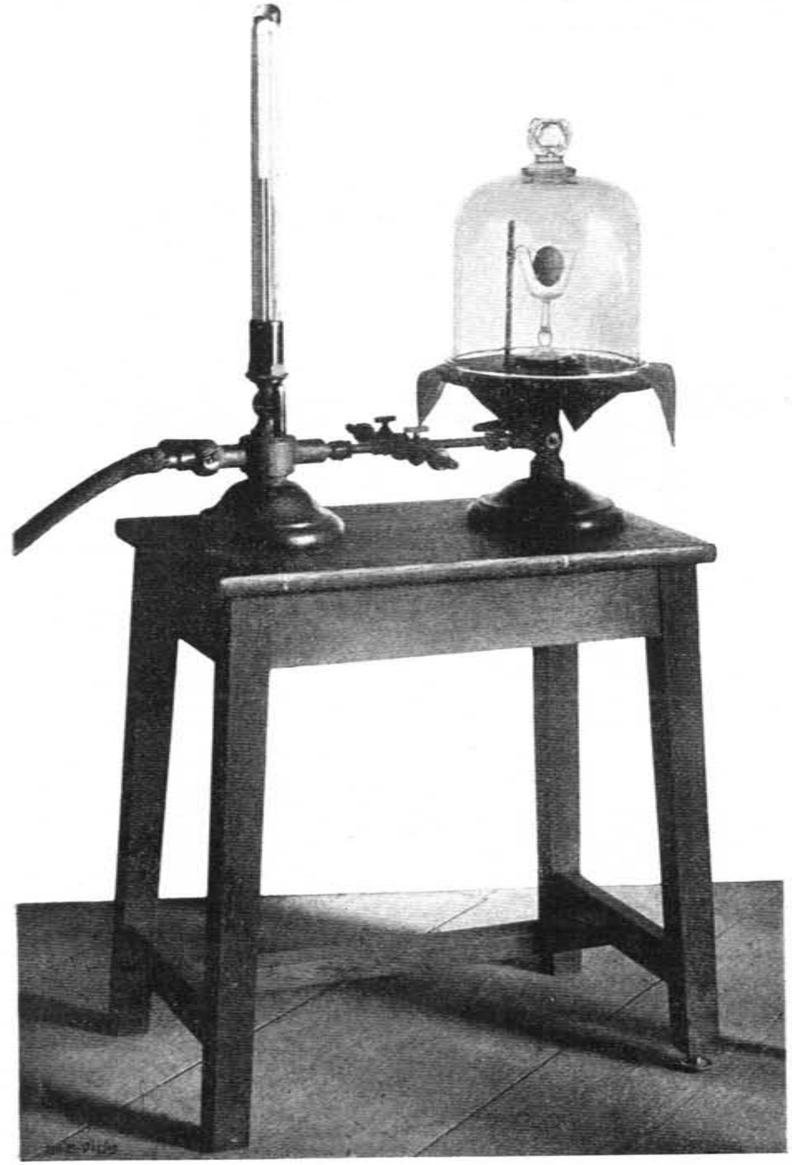
Vývěva má jediný kohout rozváděcí; jinak pracuje jen záklopkami. Pozoruhodná jest souměrnost v uspořádání vzduchovodů. Jak vývěva pracuje, jak se záklopky otvírají a zavírají a jak proudí při tom vzduch, jest objasněno výkresy (obr. 276.) dle skutečnosti provedenými, a to, když jde píst nahoru (a) i když jde dolů (b). Pohyb vzduchu zhuštěného jest při tom naznačen šipkami opeřenými, pohyb vzduchu zředěného šipkami prostými.

Kohout hlavní má po způsobu kohoutu Babinetova dvojí vrtání. Otočí-li se o 90°, vejde v platnost malý úzký vzduchovod na pravo ve výkresu naznačený, následkem čehož vývěva při tomto postavení kohoutu jinak pracuje. Před tím byla dvojčinnou; vzduch se čerpal i když šel píst nahoru i když šel dolů; změnu situace po otočení hlavního kohoutu o 90° znázorňuje obr. 277. Jde-li píst nahoru (a), čerpá se dolejší stranou hořejší škodlivý prostor; vzduch cirkuluje shora úzkou vzduchovodní trubičkou, kohoutem a dolejší trubicí vzduchovodnou dolů. Když se pohyb pístu obrátí (b), uzavře se dole záklopkou vzduchovod, který by vedl k onomu škodlivému prostoru a vývěva

*) Jean A. Deleuil *1825, chef závodu mechanického v Paříži. Vývěvu svou nazval „pompe à piston libre“ a podal o ní zprávu v Ann. chim. & phys. 5, 1865 a Comptes rendus, 64, 1867.

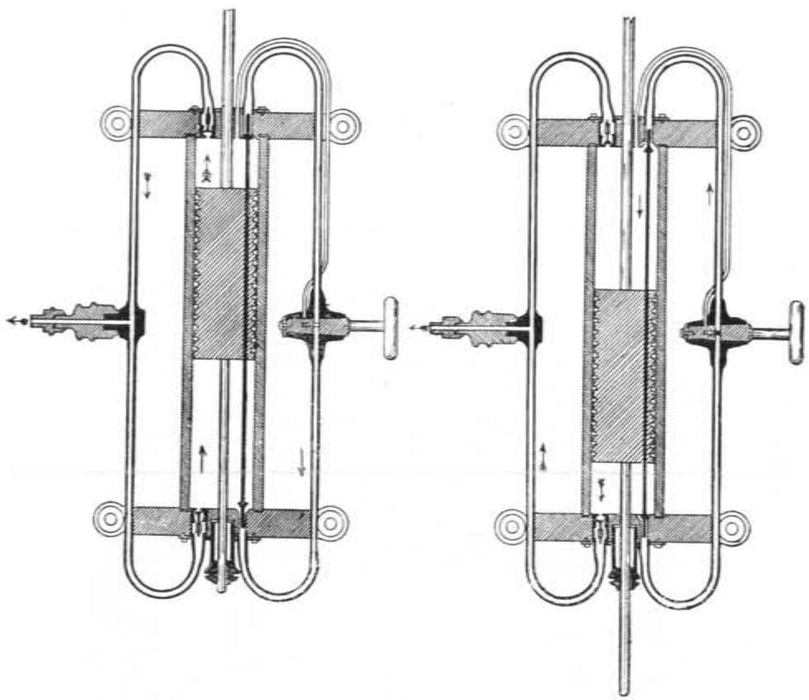


Obr. 274.



Obr. 275.

čerpá hořejškem vzduch z recipientu, totiž oním širším vzduchovodem skrze hlavní kohout. Zařízení tohoto kohoutu jakož i úpravu záklopek znázorňuje obr. 278.

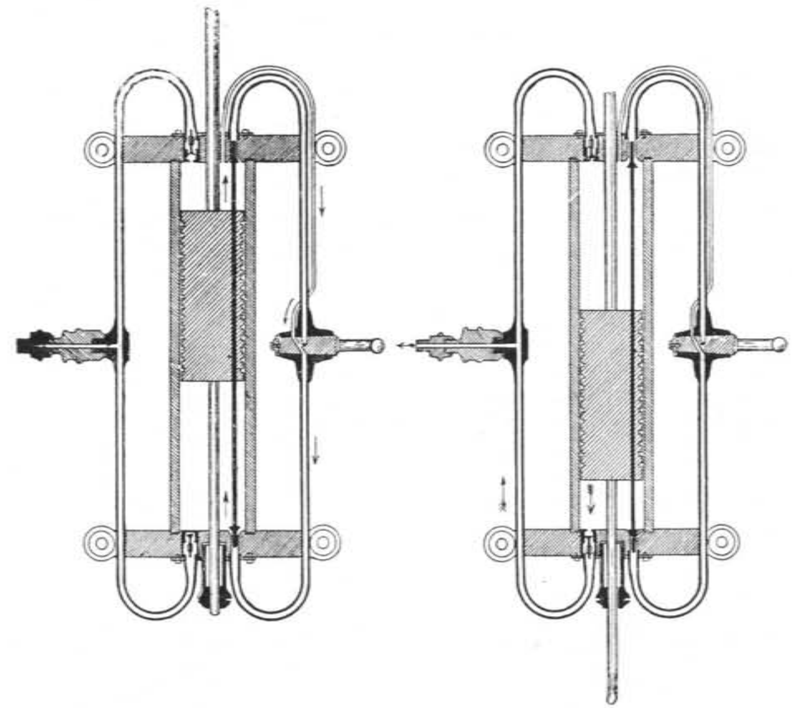


a) b)

Obr. 276.

Hlavní kohout má násadec k nastrčení silnostěnné kaučukové trubice, jež se pak připojí ke vzduchovodům zvláštního stolu pokusného, v obr. 275. znázorněného. Zde jest postaven manometr, který lze pro sebe kohoutem zvláštním uzavříti neb otevříti; zde má své místo recipient na stolku; zde pak rozvětvuje se ještě vzduchovod ve dvě větve, na jichž koncích jsou kohouty; může se tedy jednak ještě nějaký další přístroj k evakuování určený kaučukem připojiti, jednak do prostorů již vyčerpaných vzduch vpouštěti.

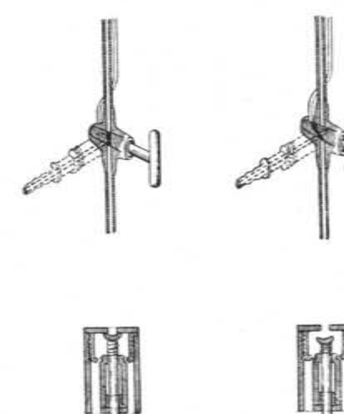
Aby se u recipientu docílilo uzavírání neprodyšného, jest obyčejem, přibroušený dolejší jeho kraj, jímž ke skleněné desce přiléhá, mazati tukem a pod. Pohodlnější jest, rozestříti na skleněnou desku kaučukový věnec, a na tento volně recipient postaviti. Když se začíná čerpati, přitlačí se tlakem vzduchu recipient na kaučuk neprodyšně. Naopak, když se vzduch zase vpustí, lze recipient bez obtíží sejmouti; je-li dole na krajích namazán, lne pevně ke sklu a jeho uvolnění (pohybem otáčivým) vyžaduje pak jisté opatrnosti, aby se při odtržení nepoškodil.



a) b)

Obr. 277.

Vývěva Deleuilova má píst volný; v tom spočívá, nehledíc k celkové úpravě velmi účelné a přehledné, její zvláštnost a její přednost; neboť píst takový nemusí býti mazán, nemusí tudíž býti často čištěn a vývěva jest každou chvíli k práci pohotově. Pro účely laboratoře má výhoda tato význam veliký; neboť rozebírání a čištění vývěv jest prací obtížnou a choulostivou. K dosažení velmi značného zředění není vývěva ta určena.



Obr. 278.

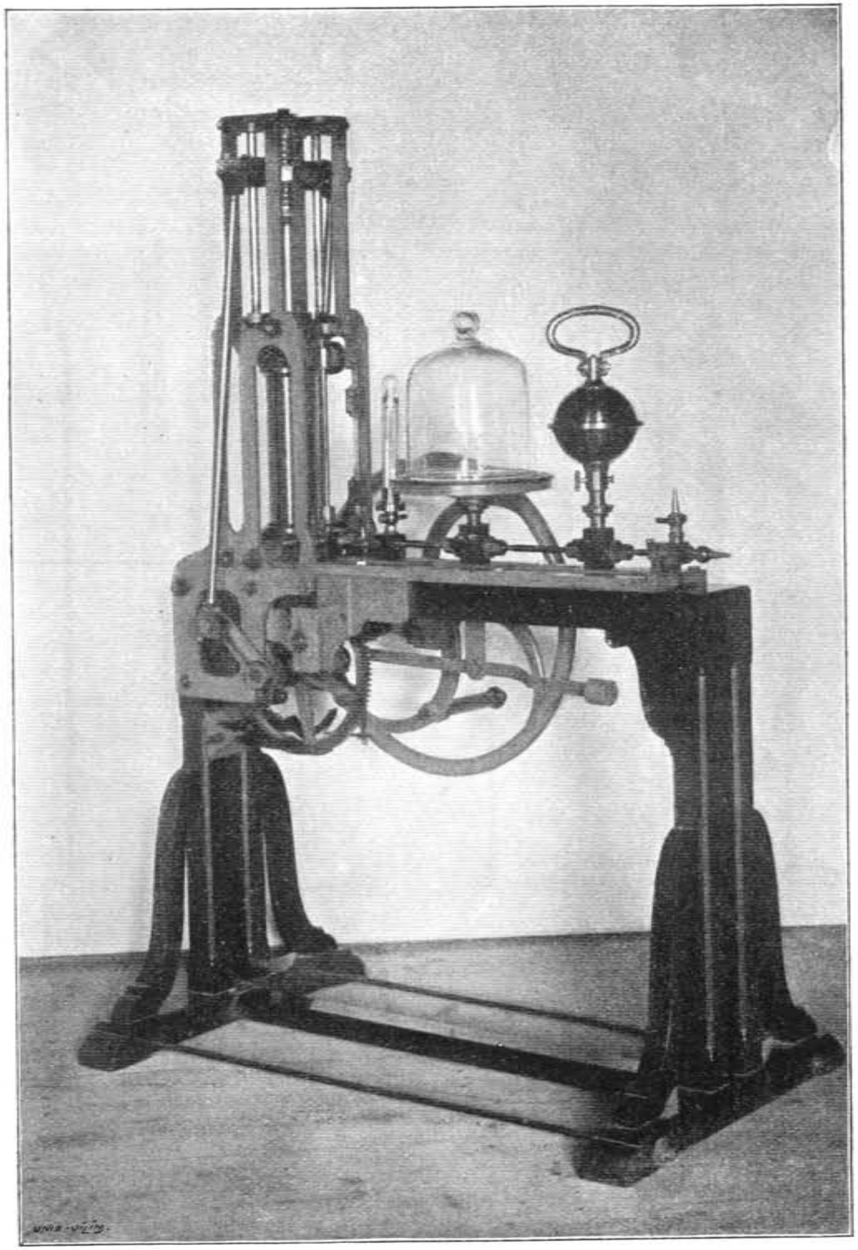
§ 364. Vývěva Staudingerova.

Vývěva v obr. 279. znázorněná (v. Gehren, 1884) náleží k největším, jež pro účely laboratoří fysikalních byly sestrojeny. Mosazný, uvnitř cínovaný válec jest 32 *cm* dlouhý a má 10 *cm* v průměru. K jeho stěnám doléhá těsně píst 6 *cm* dlouhý, složený z desk kožených, jež jsou sešroubovány mezi deskami mosaznými. Účinný prostor válce činí tedy 2 litry. Tyč železná, kterou se píst táhne, jest po celé délce provrtaná, rovněž tak píst, až do prostřed, kdež ve směru radialním vrtání ve třech směrech pokračuje k periferickému žlábku uprostřed pístu do kola soustruhovanému. Zařízením tímto jest možno z venčí nalévati čistý mineralní olej, který stéká dolů až do onoho žlábku, kdež se rozlévá kolem, čímž se píst po celém obvodu stejnoměrně maže. Pod válcem a nad ním jsou massivní kusy mosazné, v nichž jsou zasazeny kohouty a v nichž jsou provedeny vzduchovody; pokračování vzduchovodů jde trubicí mosaznou, vedle pístu rovnoběžně upevněnou.

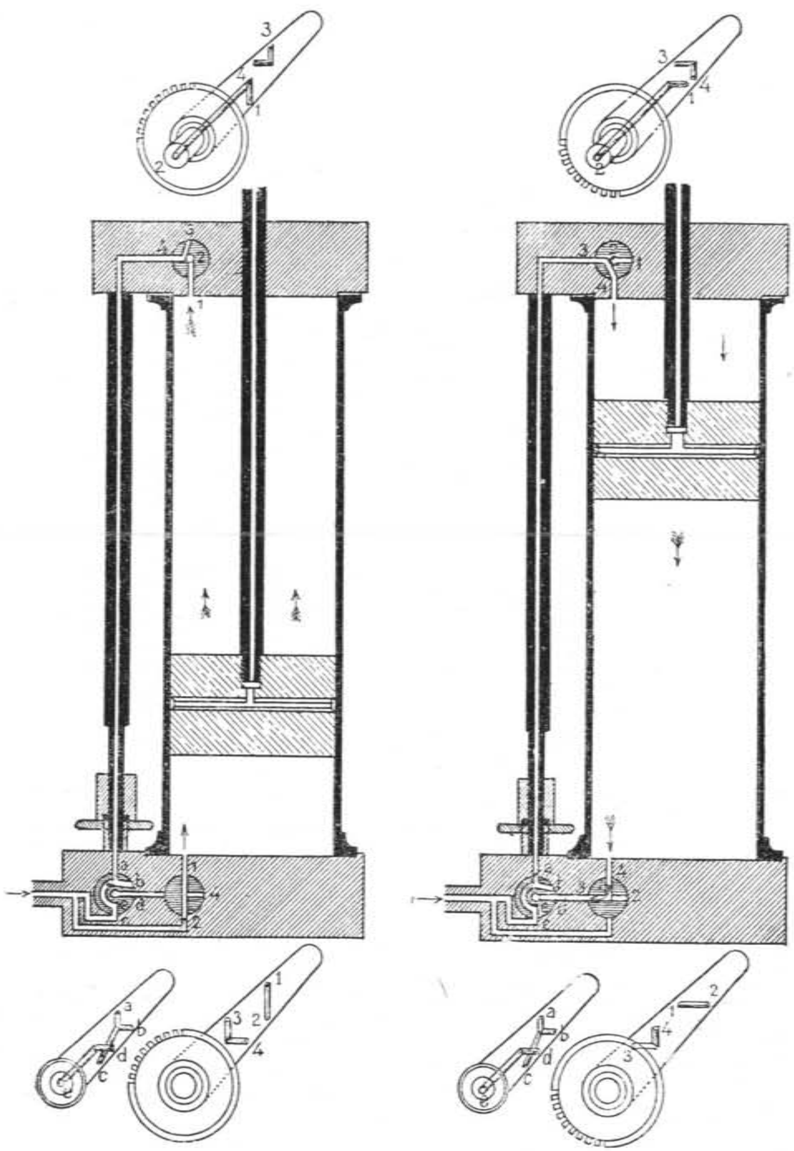
Vývěva uvádí se v činnost velkým setrvačným kolem. S tímto se otáčí zároveň malé ozubené kolo, jež zase uvádí v pohyb ozubené kolo střední. Na ose tohoto kola jsou upevněna dvě ramena, jedno v předu a druhé v zadu, ramena tato nesou dlouhé železné tyče, jež jdou nahoru k příčce, na níž uprostřed jest nasazena tyč od pístu. Tato příčka má vedení na dvou vertikalně stojících tyčích železných. Tímto zařízením převádí se tedy otáčivý pohyb onoho středního ozubeného kola v pohyb pístu nahoru a dolů. Při tomto pohybu přichází píst do dvou bodů obratu, t. j. do dvou nejzazších poloh, nahoře a dole, kde se pohyb obrací. Při obratu nastává zvláštním mechanismem otočení vzduchovodných kohoutů o 90°. Kohouty mají totiž na vnějším kraji oblouk ozubený, do něhož zasahá tyč svislá rovněž ozubená, která dole je spojena s jedním ramenem páky. Pohybem onoho středního kola dostává v bodech obratu páka ta popud nahoru neb dolů, tak že se ono otočení kohoutů provede.

Popisovati, jak tímto otočením se spojení vzduchovodů mění, bylo by zbytečným vzhledem ke zřetelným obrazcům 280. *a*) *b*) dle skutečnosti kresleným, jimiž se věc daleko lépe než popisem objasňuje. Kohouty jsou kresleny v pohledu celkovém, aby bylo viděti, jak jsou vrtány, a pak v průřezu. Obr. 280. *a*) znázorňuje situaci, jde-li píst nahoru, obr. 280. *b*) pak, jde-li píst dolů. Pohyb vzduchu zhuštěného jest označen šipkami opeřenými, pohyb vzduchu zředěného šipkami prostými.

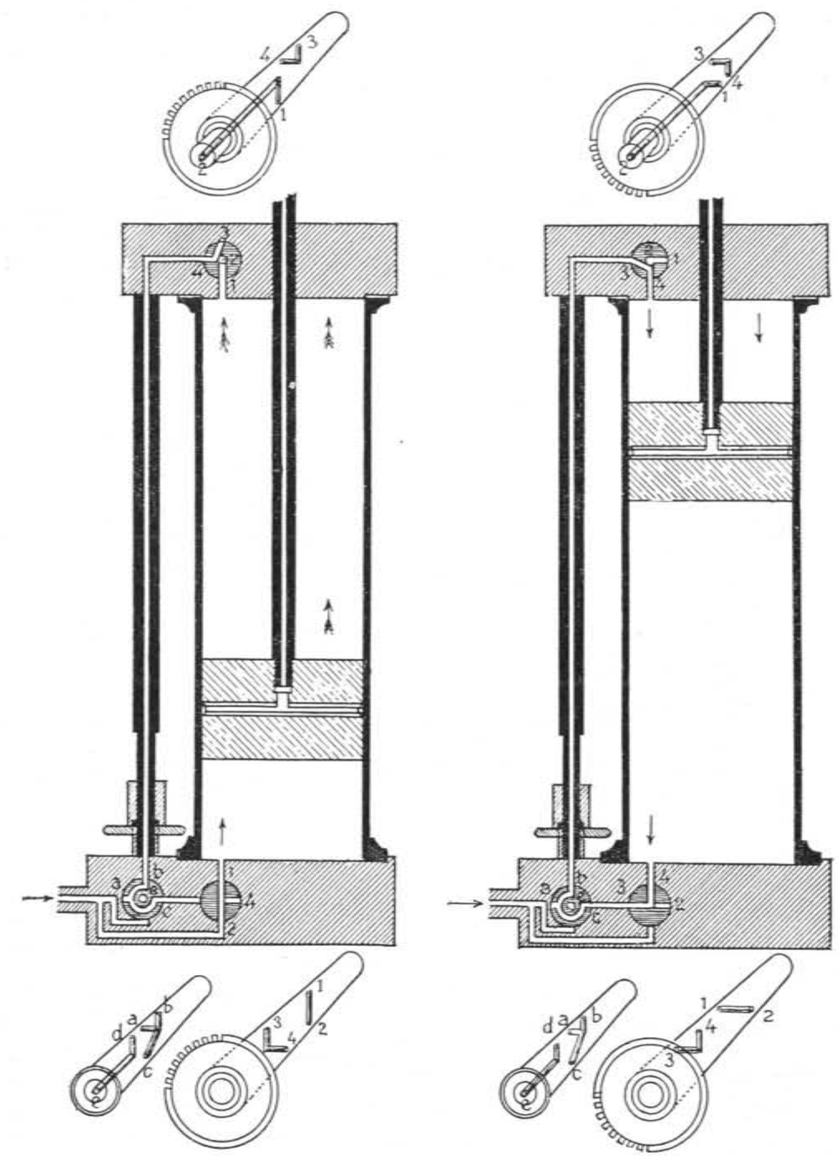
Tam, kde postranní trubice mosazná je zasazena do dolejšího massivního podstavce, jest umístěn ještě jeden kohout, Babinetův, který při práci v jisté poloze zůstává. Může však míti polohu dvojí. V té poloze, jak ji obrazce 280. předpokládají, pracuje vývěva dvojčinně. Když se však Babinetův kohout o 90° otočí, nastává situace, jak ji znázorňují obr. 281. *a*) *b*). Vývěva pracuje jednočinně, ale vyčerpává svůj škodlivý prostor. Jde-li píst nahoru (obr. 281. *a*), čerpá vývěva vzduch z recipientu; pak-li jde píst dolů (obr. 281. *b*), čerpá vývěva horem svůj škodlivý prostor dolejší, tak že při doražení pístu dolů jest v tomto prostoru vzduch již zředěný.



Obr. 279.



a) Obr. 280. b)

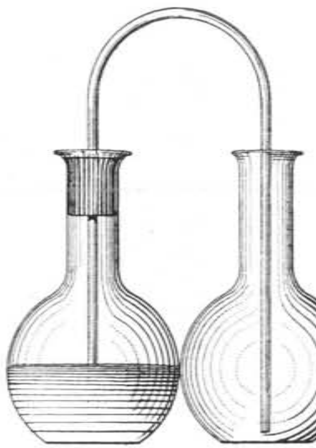


a) Obr. 281. b)

Vzduchovody, vedoucí k manometru, ke stolkům pro recipienty, ke kohoutům s násadci, jsou vedeny vesměs v kovu a vše jest montováno na velkém dřevěném stativu. Stolky na recipienty jsou dva; každý lze však odšroubovati a na jeho místo přišroubovati jiné přístroje k evakuaci určené, jako na př. Děvínské polokoule.

§ 365. **Pokusy vývěvou.**

Z velikého počtu pokusů, jež vývěvou lze konati, buďtež zde uvedeny některé zvlášť význačné. Jimi dokazuje se buď rozpínavost vzduchu, nebo jeho tlak, nebo jeho váha, po případě vůbec účinek zředěnosti vzduchu.



Obr. 282.

Obr. 283.

Rozpínavost vzduchu lze dokázati pokusy těmito:

1. Měchýř, částečně vzduchem naplněný a těsně uzavřený, nadýmá se pod recipientem rozpínavostí vzduchu vnitřního, když se vyčerpává vzduch vnější.

2. Dvě baňky, z nichž prvá jest prázdná, druhá asi do polovice rtutí naplněná, spojí se skleněnou, vhodně ohnutou, až na dno sahající trubičkou, která jde volně hrdlem baňky prvé ale neprodyšně hrdlem baňky druhé (obr. 282.). Vzduch, v této baňce uzavřený, rozpíná se pod recipientem vývěvy při čerpání vzduchu okolního a tlačí na rtuť, která pak přetéká do baňky prázdné. Když se zase vzduch do recipientu vpustí, přetéká větším tlakem tohoto vzduchu rtuť zpět do baňky, v níž byla původně.

3. Rozpínavostí vzduchu vytryskuje voda nebo rtuť z baňky Heronovy (obr. 283.). K pokusu hodí se vysoká válcovitá nádoba, jejíž hořejší kraj jest rovinně přibroušen. Baňka se do nádoby shora vloží, na to se na kraj nádoby napne kaučukový pásek, a na ten se položí

železná deska, kteráž má uprostřed železný násadec pro kaučukovou trubici na čerpání vzduchu. Jakmile se čerpati začne, přitlačí se tlakem vzduchu vnějšího deska neprodyšně na kaučukový pásek, při čemž vytryskování rtuti neb vody začíná a pokračuje při rychlém čerpání do výše značné.

4. Dá-li se pod recipient nádoba s vodou, vystupují z ní při evakuaci četné bublinky vzduchové. Postaví-li se pod recipient vysoká kádinka, do níž se naleje něco málo mydlinové kapaliny zpěněné, vystupují bublinky při evakuaci šiřice se zároveň, tak že vzniká pěna vysoko až přes kraj kádinky se rozestírající, která citlivě reaguje na malé změny tlakové zředěného vzduchu. Naleje-li se do kádinky něco piva, tvoří se rovněž pěna vystupujícími bublinkami kysličníku uhličitého. Také ze dřeva na vodě plovoucího vyčerpává se vzduch, voda vniká do mezer dříve vzduchem naplněných, a dřevo vodou prosáklé, jež dříve na vodě plavalo, po případě klesá dolů, když se zase vzduch do recipientu vpustí.

5. Rozpínavostí vzduchu, obsaženého v pouku vajíčka, může se vytlačiti téměř celý obsah vajíčka, když se toto proti pouku provrtá, a pak na vhodném stojánku se skleničkou dá pod recipient (obr. 275.). Naopak, když se zase vzduch vpustí, vtlačí se obsah ze skleničky až na malý zbytek zpět do vajíčka.

Tlak vzduchu jeví se již na recipientu, který se nedá od talíře odtrhnouti, jakmile se vývěvou jen málo začal vzduch vyčerpávati. Jinak jeví se tlak vzduchu účinky mohutnými, kdykoli se stává jednostranným.

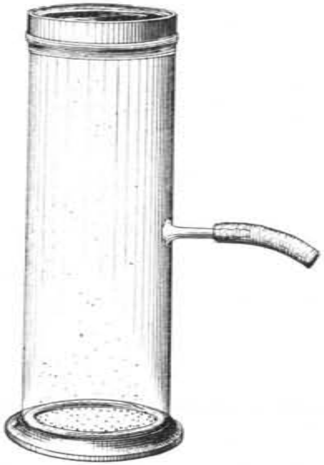
6. Tlakem vzduchu proráží se s třeskotem pergamentový, těsně (navlhčením) napjatý papír. Tvar skleněné nádobky, k pokusu tomuto se hodící, znázorňuje obr. 271. Podobně skleněná deska, kterou se přikryje neprodyšně mosazný válec, roztříští se tlakem vzduchu, když se z válce vzduch vyčerpá. Deska i válec přikryje se suknem, aby se kusy skla nerozlétly.

7. Zvláště pěkně ukazuje se tlak vzduchu rtuťovým deštěm. Úpravu pokusu nejvhodnější znázorňuje obr. 284. Vysoká skleněná nádoba, formy válcovité, nahoře otevřená, má asi uprostřed postranní skleněnou trubičku, na niž se nastrčí kaučuková trubice jdoucí k vývěvě. Nádoba přikryje se dřevem, jež jest pevně zapuštěno do železného kruhu, který dosedne na kaučukový pásek, napjatý na okraj nádoby. Na dřevo naleje se rtuti. Tlakem vzduchu, když se vývěvou začne čerpati, přitlačí se železný kruh neprodyšně na kaučuk, načež rtuť začíná pory dřeva se protlačovati, padajíc jako jemný déšť do nádoby. Tloušťka dřeva může při tom býti několik centimetrů. Někdy vzniká při pokusu tomto elektrisace třením rtuti a dřeva, zvláště, když se pokus jistým dřevem koná ponejprv; elektrisaci lze ukázati elektroskopem; po případě přeskakují i malé jiskřičky, když se ruka k železnému kruhu přiblíží.

8. Tlak vzduchu ukazuje se dále Děvínskými polokoulemi (obr. 279.). Největší originalní polokoule Guerickovy měly průměr 70 *cm*; tlak vzduchu při evakuaci rovnal se váze téměř 4 tun.

Váhu vzduchu lze ukázati dvojím způsobem.

9. Ballonek zatavený se vzduchem zavěsí se na vahadlo malých vážek a vyváží; když se vážky postaví pod prostranný recipient a když se vzduch vyčerpává, je viděti z porušení rovnováhy, jak se ballon stává těžším (dasymetr).



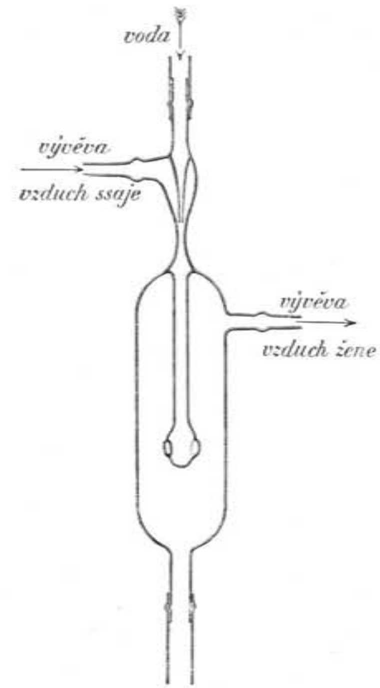
Obr. 284.

Obr. 285.

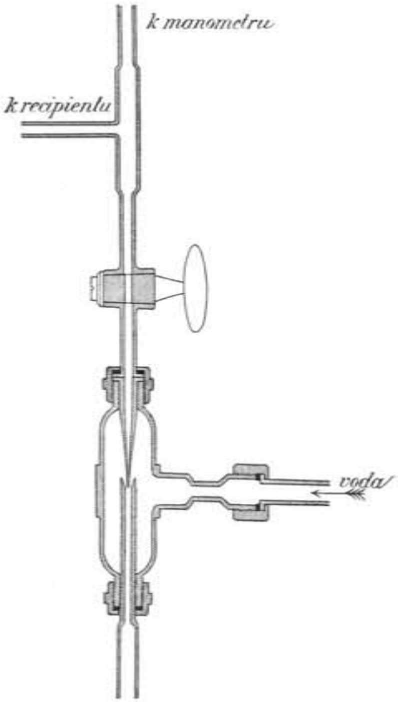
10. Obráceně experimentuje se tak, že se z podobného ballonu, který jest kohouty opatřen (obr. 285.), vyčerpá vzduch, načež se ballon zavěsí na váhy ve vzduchu a vyváží. Když se pak do ballonku vzduch vpustí, ukazuje se převaha. Jsou-li dva takové ballonky po ruce, lze oba vyčerpati, zavěsiti na váhy a vyvážiti; potom vpouští se vzduch střídavě do jednoho a do druhého. Četné pokusy jiné lze konati o účincích evakuace na hoření, dýchání, na vedení zvuku, na vypařování a var kapalin a pod. Sem náleží též účinky ssání vzduchu, jak se ho užívá u násosek, pipet, byret atd. V obr. 21. jsou dvě byrety, jež mají kohout nahoře. Nemá-li kapalina, do byrety vstupující, přijíti v kontakt ani s kaučukem ani s kohouty skleněnými, jež nutno vždy poněkud namáznouti, manipuluje se kohoutem nahoře; kapalina udržuje se v byretě tlakem vzduchu; musí však otvor byrety býti silně zúžený, aby i po uzavření kohoutu hořejšího se netvořily kapky. Vyčerpáním vzduchu z dlouhé trubice skleněné lze ukázati, že ve vakuu padají tělesa lehká i těžká (na př. olověná kulička a peří) s urychlením stejným. Pokus, který se obyčejně obracením trubice provádí, lze učiniti poněkud přesnějším, když se užije vybavení elektromagnetického při spuštění tělísek (Puluj). Zejména však lze pokusy velmi četné a rozmanité konati o účincích evakuace na výboje elektrické, o čemž se obšírně jedná ve zvláštním oddílu nauky o elektřině. Technicky užívá se vývěv u parních strojů na kondensaci, k přípravě umělého ledu, při pneumatické poště, při impraegnování dřeva a j.

§ 366. **Vývěvy vodní.**

Vývěvy vodní jsou velmi pohodlné, poněvadž nevyžadují spolučinnosti experimentatora. Jich základ jest hydrodynamický. Obrazce 286. a 287. dle skutečnosti rýsované znázorňují působnost vývěv vodních na dvou určitých příkladech. Vývěva obr. 286. jest celá skleněná. Voda proudíc z vodovodu vstupuje do prostoru, do něhož ústí trubička od recipientu; zde se proud vodní náhle zúžuje, ale hned za otvorem této



Obr. 286.



Obr. 287.

trubičky rozšiřuje. Vývěvou čerpá se velké množství vzduchu, čerpá se tedy rychle, ale dociluje se zředění jen mírného. Vývěva obr. 287. (Arzberger-Zulkowski) jest celá kovová. Také zde vstupuje voda, z vodovodu prudce proudíc, do komory, do níž sahá ssací trubička od recipientu; při jejím ústí do trubice odpadní nastává náhlé zúžení a pak zase rozšíření trubice vodovodní; tato jest na šroubu, čímž lze její postavení regulovati. Vývěvou se čerpá vzduch volně, ale dociluje se zředění značného. Tlak nasycených vodních par zbývá zde ovšem vždycky.

§ 367. Vývěvy rtuťové.

Vývěvami obyčejnými nelze docíliti vakua velmi značného, jednak proto, že zde je závadou škodlivý prostor, více ještě proto, že ventily, kohouty atd. nikdy naprosto neprodyšně neuzavírají. Jde-li tedy o docílení vakua co možná dokonalého, užívá se vývěv rtuťových, cele skleněných. V principu svém velmi jednoduché jsou moderní vývěvy rtuťové ve svém dokonalém provedení dosti komplikované. Tendence celé konstrukce nese se k tomu, vyhnouti se co možná všem kohoutům, kteréž ani ve skle naprosto neuzavírají, a užívati jenom závěrů rtuťových. Vývěvy tyto staly se v dobách našich přístroji veliké důležitosti k hotovení elektrických lampiček žárových, praeparatů Crookesových, Roentgenových, kde se jedná o studium výbojů elektrických v prostoru co možná evakuovaném. K účelům mechanickým se jich neužívá. Vzhledem k tomu pojednáme o vývěvách rtuťových zároveň s výkladem oněch úkazů elektrických. V provedení nejdokonalejším bývají vývěvy rtuťové kombinovány s vodními tak, že pracují samočinně; na místě experimentatora vykonává práci zřeďování vodní proud.

§ 368. Vývěvy zhušťovací.

Ve významu širším označujeme jakožto vývěvy též stroje, jichž účelem jest vzduch zhušťovati. Užívání téhož slova jest motivováno jednak tím, že základ vývěv zřeďovacích a zhušťovacích jest týž, jednak tím, že často téhož stroje můžeme užívati ke zřeďování i ke zhušťování.

Tak lze již vývěvy příruční, popsané v § 358., užívati ke zhušťování vzduchu. Třeba jen z manipulačního kohoutu, za pístem umístěného, vyndati ventil a pak obráceně kohout stavěti. Táhne-li se tedy píst vzhůru, postaví se kohout na příč, čímž se z okolí ssaje do válce vzduch; když se pak má píst tlačiti dolů, otočí se kohout o 90^0 podél, čímž se vzduch z válce tlačí do prostoru, v němž se má zhustiti. Připojení tohoto prostoru, na př. nějakého kovového ballonu, k vývěvě děje se cínovou trubicí, šroubem. Vývěva (obr. 269.) má v hořejší části manometr, na němž lze tlak v atmosferách (tak zvaných nových) odečísti.

Co o této vývěvě příruční řečeno, platí ve zvýšené míře o vývěvě Deleuilově. Též tato jest zároveň zřeďovací a zhušťovací. Užívá-li se jí jako zřeďovací, ssaje vzduch z recipientu a vytlačuje na venek. Má-li se jí užívati jako zhušťovací, ssaje vzduch přímo z okolí a vtlačuje do prostoru, kde se docíliti má zhuštění vzduchu. Proto jest (obr. 274.) od toho místa, kde by jinak se vzduch vyrážel ven, vedena cínová trubice nahoru k manometru, dle (nových) atmosfer graduovanému, na němž lze stoupání tlaku sledovati; odtud vede se dále cínová trubice, šrouby připojena, až k prostoru, v němž se vzduch má zhustiti. Vývěvou Deleuilovou lze docíliti zhuštění až 10 atmosfer.

Také vodní vývěva, v obr. 286. znázorněná, slouží zcela analogicky též ke zhušťování vzduchu. K cíli tomu sevře se odpadní kaučuková trubice tak, aby se odtok vody zmírnil; pak se vzduch, který vývěva přímo z okolí ssaje, hromadí v dolejší prostranné komoře, ze které se žene přitékající vodou ven. Lze tedy vývěvou touto docíliti stálého proudu vzduchového na př. ke dmuchání a pod.

§ 369. Postup zhušťování.

Podobnou úvahou, jako v § 359., seznáme postup zhušťování. Vzduch specifické hmoty S_0, obsažený ve válci objemu V, vtlačí se do recipientu objemu R, kdež specifická hmota postupně se zvětšuje. Platí tu rovnice:

$$\begin{aligned} VS_0 + RS_0 &= RS_1, \\ VS_0 + RS_1 &= RS_2, \\ VS_0 + RS_2 &= RS_3, \\ &\vdots \\ VS_0 + RS_{n-1} &= RS_n. \end{aligned}$$

Sečtouce rovnice tyto obdržíme jednoduše

$$nVS_0 + RS_0 = RS_n.$$

Zavedeme-li podobně jako v § 359. hustotu vzduchu δ dle vzorce

$$\frac{S}{S_0} = \delta,$$

obdržíme

$$\delta_n - 1 = n \cdot \frac{V}{R}.$$

Při zřeďování, nehledě ke škodlivému prostoru, měli jsme analogicky

$$\delta_n - 0 = \left(\frac{V}{R+V}\right)^n,$$

kdež k docílení formalní shody značí 0 hustotu vakua. Jest tudíž rozdíl $\delta_n - 1$ měrou zhušťování, jako rozdíl $\delta_n - 0$ měrou zřeďování. Poznáváme, že zřeďování pokračuje řadou *geometrickou*, tím účinněji, čím jest větší poměr $\frac{V}{R+V}$, naproti tomu že zhušťování postupuje řadou *arithmetickou*, tím účinněji, čím jest větší poměr $\frac{V}{R}$. Kdyby byl $V = R$, dosáhlo by se každou kompressí stoupání tlaku o jednu atmosferu.

Dle výkladu tohoto postupovalo by zhušťování stále a stále, do stupně libovolného. Ve skutečnosti tomu tak není. Jako zřeďování, tak má i zhušťování své meze následkem škodlivého prostoru. Když se píst dorazí až dolů, nevtlačí se vzduch z celého objemu V boty do recipientu; jistá část zůstává stlačena ve škodlivém prostoru v. Postup práce vyjádřují pak rovnice následující:

$$
\begin{aligned}
RS_0 &+ VS_0 = (R+v)\,S_1,\\
RS_1 &+ VS_0 = (R+v)\,S_2,\\
RS_2 &+ VS_0 = (R+v)\,S_3,\\
&\ \vdots\\
RS_{n-1} &+ VS_0 = (R+v)\,S_n.
\end{aligned}
$$

Dle toho rozhodují o postupu zhušťování koefficienty

$$\frac{R}{R+v} = a, \quad \frac{V}{R+v} = b.$$

Zavedeme-li ještě hustoty δ, obdržíme přehledné rovnice

$$
\begin{aligned}
a &+ b = \delta_1,\\
a\delta_1 &+ b = \delta_2,\\
a\delta_2 &+ b = \delta_3,\\
&\ \vdots\\
a\delta_{n-1} &+ b = \delta_n.
\end{aligned}
$$

Způsobem tímto docílili jsme úplného formalního souhlasu s výkladem o postupu zřeďování (§ 359.). Proto stejně, jako tam, obdržíme závěrečný výsledek

$$a^n + \frac{V}{v}(1 - a^n) = \delta_n.$$

Existuje tedy i zde jistá hodnota mezní

$$lim\,\delta = \frac{V}{v},$$

přes kterou zhuštění dále vésti nelze.

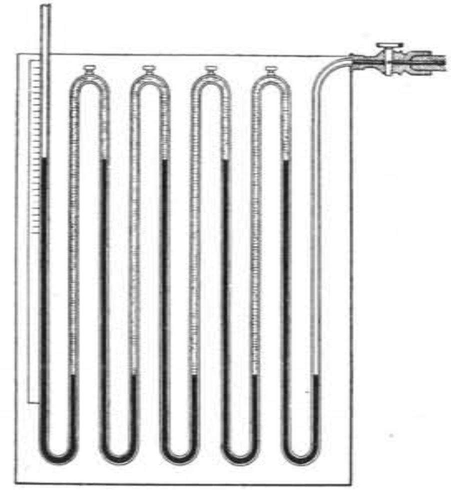
Hodnoty mezní, $\frac{v}{V}$ při zřeďování a $\frac{V}{v}$ při zhušťování, jsou reciproké. Formalní shoda postupu zřeďování a zhušťování byla zjednána zavedením koefficientů analogických

$$\frac{R}{R+V} = \alpha, \quad \frac{R}{R+v} = a.$$

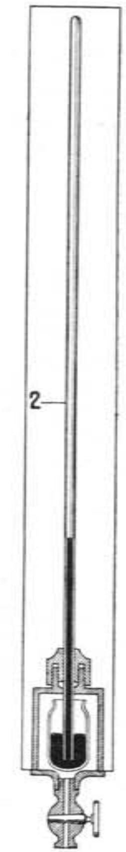
Oba koefficienty jsou menší než jednička, čím jsou menšími, tím rychleji, t. j. při menším n dosáhne se mezního zředění neb zhuštění. Rozhoduje tu, v jakém poměru jest objem recipientu k objemu jednak válce, jednak škodlivého prostoru. Při daném objemu recipientu postupuje zředění daleko rychleji než zhuštění, poněvadž celý objem válce jest daleko větší než objem škodlivého prostoru.

§ 370. Manometry při zhušťování.

Podobně jako při zřeďování vzduchu užívá se též při zhušťování tak zvaných manometrů*), aby bylo lze postup zhušťování sledovati. Jsou buď rtuťové anebo kovové.



Obr. 288.



Obr. 289.

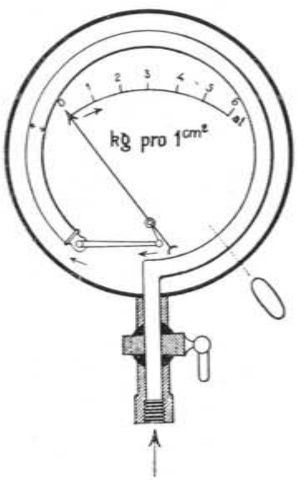
Nejjednodušší manometr rtuťový na zhušťování jest týž, jako na zřeďování, jak je v obr. 272. a) znázorněn. Při zřeďování stoupá rtuť v jednom, při zhušťování v druhém rameni. Pokaždé se udává difference tlaková proti tlaku atmosferickému. Kdyby se jednalo o difference velké, musil by býti manometr velmi dlouhým, podobně, jako u apparatu Mariottova (obr. 260.). V případě takovém jest výhodnější, několik malých manometrů spojiti za sebou. Spojení sprostředkuje se vodou. Tak jest zařízen manometr v obr. 288. znázorněný. Udává-li zde jednotlivý manometr rozdílem hladin rtuťových tlak h, jest tlak skutečný

*) Řecké μανός značí řídký, kdežto hustý znamená δασύς; měly by se tedy stroje tyto pro zhušťování zváti dasymetry; toto slovo jest však zadáno pro přístroj jiný. Užíváme tedy slova manometr ve významu všeobecném podobně jako slova vývěva.

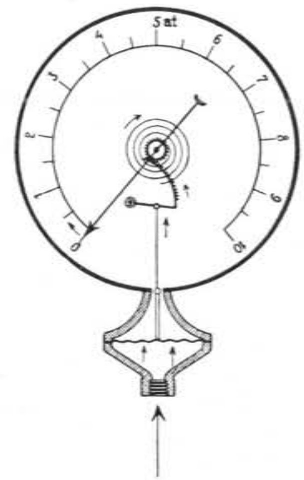
nh. Při počtu přesnějším dlužno odečísti zpáteční tlak sloupců vodních, jichž výška jest jednotlivě též h a jichž počet jest $n - 1$. Na rtuť redukován jest pak tlak skutečný

$$nh - (n - 1)\frac{h}{13 \cdot 6}.$$

Jiný způsob manometrů rtuťových zakládá se na zákonu Mariottově. Pozorujeme-li, že jistý objem vzduchu, stanovený při tlaku atmosfery, jest vyšším tlakem zmenšen na n-tou část, činí tlak ten n atmosfer. Na tom základě jest zařízen manometr v obr. 289. znázorněný. Při graduování nutno přihlížeti ke změnám výšky rtuťové v trubici i ve vnější nádobě. (Srovnej § 336.)



Obr. 290.



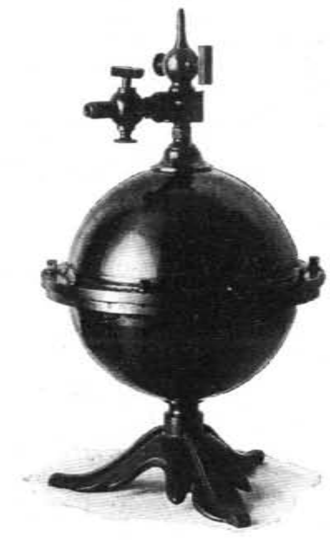
Obr. 291.

Z pravidla užívá se však zde manometrů kovových. Jsou dvojího typu, jako barometry kovové. Manometr dle principu Bourdonovy trubice reaguje větším neb menším zakřivením trubice do oblouku točené, do níž se žene vzduch zhuštěný. Manometr s vlnitým plechem udává prohnutí plechu tlakem, jež se přenáší na ručičku a zvětšuje, dle empirické graduace. Schematicky jsou oba manometry znázorněny v obr. 290. a 291. Graduace děje se empiricky závažím, jímž se vzduch v určité míře pístem stlačuje. Proto zde bývá často jednotkou atmosfera nová.

§ 371. Pokusy vývěvami zhušťovacími.

Účinek kompresse vzduchu lze nejpatrněji demonstrovati Heronovou bání v provedení, jak ji obr. 292. znázorňuje. Stroj jest pracován z mosazi, jsa složený ze dvou velikých polokoulí. Jeden z hořejších kohoutů přišroubuje se k cínové trubici, jež jde k vývěvě zhušťovací. Druhý uzavírá trubici, sahající až na dno báně, do kteréž se naleje voda. Když se vývěvou na př. Deleuilovou začíná pracovati, vystřikuje voda vždy víc a více. Na témže základě je sestrojena stříkačka vozní. Vzduch se zde v báni Heronově stlačuje vodou, která se do ní pumpuje, čímž se zároveň voda vytryskující nahrazuje.

Technicky užívá se vývěv zhušťovacích při komprimování plynů, zejména kyslíku, vodíku a kysličníku uhličitého; tyto stlačují se do železných recipientů na objem obyčejně 1000-kráte menší, než by měly při tlaku atmosferickém; v této úpravě užívá se pak plynů těch i v praxi. Právě tak užívá se vývěv zhušťovacích, jde-li o kondensaci plynů.



Obr. 292.

Zhuštěný vzduch může býti motorem (system V. Popp). Při stavbách tunelů (sv. Gotthardt, Mont-Cenis) užito s velkým prospěchem komprimovaného vzduchu, při čemž vzduch, jehož tlakem, podobně jako jinak parou, se vrtací přístroje udržovaly v činnosti, zároveň tunnel ventiloval. Vývěvy zhušťovací pak samé, postavené před tunnelem, uváděly se v činnost motory vodními neb parními. Vzduch byl stlačen na 5 atmosfer. U pneumatické pošty užívá se mnohdy, k docílení rozdílů tlakových, místo zřeďování vzduchu na straně jedné raději zhušťování na straně druhé. Komprimovaným vzduchem mohou býti řízeny veškeré hodiny pneumatické celého města zcela souhlasně z jediné centrály. Uveďme ještě důležitého užívání zhuštěného vzduchu při potápěcím zvonu, při skafandru, zejména pak při stavbách vodních, jako pilířů mostních a j. Poznáváme z přehledného výpočtu tohoto, že vývěvy zhušťovací mají větší význam technický, kdežto vývěvy zřeďovací mají větší důležitost vědeckou.

Pohyb plynů.

§ 372. Výtok plynu malým otvorem nádoby.

Východištěm úvah o pohybu plynů mohou býti rovnice, odvozené na základě všeobecně platného principu energie pro pohyb kapalin (§ 318.). Přestávajíce na případu, kdy průřez nádoby jest veliký proti průřezu otvoru, určujeme rychlost výtoku kapaliny vzorcem

$$v = \sqrt{\frac{2\,(p_0 - p)}{s}}.$$

Užijeme-li téhož vzorce pro výtok plynů, značí p_0 tlak, který působí na plyn v nádobě, p protitlak v okolí, do něhož plyn malým otvorem proudí, oba v jednotce $\frac{dyna}{cm^2}$. Souhlasně značí s specifickou hmotu plynu, při onom tlaku p_0 a při teplotě t, v jednotce $\frac{g}{cm^3}$. Je-li σ specifická hmota vzduchu při týchž poměrech, $\varDelta$ hutnost plynu (§ 66.), platí vztah

$$s = \varDelta \,.\, \sigma,$$

při čemž jest (§ 351.)

$$\sigma = 0\cdot001276 \,.\, 10^{-6} \,.\, \frac{p_0}{1 + \beta t}.$$

Dosadíce výrazy ty do hořejšího vzorce, obdržíme

$$v = \sqrt{2\,\frac{p_0 - p}{p_0} \,.\, \frac{10^6}{0\cdot001276} \,.\, \frac{1 + \beta t}{\varDelta}}$$

aneb, když číselné koefficienty sloučíme v součin a odmocníme,

$$v = 39590\sqrt{\frac{p_0 - p}{p_0} \,.\, \frac{1 + \beta t}{\varDelta}}.$$

Rychlost výtoku řídí se tudíž přetlakem nikoli absolutním $p_0 - p$, nýbrž relativním $\frac{p_0 - p}{p_0}$, jehož odmocnině jest úměrnou. Při stejném relativním přetlaku a při stejné teplotě jest rychlost výtoku obráceně úměrnou hutnosti plynu, tak že jest

$$v : v' = \sqrt{\varDelta'} : \sqrt{\varDelta}.$$

Číselná konstanta má význam jednoduchý; značí rychlost $\left(\frac{cm}{sec}\right)$, s jakou by vzduch ($\varDelta = 1$) teploty nullové ($t = 0$) proudil do vakua

($p = 0$). V jednotce přehlednější činí rychlost tato $396\,\frac{m}{sec}$. Jiný plyn teploty nullové proudí do vakua rychlostí v téže jednotce $396 : \sqrt{\varDelta}$, tedy na př. vodík $\left(\varDelta = \frac{1}{14\cdot4}\right)$ rychlostí $1500\,\frac{m}{sec}$. Pozoruhodno jest, že rychlost tato jest stejnou, ať jest plyn zhuštěný nebo zředěný; přetlak relativní jest při velkém i při malém tlaku p_0 vždy týž, totiž 100%, jakmile protitlak p mizí.

Vzhledem k tomu, že pro rychlost výtoku plynu rozhoduje jenom přetlak relativní, jest jednostejno, zda-li při měření tlaku užíváme jednotky dyny nebo i jiné, na př. megadyny, atmosfery, anebo zda-li tlaky měříme barometricky, výškami b_0 a b sloupců rtuťových. Jest tudíž i pro tento obvyklý způsob měření tlaku

$$v = 39590\sqrt{\frac{b_0 - b}{b_0}\,\frac{1 + \beta t}{\varDelta}}.$$

Proto také nerozhoduje tu urychlení tíže. Plyn neproudí vlastní vahou, jako kapalina, když vytéká otvorem nádoby, nýbrž tlakem zvláštním. Vhodným příkladem jest proudění plynu z gasometru na venek tlakem jistého sloupce vodního; při počítání rychlosti dlužno tento přetlak přepočísti na rtuť; když se pak připočítá k tlaku barometrickému b vnějšího vzduchu, obdrží se tlak b_0. Proto se někdy psává

$$\frac{b_0 - b}{b_0} = \frac{h}{b + h},$$

kdež značí h onen přetlak na rtuť přepočítaný.

Odvození hořejšího vzorce pro rychlost v bylo jednoduchým, ježto jsme pro σ použili výrazu na absolutní jednotku tlakovou vztahovaného (§ 351.). Jinak když se tlaky měří barometricky, dlužno psáti (§ 351.)

$$\sigma = \frac{0\cdot001293}{1 + \beta t} \,.\, \frac{b_0}{76}\,(1 - \varrho \cos 2\psi)\,(1 - \varepsilon h)$$

$$p_0 - p = (b_0 - b) \,.\, 13\cdot596 \,.\, 980\cdot6\,(1 - \varrho \cos 2\psi)\,(1 - \varepsilon h),$$

tudíž

$$2\,\frac{p_0 - p}{\sigma} = \frac{b_0 - b}{b_0} \,.\, \frac{2 \,.\, 13\cdot596 \,.\, 980\cdot6 \,.\, 76}{0\cdot001293}\,(1 + \beta t).$$

Číselná konstanta vychází pak souhlasně jako dříve

$$\sqrt{\frac{2 \,.\, 13\cdot596 \,.\, 980\cdot6 \,.\, 76}{0\cdot001293}} = 39590.$$

Do počtu tohoto vstupuje sice urychlení tíže, ale jen jakožto urychlení určité, jakéž jest v šířce 45° při hladině mořské; jinak faktory lokalní, urychlení určující, se dělením vyloučí.

Často se přizpůsobuje vzorec $v = \sqrt{2gh}$, platný při theoremu Torricelliho také na výtok plynů, v tom způsobu, že se tlaky p_0 a p vyjadřují vahou sloupce plynového konstantní specifické hmoty a příslušné výšky. Formulace taková má význam více mathematický než fysikalní, poněvadž podmínka, aby sloupec plynový jisté výšky měl veskrz konstantní specifickou hmotu, jest nesplnitelná. Při té formulaci, kde se tedy tlak vyjadřuje vahou, má pak ovšem intensita tíže podobný význam jako u kapalin.

Dlužno ještě všeobecně poznamenati, že poměry výtokové u plynů jsou vzhledem k rozpínavosti plynů přece jiné povahy než u kapalin. Při přetlaku větším plyn přecházeje do okolí tlaku menšího rozpíná se a tím se ochlazuje. Proto lze vzorců nahoře odvozených používati jen pro přetlaky malé, při nichž změny teploty nejsou značné.

Z rychlosti výtoku v a průřezu otvoru q počítá se objem V plynu za dobu Θ otvorem prošlého dle vzorce

$$V = qv\Theta.$$

O významu vzorce tohoto platí analogicky vše, co uvedeno bylo u kapalin. Oproti množství theoretickému jest množství faktické vždy menší. Redukční koefficient výtokový μ závisí na tvaru, jaký má otvor anebo nátrubka, ale též na tlaku, kterým se výtok způsobuje. Pro kruhové otvory v tenké stěně udává se (Weisbach)

$$\mu = 0{\cdot}64 \text{ až } 0{\cdot}73.$$

Krátkými nátrubkami, cylindrickými a zejména konickými, lze koefficient μ zvýšiti až téměř na jedničku.

§ 373. Methoda Bunsenova, kterak lze stanoviti hutnost plynů.

Pro stejné objemy dvou plynů týmž otvorem proudících platí vztah

$$\mu v q \Theta = \mu v' q \Theta'$$

čili

$$\Theta : \Theta' = v' : v,$$

tudíž při stejných poměrech tlakových a tepelných

$$\Theta^2 : \Theta'^2 = \Delta : \Delta'.$$

Na tomto základě lze srovnávati hutnosti dvou plynů. K účelu tomu sestrojil (1857) Bunsen apparat v obr. 293. znázorněný. Hlavní jeho částí jest skleněný válec, zoužený v trubičku, v níž jest skleněný kohout; nad tímto lze do trubičky vkládati zabroušenou dutou zátku, do níž jest zataven platinový plíšek s velmi jemným otvorem, jímž má plyn prouditi. Plyn, suchý, filtrovaný vatou, aby byl úplně prost prachu, vede se nad rtutí do válce dolem anebo, když se ona zátka sejme, horem. Aby se zjednal přetlak, ponoří se válec do rtuti, vždy stejně hluboko. Poněvadž pak stav plynu skrze rtuť pozorovati nelze, vkládá se nade rtuť do válce plovač, tvaru v obrazci znázorněného, na němž jsou čtyři značky α, β, α', β'. Když jest tedy válec plynem naplněn, ponoří se na vhodném stojanu do rtuti tak hluboko, aby onen plovač přišel pod vnější hladinu rtuti. Pak se kohout otočí, plyn počíná prouditi otvorem ven, plovač ponenáhlu stoupá. Pozorovatel, maje chronometr při ruce, počítá sekundy a určí na desetinu sekundy okamžik, kdy jednou značka β, po druhé značka β' se právě nad rtuť vynoří. Ještě lépe jest pozorovati dalekohledem pevně postaveným a tak zařízeným, aby nitka horizontální nitkového kříže dalekohledu přišla něco málo nad povrch rtuti. Pozoruje se pak okamžik, kdy jednou značka β, po druhé značka β' právě prochází onou horizontální nitkou. Značky α a α' mají pozorovatele upozorniti, že již brzy značky β a β' přijdou do visury, aby tedy napjal pozornost na přesné stanovení časové, na němž celý zdar pokusu závisí. Za příklad budiž (dle Bunsena) uvedeno pozorování toto:

pro vzduch

$$\Theta' = 117{\cdot}6 \; sec,$$

pro třaskavý plyn

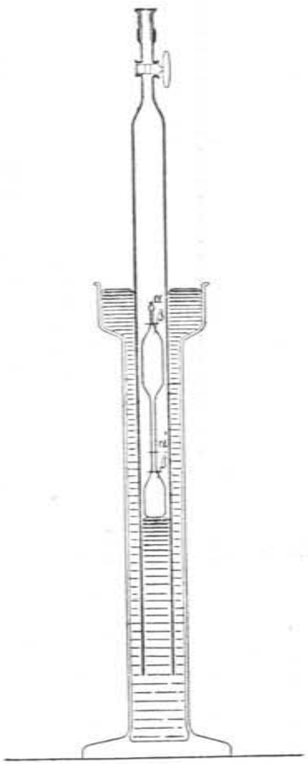
$$\Theta = 75{\cdot}6 \; sec.$$

Z toho:

$$\frac{\Delta}{\Delta'} = \frac{75{\cdot}6^2}{117{\cdot}6^2}$$

$$\Delta' = 1 \qquad \Delta = 0{\cdot}413$$

Methoda jest výhodná, zejména je-li k disposici jen malý objem plynu.



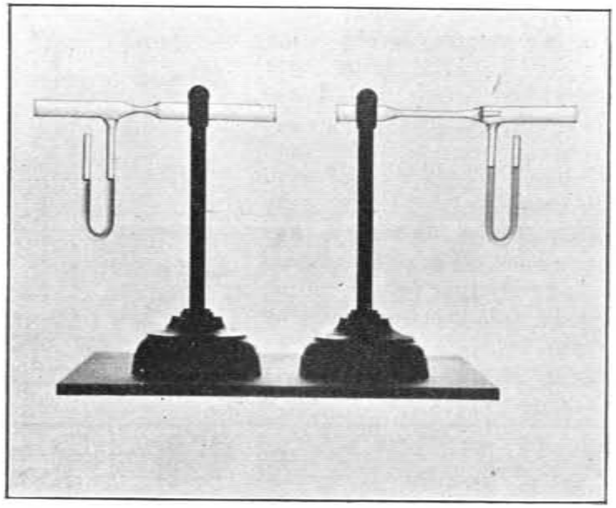
Obr. 293.

§ 374. Další analogie proudění plynů a kapalin.

Proudí-li plyn potrubím, vzniká třením odpor, kterým se rychlost výtoku zmenšuje značnou měrou. Odpor tento souvisí s rozměry trubice, se specifickou hmotou plynu a rychlostí proudění; béře se jako ztráta přetlaku do počtu na základě podobných empirických vzorců, jako u kapalin.

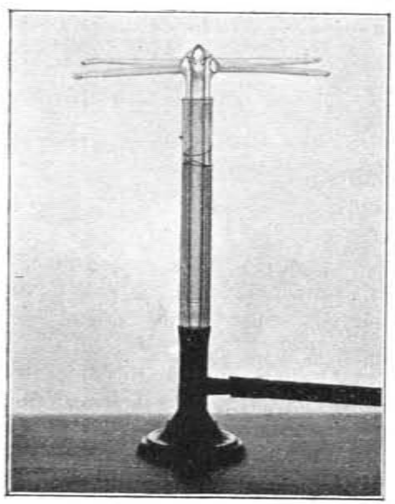
Úkazy ssání při proudění plynu lze demonstrovati (objektivně, v projekci) přístroji v obr. 294. znázorněnými. Manometrickou kapalinou jest voda, na př. indigokarminem slabě zabarvená. Připojí-li se ke trubičce apparatu jednoho neb druhého dmuchadlo kaučukové, reaguje voda na proud vzduchu i velmi slabý; při silnějším vystoupí do trubice a proudem vzduchu se rozpráší. Na tom základě spočívají známé přístroje rozprašovací, inhalační a j.

Sem náleží též úkaz, který ponejprv pozorovali Clement a Desormes. Měli ve válcovité nádobě stlačený vzduch, který mohli otvorem na dně nádoby pustiti ven; když k otvoru přiblížili desku dřevěnou neb kovovou, vhodného průměru, tu v jisté odlehlosti od otvoru se proudem



Obr. 294.

vzduchovým neodpuzovala, nýbrž se jím jako by chytla, zadržela, při čemž se dostala do pohybu oscillačního, jsouc brzy přitlačována, brzy odpuzována. Proudem vzduchu mezi dnem nádoby a deskou nastávalo periodicky zředění vzduchu, kdy pak vzduch vnější měl převahu, a opět zhuštění vzduchu, kdy převahu měl vzduch z nádoby se ženoucí; i bylo nesnadno, desku od otvoru náhle oddáliti. Pokus se dá napodobiti přístrojem jednodušším. Mosazná trubice ústí u prostřed mosazné desky, u níž v malé odlehlosti jest zavěšena neb na tenkých tyčinkách volně nastrčena deska z lepenky. Když se do trubice foukne, neoddálí se deska lepenková, nýbrž naopak přitlačí se k desce mosazné (aerodynamické paradoxon). Trvá-li proud vzduchový déle, lze docíliti též oscillačního pohybu.



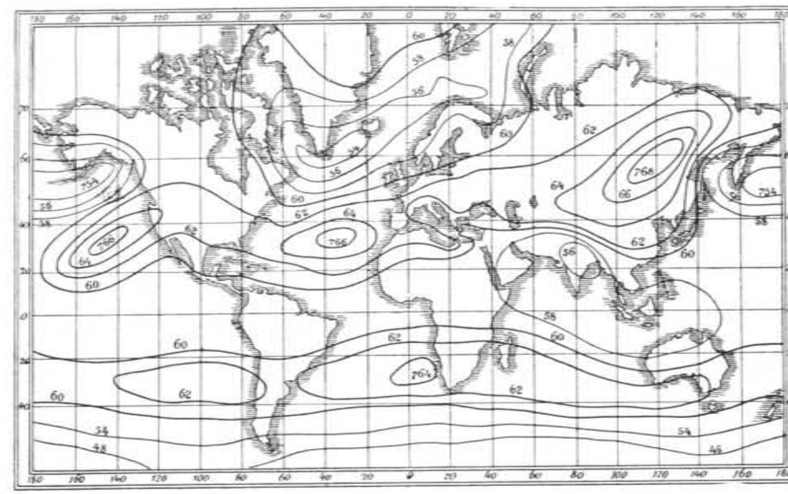
Obr. 295.

Reakci proudících plynů ukazuje velmi pěkně apparat dle analogie Segnerova kola ustrojený, v úpravě v obr. 295. znázorněné. Svítiplyn

do apparatu z plynovodu puštěný proudí otvory, kdež se dá zapáliti, při čemž celý přístroj se dostane v pohyb otáčivý. Na témže základě spočívají rakety, zejména otáčivé (ohnivé slunce), přístroj aeolipil zvaný, kde se otáčení způsobuje vodní parou a pod.

§ 375. Proudy vzduchové v atmosfeře.

Tlak barometrický byl již v prvních dobách, kdy se meteorologické stanice zařizovaly, předmětem pilného pozorování jakožto meteorologický element nejdůležitější. Roční průměr tlakový jevil se pro jisté místo *) téměř konstantním i zdálo se, že konstanta tato jest v souvislosti jenom s výškou stanice nad hladinou mořskou, tak že by dle toho po redukci



Obr. 296.

na hladinu moře průměrný roční tlak barometrický pro celou zemi byl konstantním. K rozhodnutí otázky této zpracoval meteorolog *Al. Buchan* výsledky pozorování na 335 meteorologických stanicích. Výsledek práce uveřejnil v pojednání „The mean pressure of the atmosphere . . .“ Edinburgh, Roy. Soc. Trans. 25. 1869. Ukázalo se, že mínění o konstantnosti průměrného ročního tlaku při hladině mořské, kteréž dotud bylo rozšířeno, není správné. Rozdíly, jež se ukázaly, byly soustavné a větší, než že by se nahodilostí daly vysvětliti. Al. Buchan užil k důkazu toho zvláštní methody grafické. Spojil veškerá místa stejného tlaku čarami, jež nazval *isobary*. Tyto sestrojil dle aequidistantních rozdílů tlakových, od millimetru k millimetru postupujících. Obrazec 296.

*) Pro Prahu srovnej § 344.

ukazuje takové isobary roční, pro celou zeměkouli (krajiny polarní vyjímajíc), jež jsou rýsované k lepší přehlednosti po rozdílech dvoumillimetrových. Poznáváme tedy, že jsou na povrchu země místa, kde po celý rok průměrně převládá buď vysoký neb nízký tlak. Isobary naznačují dle průběhu svého ihned, kde jest maximum a kde minimum průměrného ročního tlaku. Pro klima Europy jest zvláště důležité minimum a maximum v oceanu Atlantickém, toto na jihu blíže ostrovů Azorských, ono na severu u Labradoru. Analogické minimum a maximum jest též v oceanu Tichém u Severní Ameriky. Význačné jest též maximum ve východní Sibiři.

Od té doby, kdy do služeb meteorologie vstoupil telegraf a kdy v jednotlivých státech kulturních zavedeny stanice ústřední, jež o stavu povětrnosti dostávají zprávy telegrafické pravidelné z četných stanic jiných, stalo se grafické znázorňování základem methody nové, synchronické, kteráž se pro studium úkazů meteorologických tak měnlivých osvědčuje co nejlépe. Stanice centralní vydávají denní synoptické mapy*), znázorňující, dle úmluv mezinárodních, stav atmosfery pro určitou hodinu; na mapách těchto vynikají isobary jakožto čáry důležitosti základní. Rýsují se po redukci jednotlivých dat pozorovacích na hladinu moře, z pravidla od tlaku 760 *mm* vycházejíc, od pěti k pěti millimetrům výše i níže. Jich průběh bývá často nepravidelný, někdy však ukazuje se pravidelnost překvapující. Jest to tehdáž, když vystupuje určitě nad jistým oborem země, na který se synoptické mapy vztahují, barometrické minimum nebo maximum. Isobary jsou v případech takových čáry uzavřené, naznačující, jak se všech stran směrem k minimu tlaku ubývá, jako by se šlo do hlubiny, anebo zase tlaku přibývá, jako by se postupovalo do výšiny. Při tom jsou isobary buď hustě k sobě přidruženy nebo od sebe vzdáleny, čímž se naznačuje, kde je změna tlaková náhlejší a kde nenáhlá.

Aby se rozdíly tyto určily quantitativně, zavádí se pojem *gradientu*. Definuje se (podobně jako se stanoví *spád* jakékoli veličiny fysikalní) jakožto rozdíl barometrického tlaku na odlehlost jednoho stupně rovníkového**) (15 geograf. mil čili 111 *km*) kolmo k isobarám. Gradienty značné mívají barometrická minima, 5, 10, ba až 15 *mm*, naproti tomu mírné barometrická maxima; nejsou tu vzácné případy, že rozdíly tlakové nad celou střední Europou nedosahují 5 *mm*.

Rozdíly tlakovými řídí se pohyb vzduchu, směr i síla větru. Obsahují tudíž synoptické mapy vedle isobar též údaje anemometrické. Směr větru na určité stanici naznačuje se šipkou s větrem letící. Jedná se tedy ještě o to, jak sílu větru označiti. Empiricky děje se tak zvláštní stupnicí, jdoucí od 0 do 12 (Beaufort) anebo, jak se nyní dle soustavy

*) U nás vydává mapy synoptické centralní ústav Vídeňský; jimi se znázorňuje stav povětrnosti, jaký jest o 7. hodině ranní každého dne nad střední Evropou.

**) Volba této odlehlosti jest odůvodněna tím, že na mapách napřed tištěných, do nichž se isobary vkreslují, geografická šířka na meridianech pokračuje též po stupních. Odlehlost stupňová jest tedy na mapě přímo dána.

dekadické zavádí, od 0 do 10*). Extremní čísla značí bezvětří a orkan. Jinak se stanovení síly větru dle stupnice té děje odhadem. Stupeň 2. znamená vítr slabý, rychlosti asi $6 \frac{m}{sec}$, stupeň 4. vítr ostrý, rychlosti $12 \frac{m}{sec}$, stupeň 6. vítr prudký, rychlosti $19 \frac{m}{sec}$, stupeň 8. vichřici rychlosti $27 \frac{m}{sec}$. Orkan, jenž by stupněm 10. byl označen, a jejž v našich krajinách neznáme, mívá rychlosti 40, v jednotlivých nárazech větru až $50 \frac{m}{sec}$. Rychlosti ve stupnici pokračují tedy urychleně, z počátku mírně, potom prudčeji. Gradient 1 *mm* způsobuje vítr mírný, 5 *mm* již vichřici, 10 až 15 *mm* orkan. K označení síly větru na mapách synoptických kreslí se tedy ony šipky jakožto opeřené čárkami, jichž počet souhlasí s onou stupnicí. Poněvadž by však plný počet čárek byl nepřehledným, kreslí se čárky delší, z nichž každá platí za dvě, a k nim po případě ještě jedna čárka kratší. Značí tedy na př. šipka opeřená třemi čárkami dlouhými a jednou krátkou vichřici síly 7.

Když se však na mapách synoptických srovnává směr větru se směrem gradientu a isobar, ukazuje se, že proudění není k isobarám kolmo, jak by se očekávalo, nýbrž šikmo, v jistém úhlu, který se sklonem nazývá. V krajinách našich bývá sklon ten asi 40°, tak že proudění vzduchu více se blíží směru isobar než směru gradientu. Příčinou toho jest otáčení se země kolem osy, od západu k východu a setrvačnost. Vzduch, proudící na př. při jižním větru na sever, podržuje svou větší rychlost a předbíhá tudíž na východ; podobně v případech jiných. Lokalně může se vítr měniti horstvem a údolím; proto se směr i síla větru jeví nejpravidelněji na moři.

Poněvadž tedy vzduch neproudí kolmo k isobarám, nýbrž v jistém sklonu, vzniká v okolí barometrického minima kolem jeho středu pohyb vzduchu vířivý, cyklonalní, u nás na polokouli severní opačně jako ručička hodin. Přichází tudíž na východní stranu minima vzduch hlavně aequatorealní, vlhký a teplý, tudíž lehčí, na stranu západní vzduch hlavně polarní, studený a suchý, tudíž těžší, proto zde tlak stoupá, onde klesá, cyklona postupuje směrem hlavně východním. V cykloně samé jest pohyb vzduchu vzestupný. Dle toho jest v okolí cyklony ráz počasí dosti určitým. Proto záleží možnost, počasí na jistou dobu předvídati, vědecky v tom, aby se mohlo udati, jakým směrem přibližně cyklona bude postupovati a jak se při tom sama bude měniti. Jest tudíž studium drah, jimiž barom. minima v našich krajinách postupují, na jaře i v létě, na podzim i v zimě, jedním z hlavních úkolů meteorologie. Poměry obrácené vládnou v oboru barometrického maxima. Již pohyb vzduchu jest povšechně obrácený, anticyklonalní, sestupný; jsou-li minima mnohdy hluboká, jsou maxima plochá; tam větry živé, bouřlivé, zde větry slabé,

*) Na hvězdárně Pražské užívá se stupnice 0 . . . 10, rovněž tak na synoptických mapách Vídeňských.

směru málo určitého; tam neklid, změna, zde klid a stálost; proto způsobují maxima počasí trvalé, v létě teplé, v zimě chladné *).

Vzduch proudící má energii pohybu, kterouž pro hmotu jednotky objemové určuje výraz $\frac{1}{2}\sigma v^2$. Proudí-li proti dané ploše, působí tlakem, který jest v prvé approximaci úměrný jednak velikosti plochy, jednak oné energii pohybu. Faktor úměrnosti určuje se empiricky a jest poněkud závislý na rychlosti samé. Udávají se (d'Aubuisson) tyto k sobě náležející hodnoty rychlosti $\left(\frac{m}{sec}\right)$ a tlaku p na plochu čtverečného metru, při čemž jest jednotkou tlaku váha kilogrammu, tedy — až na 2 procenta — megadyna.

$$v = 1 \quad 6 \quad 12 \quad 20 \quad 36 \quad \left(\frac{m}{sec}\right)$$

$$p = 0{\cdot}13 \quad 4{\cdot}87 \quad 19{\cdot}5 \quad 54{\cdot}2 \quad 177{\cdot}0 \quad \left(\frac{\text{váha } kg}{m^2}\right).$$

Energie větrného proudu upotřebuje se při mlýnech větrných a při větrných kolech, jichž pohybem rotačním se pumpuje voda do reservoiru, obyčejně k zavlažování zahrad. Významu technického tato energie nemá, poněvadž jest velice nestálá.

*) Podrobnosti obsahuje Všeob. Zeměpis (oddíl C) Dra. F. Studničky, v přehledné stručnosti též článek Dra Augustina, Cyklony a anticyklony, Živa 1899. O drahách cyklonalních a anticyklonalních ve spojení se stavem povětrnosti v našich krajinách podává pravidelné zprávy Živa.

XX.

Úkazy působením sil molekulových vznikající.

§ 376. Síly molekulové.

Úkazy gravitační vysvětlujeme po stránce qualitativní i quantitativní na základě Newtonovy formulace gravitační síly. Do jisté míry analogicky vedeme sobě při vysvětlování četných a důležitých úkazů, jež povšechně jakožto úkazy *soudržnosti* (kohaese) a *přilnavosti* (adhaese) označujeme. Přijímajíce theorii atomovou, dle níž nejmenšími částečkami hmoty, ve smyslu fysikalním, jsou molekuly, hledíme úkazy ty učiniti sobě pochopitelnějšími podobnou formulací v malém, jaká se tak dobře osvědčila ve velkém. Pozorujíce, že nejmenší částečky hmoty reagují proti odtržení, nebo zase, že k sobě lnou, představujeme sobě, že molekuly se přitahují podobně jako hmoty celkové. Analogie vede pak k tomu předpokládati, že jako u sil gravitačních tak i u sil molekulových rozhoduje o velikosti přítažlivé síly vzájemná odlehlost; kdežto však při gravitaci síly přítažlivé ubývá s druhou mocností vzdálenosti, soudíme, že při silách molekulových rozhodují mocnosti vyšší, poněvadž sil molekulových s odlehlostí ubývá rapidně.

Obor působnosti molekulové jest vymezen poloměrem ϱ koule, který činí jen několik millimikronů; jakmile odlehlost se stává větší, přestává přítažlivost molekularní se jeviti. Ale nejen proti oddálení reagují nejmenší částečky hmoty, nýbrž též proti přiblížení. Vyjadřujíce tuto zkušenost, zavádíme vedle přítažlivých sil molekulových ještě síly odpudivé; a poněvadž nelze si mysliti, že by tytéž molekuly hmotné až do jistých odlehlostí se přitahovaly a v jiných odlehlostech odpuzovaly, přičítáme síly odpudivé působení molekul aetherových. O aetheru, jakožto postulatu optiky, nutno předpokládati, že proniká veškerá tělesa. Myslíme sobě tudíž molekuly hmotné v jistých od sebe vzdálenostech, jež jsou značné proti velikosti molekul, a tyto intermolekularní odlehlosti představujeme sobě vyplněné daleko jemnějšími molekulami aetherovými, jimiž reakce proti přiblížení molekul hmotných vzniká. Daný stav hmoty jest pak rovnovážným mezi silami přítažlivými a odpudivými *).

Způsob, jakým síly molekulové se jeví, souvisí se skupenstvím. Tím jest odůvodněno, postup výkladu uspořádati dle skupenství.

*) Obšírněji jsou hypothetické tyto myšlenky rozvinuty v Theoretické fysice díl III., Seydler-Koláček 1895. část A, Hmota a její stavy.

Tělesa tuhá.

§ 377. Úkazy pružnosti.

Tělesa tuhá mají určitý tvar i objem. Silami vnějšími lze působiti na změnu tvaru neb objemu. Ukazuje se však, že účinek takových sil rušivých jest *pomíjející*, pokud jich velikost zůstává v jistých mezích. Rovnováha, působením molekulových sil přitažlivých i odpudivých vznikající, jeví se v mezích těchto býti *stabilní*. Pravíme, že tělesa tuhá jsou *pružná*, *elastická*, vlastnost pak samou zoveme *pružnost*, *elasticitu* *).

Ony meze, které rušivé síly překročiti nesmějí, aby rovnováha zůstávala stabilní, zoveme *meze pružnosti*. Tyto jsou u různých těles buď širší neb užší. Jest obyčejem, tělesa zváti dokonaleji pružnými, když meze tyto jsou širší, jako na př. u kaučuku, guttaperchy, a pod.; jsou-li meze úzké, jako na př. u hlíny, zoveme tělesa méně pružnými, po případě nepružnými. V abstrakci zavádíme často pojmy těles dokonale pružných a úplně nepružných, určujíce tím extremy, mezi nimiž se nalézají tělesa skutečná **).

§ 378. Pružnost v tahu neb tlaku.

Budiž dána tyč (drát) materialu homogenního délky l a průřezu q v celé délce stejného. Když se tyč ve směru na př. svislém na jednom konci upevní a na druhém napne silou P rovněž svisle působící, na př. závažím, nastane prodloužení délkové o část Δl. Na základě pozorování odvozujeme rovnici

$$P = E \,.\, q \,.\, \frac{\Delta l}{l}.$$

Závisí tudíž síla P jisté prodloužení působící jednak na rozměrech tyče, jednak na povaze materialu, který jest charakterisován konstantou úměrnosti E; tato se zove *modul pružnosti v tahu*. Přehlednější formu rovnice obdržíme, kladouce

$$\frac{P}{q} = p, \qquad \frac{\Delta l}{l} = \lambda.$$

*) Z řeckého ἐλαύνω, poháním, vzhledem k tomu, že tělesa zpružená mohou jiná v pohyb uváděti.

**) O theorii pružnosti máme v literatuře české souborný spis, jakožto část III. dílu Theoretické fysiky, Seydler-Koláček, 1895.

Zde značí p napjetí tyče, totiž sílu na jednotku průřezu vztahovanou, a λ prodloužení relativní, totiž prodloužení na jednotku délky vztahované. Tím vyjde vztah

$$p = E \,.\, \lambda, \qquad \lambda = \frac{p}{E}.$$

Napjetí p a relativní prodloužení λ jsou tedy veličiny úměrné; konstanta úměrnosti, modul E, veličina s napjetím p stejnorodá, umožňuje z relativního prodloužení λ počítati (násobením) napjetí anebo naopak z napjetí (dělením) relativní prodloužení.

S prodloužením (dilatací) rozměru délkového nastává však současně zkrácení (kontrakce) rozměrů příčných, průřez určujících. Je-li na př. průřez tyče kruhový, umenší se poloměr r o část Δr; i jest

$$\frac{\Delta r}{r} = \mu \,.\, \frac{\Delta l}{l},$$

t. j. relativní kontrakce jest úměrná relativní dilataci. Konstanta úměrnosti μ zove se koefficientem Poissonovým.

Změní-li P znamení, t. j. nastoupí-li tlak na místě tahu, ukazuje zkušenost, že rovnice trvají v platnosti, jenom že současně změní Δl i Δr znamení. Modul E jest tedy též *modulem pružnosti v tlaku.*

Linearní relace mezi prodloužením λ a silou P prodloužení působící jest jen approximací. V grafickém znázornění se ukazuje, že průběh prodloužení λ při stoupajícím zatížení P jest dán křivkou k ose úseček P konvexní. Proto jest nutno vyjádřiti tuto křivku přibráním členu quadratického, po případě též kubického. Modul elasticity nahoře definovaný příslušel by dle toho začáteční větvi oné křivky.

Úměrnost mezi λ a p vyjádřil *Robert Hooke* (1635—1703) proslulou formulí: ut tensio (= extensio), sic vis (1678).

§ 379. Změny objemové.

Význam modulu E a zejména koefficientu μ vynikne lépe, když vezmeme v úvahu změny objemové, vznikající napjetím neb tlakem. Volme případ typický. Budiž dán pravoúhlý rovnoběžnostěn o rozměrech a, b, c (obr. 297.). Jeho objem jest pak určen součinem

$$V = abc$$

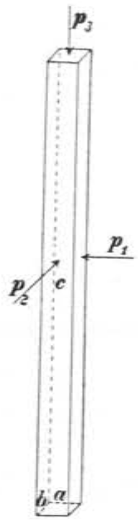
a objem změněný

$$V + \Delta V = (a + \Delta a)(b + \Delta b)(c + \Delta c).$$

Počítáme-li z obou těchto rovnic relativní změnu objemovou

$\frac{\Delta V}{V}$, obdržíme výraz, v němž přicházejí relativní změny délkové jednak samotné, jednak v součinech po dvou, a pak v součinu po třech. Jsou-li však tyto relativní změny délkové velmi malé, lze součiny ty zanedbávati jakožto čísla malá druhého řádu. Pak vychází jednoduše

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta c}{c}.$$



Obr. 297.

Relativní změna objemu jest tudíž rovna součtu relativních změn těch tří rozměrů, jimiž jest objem určen.

Změny rozměrů buďtež způsobeny silami p_1, p_2, p_3 na jednotku průřezu vztahovanými, jež působí tahem (po případě tlakem) ve směru hran a, b, c. Material rovnoběžnostěnu budiž homogenní. Pak nastane vždy podél síly dilatace, na příč kontrakce. Vznikají tedy následující relativní změny rozměrové

ve směrech	a	b	c
napjetím p_1	$\frac{p_1}{E}$,	$-\mu\frac{p_1}{E}$,	$-\mu\frac{p_1}{E}$,
napjetím p_2	$-\mu\frac{p_2}{E}$,	$\frac{p_2}{E}$,	$-\mu\frac{p_2}{E}$,
napjetím p_3	$-\mu\frac{p_3}{E}$,	$-\mu\frac{p_3}{E}$,	$\frac{p_3}{E}$.

Na základě superposice účinků obdržíme, algebraicky sečítajíce

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{p_1}{E} - \mu\frac{p_2}{E} - \mu\frac{p_3}{E},$$
$$\frac{\Delta b}{b} = -\mu\frac{p_1}{E} + \frac{p_2}{E} - \mu\frac{p_3}{E},$$
$$\frac{\Delta c}{c} = -\mu\frac{p_1}{E} - \mu\frac{p_2}{E} + \frac{p_3}{E}.$$

Odtud opět sečtením jednoduše

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{p_1 + p_2 + p_3}{E}(1 - 2\mu).$$

Každou silou p vzniká tudíž relativní změna objemová

$$\frac{p}{E}(1 - 2\mu);$$

jednotlivé změny se pak v úhrnném účinku sečítají. Jsou-li ve

zvláštním případu síly p_1, p_2, p_3 stejné, obdržíme

$$\frac{\Delta V}{V} = 3\,\frac{p}{E}(1 - 2\mu).$$

Nejsou-li stejné, možno použiti téhož vzorce a pokládati p za hodnotu průměrnou

$$p = \tfrac{1}{3}(p_1 + p_2 + p_3)$$

všech napjetí jednotlivých.

Dle analogie modulu E linearního zavádí se *modul objemový* C obdobnou rovnicí

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{p}{C}.$$

Jest pak

$$C = \frac{1}{3}\,\frac{E}{1 - 2\mu}.$$

Kdyby místo napjetí nastoupil tlak, dostanou veškeré relativní změny rozměrové opačné znamení; jinak zůstávají však odvozené vzorce v platnosti.

Z výrazu všeobecného pro $\frac{\Delta V}{V}$ plyne, že by bylo $\Delta V = 0$, když by $\mu = \frac{1}{2}$. Pro případ $\mu > \frac{1}{2}$ by se napínáním tělesa objem zmenšoval, tlačením zvětšoval.

Vyloučíme-li tyto případy zvláštní, pak musí μ býti v mezích $0 \ldots \frac{1}{2}$, t. j.

$$0 < \mu < 0{\cdot}5.$$

Hodnota průměrná

$$\mu = \frac{0 + 0{\cdot}5}{2} = 0{\cdot}25$$

plyne dle molekularní theorie pružnosti z hypothesy, že molekuly působí na všechny strany stejně, jako homogenní koule (Poisson 1829). Pozorování dávají obyčejně $\mu > 0{\cdot}25$; z čehož by plynulo, že účinky molekul mají povahu polarnosti.

Přijmeme-li hodnotu průměrnou $\mu = \frac{1}{4}$, jest $C = \frac{2}{3}E$.

§ 380. **Pružnost v ohnutí.**

Vedle úkolů, prodloužení neb stlačení se týkajících, jest zejména technicky velmi důležitým úkol, týkající se prohnutí útvarů podélných, tyčí, trámů a pod., jichž rozměry příčné proti rozměru délkovému jsou malé. Útvary takové bývají na jednom neb i na dvou koncích z pravidla v poloze horizontalní upevněny. Zatížením se tyč ohne; v části konkavní se vlákna tyče zkrátí, naopak v části konvexní se prodlouží; zde jest napjetí, onde tlak. Mezi vlákny napjatými a stlačenými jest jako by na přechodu vlákno nebo vrstva vláken, kde není ani napjetí ani stlačení. Zde vzniká tudíž *pásmo neutralní*. Od tohoto pásma vycházejíc roste s odlehlostí v jednom směru napjetí, v druhém stlačení vláken, až k hodnotě největší na povrchu tyče. Theorie pružnosti vede k větám následujícím. Prohnutí, způsobené silou P, jest úměrno této síle přímo, modulu E obráceně; jest úměrno třetí mocnosti délky tyče, a souvisí určitým způsobem s rozměry průřez určujícími. Dle způsobu upevnění tyče řídí se jistý číselný koefficient k, prohnutí spolu určující. Jest totiž

$$k = 4, \ \tfrac{1}{4}, \ \tfrac{1}{16}$$

dle toho, zda-li jest tyč upevněna na svém jednom konci, anebo, zda-li jest tyč podepřena na obou koncích, anebo, zda-li jest tyč upevněna na obou koncích. Síla P působí v prvém případě na volném konci tyče, v druhém a třetím u prostřed. Prohnutí za jinak stejných okolností jsou zde v poměru 64 : 4 : 1.

Specialně jest prohnutí s určeno vzorci následujícími:

Je-li dána tyč rovnoběžnostěnná rozměrů a délky, b šířky, c výšky,

$$s = k \cdot \frac{a^3}{bc^3} \frac{P}{E}.$$

Je-li průřez tyče čtvercový, $c = b$,

$$s = k \frac{a^3}{b^4} \frac{P}{E}.$$

Je-li průřez tyče kruhový, poloměru r,

$$s = k \cdot \frac{a^3}{3\pi r^4} \frac{P}{E}.$$

Je-li tyč dutá poloměru vnějšího r, vnitřního r',

$$s = k \frac{a^3}{3\pi (r^4 - r'^4)} \frac{P}{E}.$$

Ze vzorců uvedených vytkněme zejména výsledek tento. Kdyby průřez kruhový tyče byl týž jako čtvercový, t. j. kdyby $\pi r^2 = b^2$, bylo by prohnutí tyče kruhové poněkud větší než oné čtvercové, totiž dle poměru $\pi : 3 = 1{\cdot}047$, tedy o $4{\cdot}7\%$. Tyče průřezu pravoúhlého a kruhového, při stejném průřezu $bc = \pi r^2$, prohýbají se stejně, je-li $b : c = \pi : 3$.

Vzorce uvedené předpokládají, jednak že rozměry průřezové jsou proti délce a malé, jednak též, že prohnutí s samo jest malé. Měří se

buď přímo kathetometrem, anebo nepřímo methodou Gaussovou, dalekohledem se stupnicí a zrcádkem, na základě odklonění konečných rovin tyče. Účinek vlastní váhy, kterou se tyč prohýbá, dlužno zvlášť vzíti v počet.

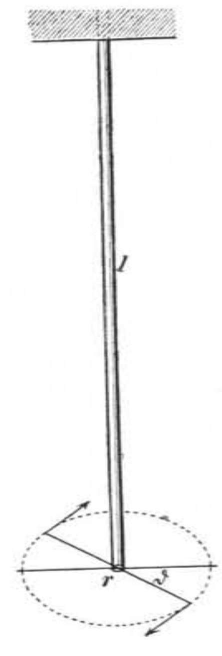
§ 381. Pružnost v kroucení.

Mějmež válec (tyč, drát) délky l, průřezu kruhového o poloměru r, a budiž válec ten jedním koncem pevně sevřen, na druhém pak konci budiž stáčen momentem H. Při stáčení reaguje válec, jsa pružným, momentem opačným, tak že v jistém úhlovém odklonu ϑ jest rovnováha (obr. 298.). Pro případ tento platí relace

$$H = \frac{E}{2(1+\mu)} \cdot \frac{\pi}{2} r^4 \frac{\vartheta}{l}.$$

Moment H roste tudíž úměrně se čtvrtou mocninou poloměru průřezového, a jest dále úměrný výrazu $\frac{\vartheta}{l}$, udávajícímu skroucení válce na jednotce délkové. Závislost tuto nalezl experimentalně již *Coulomb*, jenž se, vzhledem ke svým vážkám točivým, torsí drátů podrobněji zanášel.

Pozoruhodno jest, jak při zvětšeném průřezu stoupá reakce válce proti prodloužení a proti skroucení. Zvětší-li se poloměr r průřezový n-krát, stoupá síla P totéž prodloužení $\frac{\Delta a}{a}$ způsobující n^2-kráte, naproti tomu moment H totéž kroucení $\frac{\vartheta}{l}$ způsobující n^4-kráte. Výsledek tento má platnost všeobecnou, pro průřez jakýkoli, když se linearní jeho rozměry n-kráte zvětší.



Obr. 298.

Konstanta

$$F = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

zavádí se jakožto *modul torse*. Zvláště dlužno vytknouti výsledek pozorování, který již Coulomb zjistil, že modul F není závislým na zatížení tyče neb drátu.

Když se má modul torse určiti, zatíží se drát hmotou M a pozorují se kyvy, které tato hmota vykonává, když se otočením drát skroutí. Doba kyvu jest určena rovnicí

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{D}}.$$

Zde jest K moment setrvačnosti hmoty M, drát napínající, D pak direkční moment torse, určený výrazem

$$D = \frac{H}{\vartheta} = F \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{r^4}{l}.$$

Aby bylo lze moment K počítati, dlužno při zatěžující hmotě M voliti material homogenní a tvar pravidelný, na př. koule, ještě lépe válec, jehož pravidelný tvar na soustruhu lze dobře zaručiti.

§ 382. Číselné hodnoty.

Oba moduly pružnosti, E a F, jsou stejnorodé, znamenajíce sílu vztahovanou na jednotku průřezu. Číselná jich hodnota závisí tudíž na tom, jakou jednotkou měříme sílu a jakou průřez.

Co se především průřezu týče, měří se jednotkou buď cm^2 nebo mm^2. Ona větší jednotka cm^2 bývá obvyklou, když jde o účely technické, kdež bývají průřezy větší; menší pak jednotka mm^2 jest užívanější, když jde o účely fysikalní, hlavně při studiu pružnosti drátů, tyčí tenkých a pod. Zde podržíme jednotku cm^2 vzhledem k tomu, že tím vztah k jednotkám absolutním se zjednodušuje.

Co se dále síly týče, jest veliký číselný material, dosavadními pokusy zjednaný, založen na starší jednotce, kterou byla váha kilogrammu. Tato jednotka jest zde jako by přirozenější, poněvadž se manipuluje vždy závažími. Se stanoviska absolutní osnovy měr bylo by nutno za jednotku síly bráti megadynu. Avšak vzhledem k tomu, že jest megadyna jen o 2 procenta větší než váha kilogrammu a vzhledem k tomu, že čísla, o něž zde jde, pokud platí pro jakýsi material *povšechně*, jsou jen orientačními, nemajíce spolehlivost jednoho procenta, jest patrno, že zde přepočítávání dat starších na jednotku absolutní by bylo úplně zbytečné. V následující tabulce, obsahující některé příklady, jsou tudíž podrženy jednotky $\frac{\text{váha kilogrammu}}{cm^2}$.

Při měření modulu E záleží hlavně na tom, aby se přesně určilo prodloužení Δl. Pozorování děje se zde kathetometrem, kterýž má dva dalekohledy pozorovací opatřené okularem mikrometrickým. Určí se pak pošinutí dvou značek, na drátu učiněných, jež nastane, když se drát na dolejším konci zatíží. Odlehlost značek dává délku l.

Při stanovení modulu F na základě doby kyvu torsí způsobeného dlužno pamatovati, že se z doby kyvu obdrží síla direkční D v jednotce dyna . cm, tudíž F v jednotce $\frac{\text{dyna}}{cm^2}$.

Zavedením jednotky megadyna zmenší se číslo 10^6-krát. Konečně

dlužno číslo ještě o 2 procenta zvětšiti, aby se modul F vyjádřil v téže jednotce jako modul E, totiž $\frac{\text{váha kilogrammu}}{cm^2}$.

Poměrem obou modulů jest pak určen koefficient μ dle rovnice

$$\frac{1}{2}\frac{E}{F} = 1 + \mu.$$

Za příklad buďtež uvedena následující čísla z doby novější*), vztahující se k materialu, při němž na chemickou čistotu byl zvláštní zřetel obrácen.

	E	F	μ
Ocel	2040000	807000	0·26
Nikl	2030000	782000	0·30
Železo	1280000	521000	0·23
Měď	1085000	478000	0·13
Bronz	1060000	406000	0·30
Zinek	1030000	388000	0·33
Mosaz	922000	370000	0·25
Stříbro	779000	296000	0·31
Zlato	758000	285000	0·33
Kadmium	707000	245000	0·44
Aluminium	657000	258000	0·27
Cín	541000	173000	0·56
Magnesium	426000	171000	0·25
Vismut	319000	124000	0·29

Z těchto příkladů poznáváme, že koefficient μ sice v případech četných zůstává blízkým hodnotě $\frac{1}{4}$, ale přece v mnohých se od ní uchyluje. Dlužno tudíž za to míti, že koefficient ten pro každou látku jest jiným, pro ni charakteristickým. Malé hodnoty ukazuje měď (0·13), velké zinek, zlato (0·33) zvláště pak kadmium (0·44) a hodnotu docela abnormalní cín (0·56). Okolnost tuto vysvětluje pozorovatel tak, že cín, material velmi měkký, zpracováním přestává býti isotropním. Podobné velké hodnoty nalezeny pro kaučuk, totiž 0·45 až 0·50.

Modul E i F mění se poněkud teplotou; z pravidla klesá, u kaučuku však stoupá, každým 1° o $^1/_2$% (Graetz 1886). Proměnlivost se vyjadřuje empirickými formulemi.

*) Číselná data jsou vyňata z pojednání W. Voigt, Wied. Ann. 48, 1893 p. 674; a přepočítána z jednotky $\frac{\text{váha grammu}}{mm^2}$ na jednotku $\frac{\text{váha kilogrammu}}{cm^2}$. Jinak jest číselný material uspořádán dle klesajících hodnot E.

Užívání pružnosti jest velmi rozsáhlé. Nehledíc k účelům praktickým, kde se užívá pružnosti k neprodyšnému uzavírání, k seslabení nárazů a j., vytkněme účely vědecké, kde slouží pružnost účelům motorickým, jako u chronometrů, účelům měřicím, jako u vah (Jollyho), zejména vážek točivých (Coulombových, Cavendishových), u dynamometrů a pod.

§ 383. Dopružování.

Elastické deformace nastávají v hlavní své části zároveň s působením deformujících sil, v části však zbývající ještě dodatečně průběhem delší doby. Tento dodatek činí u kovů a skla 5%, u látek organických, jako kaučuku, kokonu, 30%, v nízkých teplotách až i přes 50% (F. Kohlrausch). Ale také naopak, když síly deformující působiti přestanou, nevrací se těleso pružné do původního stavu ihned, nýbrž teprve během delší doby. Toto dodatečné působení pružných sil zoveme *dopružováním*.

V dobách novějších se mnoho studovaly zjevy torse na vertikalně zavěšených a zatížených drátech, ježto úzce souvisí s dopružováním a vnitřním třením. Již Gauss a Weber dokázali, že amplitudy kyvů takto zavěšených těles tvoří řadu geometrickou, čili že logarithmický dekrement jest veličinou stálou.

G. Wiedemann (1858 až 1879) experimentalně potvrdil, že logarithmický dekrement za obyčejných poměrů temperaturních málo závisí na zatížení drátu, ale při temperaturách vyšších s tímto rychle roste. Streintz (1874) ukázal, že při častém používání téhož drátu (kokonu atd.) se logarithmický dekrement silně zmenšuje, t. j. amplitud ubývá pomaleji; zjev tento nazval Streintz akkomodací.

Nezávislost logarithmického dekrementu na amplitudě platí však jen v jistých mezích, za nimiž se log. dekrement s rostoucí amplitudou zmenšuje (Schmidt 1877); při velmi malých amplitudách se opět zvětšuje (Braun a Kurz 1881).

Tomlinson (1887) ukázal, že zahřátím drátu log. dekrement velmi silně klesá, což ukazuje na zmenšení vnitřního tření.

O dopružování našel F. Kohlrausch (1866 a 1875) zákon následující: Rychlost, kterou se následkem dopružování těleso do stavu původního v jistém okamžiku vrací, je úměrna vzdálenosti, jak v tom okamžiku od původní polohy jest, a obráceně úměrna nějaké mocnině času, čítaného od počátku působení sil deformujících s exponentem < 1.

Vysvětlení o dopružování podáno bylo mnoho, ale žádné zplna uspokojující. Spočívají většinou na theorii, jež jest obdobná s kinetickou theorií plynů. Vzhledem k tepelným poměrům roste dopružování kovů a ebonitu téměř úměrně s temperaturou od 20° čítanou (Kohlrausch), a jen u kaučuku, který i tu úplně odchylně se chová, roste silně s klesající temperaturou.

Dle pokusů Weidmannových (1887) má dopružování i význam v thermometrii. Čisté sklo draselnaté (Jenské sklo) má dopružování nejmenší. Podobně neukazují vlákna křemenová žádného dopružování, což má pro jich užívání k účelům měřicím (na př. § 203.) velkou důležitost.

§ 384. Úkazy soudržnosti.

Deformující síly způsobují změny, jež jsou pomíjející, pokud napjetí nedosáhne meze pružnosti. Stanoviti tuto mez znamená tudíž určiti až jak daleko napjetí smí postoupiti, abychom nevykročili z *oboru pružnosti*. Toto napjetí mezní zove se *koefficientem pružnosti* *). Když se překročí, nastávají úkazy, jež zařaďujeme do oboru nového, *oboru soudržnosti*. Změny způsobené jsou trvalé; přece však souvislost částic tělesa daného zůstává. Když však napjetí stoupá ještě dále, dojdeme opět jisté meze, kde přestává i obor soudržnosti, t. j. kdy souvislost částic přestává; označujeme toto mezní napjetí jakožto *koefficient pevnosti*.

Uvedené koefficienty vyjadřují se číselně v téže jednotce jako moduly elastičnosti; proto se mnohdy místo koefficientu pevnosti užívá název modulu pevnosti.

Do oboru, kterýž jest omezen jednak koefficientem pružnosti jakožto dolní, jednak koefficientem pevnosti, jakožto horní mezi, náležejí veškeré otázky, technicky zvláště důležité, týkající se pevnosti materialu. Studium otázek těch béře se cestou empirickou; výsledek studia jest veliký číselný material, kterýž dovoluje orientaci v případech pro praxis důležitých **). Povšechně platných výsledků jest zde málo.

Rozsáhlý úkol roztřiďuje se v úkoly zvláštní dle povahy působících sil. Rozeznává se pevnost v tahu (proti roztržení) zvaná absolutní, a pevnost v tlaku (proti rozdrcení); dále pevnost v ohnutí (proti přelomení), zvaná relativní; pevnost v kroucení (proti překroucení) a j.

Pevnost v tahu čili *absolutní* stanoví se koefficientem (modulem), udávajícím napjetí tyče, drátu a pod. na jednotku průřezu vztahované, při kterém nastane přetržení. Jednotkou průřezu jest pro účely technické cm^2, pro fysikalní mm^2. Jako již nahoře tak volíme i zde raději cm^2 vzhledem k jednoduššímu vztahu k jednotkám absolutním. Jednotkou

*) Názvosloví o pružnosti není jednotné. Koefficientem pružnosti nazývají mnozí pozorovatelé, zejména fysikové, převratnou hodnotu modulu elastičnosti, což jest odůvodněno analogickými pojmy koefficientu (součinitele) roztažlivosti, rozpínavosti a pod.; v skutku mají tyto stejný význam jako reciproké hodnoty modulu elastičnosti linearní i objemové. Na druhé straně název koefficientu pevnosti jest mnoho užíván, vedle toho ovšem též název modulu pevnosti. Zde přijata terminologie, jak se jí užívá v kruzích technických. Viz na př. přednášky prof. J. Šolína: Nauka o pružnosti a pevnosti, 1897.

**) V přehledném sestavení obsahuje velmi četná data číselná Technický průvodce, Červený-Řehořovský, oddíl V, z něhož zde některé příklady jsou vzaty.

síly jest váha kilogrammu; zmenšením čísel o 2 % lze ji převésti na megadynu. V příkladech zde volených uvádíme zároveň koefficient i pružnosti i pevnosti v tahu, aby tím vymezení oboru bylo vyznačeno.

Material	Koefficient $\frac{\text{váha } kg}{cm^2}$ pružnosti v tahu	Koefficient $\frac{\text{váha } kg}{cm^2}$ pevnosti v tahu
litina	700	1300
kujné železo, svářkové, drát	2200	6000
„ „ plávkové, pruty	2200	4200
ocel kelímková, pruty	4200	8000
ocel kelímková, drát	—	12000
měď kutá, drát	1200	4200
mosaz, drát tvrdý	1300	5000
zinek litý	230	530
olovo lité	100	130
olovo, drát	50	220
stříbro, drát	1100	3000
platina	2700	3400

O pevnosti v tahu rozhoduje velice způsob zpracování, zejména kovů, tedy válcování, vykování; u železa má veliký význam struktura. Rozdíl jest také v tom, zda-li síla material napínající působí náhle, krátce, anebo trvale, po delší dobu; všeobecně reaguje material větší měrou proti krátce trvajícím silám než proti jejich působení trvalému. Značným zahřátím se pevnost v tahu zmenšuje.

Zajímavo jest vedle čísel v příkladech uvedených položiti čísla, vztahující se na některá vlákna organická. Udávají se koefficienty následující v téže jednotce $\frac{\text{váha } kg}{cm^2}$:

žíně	0·26	*mm* průměru	960
vlas	0·10	„ „	1160
nit vlněná	0·5	„ „	1400
vlákno pavučinové	0·0025	„ „	1880
nit konopná	0·26	„ „	2590
vlákno kokonové	0·0013	„ „	2750

Dle toho nese na př. vlákno kokonové skoro tolik jako by nesl drátek stříbrný při stejném průměru. U dřev záleží na tom, zda-li daná tyč dřevěná je v hlavním svém rozměru řezána ve směru stromu podélném nebo radialním nebo tangentialním.

Pevnost v tlaku proti rozdrcení jest předmětem technicky důležitým vzhledem k materialiím, jichž se užívá ke stavbám. Za příklad

uvádíme tyto koefficienty v jednotce $\frac{\text{váha } kg}{cm^2}$, podotýkajíce, že dle původu materialií jsou ovšem velmi různé.

Žula	1000 . . . 2000	vápenec	900 . . . 1400
pískovec	300 . . . 1200	cihly	100 . . . 200
litina	6000 . . . 10000.		

Dlužno poznamenati, že pevnost proti rozdrcení ve vlastním smyslu nastává u sloupů neb tyčí krátkých; jsou-li dlouhé, vznikne stoupajícím tlakem postranní prohnutí, po případě přelomení. Celkově jsou koefficienty pevnosti v tlaku větší než v tahu, dřevo vyjímajíc.

Pevnost proti zlomení, často zvaná *relativní*, určuje se podobně koefficientem, jehož hodnota jest mezi koefficientem pevnosti v tahu a tlaku, což jest pochopitelno, poněvadž se při ohnutí vlákna na straně konvexní napínají, na straně konkavní stlačují. Síla, na zlomení pracující, působí tu momentem. Pevnost tyčí, trámů a pod. jest nejmenší na místech, kde jsou upevněny; tam zlomení nejspíše nastane. Přihlížíme-li ke tvaru průřezu, jest výhodno, aby rozměr toho směru, ve kterém působí síla, byl větším; v příslušných vzorcích přichází rozměr tento v mocnosti druhé, kdežto rozměr k němu kolmý přichází v mocnosti prvé. Z pravidla jest u trámů, travers a pod. poloha horizontalní, tlak vertikalní; záleží tudíž na rozměru vertikalním. Výhodné jsou tudíž jisté formy průřezu ($\perp$ a $\top$). Při stejné hmotě mají duté útvary větší pevnost relativní.

Užijeme-li analogických označení, jako v § 380., obdržíme tyto z theorie pružnosti plynoucí vzorce, udávající sílu, kterou při stejném působení se útvar přelomí.

Pro průřez pravoúhlý

$$P = k \, . \, R \, . \, \frac{bc^2}{a}.$$

Pro průřez čtvercový

$$P = k \, . \, R \, \frac{b^3}{a}.$$

Pro průřez kruhový

$$P = k \, . \, R \, \frac{\pi}{4} \, \frac{r^3}{a}.$$

Při tom jest

$$k = 1, 4, 8$$

dle toho, je-li tyč na jednom jen konci upevněna, nebo na obou podepřena nebo na obou upevněna. Koefficient R, charakterisující pevnost relativní, jest mezi hodnotou koefficientu pevnosti v tahu a v tlaku.

Pevnost proti překroucení jest u drátů poloměru r určena vzorcem

$$H = T \, . \, \frac{\pi}{2} \, r^3.$$

Zde značí T koefficient (modul) pevnosti v kroucení, v téže jednotce jako koefficienty (moduly) ostatní. H jest moment, při němž překroucení (na povrchu) nastane.

Pro litinu jest na př.

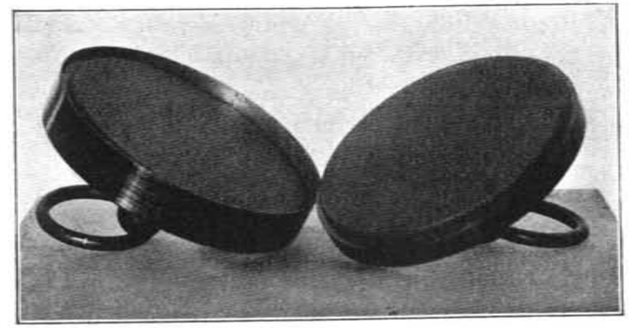
$$T = 17{\cdot}3 \text{ až } 25{\cdot}7.$$

Pevnost látky oproti vnikání tělesa jiného stanoví její *tvrdost*. Mineralogové posuzují tvrdost dle rýpání, užívajíce při tom empirické stupnice, kterou sestavil *Mohs* (1822) a která obsahuje tyto mineraly: 1. mastek, 2. kamenná sůl, 3. vápenec, 4. kazivec, 5. apatit, 6. živec, 7. křemen, 8. topas, 9. korund, 10. diamant. Každá látka této stupnice rýpe předcházející a jest rýpána následujícími. Jinak lze relativně určovati tvrdost dle tlaku, při němž ocelový kuželový hrot vnikne na určitou hloubku do dané látky (Grace-Calvert a Johnston 1859, Hugueny 1865). Dle toho lze na př. obyčejné kovy seřaditi do této řady: olovo, cín, hliník, zlato, stříbro, zinek, měď, platina, železo, ocel. Sestrojeny též sklerometry na základě rýpání diamantem, kde se tvrdost posuzuje dle tlaku, při němž toto rýpání právě přestává. V tomto smyslu jest u krystallů tvrdost různá dle ploch, a i při téže ploše dle směru rýpání. U kovů mají pro tvrdost důležitý význam slitiny. Mince zlaté a stříbrné mají přísadu mědi (u nás korunové mince zlaté 90% Au, 10% Cu, stříbrné $83\frac{1}{2}\%$ Ag, $16\frac{1}{2}\%$ Cu), aby byly tvrdšími. Velký význam pro vnikání jistého tělesa do látky jiné má jeho rychlost; papírová deska, na stroji centrifugalním prudce roztočená, přeřezává dřevo; podobně deska z měkkého železa řeže kalenou ocel, i achat a křemen (Colladon).

§ 385. Přilnavost.

Úkaz, který zoveme přilnavostí (adhaese), objasňuje se deskami skleněnými, rovinně broušenými, jež jsou přitmelené ke kotoučům mosazným, kroužky opatřeným (obr. 299.). Když se skleněné desky dobře (lihem) očistí a pak k sobě přitlačí, lnou k sobě tak, že jest třeba jisté síly, aby se odtrhly. Drží-li se desky nad sebou, nese deska hořejší desku dolejší, ba může se na dolejší přidati ještě závaží. Aby se desky nesmýkaly, jest připojena mosazná volná obruč, oba kotouče obepínající. Jemnější způsob experimentování záleží v tom, že se deska hořejší zavěsí na rameno vah, vyváží a pak v poloze vodorovné přitlačí na dolejší rovněž vodorovně upevněnou desku; adhaesi lze pak měřiti vahou závaží, jichž je třeba k odtržení. Poněvadž pak adhaese roste s velikostí plochy, zavádí se síla na jednotku plochy vztahovaná jakožto koefficient adhaese. Místo desk skleněných lze použiti též kovových, ebonitových a j.

Ve sklárnách nesmí se velké desky zrcadlové klásti přímo na sebe, ježto by ani nebylo možno je odtrhnouti; proto se vkládají mezi ně proužky papíru. Vzduch ovšem má při adhaesi význam dosti veliký; jednak brání vzduch na plochách lpějící bezprostřednímu doteku, jednak pomáhá tlak vzduchu adhaesi tím, že odtržení znesnadňuje. Nicméně lze i ve vakuu adhaesi dokázati. Jedná se zde tedy v skutku o působení sil molekulových, kteréž se jeví účinněji, když jest vzájemný styk co možná bezprostředním, t. j., když jsou plochy co možná čisté a když větším tlakem k sobě se přitisknou.



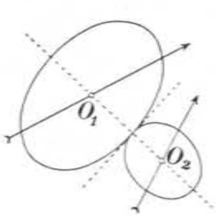
Obr. 299.

Ono lpění desk skleněných na sobě jest ostatně úkazem nikoli statickým, nýbrž dynamickým (Stefan 1874) v tom smyslu, že má průběh časový. Ukazuje se totiž, že se desky již velmi malým zatížením od sebe oddalují, ale tak pomalu, že lze oddalování jen velmi citlivými methodami optickými sledovati (na základě interferenčních proužků). Na adhaesi zakládá se lepení, klížení, psaní křídou, tužkou a pod. Stříbro se drží adhaesí velmi pevně na skle, podobně proužky pozlátkové. Adhaese přejde v kohaesi, když se čerstvě říznuté plochy na př. olova, zejména kaučuku, k sobě přitisknou. Na témže základě spočívá sváření a spájení kovů. —

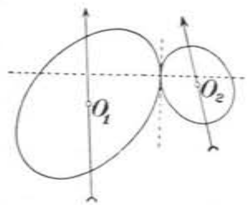
§ 386. Ráz těles.

Tělesa tuhá, jsouce v pohybu, mohou se za jistých poměrů setkati; nastane úkaz, jejž povšechně *rázem* zoveme. Vzniká pak otázka, jak se rázem mění stav pohybu obou těles. Řešení všeobecné, velice nesnadné, vyžaduje, bychom znali způsob pohybu postupného i otáčivého obou těles, jich tvar, polohu středů hmotných a mnohé jiné poměry, hledíce ke zvláštnostem povrchu i látky. Jest tudíž úkol všeobecný nad míru složitým. Avšak na tomto místě jedná se o to, na určitých případech zvláštních objasniti jisté všeobecně platné věty, jichž odvození nečiní obtíží. Vzhledem k účelu tomuto zjednodušíme úkol co nejvíce.

Především vyloučíme jakýkoli pohyb otáčivý, předpokládajíce toliko pohyb postupný. Tělesa, jichž povrchem jest všeobecně plocha křivá, srazí se v jistém bodu. Normala v tomto bodu k oběma plochám sestrojená určuje *směr rázu*. Nazýváme pak ráz *centralným* (dostředným), když normala tato prochází středem hmotným jednoho i druhého tělesa, jinak zoveme ráz *excentrickým* (výstředným). Srovnávajíce pak *směr rázu* se *směrem pohybu*, jenž jest určen směrem, v jakém postupují středy hmotné, pravíme, že ráz jest *přímý* neb *šikmý* dle toho, zda-li směr pohybu jest zároveň směrem rázu anebo zda-li jest od něho odchylným. V obr. 300. jest znázorněn ráz centralný, šikmý, v obr. 301. ráz excentrický, šikmý.



Obr. 300.



Obr. 301.

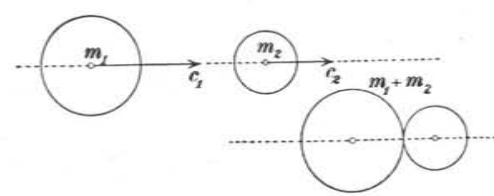
Značné zjednodušení úkolu nastává v tom případu, když tělesa v pohybu postupném se nalézající jsou kulová a stejnorodá. Střed hmotný jest identický se středem geometrickým a poněvadž normala koule vždy prochází tímto středem, jest ráz za všech poměrů centralným. Jinak může býti přímým neb šikmým.

Důležitý rozdíl vzniká dle toho, zda-li ony koule jsou z materialu pružného neb nepružného. Projednáme případy krajní, předpokládajíce abstraktně material jednou dokonale pružný, po druhé zcela nepružný; případy skutečné blíží se těmto krajním buď v jednom neb druhém směru.

§ 387. Přímý ráz koulí nepružných.

Budiž m_1 a m_2 hmota koule prvé a druhé, c_1 a c_2 rychlost, s jakou postupuje těžiště koule prvé i druhé a to ve směru přímky spojující středy obou koulí (obr. 302.). Ráz jest pak centralný, přímý. Předpokládejme, že se obě koule pohybují ve směru souhlasném, na př. positivním (od levé k pravé), a při tom koule prvá větší rychlostí než druhá. Jest tedy c_1 a c_2 positivní a $c_1 > c_2$. Koule prvá dostihne koule druhé; od okamžiku doteku pohání se zadní strana — ve směru pohybu řečeno —

koule druhé a zadržuje přední strana koule prvé; proto se koule stlačují, nastává deformování se obou koulí, jež trvá až do okamžiku, kdy koule nabudou rychlosti společné u. U koulí nepružných jest tím účinek rázu dokonán; deformace rázem vzniklá zůstává.



Obr. 302.

Zbývá určiti onu společnou rychlost u po rázu. Úhrnná hybnost koulí před rázem a po rázu jest dána výrazy

$$m_1 c_1 + m_2 c_2, \qquad (m_1 + m_2)\, u.$$

Hybnost tato jest časovým účinkem okamžitých sil, jimiž, jak sobě můžeme mysliti, koule byly v pohyb uvedeny. Při rázu nevystupují síly nové, akce a reakce se v úhrnném účinku vyrovnává. Zůstává tedy úhrnná hybnost rázem nezměněnou. Položíce tudíž ony výrazy hořejší sobě rovnými, nalezneme

$$u = \frac{m_1 c_1 + m_2 c_2}{m_1 + m_2}.$$

Rychlost po rázu jeví se tedy býti rychlostí průměrnou, v širším významu tohoto slova; koefficienty, dle nichž ji z rychlostí původních počítáme, jsou hmoty koulí.

Pohybují-li se koule proti sobě, na př. koule druhá ve směru negativním od pravé k levé, má c_2 znamení záporné. Je-li zde ve zvláštním případu $m_1 = m_2$, $c_1 = c_2$, vychází $u = 0$, hybnost po rázu jest tedy nullovou; avšak nestala se nullovou teprve rázem, neboť byla již před rázem $mc - mc$, tudíž nullovou.

§ 388. Přímý ráz koulí pružných.

Význačný rozdíl mezi koulemi zcela nepružnými a dokonale pružnými vystupuje od okamžiku, kdy rázem se rychlosti c_1 a c_2 vyrovnaly ve společnou průměrnou u a deformace se dovršila. U koulí zcela nepružných tato deformace zůstává; naproti tomu u koulí dokonale pružných se ihned vyrovnává. Deformace vznikla rychlostními rozdíly $c_1 - u$ a $u - c_2$, jež udávají ztrátu na rychlosti koule prvé a zisk koule druhé. Konformací obou koulí vystupují ony rozdíly znova; koule prvá ztrácí vzpružením koule druhé ještě jednou na rychlosti $c_1 - u$, a koule druhá vzpružením koule prvé získává ještě jednou $u - c_2$. Značí-li tedy v_1 a v_2 rychlosti po rázu, jest

$$v_1 = c_1 - 2(c_1 - u),$$
$$v_2 = c_2 + 2(u - c_2),$$

anebo

$$v_1 = 2u - c_1,$$
$$v_2 = 2u - c_2,$$

kdež znamená

$$u = \frac{m_1 c_1 + m_2 c_2}{m_1 + m_2}.$$

Rovnicemi těmito jest úkol řešen; dosazovati hodnotu za u do rovnic pro v_1 a v_2 není výhodné, poněvadž by se tím rušil přehled.

Síly pružnosti vystupují při rázu podvojně, positivně a negativně; proto úhrnná hybnost se rázem nemění. Počtem obdržíme

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 2u(m_1 + m_2) - (m_1 c_1 + m_2 c_2),$$

tudíž dosazením hodnoty za u

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 c_1 + m_2 c_2.$$

Zároveň vychází z rovnic hořejších

$$v_1 + c_1 = v_2 + c_2.$$

Je-li tedy $c_1 > c_2$ před rázem, jest $v_1 < v_2$ po rázu; koule prvá, dostihnouc druhou, popožene ji a zůstává sama zpět; ráz se nemůže opakovati.

§ 389. Zákon o živých silách.

Rozdíl mezi rázem těles dokonale pružných a zcela nepružných vynikne zvláště zákonem o živých silách. Součet živých sil nemění se při rázu těles pružných, naproti tomu se umenšuje při rázu těles nepružných.

Píšeme-li totiž poslední dvě rovnice předešlého odstavce ve způsobu

$$m_1(c_1 - v_1) = m_2(v_2 - c_2),$$
$$c_1 + v_1 = v_2 + c_2,$$

obdržíme násobením, připojíce činitel $1/2$ a jinak upravíce,

$$\tfrac{1}{2} m_1 c_1^2 + \tfrac{1}{2} m_2 c_2^2 = \tfrac{1}{2} m_1 v_1^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_2^2,$$

kteroužto rovnicí jest zákon o zachování živých sil formulován.

Jinak má se však věc u hmot nepružných. Úhrnná živá síla před rázem a po rázu jest

$$\tfrac{1}{2} m_1 c_1^2 + \tfrac{1}{2} m_2 c_2^2, \qquad \tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)\, u^2.$$

Rozdíl obou činí, dosadíme-li za u příslušný výraz,

$$\frac{1}{2}\,\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}(c_1 - c_2)^2.$$

Jinak lze rozdíl ten vyjádřiti (Carnot) formou

$$\tfrac{1}{2} m_1 (c_1 - u)^2 + \tfrac{1}{2} m_2 (u - c_2)^2.$$

Rázem těles nepružných nastává tedy ztráta živých sil. S principem o zachování energie není výsledek tento v odporu; energie pohybu ničí se u hmoty jako celku, vystupuje však v pohybu jich nejmenších částic, v pohybu molekulovém, způsobujíc oteplení; část pak oné ztráty energie spotřebuje se na deformaci, jež jest u hmot nepružných trvalou.

Známým příkladem jest zarážení kolů neb jehel beranem. Velká hmota M zvedá se do výšky h, což vyžaduje práce Mgh. Na to se nechá padnouti; narazí rychlostí $v = \sqrt{2gh}$ na kůl hmoty m, který jest v klidu. Ztráta živé síly jest dána výrazem

$$\frac{Mm}{M + m}\, gh.$$

Odečte-li se tato ztráta od vykonané před tím práce, zbývá

$$Mgh - \frac{Mm}{M + m}\, gh = Mgh \cdot \frac{M}{M + m}$$

a tohoto zbytku používá se k vlastnímu účelu, totiž zarážení, při kterém třeba veliké překážky pohybu překonati. Koefficient udávající, jaká část (kolik procent) práce vykonané se k účelu tomu zužitkuje, jest

$$\frac{M}{M + m} = \frac{1}{1 + \frac{m}{M}},$$

jest tedy tím bližší jedničce (100 procent), čím jest hmota M berana větší proti hmotě m kůlu.

Budiž dána celá řada koulí stejné velikosti, těsně jedna vedle druhé do řady srovnaných; uvažujme, jaký účinek vznikne, když na ně narazí stejně velká koule, pohybující se rychlostí v a živou silou $\frac{1}{2} mv^2 = e$ ve směru, v jakém koule do řady jsou srovnány.

Jsou-li koule pružné, pak každá sdílí rychlost a živou sílu kouli následující, tak že až poslední koule se uvede v týž pohyb, jaký měla koule narážející.

Jinak, jsou-li koule nepružné.

Koule 1. narazí na 2. rychlostí v a živou silou e;

po rázu mají obě rychlost $\frac{v}{2}$ a živou sílu $\frac{1}{2}(m+m)\frac{v^2}{4}=\frac{e}{2}$.

Koule $(1+2)$ narazí na 3. rychlostí $\frac{v}{2}$ a živou silou $\frac{e}{2}$;

po rázu mají všechny tři rychlost $\frac{v}{3}$ a živou sílu $\frac{1}{2}(m+m+m)\frac{v^2}{9}=\frac{e}{3}$.

A tak, když náraz postoupí až k n-té kouli, jest společná rychlost $\frac{v}{n}$ a živá síla $\frac{e}{n}$. Z toho jest patrno, jak se rychlost původní postupem k dalším a dalším koulím zmenšuje a jak se původní energie seslabuje. Tím se vysvětluje, proč písek tlumí i náraz nejprudší na př. projektilu, proč při trhání kamenů střelným prachem nebo skal dynamitem se kanal, do něhož se vkládá patrona, ucpává pískem; při výstřelu roztrhne se balvan, ale písek se z vyvrtaného kanalu nevyráží.

§ 390. Ráz koule na pevnou stěnu.

Stěna jest jako hmota velmi (nekonečně) veliká. Píšíce vzorec pro rychlost u ve tvaru

$$u\left(\frac{m_1}{m_2}+1\right)=\frac{m_1}{m_2}c_1+c_2$$

a kladouce zde $m_2=\infty$, obdržíme

$$u=c_2$$

a poněvadž jest stěna před rázem v klidu, t. j. $c_2=0$, vychází

$$u=0.$$

Z toho plyne však za všech okolností

$$v_2=0.$$

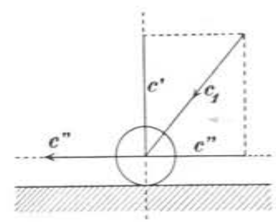
Stěna se tedy rázem nepohne, v klidu zůstávajíc. Co se koule týče, je-li nepružnou, zastaví se, kolmo na stěnu dopadnouc, ve svém pohybu a deformuje se trvale; je-li pružnou, a je-li také stěna pružnou, odskočí koule, kolmo narazíc, původní rychlostí zpět, jak vychází z rovnice

$$v_1+c_1=0;$$

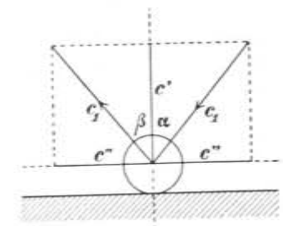
rychlost koule se tedy jen obrátí, a koule pohybuje se touže energií ve směru opačném.

Výsledek zde odvozený platí přibližně i pro takové hmoty m_2, kteréž jsou proti hmotě kolmo dopadající m_1 aspoň velmi veliké; také v tom případu se ona velká hmota, byla-li před rázem v klidu, rázem téměř ani nepohne. Když tedy někdo položí na ruku velký kámen, může do něho bušiti kladivem; ruka cítí váhu kamene, ale účinky rázu téměř necítí.

Deformace koule, vznikající rázem na pevnou stěnu, lze velmi dobře i objektivně demonstrovati ve způsobu následujícím. Koule slonová, na př. průměru 4 cm, nechá se padati s výše asi $1-1\frac{1}{2}$ m na desku skleněnou, tloušťky aspoň 2 cm. Deska se před tím začadí sazemi (plamene terpentinového) a položí vodorovně na stůl, olovničkou pak vyhledá se nad středem desky místo, kde se (na lati) uváže nitkou ona koule slonová. Když se nitka přepálí, padne koule na desku a odskočí, padne opět a odskočí atd., při čemž se na místech, kam dopadne, tvoří na černi kroužky, první větší, následující menší. Kroužky tyto, dokazující deformaci koule, lze optickou projekcí předvésti. Ukazují především ostrý kraj, přímým dotykem koule a desky vzniklý, a kolem ještě jako obal kroužek méně význačný a neurčitě ohraničený, vzniklý stlačeným vzduchem. Jinak udává se týž pokus s deskou železnou neb mramorovou; zde však projekce optické v průsvitu, při kteréž právě mnohé podrobnosti pokusu na jevo přicházejí, nelze ovšem užívati.



Obr. 303.



Obr. 304.

Je-li náraz koule na pevnou stěnu šikmým, rozložíme rychlost c_1 na složky c' a c'' kolmo ke stěně a podél stěny. V případu, že koule i stěna jest nepružnou, ničí se složka c' a koule pohybuje se dále podél stěny rychlostí c'' (obr. 303.). V případu, že koule i stěna jsou dokonale pružnými, obrátí složka c' odrazem svůj směr a přistupujíc pak ke složce c'' doplňuje tuto na rychlost výslednou, jež co do velikosti se rovná původní, co do směru pak jest s ní souměrnou; koule odskočí tak, že úhel odrazu β se rovná úhlu dopadu α (obr. 304.).

Experimentalně lze zákony o rázu studovati tak zvanými srazostroji, jichž hlavní částí jsou koule různé velikosti, buď z hlíny v sáčkách, pro případ těles nepružných, nebo ze slonoviny, pro případ těles pružných. Koule jsou zavěšeny na dvojitých nitkách; pouští se za sebou nebo proti sobě rychlostí, jež se reguluje výškou, se které se nechávají padati. Dlužno totiž pamatovati, že zákony odvozené neplatí pro případ, kdy se koule valí (na př. na billiardu), kde pak záleží na tom, jakým nárazem se uvedou v pohyb.

Zákony o rázu těles objevil *Jan Marcus Marci*, (* 1595 v Landškrouně, † 1667 v Praze), lékař a professor university Pražské, a uveřejnil ve spise „De proportione motus“ (1639 v Praze). Priorita jeho oproti Huygensovi, Wallisovi a Wrenovi jest nepochybnou. Význam jeho vědeckých prací uvedl v platnost v kruzích odborných četnými pojednáními F. J. Studnička. Viz na př. souborný článek v Živě, 1896, pag. 161.

§ 391. **Kyvadlo ballistické.**

Kyvadlo, jež se zove ballistickým*), slouží k určení rychlosti projektilu na základě zákonů o kývání a o vrhu. Jest to massivní těleso, na tyči po způsobu kyvadla zavěšené, jehož vnitřek bývá vyplněn hlinou neb pískem, aby projektil v něm uvázl.

Budiž M hmota, K moment setrvačnosti kyvadla, x odlehlost jeho těžiště od osy. Proti kyvadlu vystřelí se ve směru vodorovném koule hmoty m, kteráž do hmoty kyvadlové vrazí rychlostí v; odlehlost střelné čáry od osy budiž z. Nárazem koule nabývá hmota kyvadlová úhlové rychlosti ω a živé síly $\frac{1}{2}K\omega^2$, kterou se zvedne až do úhlové výšky Θ. Záměnu práce tím vykonané za onu živou sílu formuluje rovnice

$$\tfrac{1}{2}K\omega^2 = Mgx\,(1 - \cos\Theta)$$

čili

$$K\omega^2 = 4\,Mgx\,\sin^2\frac{\Theta}{2}.$$

Úhlovou rychlost ω určíme úvahou následující. Hybností mv projektilu způsobuje se (§ 116.) týž účinek jako součinem $f\tau$ síly f po dobu velmi krátkou τ působící. Momentem fz síly té vznikne (§ 243.) úhlové urychlení $\frac{fz}{K}$; toto násobeno dobou τ velmi krátkou dává úhlovou rychlost ω. Jest tedy

$$\omega = \frac{mvz}{K}.$$

Dosadíce hodnotu tuto do hořejší rovnice obdržíme

$$\frac{m^2v^2z^2}{K} = 4\,Mgx\,\sin^2\frac{\Theta}{2}.$$

Doba kyvu kyvadla jest (§ 273.)

$$T = \pi\sqrt{\frac{K}{Mgx}}.$$

Vyloučíce z obou rovnic K, přímému měření méně přístupné, obdržíme

$$v = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{M}{m}\cdot\frac{x}{z}\cdot gT\cdot\sin\frac{\Theta}{2}.$$

*) Z řeckého βάλλω házeti (oštěpem), tudíž analogicky naše stříleti.

Doba kyvu T určí se dodatečně; tím se vyhoví té okolnosti, že hmota projektilu jest v úhrnné hmotě M celého kyvadla obsažena a že spolu působí na dobu kyvu.

Kyvadlo ballistické zavedl *Robins**) (1742); dříve se ho užívalo dosti mnoho k určení rychlosti projektilů; za dob našich děje se tak methodami jinými (elektrickými), jež jsou přesnější.

§ 392. **Tření vlačné.**

Stýkají-li se dvě hmoty při vzájemném tlaku N a mají-li se jedna po druhé smýkati, vláčeti, jest třeba překonati odpor F, jehož základem jest tření. Tělesa tuhá, i nejlépe vyleštěná, mají totiž na povrchu svém malinké vyvýšeniny a prohlubeniny. Položí-li se těleso jedno na druhé, zapadají vyvýšeniny jednoho do prohlubenin druhého, i jest třeba, aby při pohybu ony vyvýšeniny byly překonány, po případě vylámány, což právě způsobuje odpor, který při pošinování nutno překonávati.

Zákony o tření odvodil z četných pokusů *Coulomb* (1781), jež později potvrdil *Morin* (1831). Jsou následující:

1. Tření není závislé na velikosti stykové plochy.
2. Tření není závislé na rychlosti pošinování.
3. Tření jest úměrno síle, kterou tělesa na ploše stykové ve směru k této ploše kolmém k sobě jsou tlačena.

Značí-li tedy N tento kolmý tlak, F sílu tření právě překonávající, jest

$$F = f\,.\,N.$$

Faktor úměrnosti f charakterisuje látky, jež se vzájemně o sebe trou; zove se koefficient vlačného tření (frikce).

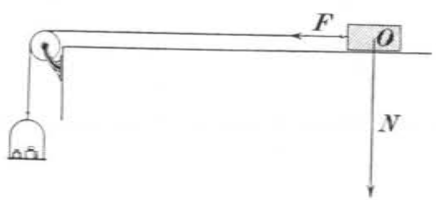
Jednoduchý způsob, jakým lze koefficient f měřením určiti, znázorňuje obr. 305. Tlak N jest zde dán vahou tělesa na dané vodorovné půdě spočívajícího. Zkouší se přidáváním závaží na misku, při jakém napjetí provazce malý náraz hmotě udělený právě stačí, aby jím vznikl pohyb rovnoměrný. Překládá-li se těleso na plochy větší neb menší, lze nezávislost tření na velikosti plochy zkoušeti. Je-li plocha větší, jest ovšem počet stýkajících se a do sebe zasahajících částeček povrchových větší, ale za to rozdělí se tlak na větší plochu, tak že na jednotlivé tyto částečky při větším jich počtu připadá tlak menší.

*) Robins Benjamin, (1707—1751), generalní inženýr anglické východoindické společnosti. Příslušné pojednání má název: New principles of gunnery 1742.

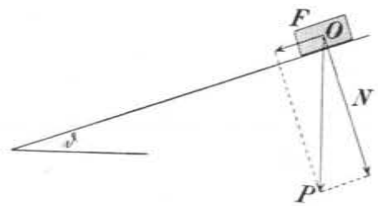
Jiným způsobem, který oproti prvému má mnohé výhody, určuje se koefficient f tak, že se těleso klade na rovinu, kterou lze od směru vodorovného odkláněti (obr. 306.). Na rovině o úhel ϑ odkloněné působí složka $P \sin \vartheta$ vlastní váhy tělesa P ve smyslu pohybu, kdežto složka druhá $P \cos \vartheta$ určuje tlak. Když při malém nárazu těleso po rovině přijde v pohyb rovnoměrný, jest právě tření onou prvou složkou překonáno, tudíž

$$F = P \sin \vartheta, \qquad N = P \cos \vartheta,$$
$$f = tg\, \vartheta.$$

Tím nabývá koefficient tření velké názornosti; jest stanoven tangentou úhlu ϑ, který se zove úhlem tření vlačného.



Obr. 305.



Obr. 306.

Zákony nahoře uvedené byly později mnohými pozorovateli zkoušeny; nelze však říci, že by práce tyto byly již zakončeny a že by výsledek jich byl nepochybným. Jednalo se hlavně o zákon druhý, zda-li tření jest nezávislé na rychlosti. Různí pozorovatelé došli zde výsledků sobě odporujících. Pravdě podobno jest však, že tření není docela nezávislým na rychlosti pohybu, nýbrž že poněkud roste, když rychlost se umenšuje; následkem toho bylo by větší při rychlostech zcela nepatrných, zejména když pohyb právě začíná. V skutku se ukazuje, že jest větší síly $f_0 N$ potřebí, aby se těleso právě v pohyb uvedlo, než jest síla fN stačící pro překonávání odporu, když již těleso v pohybu jest. Mnozí označují dle toho koefficienty f_0 a f prvý jakožto statický, druhý jakožto kinetický.

Četná data číselná o koefficientech f_0 a f obsahuje Technický průvodce, zde často citovaný. Za příklad uvádíme:

	f_0	f
Litina na litině neb bronzu málo mazaném	0·16	0·15
Litina na dubu při povrchu suchém	0·62	0·49
Dub na dubu suchém	0·62	0·48
„ „ „ mokrém	0·71	0·25
Dřevo na dřevě suchém průměrně	0·50	0·38.

§ 393. Rovnováha na šikmé rovině vzhledem ke tření vlačnému.

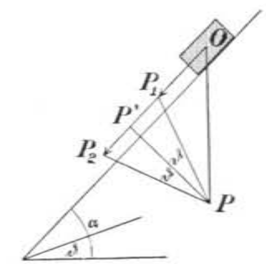
Spočívá-li těleso hmoty M na rovině o úhel α odkloněné, přejímá rovina složku $Mg \cos \alpha$ úhrnné váhy, tak že zbývá složka $Mg \sin \alpha$ jakožto síla působivá. K této přistupuje síla $Mg \cos \alpha \,.\, tg\, \vartheta$ vznikající třením a to additivně nebo subtraktivně dle toho, v jakém smyslu pohyb se děje. Algebraický součet obou sil dává výraz

$$Mg \sin \alpha \pm Mg \cos \alpha \,.\, tg\, \vartheta = Mg \frac{\sin (\alpha \pm \vartheta)}{\cos \vartheta}.$$

Výraz na pravo obdržíme po krátké redukci dle známých vzorců goniometrických, a objasníme grafickým znázorněním. Vedouce (obr. 307.) $OP = Mg$, $OP' = Mg \sin \alpha$ připojíme, od směru PP' vycházejíce, úhel ϑ na jednu i druhou stranu; i jest pak, jak přímo z obrazce dle věty sinusové lze odvoditi,

$$OP_1 = Mg \frac{\sin (\alpha - \vartheta)}{\cos \vartheta},$$

$$OP_2 = Mg \frac{\sin (\alpha + \vartheta)}{\cos \vartheta}.$$



Obr. 307.

Aby se těleso udrželo v rovnováze na nakloněné rovině, stačí tudíž síla OP_1, směrem opačným v bodě O působící. Zvyšujeme-li však tuto sílu, nenastane pohyb, dokud síla nedostoupí velikosti OP_2. V mezích OP_1 a OP_2 rovnováha trvá. Tření pomáhá totiž k udržení rovnováhy, vystupujíc subtraktivně k složce OP', ale brání vznikání pohybu, vystupujíc additivně k složce OP'. Teprve, když síla podél roviny působící se zvětší nad OP_2, nastane pohyb tělesa po rovině vzhůru, tak jako nastane po rovině dolů, když síla podél roviny vzhůru působící je menší než OP_1. Tedy schematicky:

při síle	0	. . .	P_1	. . .	P_2	. . .	∞
nastane		pohyb dolů,		rovnováha,		pohyb vzhůru.	

§ 394. Pád tělesa po šikmé rovině vzhledem ke tření vlačnému.

Padání tělesa po rovině vzhledem ke tření vlačnému děje se urychlením

$$a'' = g \frac{\sin (\alpha - \vartheta)}{\cos \vartheta}.$$

Dle toho modifikují se zákony Galileovy o rychlostech (§ 208.) a o tětivách (§ 209.), avšak modifikace tato vede k výsledkům právě tak jednoduchým a přehledným jako když by tření nebylo žádného.

1. Majíce odvoditi zákon analogický zákonu o rychlostech, srovnáváme pro pád volný a pád po šikmé rovině s třením rovnice

$$\tfrac{1}{2} v^2 = gs, \qquad \tfrac{1}{2} v''^2 = g \frac{\sin(\alpha - \vartheta)}{\cos \vartheta} . s''.$$

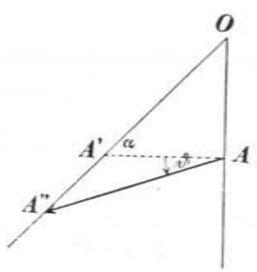
Náleží pak k sobě rovnice:

$$v = v'', \qquad s = s'' \frac{\sin(\alpha - \vartheta)}{\cos \vartheta}.$$

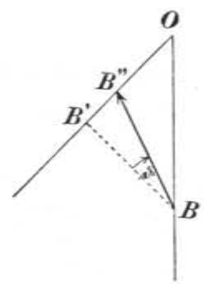
Tyto lze geometricky jednoduše vyložiti. Těleso, dopadší volně do bodu A, má jistou rychlost v. Chceme-li nalézti místo, ve kterém těleso, po rovině padajíc, téže rychlosti nabude, nejdeme od A k A' směrem vodorovným, ve smyslu Galileova zákona o rychlostech, nýbrž směrem o úhel ϑ níže odkloněným; v tomto směru stihneme místa A'', kdež jest teprve $v'' = v$ (obr. 308.); neboť jest

$$OA : OA'' = \sin(\alpha - \vartheta) : \sin(90 + \vartheta),$$

jak hořejší rovnice žádá.



Obr. 308.



Obr. 309.

2. Majíce odvoditi zákon analogický zákonu o tětivách, srovnáváme pro pád volný a po šikmé rovině s třením rovnice

$$s = \tfrac{1}{2} g t^2, \qquad s'' = \tfrac{1}{2} g \frac{\sin(\alpha - \vartheta)}{\cos \vartheta} t''^2.$$

Náleží pak k sobě rovnice

$$t = t'', \qquad s \frac{\sin(\alpha - \vartheta)}{\cos \vartheta} = s''.$$

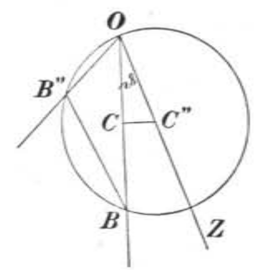
Také tyto lze jednoduše geometricky vyložiti. Těleso, volně padajíc, dopadne za jistou dobu do bodu B. Chceme-li určiti, kde se těleso, po rovině padající, v témže okamžiku nalézá, nejdeme od B k B' směrem kolmým, jak Galileův zákon o tětivách určuje, nýbrž podobně jako dříve, směrem o úhel ϑ vzhůru odkloněným; je-li $\alpha > \vartheta$, dojdeme tak místa B'' (obr. 309.); neboť jest

$$OB'' : OB = \sin(\alpha - \vartheta) : \sin(90 + \vartheta).$$

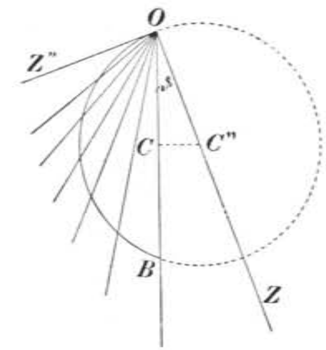
Jako v obr. 141. lze též zde užiti konstrukce kruhové, dle obr. 310. Vedeme OZ pod úhlem $BOZ = \vartheta$, rozpůlíme danou dráhu svislou OB

bodem C a vedeme CC'' vodorovně; i jest C'' středem kruhu, jenž opsán poloměrem $C''O$ odtíná dráhu $OB'' = s''$, jež jest isochronní s drahou $OB = s$.

Úhel $BB''O = 90 + \vartheta$ jest konstantní, nezávislý na odklonu α roviny. Vycházejí-li tudíž v rovině nakresné od bodu O přímky na jednu i druhou stranu svislé dráhy a začnou-li po těchto přímkách současně od bodu O padati tělesa, mající týž koefficient tření vlačného, jest jich geometrické místo v každém okamžiku též kruh (anebo vlastně kruhový oblouk), obdobný kruhu Galileově. Střed toho kruhu padá na přímce OZ s urychlením $\frac{g}{\cos \vartheta}$, tak že poloměr OC'' se opět úměrně se čtvercem času zveličuje (obr. 311.).



Obr. 310.



Obr. 311.

Věta o isochronismu tětiv platí i zde, jenom že tětivy nejsou isochronní s vertikalním průměrem kruhu, nýbrž s vertikalní tětivou, napínající oblouk o úhlu obvodovém $90 + \vartheta$. Konstrukce ukazuje též, že existuje určitá rovina OZ'' odklonu ϑ, od které pád teprve začíná.

§ 395. **Tření valné.**

Uvádíme-li v pohyb tělesa válcovitá neb kulovitá spočívající na rovinné půdě, tak aby se po ní valila, pozorujeme též odpor, který dlužno jistou silou F překonávati. Mluvíme též zde o tření, a to valném, ač základ jeho jest zcela jiný než u tření vlačného. Síla F, směřující na př. k ose válce poloměru r (obr. 312.), působí momentem $F . r$. V souhlasu s tím zavádíme jistou velmi malou délku ξ, jež by násobená silou N, kterou těleso se tlačí na rovinu, se onomu momentu rovnala, dle rovnice

$$Fr = N \xi.$$

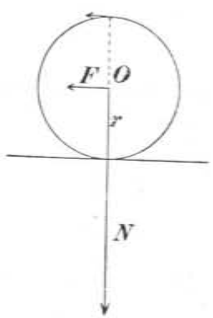
Délka ξ zove se koefficientem tření valného.

Význam této délky ξ se objasní podobně jako u koefficientu tření vlačného, když těleso na nakloněné rovině samo, částí své váhy, překonává tření. Také zde nastává a udržuje se rovnoměrný pohyb po rovině, když se rovina naklonila až do jistého úhlu ϑ. Jest pak (obr. 313.)

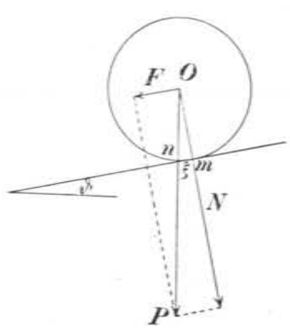
$$F = Mg \sin \vartheta, \qquad N = Mg \cos \vartheta,$$

$$\frac{\xi}{r} = tg\, \vartheta, \qquad \xi = r\, tg\, \vartheta.$$

Obdržíme tedy délku ξ jakožto odlehlost mn bodů, v nichž se rovina protíná jednak přímkou svislou OP od bodu O vedenou, jednak přímkou ON k rovině kolmou. Výsledek tento vede k porozumění základu celého úkazu. Pokládáme-li tlak N za daný, a připojíme-li k němu sílu F, pak obě mají výslednici, která



Obr. 312.



Obr. 313.

neprochází bodem (m), v němž těleso na půdě rovinné spočívá, nýbrž bodem postranním (n), kde těleso, kdyby mělo přísně geometrický tvar, by již na rovinné půdě nespočívalo. Jestliže přece pozorujeme, že pohyb nezačíná, pokud síla velikosti F nedosáhne, pak se výslednice sil (F, N) ruší, t. j. až k bodu n spočívá ještě těleso na půdě. Následkem toho jest těleso na stykové ploše deformováno a v této deformaci jest příčina tření valného.

Za příklad uvádíme data následující:

Železniční kola (r asi $= \frac{1}{2}$ m) na kolejích	$\xi = 0{\cdot}5$	mm
Kola vozů na dobré silnici . . .	$\xi = 15$	mm
Kola vozů na obyčejné silnici . . .	$\xi = 41$	mm
Kola vozů na nově štěrkované silnici .	$\xi = 63$	mm.

§ 396. Pád těles po šikmé rovině se valících.

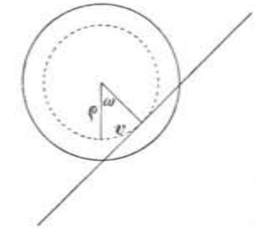
Jednajíce o padání těles po šikmé rovině, předpokládali jsme dosud, že těleso, padajíc, se po rovině šine, buď bez tření nebo se třením. Vyloučili jsme však případ, že by těleso, padajíc, zároveň se roztáčelo, že by se po šikmé rovině valilo, jako se valí na př. koule, válec aneb rotační těleso jakékoliv. Položíme-li takové rotační těleso na šikmou rovinu a necháme-li je z klidu se valiti, nabude, s výšky s dopadnouc, jisté konečné rychlosti jednak postupné v, jednak úhlové ω. Má pak energii pohybu jednak postupného $\frac{1}{2} Mv^2$, jednak točivého $\frac{1}{2} K\omega^2$, kdež znamená M hmotu tělesa a K jeho moment setrvačnosti vzhledem k ose, kolem které se otáčí. Energie tato vzešla z práce Mgs, kterouž hmota M spotřebovala, aby s překonáním její váhy Mg na výši s byla uvedena.

Obdržíme tudíž rovnici základní

$$Mgs = \tfrac{1}{2} Mv^2 + \tfrac{1}{2} K\omega^2.$$

Zaveďme zde poloměr setrvačnosti k a poloměr rotace ϱ, t. j. kolmou odlehlost osy rotační a šikmé roviny (obr. 314.). Pak jest

$$K = Mk^2, \qquad v = \varrho\omega.$$



Obr. 314.

Základní rovnice hořejší nabude pak tvaru

$$2gs = v^2 + \frac{k^2}{\varrho^2} v^2$$

čili

$$\frac{2gs}{v^2} = 1 + \frac{k^2}{\varrho^2}.$$

Značí-li s' délku šikmé roviny, jako s její výšku, a je-li a urychlení pohybu postupného, platí vztah

$$v^2 = 2as'.$$

Dosadíce do rovnice poslední, obdržíme

$$\frac{g}{a} \cdot \frac{s}{s'} = 1 + \frac{k^2}{\varrho^2}$$

anebo konečně

$$\frac{g \sin \alpha}{a} = 1 + \frac{k^2}{\varrho^2},$$

kdež znamená α elevační úhel šikmé roviny. Ze všeobecné rovnice této soudíme, že jest vždy

$$a < g \sin \alpha,$$

že tudíž současným valením se tělesa urychlení pádu se zmenšuje. O urychlení tomto rozhoduje jenom poměr $\frac{k}{\varrho}$ obou poloměrů setrvačnosti a otáčení, nikoli hmota tělesa. Při stejném poměru $\frac{k}{\varrho}$ jest tedy jednostejno, zda-li valící se těleso jest dřevěné neb mosazné neb olověné.

Užijme ještě oné všeobecné rovnice pro tři jednoduché případy zvláštní, kdy totiž valícím se tělesem jest buď dvojkužel, nebo koule, neb válec. Pro tato tři tělesa jest poloměr setrvačnosti k vzhledem k ose podélné určen vzorci

$$k^2 = \tfrac{3}{10} r^2, \qquad k^2 = \tfrac{4}{10} r^2, \qquad k^2 = \tfrac{5}{10} r^2.$$

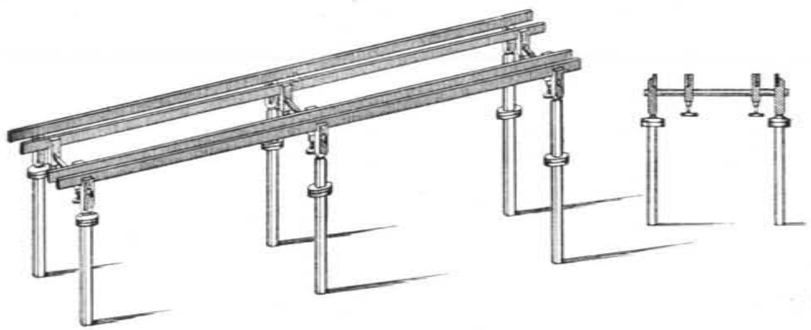
V případě nejjednodušším jest

$$\varrho = r,$$

tudíž

$$\frac{g \sin \alpha}{a} = 1{\cdot}3, \qquad \frac{g \sin \alpha}{a} = 1{\cdot}4, \qquad \frac{g \sin \alpha}{a} = 1{\cdot}5.$$

Výsledek je zajímavý, poněvadž výraz $\frac{g \sin \alpha}{a}$ pro ona tři tělesa dává řadu arithmetickou.



Obr. 315.

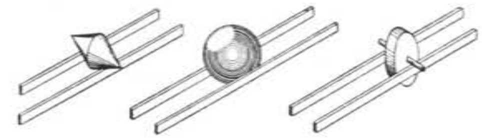
V případě všeobecném máme

pro dvojkužel $$\frac{g \sin \alpha}{a} = 1 + \tfrac{3}{10} \frac{r^2}{\varrho^2}$$

pro kouli $$\frac{g \sin \alpha}{a} = 1 + \tfrac{4}{10} \frac{r^2}{\varrho^2}$$

pro válec $$\frac{g \sin \alpha}{a} = 1 + \tfrac{5}{10} \frac{r^2}{\varrho^2}.$$

Případ $\varrho < r$ realisujeme jednoduše tak, že v zastoupení šikmé roviny upravíme dvě rovnoběžné tyče jako by za koleje (obr. 315.), tak aby jich odklon α a vzájemná odlehlost se dala v jistých mezích měniti. Pro pokusy srovnávací opatříme dva takové přístroje, jichž odklon α jest týž, ale při nichž odlehlost kolejí jest různá. Dvojkužel a kouli klademe pak přímo na tyto koleje; čím je větší jich odlehlost, tím jest menší ϱ proti r. U válcové desky prostrčíme podél osy drát, silnější neb slabší, jehož hmota proti hmotě desky téměř mizí. Deska položí se pak mezi koleje a drát na koleje; poloměr takového drátu jest pak poloměrem rotačním ϱ. Čím jest ϱ proti r menší, tím více jest padání zmírněno, tím více však se deska, s jisté výšky s dopadnouc, roztočí (obr. 316.).



Obr. 316.

Také případ $\varrho > r$ dal by se realisovati obručemi téměř nehmotnými. Při velmi velikém ϱ proti r blížilo by se urychlení a pádu složce $g \sin \alpha$ urychlení tíže.

Kapaliny.

§ 397. **Pružnost kapalin.**

U kapalin lze mluviti o stlačitelnosti a o pružnosti pouze objemové, jež jest úplně téhož způsobu jako stlačitelnost a pružnost objemová u těles pevných. Tato jest číselně určena (§ 379.) modulem C pružnosti objemové, dle rovnice

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{p}{C}.$$

V souhlasu s tím počítá se i u kapalin modul C pružnosti objemové, vyjádřený, jako tam, v jednotce

$$\frac{megadyna}{cm^2}, \quad \text{po případě} \quad \frac{váha\ kg}{cm^2}.$$

Místo těchto jednotek užívá se u kapalin podobně jako u plynů za jednotku velmi často tlak jedné atmosféry. Bylo již uvedeno (§ 345.), že všechny tyto jednotky se od sebe liší jen o málo procent.

Jinak určuje se stlačitelnost (kompressibilita) kapalin též koefficientem k dle rovnice

$$\frac{\Delta V}{V} = kp.$$

Patrně jsou modul a koefficient kompressibility veličinami reciprokými, t. j.

$$kC = 1,$$

podobně jako modul a koefficient elasticity (§ 384.).

Koefficient stlačitelnosti k zavádí se zde zcela tak jako koefficient stlačitelnosti a rozpínavosti u plynů anebo jako koefficient roztažlivosti stoupající teplotou u těles vůbec.

Za příklad buďtež uvedeny následující hodnoty číselné $\left(\text{v jednotce } \frac{\text{váha } kg}{cm^2}\right)$, a to pro repraesentanty jak kapalin tak kovů, ke srovnání.

Voda	$C =$ 20500,	stříbro	$C =$ 708000,
alkohol	12400,	měď	495000,
rtuť	350300,	hliník	280000.

Stlačitelnost rtuti jest tedy téhož řádu jako stlačitelnost kovů; naproti tomu stlačitelnost vody a alkoholu jest značně větší.

Otázka stlačitelnosti kapalin vůbec a vody zvlášť ukazuje ve svém rozvoji historickém mnohé zajímavosti. Pokus prvý o stlačitelnosti vody učinil Francis *Baco* (1561 – 1626). Dal zhotoviti olověnou dutou kouli, kterou naplnil vodou. Na to byla koule tlakem deformována; objem její se tím umenšil, voda však pronikla pory kovu a koule pokryla se jako by rosou. (Novum organum 1620.) Pokus tento později opakovali, užívajíce duté koule stříbrné, členové akademie del cimento ve Florencii (1667) s výsledkem stejným. Pokusy, jež nejen qualitativně, ale též quantitativně stlačitelnost vody dokázaly, provedli ve století 18. *John Canton* (1761) a počátkem 19. století *Jacob Perkins* (1820). Přesnější práce o tomto předmětu zahájil *Jan Ch. Oerstedt* (1777—1851), jenž k účelu tomu sestrojil (1822) svůj piezometr (πιέζω tlačím), jehož se dosud mnoho k demonstrování stlačitelnosti vody při výkladech fysikalních užívá. Práce pozdější braly se dvojí cestou: jednak se methody piezometrické zdokonalovaly, zejména vzaty objemové změny nádoby v počet (*Regnault* 1817, *Jamin* 1869 a j.), jednak užíváno tlaků velmi značných (*Cailletet* 1872), a vyšetřován též účinek teploty (*Amagat* 1887). Pracemi četných badatelů vzrostl v letech posledních pozorovací material velmi značně*).

§ 398. **Soudržnost a přilnavost u kapalin.**

Nejmenší částečky kapalin jsou velice snadno pohyblivými a pošinovatelnými; přes to jeví soudržnost, jakož dokazuje vznikání kapek, na př. dešťových. Přilnavost pak k tělesům tuhým jeví se u největšího počtu kapalin a dokazuje se zkušenostmi denními, všeobecně známými.

V té příčině jest poučno studovati (v projekci optické) tvoření se kapek na konci (vytaženém, tenkostěnném) pipetty, jež má kohout

*) Přehledně jest sestaven v tabulkách, jež vydali *Landolt a Börnstein* (1894).

k regulaci výtoku vody. Kapka vody pomalu roste, přilnavostí se zachycujíc na stěnách trubičky, tíží nabývá tvaru hruškovitého, visí na skle, vzrůstáním své váhy prodlužuje se až se odtrhne, ale nikoli od skla, nýbrž v části zúžené u skla od vody ostatní. Jest z toho patrno, že adhaese vody ke sklu je větší než její kohaese. Kapka padajíc prodlužuje a stlačuje se periodicky, vykonává oscillace, kteréž lze fotograficky zjistiti. Podobně roztavené olovo, (k němuž je přidáno něco arsenu), propadávajíc sítem, smršťuje se v kapky, jež tuhnouce dávají broky. Tvar koule jeví se ve velké pravidelnosti, když jest kapalina úplně vymaněna z účinku sil vnějších, zejména tíže: tak na př. když se něco oleje (zbarveného červeně alkaninem) dá (pipettou) do směsi vody a lihu stejné hustoty (Plateau). Podobně jeví tvar koule malé kapky rtuti, kladené na čisté sklo, anebo kapky vody, kladené na sklo plavuní posypané. Pošine-li se jedna kapka opatrně ke druhé, splynou náhle přitažlivostí molekularní v kapku jedinou.

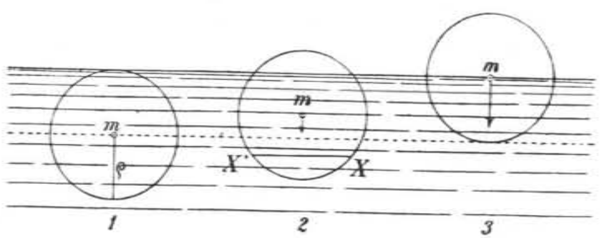
Jinak lze experimentovati (Gay-Lussac) způsobem tímto. Na jedno rameno vah zavěsí se na třech nitkách (neb jemných drátkách) vodorovně (pomocí tří šroubků) deska na př. skleněná, pečlivě očištěná, a vyváží se, aby byla rovnováha. Na to se na stolek, který lze šroubem zvedati (jako v obr. 224.), položí plochá nádoba na př. s vodou. Když se šroubem ze spoda přiblíží povrch vody až k oné desce, pozorujeme, jak se deska vodou chytí a zadrží. I můžeme pak přidávati na druhé straně závaží, a deska se neodtrhne. Pozorujeme však, jak se účinkem tohoto závaží voda zvedá, na krajích se zúžujíc, až konečně se deska odtrhne; avšak zůstává mokrou, na důkaz, že se zde odtrhla voda od vody, podobně jako při tvoření se kapek při výtoku vody z pipetty v pokusu nahoře popsaném. Proto také, když opakujeme pokus, deskami různě velikými a z různé látky, k níž voda lne, a když sílu k odtržení potřebnou přepočítáme na jednotku plochy, obdržíme v mezích chyb pozorovacích týž výsledek a výsledkem tím měří se *kohaese*. Dle povahy kapaliny jest výsledek různý. Kohaese udává se pro vodu $537 \,.\, 10^{-6}$ atmosfery (Frankenheim), pro rtuť $425 \,.\, 10^{-6}$ atmosfery (Fiebig 1861) nejmenší u různých druhů étherů, až $180 \,.\, 10^{-6}$ atmosfery (Scholz 1873). (Přibližně znamená 10^{-6} atmosfery tlak takový, jako váha milligrammu na cm^2.) Stoupající teplotou kohaese klesá. Při rtuti dlužno užívati desky, k níž také rtuť lne, na př. zinkové. Když se však užívá desky skleněné, ukazuje se, že k odtržení třeba síly asi $3^1/_2$kráte větší než při vodě; zde však měří se adhaese rtuti ke sklu. Touto adhaesí zůstane často v úzkých barometrických trubičkách, když se vyplní vakuum Torricelliho, rtuť na skle jako by viseti. Podobně vznikají v manometrech rtuťových, jichž trubičky jsou úzké, nejistoty při odečtení, poněvadž rtuť na skle, adhaesí, jako by vázne. Proto jest i z tohoto důvodu žádoucno, aby kalibr manometrické trubice byl větším.

§ 399. Tlak povrchový při vodorovném povrchu kapaliny.

Obor působnosti molekulové (§ 589.) jest vymezen koulí jistého velmi malého poloměru ϱ.

Sohnke (1890) nalezl měřením na velmi jemné blance, jež se z kapky oleje na vodě vytvořila, $\varrho = 50\,\mu\mu$. *Drude* (1890) nalezl methodou optickou pro tloušťku černé vrstvy na blance mydlinové $2\varrho = 12\,\mu\mu$, z čehož plyne $\varrho = 6\,\mu\mu$.

Na základě této představy o sféře molekularního působení můžeme dle způsobu, kterého užil *Laplace* (1845), odvoditi ihned význanmné důsledky. Každá molekula m podléhá působení všech ostatních m', kteréž jsou ve sféře působnosti. Sílu, od každé jednotlivé molekuly m' pocházející a dle přímky mm' působící, můžeme rozložiti na složku horizontalní a vertikalní a pak tyto složky algebraicky sečítati.



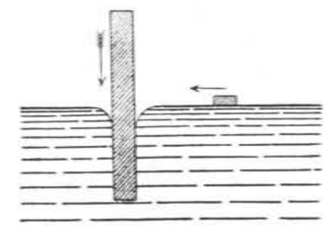
Obr. 317.

Pozorujme především složky vertikalní. Pokud je molekula m od vodorovného povrchu kapaliny vzdálena o více než ϱ neb na nejvýše o ϱ (obr. 317. 1.), jest patrno, že se složky tyto ruší. Důvodem toho jest souměrnost vzhledem k rovině molekulou m vodorovně položené. Avšak tato souměrnost přestává, když ona odlehlost jest menší než ϱ (obr. 317. 2.). Jest patrno, že zde převládají vertikalní složky směrem dolů, poněvadž proti segmentu kulovému pod vodorovnou rovinou $X'X$ není nahoře než týž segment vyplněný molekulami vzduchovými, jichž přítažlivost molekulová jest menší. Tato převaha dolejších vrstev dosáhne maxima pro ty molekuly, jež se nalézají ve vodorovném povrchu kapaliny samém (obr. 317. 3.) Z toho tedy vychází, že na povrchu kapaliny silami molekulovými vzniká resultující tlak K, k povrchu kolmý, který zoveme tlakem kohaese, vztahujíce jej na jednotku povrchu. Rozměr této veličiny jest určen výrazem $\dfrac{\text{síla}}{\text{plocha}}$.

Tlak povrchový K nedá se měřiti. Můžeme však o jeho jsoucnosti se přesvědčiti úkazy, kteréž jsou jeho důsledkem.

Tlakem kohaese vzniká na povrchu kapaliny nesmírně tenká blanka velké konsistence. Na tuto lze klásti na př. zrnka písku anebo drátky z materialu specificky značně těžšího, z mědi, železa, ocelové jehly, a tyto zůstanou na blance té ležeti. Jakmile se blanka prorazí, ihned v kapalině klesají. Pokus lze velmi pěkně předvésti v projekci, vertikalním projekčním apparatem.

Jiný pokus (Pasteur, 1864), kterýž lze též v projekci ukázati, jest tento. Do nádoby skleněné o rovnoběžných stěnách naleje se rtuti, na níž se položí na př. kousek skla. Když se v blízkosti jeho vtlačí do rtuti skleněná destička (obr. 318.), pozoruje se, jak onen kousek skla se pohybuje k této destičce, jako by spočíval na blance, která se ponořením oné destičky protáhla. Též s vodou, na kterou se nasype lykopodia, lze pokus provésti, když se destička skleněná natře tukem.



Obr. 318.

Podobný základ má úkaz, že lze na husté a suché síto železné naliti vody a neproteče. Mnohý hmyz (vodní pavouci) leze po vodě a nožičky, jež jsou přirozeně poněkud mastné, nepronikají vodní blanou, leč když se (omytím aetherem) mastnota odstraní.

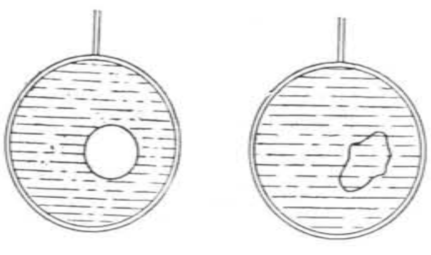
§ 400. Napjetí povrchové při vodorovném povrchu kapaliny.

Úvahu podobnou, jako o vertikalních složkách molekulových sil, můžeme učiniti o horizontalních. Pokud vzhledem k jakékoli rovině vertikalní jest symmetrie, ruší se složky tyto, ale způsobují přece napjetí, jež by se jevilo, kdybychom v myšlenkách povrch kapaliny přímkou prořízly; účinkem napjetí povrchového by přímka ta na každé straně byla tažena jistou silou, kteráž proto přichází k platnosti, že se stala jednostrannou. Tuto sílu, na jednotku délky vztahovanou, zoveme povrchovým napjetím F.

Rozměr veličiny této jest stanoven výrazem $\dfrac{\textit{síla}}{\textit{délka}}$.

Dlužno však pamatovati, že na povrchové napjetí, jakož také na povrchový tlak, působí též ústředí nad kapalinou (tedy na př. vzduch). Proto nutno při údajích číselných udávati ústředí obě.

Velmi poučný pokus k demonstraci povrchového napjetí udal *van der Mensbrugghe* (1866). Ponořme kruhový drát do roztoku mydlinového; utvoří se blána. Do této vpravme opatrně očko (napřed v jiném roztoku mydlinovém omočené) z kokonu (několikanásobného). Jakmile propíchneme (stočeným pijavým papírem) blánu uvnitř oka, napne se jednostranným ve všech směrech stejně působícím napjetím povrchovým do kruhu (obr. 319.).



Obr. 319.

Obr. 320.

Jiný pokus, který lze provésti též quantitativně a kterým se povrchové napjetí jeví ve významu novém, znázorňuje obr. 320. Na malé vidlici z drátu zhotovené pohybuje se volně jiný drát. Vložíme-li celek do mydlinové kapaliny na př. Terquemovy, vznikne blána mydlinová. Postavíme-li vidlici vertikalně, drží se pohyblivý drátek povrchovým napjetím na obou stranách blanky působícím, ba můžeme ještě i závažíčko přidati, jež se ještě tím napjetím udrží. Napjetí toto jest po každé straně $= F \,.\, l$, tudíž celkem $2F \,.\, l$. Pošineme-li drátek o délku s, vykonáme práci $2F \,.\, l \,.\, s$. Povrch blány vzrostl při tom na každé straně o ls, celkem o $2ls$. Na jednotku povrchu připadá tudíž práce $= F$. Tolik činí vzrůst energie povrchové. Znamená tudíž povrchové napjetí přímo povrchovou energii jednotky plošné.

Volíme-li různé kapaliny a zvětšujeme-li opatrně váhu až blána praskne, můžeme veličinu F počítati.

§ 401. Tlak povrchový při povrchu kapaliny zakřiveném.

Je-li povrch kapaliny zakřiveným, přistupuje ke tlaku K, jak jest pro povrch vodorovný, jistý additivní nebo subtraktivní doplněk, úměrný zakřivení plochy. V případu nejjednodušším, kde povrch jest kulový (sferický), určí se zakřivení převratnou hodnotou $\frac{1}{R}$ poloměru křivosti. V případu všeobecném, kde povrch jest křivým tvaru libovolného, dlužno zavésti zakřivení střední. Vedeme-li totiž normalou plochy, v pozorovaném bodu na plochu vztyčenou, rovinné řezy, obdržíme křivky, pro kteréž

poloměr křivosti R dle polohy onoho řezu se mění od hodnoty maximalní R_{max} k hodnotě minimalní R_{min}. Zakřivení střední celé plochy jest pak určeno výrazem

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_{max}} + \frac{1}{R_{min}}\right).$$

Dle toho jest povrchový tlak při libovolně křivém povrchu kapaliny stanoven výrazem

$$K \pm H \,.\, \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_{max}} + \frac{1}{R_{min}}\right),$$

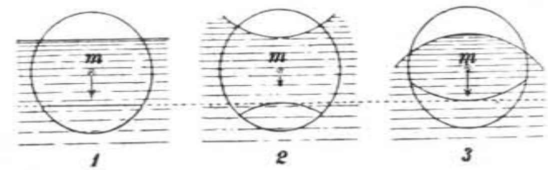
kdež jest H konstantou úměrnosti. Lze dokázati, že jest

$$H = 2F,$$

kdež značí F napjetí povrchové. Jest tedy povrchový tlak ploch zakřivených stanoven též výrazem

$$K \pm F\left(\frac{1}{R_{max}} + \frac{1}{R_{min}}\right).$$

Doplněk jest additivní (+) při povrchu konvexním, subtraktivní (—) při povrchu konkavním.



Obr. 321.

Že tlak povrchový zakřivením povrchu se pozmění, lze snadno objasniti úvahou té podobnou, kteráž vedla k pochopení tlaku povrchového vůbec. Z obr. 321. jest ihned patrno, že tlak povrchový při povrchu konvexním jest větší, při konkavním menší, poněvadž počet molekul jednostranně působících jest zde menší, onde větší. Že pak toto zvětšení neb zmenšení tlaku souvisí s napjetím povrchovým, lze rovněž snadno pochopiti, když se uváží, že při povrchu na př. konvexním napjetí povrchové kolem pozorovaného bodu působí tangentialně směrem nikoli vodorovným, nýbrž pod vodorovný dolů směřujícím. Jest zde tedy něco podobného, jako bychom přes konvexní povrch táhli dolů napjatou kaučukovou blánu, a tím ke zvýšení tlaku přispívali. Opačně jest tomu při povrchu konkavním, kde napjetím povrchovým vzniká jako by nadlehčování.

Důkaz mathematický není nic jiného nežli určitější formulace myšlenky, že totiž napjetí povrchové působí jiným směrem než vodorovným a že právě proto dává komponentu additivní nebo subtraktivní ve směru normaly plochy. Budiž tato plocha kulovou. V bezprostřední blízkosti pozorovaného bodu A (obr. 322.) veďme rovinný řez kolmo k poloměru OA; tím odřízneme segment ohraničený kruhem poloměru ϱ; podél tohoto kruhu působí tangentialně povrchové napjetí velikosti F na jednotku délky; na oblouček, příslušicí malému úhlu středovému ε, tudíž velikostí $F \,.\, \varrho\varepsilon$. Tato síla účinkuje vzhledem k souvislosti částic i v bodu A. Rozložme ji zde na složku vodorovnou a svislou

$$F\varrho\varepsilon \,.\, \cos \varphi, \qquad F\varrho\varepsilon \,.\, \sin \varphi.$$

Proveďme pak summaci pro všechny úhly ε, jimiž se vyčerpá plný úhel 2π. Summace složek vodorovných dává výslednici nullovou, ježto složky jednotlivé jsou vodorovně kolem do kola rozloženy souměrně. Při summaci složek svislých zaveďme

$$\sin \varphi = \frac{\varrho}{R}.$$

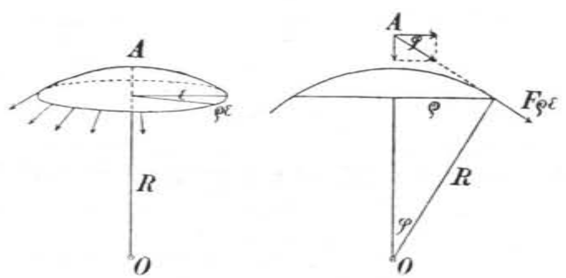
Obdržíme pak

$$\Sigma F \,.\, \varrho\varepsilon \,.\, \frac{\varrho}{R} = \frac{F\varrho^2}{R} \Sigma\varepsilon = \frac{F\varrho^2}{R} \,.\, 2\pi.$$

O tolik se tedy tlak zvětšil vzhledem k úhrnné ploše $\pi\varrho^2$ kruhu, která jest přibližně též úhrnnou plochou onoho kulového segmentu. Z toho obdržíme tlak na jednotku plochy

$$\frac{2F}{R},$$

jak nahoře bylo uvedeno.



Obr. 322.

Je-li povrch plochy tvaru libovolného, není R konstantním; pak dlužno onu summaci svislých složek prováděti vždy po dvou, vzhledem ke dvěma na sobě kolmým normalním řezům; tím vejde do počtu součet

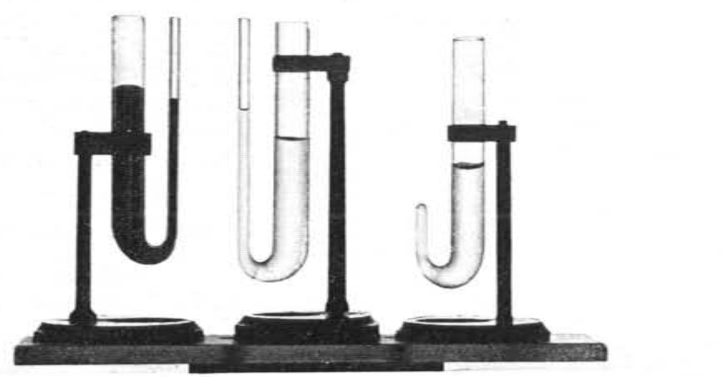
$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

obou zakřivení jako celek. Avšak dle theorie ploch jest tento součet pro všechny na sobě kolmé řezy konstantním a rovným

$$\frac{1}{R_{max}} + \frac{1}{R_{min}}.$$

Tím vystoupí tento součet před ono summační znamení a výsledek dříve již uvedený plyne ihned postupem stejným jako při povrchu kulovém. Summace zde užitá jest vlastně integrace.

Vzorec udávající změnu tlaku povrchového při povrchu zakřiveném jest základním pro celou theorii kapillarity. Tuto změnu tlakovou lze též objasniti pokusem velmi poučným. Jest k němu potřebí ohnuté trubičky skleněné, na jedné straně kratší a rovně seříznuté, na druhé delší. Když se zde nalévá vody, vystupuje v rameni kratším až na kraj, kde tvoří povrch konkavní; při dalším dolévání vody stává se povrch rovinným a pak konvexním. Situaci v tomto případě znázorňuje dle skutečnosti obr. 323. (na třetím místě). Jest viděti, jak zvětšení tlaku povrchového se jeví přímo tlakem sloupce kapaliny, ježto v rameni delším stojí kapalina značně výše. Toto rameno volí se raději širším, aby zde povrch kapaliny byl vodorovným a aby při dolévání vody, jež se musí díti opatrně po kapkách, výška jen mírně stoupala; neboť, jakmile se konvexní meniskus protrhne, ihned kapalina větším tlakem vytéká. Pokus lze ukázati velmi pěkně v projekci.



Obr. 323.

Dlužno ještě upozorniti na homogenitu členů, jež jsou ve výrazu

$$K \pm F\left(\frac{1}{R_{max}} + \frac{1}{R_{min}}\right)$$

obsaženy. K jest $\frac{\text{síla}}{\text{plocha}}$; F jest $\frac{\text{síla}}{\text{délka}}$. Tím však, že se F dělí délkou, docílí se též rozměru $\frac{\text{síla}}{\text{plocha}}$.

Význam vzorců povrchový tlak stanovících objasní se velice, když se jich použije na případ mydlinové koule. Vyfouknutí takové koule až do poloměru R vyžaduje práce, neboť bublina reaguje proti zvětšení povrchu.

Jest totiž povrchový tlak

na povrchu vnějším $K + \frac{2F}{R}$,

na povrchu vnitřním $K - \frac{2F}{R}$,

nehledíc k nepatrné tloušťce mydlinové vrstvy; tudíž

vnější přetlak $\frac{4F}{R}$

na každou jednotku plochy. Z výrazu toho odvodíme ihned důsledek, který lze pokusem dotvrditi. Přístrojem v obr. 324. dle skutečnosti znázorněným vytvoříme dvě takové bublinky různé velikosti, t. j. různého zakřivení $\frac{1}{R}$, na koncích trubičky skleněné, která uprostřed má kohout vrtaný dle schematu $\perp$. Tímto kohoutem lze tedy při foukání učiniti spojení od dmuchadla na levo nebo na pravo, ale také lze obě bublinky uvésti ve spojení vzájemné. Když se tak stane, pozorujeme, jak se bublinka menší, t. j. zakřivení $\frac{1}{R}$ většího, stahuje až na nullovou velikost, čímž se vzduch vhání do bubliny druhé, větší, t. j. menšího zakřivení. Pokus jest analogon pokusu v § 297. u spojitých nádob. Úkaz jest důsledkem toho, že přetlak jest úměrný zakřivení bubliny.

Obr. 324.

Když se při vyfukování bubliny má poloměr R zvětšiti ještě o ϱ, třeba vykonati práci, danou úhrnným tlakem a pošinutím ϱ. Považujme přetlak p na jednotku povrchu působící za neznámý. Onu práci stanoví pak výraz

$$4\pi R^2 . p . \varrho.$$

V náhradu zvětší se povrch vnitřní i vnější, oba dohromady o

$$2 . [4\pi (R + \varrho)^2 - 4\pi R^2] = 16\pi R\varrho + 8\pi\varrho^2$$

a tím i energie povrchová. Vzhledem k tomu, že ϱ jest velice malé, můžeme ve výrazu tomto člen $8\pi\varrho^2$ jakožto velice malý druhého řádu

vynechati. Zvětšení povrchu činí tedy $16\pi R\varrho$. Poněvadž F značí energii tuto pro jednotku povrchu (§ 400.), činí zvýšení energie povrchové celkem

$$16\pi R\varrho . F.$$

Tím nabýváme rovnici

$$4\pi R^2 . p\varrho = 16\pi R\varrho . F$$

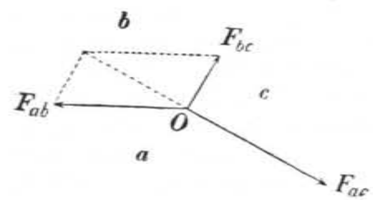
a z této

$$p = \frac{4F}{R}$$

jako dříve.

§ 402. **Šíření se kapaliny na povrchu kapaliny jiné.**

Povrchové napjetí závisí, jak již při výkladu tohoto pojmu upozorněno, na dvojím ústředí ve vzájemném styku se nacházejícím. Udává-li se (na př. v tabulkách) povrchové napjetí pouze pro jisté ústředí samotné, jest to míněno tak, že ústředím druhým jest vzduch. Je-li však tímto druhým ústředím na př. nějaká kapalina, jako jest tomu, když se kapaliny stýkají vzájemně, pak na rozhraní obou jest povrchové napjetí ovšem zcela jiné.



Obr. 325.

Obr. 326.

Může se státi, že se v přímce O, kterou si představíme kolmo k rovině nákresné, stýkají tři ústředí a, b, c. Na tuto stykovou přímku působí pak kolmo troje povrchové napjetí, z nichž každé padne do stykové (tangentialní) roviny dvou ústředí. Poněvadž tato napjetí F_{ab}, F_{bc}, F_{ac} jsou síly, jichž velikost jest dána, závisí rovnováha jen na směrech, a jest možná jenom, když se ze sil daných dá utvořiti trojúhelník sil (obr. 325.). Podmínky toho jsou známé. Při dané velikosti sil určí se příslušné směry větou sinusovou. Když jedna síla jest větší než součet dvou druhých, jest rovnováha při styku oněch tří ústředí nemožnou.

Tento případ může nastati, když kapku kapaliny nějaké pustíme na povrch na př. vody. Povšechně kapka taková má tvar čočkovitý (obr. 326.). Při velikém povrchovém napjetí vody vzhledem ke vzduchu stává se však velmi často, že rovnováha jest nemožnou, t. j. že se kapka neudrží, poněvadž součet obou zbývajících napjetí jest menší; kapka se pak ihned rozšíří po povrchu celém.

Tak na př. když kápneme olej na vodu. Zde jest povrchové napjetí $\left(\frac{dyna}{cm}\right)$

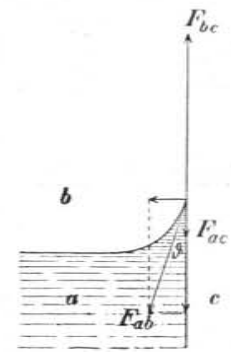
olej — vzduch	34·3
olej — voda	20·6
součet	54·9
voda — vzduch	73·5.

Proto se kapka oleje neudrží na vodě, nýbrž velikou rychlostí se rozestře po celém povrchu vody. Také velmi četné jiné kapaliny se rozestrou po vodě. Proto je velmi nesnadno, obdržeti zcela čistý povrch vody, jakého jest pro pokusy kapillarní, zejména quantitativní, třeba.

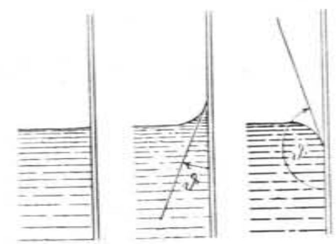
Přítomnost takové velmi teninké vrstvy cizí kapaliny na vodě zmenšuje velice povrchové napjetí. Tak na př. kapkou alkoholu klesne povrchové napjetí vody téměř na třetinu. Když se tedy na dno nádobky skleněné naleje velmi tence vody a pak kápne alkoholu na kraj, pozoruje se, jak se voda od té strany odhání, jako by se větrem voda odehnala na mělčině. Když se ke kraji vody přiblíží lahvička s aetherem, vzniká již parami aetherovými úkaz podobný. Skvrna mastná na šatech rozežene se do látky, když se do prostřed kápne benzinu; naopak, když se krajem dokola natírá benzin, shání se mastnota do prostřed, kde jí lze pijavým papírem odstraniti. Toluol a benzin na skle málo se roztéká; když se k němu blížíme tyčinkou skleněnou, jež byla do aetheru ponořena, odhání se. Jako tam u vody tak i zde u benzinu neb toluolu zmenší se povrchové napjetí na straně aetheru a tím nabude převahy povrchové napjetí na straně druhé a ve smyslu toho nastane pohyb. Kousky kafru víří na vodě z důvodu podobného. Také každou nečistotou, prachem a pod. zmenšuje se povrchové napjetí. Nejcitlivěji se to ukazuje u rtuti. Kapka vody na povrchu rtuti naprosto čisté by se neudržela; ale při čistotě obyčejné se udrží. Povrchové napjetí rtuti udává se (v míře absolutní) až 500, ale to platí jen pro rtuť idealně čistou; rtuť obyčejná mívá povrchové napjetí značně menší. Něco podobného platí o skle. Na čerstvých plochách skleněných, jak vznikají, když se na př. tlusté desky zrcadlové přerazí, se kapka vody neudrží; ale za krátký čas pozmění se povrch skla tak, že se kapka udrží. Naproti tomu kapka aetheru neb oleje terpentinového se na skle neudrží. Zvýšení teploty má za následek povšechné zmenšení povrchového napjetí.

§ 403. Úhel krajní.

Případ, že se tři ústředí stýkají v přímce, nastává u rovinné stěny nádoby, v níž se kapalina nalézá; zde se tedy stýkají kapalina, vzduch a stěna. Avšak případ tento jest přece rozdílný od toho, o němž v odstavci předešlém jednáno, poněvadž stěna jest ústředím nepohyblivým, kdežto kapalina na kapalině má volnost pohybu. Je-li tedy ústředí *a* kapalina, *b* vzduch, *c* stěna, jsou síly ke stěně se vztahující, t. j. F_{ac} a F_{bc} dány nejen svou velikostí, nýbrž i svým směrem, poněvadž působí v rovině stěny.



Obr. 327.



Obr. 328.

Pak zbývá jen síla F_{ab}, která jest dána jen svou velikostí, při níž tedy změna směru jest možnou. Tato působí v rovině, v níž se stýkají kapalina a vzduch; přizpůsobení jejího směru jest tedy možno tím, že kapalina svůj povrch v blízkosti stěny změní, jak rovnováha vyžaduje. Poněvadž stěna jest pevnou, vyžaduje rovnováha podmínku (obr. 327.)

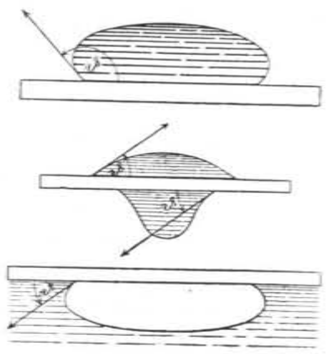
$$F_{ab} \,.\, \cos \vartheta + F_{ac} = F_{bc}.$$

Kapalina stýká se tedy se stěnou v tangentialní rovině, jež přiléhá ke stěně v úhlu ϑ. Tento se zove *úhlem krajním*. Jest buď ostrým neb tupým (obr. 328.), dle rovnice

$$\cos \vartheta = \frac{F_{bc} - F_{ac}}{F_{ab}}.$$

U kapalin, jež ke stěně lnou, jest ostrým, kapalina se zvedá ke stěně. Jinak se kapalina stěnou stlačuje, úhel krajní jest tupým. Rozhoduje podmínka

$$F_{bc} \gtrless F_{ac}.$$



Obr. 329.

Úhel krajní ϑ, jsa podmíněn jenom napjetím povrchovým, zůstává konstantním, nechť jest styk oněch tří ústředí ve způsobu jakémkoli. Tak na př. při vodě, vzduchu a sklu ukazuje se týž úhel při kapkách vody na skle spočívajících nebo na skle visících anebo při bublině vzduchové ve vodě pod sklem se tvořící (obr. 329.).

Úhel krajní voda-vzduch-sklo jest při zcela čisté vodě a zcela čistém sklu $4^0\,40'$, může však při sklu mastném se zvýšiti až na $40^0\,31'$ (Quincke). Úhel krajní rtuť-vzduch-sklo (obr. 329.) udává se 134^0 až 147^0. Úhel krajní aether-vzduch-ocel jest 90^0; zde tedy se povrch aetheru stěnou nemění.

§ 404. Elevace a depresse v trubičkách kapillarních.

Vnoří-li se do kapaliny trubice na př. skleněná, průměru $2r$, přizpůsobí se kapalina blíže stěn účinku povrchových napjetí tak, že se zde povrch, jinak u prostřed trubice horizontalní, stává zakřiveným. Je-li však trubička velmi úzká, tak že stěny její obepínají kapalinu velmi těsně, přestává povrch kapaliny i ve střední části trubice býti vodorovným a stává se kulovitým, buď konvexním nebo konkavním, o poloměru R. Následkem toho změní se (obr. 330.) tlak povrchový K, stávaje se větším neb menším, což zase jest příčinou, že nastane kompensace hydrostatická; kapalina v trubičce se sníží nebo zvýší, nastává depresse nebo elevace. Takovéto úzké trubičky zoveme vláskové čili kapillarní*) a mluvíme o kapillarní depressi nebo elevaci. Kulovitý povrch kapaliny v trubičce nazývá se meniskus.

Je-li q průřez trubičky, s specifická hmota kapaliny, a zvedne-li se kapalina v trubičce umenšením tlaku povrchového o sloupeček výšky h, jest kompensace hydrostatická dána vahou sloupečku, kteráž jest — nepřihlížíme-li k menisku — určena výrazem

$$qhs\,.\,g.$$

Tato elevace kapillarní nastává zmenšením povrchového tlaku, při povrchu konkavním, kteréžto zmenšení, na průřez trubičky q

*) Z latinského: capillus, -i vlas.

vztahované, činí

$$\frac{2F}{R}\,q.$$

Odtud základní rovnice kapillarity

$$qhsg = \frac{2F}{R}\,q$$

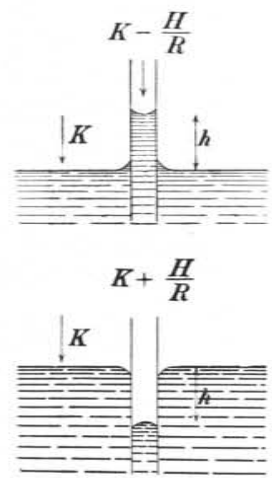
čili

$$hsg = \frac{2F}{R}.$$

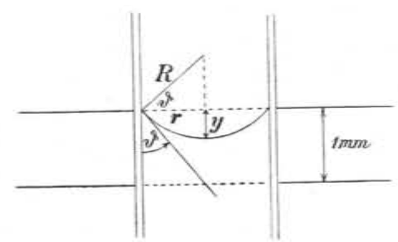
Zmenšení tlaku povrchového, vztahované na jednotku povrchu kulového menisku, činí $\frac{2F}{R}$, tudíž na každý plošný element σ menisku $\frac{2F}{R}\,\sigma$. Abychom z této síly, která k elementu σ kolmo působí, obdrželi složku vertikalní, třeba utvořiti výraz

$$\frac{2F}{R}\,\sigma\,.\,cos\,\varphi,$$

kdež značí φ úhel normaly povrchové a svislé přímky. To však jest



Obr. 330.



Obr. 331.

též úhel elementu povrchového σ s rovinou vodorovnou. Značí tedy výraz $\sigma\,cos\,\varphi$ také průmět elementu σ na vodorovnou rovinu, a tudíž součet všech takových výrazů průmět celého menisku na rovinu vodorovnou. Průmět tento jest však průřez q trubičky. Zmenšení tlaku povrchového ve smyslu svislém jest tudíž dáno výrazem

$$\frac{2F}{R}\,q.$$

Jde ještě o výpočet poloměru R. Je-li ϑ úhel krajní, jest patrně (obr. 331.)

$$R = \frac{r}{\cos\vartheta},$$

čímž vyjde pro elevaci kapillarní

$$h = \frac{2F \cdot \cos\vartheta}{rsg}.$$

Elevace kapillarní jest tudíž obráceně úměrná poloměru trubičky. Zákon tento*), tak zvaný Jurinův (1718), lze na různých kapillarních trubičkách demonstrovati (v projekci). Elevace kapillarní souvisí též s úhlem krajním, se specifickou hmotou kapaliny, ale též s urychlením tíže, což jest pochopitelno, poněvadž kompensace povrchového tlaku se děje vahou.

Úhel krajní ϑ lze určiti z prohloubení menisku y (obr. 331.) dle jednoduchého vztahu

$$R - y = r\, tg\, \vartheta.$$

Dá-li se tedy millimetrové měřítko za trubičku kapillarní tak, aby jedna dělicí čárka souhlasila s okrajem menisku, lze y dle polohy druhé dělicí čárky odhadnouti.

Odvození vzorce pro elevaci kapillarní, jak nahoře bylo podáno, má tu přednost, že platí v podstatě své všeobecně. Jinak lze pro trubičky průřezu kruhového, jak je zde předpokládáme, rychleji také takto přijíti k cíli.

Sloupeček kapaliny, váhy $qhsg$, drží se povrchovým napjetím F, působícím podél obvodu $2\pi r$ silou $F \cdot 2\pi r$, o úhel ϑ od svislé odchylenou; do směru tíže připadá tedy složka $F \cdot 2\pi r \cdot \cos\vartheta$. Odtud rovnice

$$F \cdot 2\pi r \cdot \cos\vartheta = \pi r^2 \cdot hsg$$

čili

$$h = \frac{2F \cdot \cos\vartheta}{rsg}$$

jako dříve, opět bez ohledu na meniskus. Pro kapillarní depressi platí tytéž vzorce na základě úvahy zcela analogické. Elevaci i depressi lze (v projekci) ukázati způsobem v obr. 323. znázorněným.

Dlužno upozorniti, že r značí poloměr trubičky ne snad průměrný, nýbrž jen toho místa, kde se meniskus tvoří. Výška h by byla stejnou, kdyby pod tím místem trubička se libovolně šířila. Toho dlužno dbáti, když se základního vzorce pro trubičky kapillarní užívá k stanovení povrchového napjetí F.

Zajímavým dotvrzením vzorců zde platných jest, že se do trubičky kapillarní kapalina vssaje a tam volně udrží ve výšce $2h$. Dolejší konvexní meniskus totiž současně tlačí vzhůru o tolik, o mnoho-li hořejší jako by nadlehčuje, předpokládajíc poloměr menisku nahoře i dole za stejný; tomu jest vyhověno, je-li trubička ze skla velmi tenkého, proti průměru trubičky.

*) James Jurin, (1684—1750), lékař v Londýně. Zákon ten poznal (1670) však již Giovanni *Borelli* (1608—1679), jenž se též účastnil prací v akademii del Cimento.

§ 405. Elevace a depresse u rovnoběžných desk.

Mezi dvěma rovnoběžnýma deskama v malé odlehlosti d do kapaliny svisle vloženýma není meniskus úsekem koule, nýbrž válce, jehož minimalní poloměr křivosti jest R, maximalní ∞. Ze všeobecného výrazu

$$K \pm F\left(\frac{1}{R_{\max}} + \frac{1}{R_{\min}}\right)$$

stanovíme povrchový tlak pro tento případ vzorcem

$$K \pm \frac{F}{R}.$$

Na vývodech odstavce předešlého se jinak nemění ničeho, než že dlužno psáti $\frac{F}{R}$, kde tam bylo $\frac{2F}{R}$. Vzhledem k tomu jest patrno, že elevace i depresse h při deskách rovnoběžných v odlehlosti d do kapaliny zapuštěných jest poloviční té elevace a depresse, kteráž vzniká u trubiček průměru d.

Týž výsledek odvodíme na základě povrchového napjetí F. Vertikalní jeho složka po obou stranách menisku jest $2F\cos\vartheta$ na každou jednotku délky; touto silou se nese váha sloupce kapaliny šířky d, délky 1 a výšky h, vyjádřena výrazem $dhsg$. Jest tudíž

$$2F\cos\vartheta = dhsg,$$

odkudž plyne

$$h = \frac{2F\cos\vartheta}{dsg}.$$

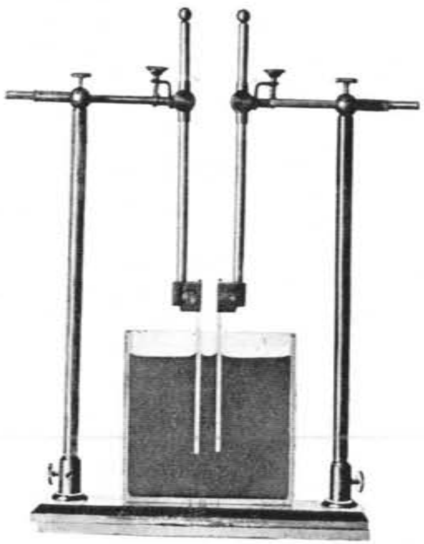
Vzorec tento jest souhlasný s tím, který jsme odvodili pro trubičky, až na to, že zde jest d, kde tam jest r. Jsou-li desky k sobě nakloněny, jest d proměnlivé. Dle vzorce posledního jest

$$hd = \frac{2F\cos\vartheta}{sg}.$$

Výraz na pravo jest konstantou. Píšeme-li za svislou elevaci h na okamžik y, a uvážíme-li, že odlehlost x ve smyslu vodorovném jest úměrna tloušťce d od společné vertikalní hrany počítajíc, obdržíme

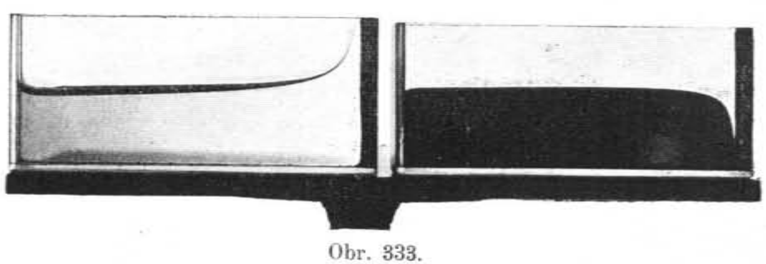
$$xy = Const.$$

jakožto rovnici čáry, podél které se elevace neb depresse utváří; čarou touto jest rovnoosá hyperbola.



Obr. 332.

Obr. 332. znázorňuje způsob, jak lze ukázati (v projekci) elevace (a podobně i depresse) kapillarní mezi dvěma skleněnými deskami, jež jsou svisle rovnoběžně do kapaliny zapuštěné. Kapalina jest v nádobě parallelepipedické ze skla zrcadlového; destičky skleněné mají touž šířku jako nádoba, tak že těsně přiléhají krajem svým ke stěnám podélným. Tím vynikne tvar menisku velice pěkně, a ukáží se jeho změny, když se odlehlost destiček zmenšuje. Regulace desk na rovnoběžnost provádí se šroubky stativu velmi pohodlně a jemně. Stativu lze užívati též k pokusům elektrolytickým v projekci mezi elektrodami na př. platinovými.



Obr. 333.

Rovnoosá hyperbola u desk svislých k sobě nakloněných ukazuje se (v projekci) velmi pohodlně v klínovitých skleněných nádobkách a to jak pro elevaci, na př. u vody mírně zbarvené, tak pro depressi u rtuti (obr. 333.).

§ 406. Určení povrchového napjetí vážením kapek.

Budiž m hmota kapky, visící na obvodě $2\pi r$ úzké tenkostěnné trubičky. Je-li F napjetí povrchové, nese síla $2\pi r F$ váhu kapky mg. V okamžiku, kdy kapka vzroste na takovou hmotu m, že se odtrhne, jest

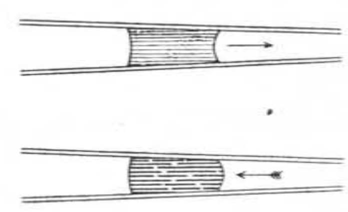
$$2\pi r \,.\, F = mg.$$

Z rovnice této lze F počítati. Methoda není velmi přesnou, ale za to jednoduchou a pohodlnou; lze ji užíti při každé teplotě. Při experimentování užívá se malé, regulačním kohoutem opatřené pipetty, jejíž konec byl nad plamenem vytažen v tenkostěnnou trubičku.

Úkazem v jistém smyslu obráceným jest odtržení se bublinky vzduchové od úzké trubičky skleněné v kapalině. Když se do této kapaliny vnoří ohnutá trubička otvorem nahoru ústící a když se vhání trubičkou vzduch, tvoří se při ústí v kapalině bublinky, jež se při jistém tlaku právě odtrhávají. Měří-li se tento tlak a obvod trubičky, lze podobně jako nahoře povrchové napjetí počítati. Pokus upraví se jednoduše dle analogie Heronovy baňky tak, že se zátkou, která její hrdlo uzavírá, vedou dvě trubičky, jedna manometrická, nálevkou opatřená, svisle až na dno, druhá vzduchovodná, zátkou krátce procházející, ohnutá a do dané kapaliny ústící, kdež v části zúžené otvorem nahoru směřuje. Když se do oné manometrické trubice nalévá voda, počínají otvorem trubičky v kapalině vystupovati bublinky a přestávají vycházeti, když právě jest rovnováha mezi napjetím bublinky a tlakem sloupečku vodního. Pokusem lze velmi poučně objasniti, jak se povrchové napjetí mění jednak teplotou, jednak působením jiných kapalin, kteréž se s danou míchají, na př. vody a alkoholu a pod.

§ 407. Zjevy podmíněné kapillaritou.

Zákony v předešlých odstavcích odvozenými vysvětlují se přečetné zjevy, jež pozorujeme v přírodě i v denním životě. Kapillaritou vystupují šťávy v rostlinách do výše právě tak, jako vlhne suchý písek na vlhkou půdu nasypaný aneb jako se vlhkost táhne ze základů do zdí, když není proti tomu učiněno zvláštní opatření (krytí látkami, jimiž voda neproniká na př. deskami olověnými). Sem náležejí známé úkazy u nádoby průlinčité, houby, knotu lamp, atd. V konických trubičkách pohybuje se kapka vody směrem k užšímu, kapka rtuti směrem k širšímu konci (obr. 334.), jak výraz pro tlak povrchový ihned vysvětluje.



Obr. 334.

Když na povrchu kapaliny plují tělíska, která se buď omáčejí nebo ne, nastává v blízkosti též přitahování neb odpuzování. Úkazy tyto lze demonstrovati velmi dobře v projekci. Dvě jehly, položené na vodu, kterou se neomáčejí, přitahují se vespolek i z odlehlosti dosti značné, jako by byly magnetickými a hledí splynouti, ale odpuzují se tyčinkou skleněnou, která se v jich blízkosti do vody vnoří, poněvadž se tato omáčí. Dvě kuličky skleněné, duté, jež se obě omáčejí, přitahují se živě, také tíhnou ke kraji skleněné nádoby. Když se však na povrch vody položí z argentanu opatrně na př. dva drátky do úhlu spojené a když se taková kulička skleněná vloží do tohoto úhlu blízko k vrcholu, odpuzuje se živě od vrcholu dále ven. Podobně se přitahují neb odpuzují destičky skleněné, rovnoběžně na nitkách do kapaliny zapuštěné dle toho, zda-li se buď obě anebo jen jedna z nich kapalinou omáčí neb neomáčí.

§ 408. **Kapillarní konstanty.**

Veškeré rovnice, v předešlých §§ odvozené, psány jsou tak, jak toho vyžaduje absolutní osnova měr. Proto také číselné hodnoty jednotlivých veličin vyjdou z rovnic těch v jednotkách absolutních. Veličiny, jež v rovnicích těch zjevy kapillarní charakterisují, jsou

$$K,\ H,\ F,\ hr.$$

Povrchový tlak K na povrchu vodorovném nedá se číselně určiti; ostatně se jedná při povrchovém tlaku vždy o tlakové rozdíly, ze kterých se vyloučí. Konstanta H jest $2F$. Součin hr kapillarní elevace neb depresse v trubičce kapillarní poloměru r jest rovněž pro určité látky (určité teploty) konstantou, dle rovnice

$$hr = \frac{2F \cos\vartheta}{sg},$$

a poněvadž značí rozměrově čtverec délky, označuje se krátce

$$hr = a^2.$$

Dle toho máme pro kapillaritu charakteristické konstanty dvě:

$$F,\ a^2,$$

tyto vstupují do rovnice

$$a^2 = \frac{2F \cos\vartheta}{sg},$$

ve kteréž přichází jakožto další, avšak jimi již určená charakteristická konstanta krajní úhel ϑ. V mnohých případech, na př. u vody a skla, alkoholu a skla a j., lze ostatně příbližně klásti $\cos\vartheta = 1$.

Ony význačné konstanty F a a^2 mají zvláštní jména, kteráž však různí autorové různě volili. Konstanta F, povrchové napjetí, zove se konstantou kapillarní (Violle), jinak konstantou kohaese (Quincke), také koefficient kapillarní; označuje se též písmenou α. Konstanta a^2 zove se též konstantou kapillarní (Poisson), nebo

též specifickou kohaesí (Quincke); jinak se udává jako výška h kapillarní elevace v trubičce kapillarní poloměru jednotkového. Číselné hodnoty těchto konstant závisí na volbě jednotek. V absolutní soustavě měr jest určena

$$\text{konstanta } F \text{ jednotkou } \frac{dyna}{cm},$$

$$\text{"} \quad a^2 \quad \text{"} \quad cm^2.$$

Veliký číselný material starší jest však založen na jednotkách jiných. Určuje se

$$\text{konstanta } F \text{ jednotkou } \frac{\text{váha } mg}{mm},$$

$$\text{"} \quad a^2 \quad \text{"} \quad mm^2.$$

Mnozí autorové zavádějí nyní jakési kompromissní jednotky, totiž

$$\text{pro konstantu } F \text{ jednotku } \frac{\text{váha } g}{cm},$$

$$\text{"} \quad \text{"} \quad a^2 \quad \text{"} \quad cm^2,$$

avšak jednotky tyto nejsou vhodné; dle nich vycházejí čísla méně přehledná.

Přepočítávání údajů starších na soustavu absolutní jest proto velmi jednoduché, poněvadž váha milligrammu jest jen o 2% menší než dyna, a poněvadž $mm = \frac{1}{10}\,cm$. Přesněji jest poměr mezi vahou milligrammu a dynou dán číslem 0·981 (souvisícím s urychlením tíže na př. v Praze); k tomu přijde ještě koefficient 10, tak že převodní koefficient pro F jest

$$9{\cdot}81.$$

Převodní koefficient pro a^2 jest ovšem $\frac{1}{100}$. Těmito koefficienty násobíme tudíž údaje starší, abychom je převedli na absolutní soustavu měr. Dlužno však upozorniti, že v rovnicích příslušných odpadává faktor g intensity tíže, když se hmoty milligrammu užívá jako ve smyslu váhy.

§ 409. **Příklady číselné.**

Z číselného materialu, v tabulkách fysikalních*) obsaženého, jsou v následujícím vyňaty některé příklady. Jednotkami jsou při tom

$$F \ldots \frac{\text{váha } mg}{mm}, \quad a^2 \ldots mm^2$$

$$a^2 = \frac{2F \cos\vartheta}{s}.$$

*) Landolt a Börnstein 1894.

Látka (teplota)	a^2	F	Látka (teplota)	a^2	F
Voda 0°	15·4080	7·923	Aether 0°	5·4335	1·971
20	14·8420	7·574	20	4·9155	1·737
40	14·2760	7·212	35	4·5260	1·562
60	13·7100	6·836	Benzol 15	6·817	2·877
80	13·1440	6·446	Meth. alkoh. 15	6·016	2·426
100	12·5780	6·042	Olivový olej 20	7·68	3·52
Alkohol 0	6·062	2·585	Petroleum 20	6·758	2·643
20	5·776	2·409	Toluol 15	6·654	2·849
40	5·490	2·233	Terp. olej 20	6·434	2·776
60	5·204	2·057	Rtuť 20	46·44	6·82
78	4·948	1·898	„ 20	55·03	

V údajích (a^2) pro rtuť jsou dosti značné rozdíly 46·44 (Sieg) 55·03 (Quincke). Účinek teploty hledí se vyjádřiti formulemi (interpolačními). Také v jiných číselných údajích jsou dle různých pozorovatelů rozdíly značné.

Z tabulky jest na př. viděti, že v kapillarní trubičce poloměru 1 *mm* vystoupí voda okrouhle na 15 *mm*, tudíž při poloměru jednoho mikronu na 15 metrů; cévy rostlinné mají poloměr několika málo mikronů; tím se vysvětluje značná výška, do níž šťávy rostlinné vystupují.

Veliký počet zajímavých pokusů a pozorování o kapillaritě zejména vzhledem k útvarům mydlinovým uvádí *C. V. Boys* ve svém pojednání „Soap-Bubbles and the Forces which mould them. London, 1890.“

§ 410. **Vnitřní tření kapalin.**

Jednajíce o proudění kapalin v trubicích, žlabech, v řečištích a pod. (§ 325.) upozornili jsme na úkaz, že rychlost proudění není v celém profilu stejnou, a že z toho důvodu jest nutno zaváděti pro výpočty rychlost průměrnou. Označili jsme též tření za příčinu tohoto úkazu. Kapalina lne ke stěnám; částečky kapaliny v té rovinné vrstvě, která přímo k rovinné stěně přiléhá, nepohybují se vůbec (obr. 335.); tím však zadržují také částečky ve vrstvách od stěny víc a více odlehlých, tak že zde rychlost proudění jen ponenáhlu od rychlosti nullové roste až k té rychlosti, jakáž jest určena daným tlakem. Příčinou toho jest vnitřní tření vrstev kapaliny. Mají-li dvě vrstvy průřezu q v odlehlosti l a $l + \Delta l$ od stěny rychlost v a $v + \Delta v$, zadržuje vrstva dolejší vrstvu hořejší silou F, jež jest dána vzorcem

$$F = \eta \cdot q \cdot \frac{\Delta v}{\Delta l}.$$

Souvisí tudíž tato síla především s průřezem q; dále s rozdílem rychlostním Δv, avšak nikoli prostým, nýbrž vztahovaným na odlehlost Δl, ve které vzniká; poměrem $\Delta v : \Delta l$ určuje se tudíž rychlostní spád (gradient). Konečně souvisí ona síla F s povahou kapaliny samé; tato jest charakterisována konstantou η, která se zove *koefficientem vnitřního tření*, též *koefficientem viskosity* (vaznosti) kapaliny. Převratnou hodnotou $\frac{1}{\eta}$ vyznačuje se *fluidita* (tekutost) kapaliny.

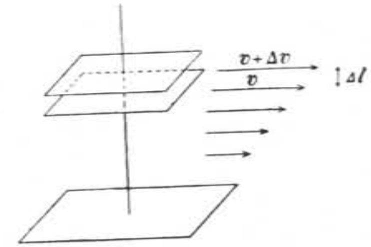
Z rovnice

$$\eta = \frac{F}{q} : \frac{\Delta v}{\Delta l}$$

vychází, že koefficient η udává sílu, kterou zadržuje jednotka plošná jisté vrstvy kapaliny jednotku plošnou sousední vrstvy při jednotkovém spádu rychlostním. Rozměr koefficientu jest tudíž

$$\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{L}^2} : \frac{1}{\mathrm{T}} = \frac{\mathrm{FT}}{\mathrm{L}^2} \text{ všeobecně,}$$

$$\frac{dyna \,.\, sec}{cm^2} \text{ zvlášť.}$$



Obr. 335.

Starší data o koefficientu η zakládají se na jiné jednotce silové, za kterou se volila váha grammu; tato činí (pro Prahu) 981 dyn; proto jest starší jednotka koefficientu η 981kráte větší, a tudíž čísla pro η na jednotce té založená 981kráte menší. Tak jest na př. pro vodu

$$\eta = 0{\cdot}0000106 \, \frac{\text{váha } g}{cm^2} \,.\, sec = 0{\cdot}0104 \, \frac{dyna}{cm^2} \,.\, sec.$$

V jednotce absolutní jsou tedy čísla přehlednějšími.

Koefficient η jakožto míra viskosity určité kapaliny zove se často *viskositou absolutní*. Vedle toho zavádí se (dle analogie tepelné vodivosti) *viskosita relativní* jakožto *poměr* mezi viskositou η kapaliny a viskositou η_0 vody, z pravidla nullstupňové; tato se pak klade = 100, t. j. viskosita libovolná udává se v procentech viskosity nullstupňové vody. Tím se obdrží čísla přehlednější. Místo relativní užívá se též názvu (ač méně vhodného) viskosita specifická (§ 64.).

Zákon nahoře uvedený jest hypothesou, kterouž dlužno zkoušeti. Tuto zkoušku lze provésti v těch případech, kdy vnitřní tření kapalin zvláště přichází k platnosti. Jsou to jednak výtok kapaliny trubicemi kapillarními, jednak kývání těles pevných v kapalině kolem osy svislé. V obou případech těchto theorie, vycházejíc od onoho zákona základního, odvodí jeho důsledky, jež lze experimentalně zkoumati. Souhlasí-li pokus s theorií, jest to potvrzením onoho zákonu základního.

1. Proudí-li kapalina tlakem p (na jednotku plochy vztahovaným) v úzké trubičce délky L a konstantního poloměru r, a je-li proudění ustálené, můžeme si v myšlenkách představiti kapalinu rozloženou kolem osy trubice ve vrstvy válcové, jež se podél této osy pošinují. Vrstva

na stěnu přiléhající, k níž kapalina lne, má rychlost nullovou; odtud rychlost vrstev stoupá až jest v ose trubice samé největší. Jsou tedy mezi vrstvami sousedními rozdíly rychlostní, jest zde rychlostní spád, tudíž podmínka tření. Stationarní stav pohybu jest právě tím podmíněn, že tření tou měrou pohyb zadržuje, jako jej tlak daný urychluje; odtud rychlost v každé vrstvě konstantní. Theorie vycházejíc od těchto představ a od základní rovnice (differentialní) odvozuje rovnici výslednou (integralní), určujíc objem kapaliny za jednotku časovou vyteklé. Tento objem V určil (1846) *Poiseuille**) vzorcem

$$V = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{r^4}{L} \frac{p}{\eta}.$$

Vzorec tento nelze srovnávati se vzorci, jež byly v § 325. pro výtok širšími trubicemi odvozeny; neboť tam bylo tření zcela jinak vzato v počet, totiž jakožto ztráta tlaková, kdežto zde jest p tlakem plným a tření jest vyznačeno koefficientem η. Tam se tlak p zjednal hydrostaticky, kdežto zde tlak p může býti zjednán způsobem jakýmkoli, na př. stlačeným vzduchem, pístem anebo (u srdce) tlakem svalovým. Povaha kapaliny jest ve vzorci Poiseuillově stanovena právě koefficientem η, nepřichází tudíž ve vzorci hmota specifická, jako v základním vzorci (§ 318.) pro pohyb kapalin. Ostatně lze zákona Poiseuillova i pro trubice širší použiti, jsou-li jen velmi dlouhé.

Je-li tlak p dán hydrostaticky, tlakem sloupce kapaliny o specifické hmotě s a výšce H, dlužno psáti

$$p = Hsg,$$

kdež jest g intensita tíže na místě pozorovacím.

2. Jinak lze vnitřní tření studovati methodou, kterou zavedl *Coulomb* (1802) a kterou zdokonalili četní pozorovatelé doby novější, zejména *O. E. Meyer* (1861), *W. König* (1887) a j. Kovová deska nebo koule, zavěsí-li se na drát, vykonává ve smyslu horizontalním oscillace, řízené torsí drátu (§ 381.), kteréž ve vzduchu jsou tlumeny měrou velmi nepatrnou. Útlum stává se však velmi značným, když se deska nebo koule vloží do nějaké kapaliny; neboť vrstvy kapaliny, jež bezprostředně lnou k desce nebo ke kouli, a jež s ní vykonávají pohyby stejné, jsou zadržovány sousedními vrstvami kapaliny následkem vnitřního tření. Theorie pohybu, jež není jednoduchou, uvádí logarithmický dekrement v souvislost s koefficientem vnitřního tření, který se tudíž dá počítati, když se kyvy pozorují.

3. Methodu právě popsanou lze nahraditi jinou (Helmholtz a Piotrovski 1860) jako by obrácenou, kdy dutá (uvnitř zlacená) koule, na drátu zavěšená, kývá nikoli v kapalině, nýbrž s kapalinou, která se do koule naleje. Také zde se pozoruje doba kyvu a logarithmický dekrement.

---

*) Jean Poiseuille, proslulý fysiolog v Paříži, studoval pohyb kapalin velmi úzkými trubicemi vzhledem ke kapiliarám cevním při oběhu krve; žil v letech 1799–1869.

Z výsledků o viskositě, pozorováním zjednaných, budiž především vytčen účinek teploty. Zahříváním viskosita klesá (fluidita stoupá) urychleně. Vzorce interpolační mají tvar

$$\eta_t = \frac{\eta_0}{1 + at + bt^2}.$$

Číselně*) objasňuje se účinek teploty u vody a alkoholu následující tabulkou, jež udává viskositu absolutní i relativní.

t	voda		alkohol	
	$\eta_t \frac{dyna}{cm^2} \cdot sec$	$\frac{\eta_t}{\eta_0}$ %	$\eta_t \frac{dyna}{cm^2} \cdot sec$	$\frac{\eta_t}{\eta_0 \text{ voda}}$ %
0	0·018086	100·0	0·01846	101·6
10	0·013257	73·3	0·01493	82·2
20	0·010164	56·2	0·01252	68·9
30	0·008121	44·9	0·01027	56·5
40	0·006638	36·7	0·00856	47·1
50	0·005697	31·5	0·00718	39·5
60	0·004865	26·9	0·00616	33·9
70	0·004239	23·5	0·00521	28·7

Podobným způsobem klesá koefficient η u rtuti, jak patrno z hodnot 0·01697 (0°), 0·01017 (196·7°) 0·00916 (340·1°). Z ostatních kapalin budiž uveden kysličník uhličitý jakožto příklad nejmenší známé viskosity, 0·000784 (15°), 0·000539 (29°), a čistý glycerin, jakožto příklad velké viskosity, 42·2 (2·8°), 13·87 (14·3°), 8·30 (20·3°), 4·94 (26·5°); klesání viskosity vzrůstající teplotou jest zde zvláště prudké. Látky smolnaté neb balsamovité mají ovšem viskositu daleko větší. Tak nalezl *Obermayer* (1877) pro smůlu (7°) číslo $2{\cdot}21 \cdot 10^9$, a pro storax (balsam, 15°) číslo $1{\cdot}344 \cdot 10^{11}$.

U roztoků stoupá viskosita s koncentrací. Tato se udává procentualně, způsobem dvojím: buď se určí, mnoho-li grammů rozpuštěné látky jest obsaženo ve 100 grammech roztoku; anebo, mnoho-li grammů rozpuštěné látky jest obsaženo ve 100 cm^3 roztoku. Je-li jednak m rozpuštěná hmota pevná, jednak M hmota, V objem a S specifická hmota roztoku, jest koncentrace dle způsobu prvého (dle hmoty) a druhého (dle objemu) udána zlomkem (v procentech vyjádřeným)

$$\frac{m}{M}, \qquad \frac{m}{V}.$$

---

*) Data číselná vyňata z tabulek Landolt a Börnstein 1894.

Vzhledem k rovnici $$M = VS$$

jest $$S\frac{m}{M} = \frac{m}{V},$$

dle čehož lze údaje koncentrační obou způsobů přepočítávati.

Aby zde účinek rozpuštěné látky v rozpustidle dané teploty více vynikl, počítá se relativní viskosita vzhledem k viskositě vody *téže teploty*, dle schematu

$$\frac{\eta_t \text{ roztoku}}{\eta_t \text{ vody}}.$$

U roztoku cukru máme na př. při teplotě 20^0 a při různé koncentraci (dle hmoty, $^0/_0$) čísla 1·0245 ($1^0/_0$), 1·5644 ($15^0/_0$), 3·0674 ($30^0/_0$).

Mnohá určení koefficientu viskosity vztahují se na *roztoky normalní*, kdy v jednom litru roztoku jest obsažena gramm-molekula (§ 71.) rozpuštěné látky, dle schematu

$$\frac{\text{gramm-molekula}}{\text{litr}}.$$

Je-li v litru rozpuštěno x gramm-molekul, udává číslo x koncentraci vzhledem k roztoku normalnímu. Dle toho, je-li $x > 1$ nebo $x < 1$, jeví se býti roztok sehnaným nebo zředěným vzhledem k normalnímu.

Vnitřní tření kapalin jest daleko menší než tření vlačné těles tuhých; proto se mazáním rotačních os olejem tření zmenšuje.

§ 411. Diffuse a osmosa.

Jsou kapaliny, jako na př. voda a olej, kteréž se k sobě chovají zcela passivně; i když je promícháváme neb protřepáváme, rozliší se od sebe opět úplně. Jiné kapaliny jeví k sobě jakousi příbuznost, tvoříce v takových případech kapalinu novou, vlastností jiných, jako na př. voda a alkohol, anebo jako voda a vodní roztoky rozmanitých solí anebo jako voda a kyseliny atd. Tato příbuznost jeví se zvláštním způsobem již při vzájemném styku; kapaliny vnikají totiž i bez mechanického napomáhání jedna do druhé, prostupujíce se na vzájem. Dle toho, zda-li styk kapalin jest bezprostředním anebo zda-li se děje skrze pory nějaké pevné stěny, rozeznáváme *diffusi* a *osmosu**) kapalin. Oba úkazy mají velikou důležitost ve fysiologii rostlin i zvířat pro výměnu látek a jsou i se stanoviska fysikalního i chemického velice zajímavými, poněvadž se zde účinek molekulových sil jeví způsobem nejpatrnějším.

*) Z latinského: diffundere, vlastně protékati, pak šířiti se skrze něco jiného, a z řeckého ὠθέω puditi, ὠσμός ὁ popud. Mnozí užívají slova diffuse pro oba zjevy, rozeznávajíce diffusi volnou a diffusi skrze stěny čili osmosu.

§ 412. Diffuse kapalin.

Objasněme zjev, o který se jedná, příkladem typickým. Do vysoké, válcovité nádoby nasypeme na dno vrstvu drobných krystallů nějaké, ve vodě rozpustné soli, na př. soli kuchyňské, anebo, abychom mohli okem, dle zabarvení, postup úkazu sledovati, skalice modré, načež dolejeme opatrně vody. V době ne dlouhé rozpustí se tolik soli, až se ve výši krystallů utvoří ostrá vodorovná hranice mezi tmavomodrým nasyceným roztokem a čirou vodou. Ostré toto rozlišení, odůvodněné velkou hustotou (1·23) koncentrovaného roztoku, začíná se však během doby ztráceti; pozorujeme, že zabarvení se šíří v jemných odstínech ponenáhlu do výše, na důkaz, že proti zákonům hydrostatickým roztok soli vystupuje a vniká do vody. Sůl prochází tu z míst koncentrace větší na místa koncentrace menší.

Mysleme si tuto koncentraci C určenou dle objemu, totiž číslem udávajícím, mnoho-li (g) látky rozpuštěné se nalézá v jednotce objemové (cm^3). V každém horizontalním průřezu jest tato koncentrace stejnou, klesá však s odlehlostí l průřezu ode dna nádoby; je-li C v odlehlosti l, jest $C - \Delta C$ v odlehlosti $l + \Delta l$. Vzniká tudíž jistý *spád koncentrace*, stanovený poměrem

$$\frac{\Delta C}{\Delta l},$$

kdež přírůstek Δl pokládáme za velmi malý. Zavedeme-li tyto předběžné pojmy, můžeme základní zákon pro diffusi vyjádřiti takto. Množství M (g) soli, které za jednotku času projde vodorovným průřezem q (cm^2), jest úměrno tomuto průřezu a spádu koncentračnímu, jaký v tomto průřezu jest,

$$M = kq\frac{\Delta C}{\Delta l}.$$

Konstantu úměrnosti k zoveme *koefficientem diffuse*. Rozměr její jest

$$\frac{\mathrm{L}^2}{\mathrm{T}} \text{ všeobecně,} \quad \frac{cm^2}{sec} \text{ zvlášť.}$$

Jednotka časová „*sec*“ je však zde velice krátkou, vzhledem k tomu, že diffuse pokračuje velmi zvolna. Proto se zde volí za jednotku časovou den (86400 *sec*) tak, že se stanoví k v jednotce

$$\frac{cm^2}{d}.$$

Koefficient diffuse udává tudíž, mnoho-li grammů látky projde za jeden den každým čtverečným centimetrem určité vodorovné vrstvy, když zde spád koncentrační jest jednotkovým, t. j. když ve vodorovných vrstvách, o 1 *cm* vzdálených, rozdíl koncentrace dostoupí až 1 grammu v každém cm^3 objemu.

O vzniku základní rovnice pro diffusi budiž toto poznamenáno. Již *Berthollet* (1803) poukázal na podobnost diffuse a vedení tepelného. Zákony vedení tepelného stanovil *Fourier* (1822), jenž ponejprv zavedl pojem spádu temperaturního. Analogicky stanovil pak *Ohm* (1825) zákony vedení elektrického, a zavedl podobný pojem spádu potentialného. Týmž způsobem hleděl *Fick*, (fysiolog ve Würzburku), povzbuzen pracemi, jež před tím o diffusi provedl *Graham* (1850—1851), zjednati základní rovnici pro diffusi, položiv koncentraci na místo temperatury, spád koncentrační na místo spádu temperaturního a množství rozpuštěné látky na místo množství tepla. Tím obdržel konstantu diffuse jako veličinu analogickou vodivosti tepelné (1855). Četné práce další o diffusi měly za účel, onen hypothetický, dle analogie utvořený zákon zkoumati.

Ukázalo se však, že diffuse jest zjevem komplikovanějším; zejména z počátku, když při prudkém koncentračním spádu diffuse začíná, nelze ji oním zákonem vystihnouti. Teprve, když se spád koncentrační stane rovnoměrným, lze onoho zákona užiti. Proto se při pokusech vždy hledí realisovati ten stav, aby se diffuse dála mezi extremy, totiž mezi roztokem koncentrovaným a vodou, tak aby koncentrace od největší své hodnoty rovnoměrně klesala až na nullu. Nicméně ani v tomto případu nejjednodušším neplatí přesně zákon nahoře uvedený. Jest nyní na základě četných prací v oboru tomto na jisto postaveno, že rychlost diffuse se řídí nejen spádem koncentračním, nýbrž též koncentrací samou. Proto nelze vlastně mluviti o konstantě k diffuse jakožto čísle charakterisujícímu roztok vůbec; charakterisuje jen jistou koncentraci a s touto se poněkud mění. Proto tabulky pro koefficienty diffuse obsahují též udání koncentrace. Na nejvýše pro značně zředěné roztoky má k význam konstanty. Při tom nelze ani povšechně říci, zda-li větší koncentrací koefficient k roste nebo klesá, u některých látek (kyseliny solné, dusičné, sírové, u roztoku mnohých chloridů, bromidů i jodidů, jako na př. draselnatého a sodnatého) koefficient k s koncentrací (povšechně) stoupá; u látek jiných (nitratů mnohých látek, u síranu hořečnatého a j.) zase klesá. K tomu přistupuje ještě účinek teploty; stoupající teplotou se značně diffuse urychluje. Proto také nepravidelnosti teploty, na př. časté její střídání, ruší velice pravidelný průběh diffuse; musí tudíž pokusy o diffusi se konati v místnostech sklepních, kde jest teplota co možná stálou. Za příklad buďtež uvedeny tyto hodnoty číselné (dle Scheffera). Koncentrace jest udána číslem n, t. j. počtem grammů vody (rozpustidla) na 1 gramm látky. Koefficient k_t, platný pro udanou teplotu t, jest vyjádřen v jednotce $\frac{cm^2}{d}$.

Látka	t	n	k_t
Kyselina solná . . .	0°	5	2·31
	0	14	1·67
	0	130	1·39
Kyselina dusičná . .	7	1·9	2·08
	8·5	87	1·66
	9	426	1·73
Kyselina sírová . .	13	0·5	1·30
	8	84	1·02
	9	686	1·14
Kuchyňská sůl . . .	5·5	11	0·73
	6	107	0·75
Dusičňan stříbrnatý .	6·5	10·6	0·41
	3·5	435	0·81
Ammoniak	4·5	16	1·06
	4	85	1·06

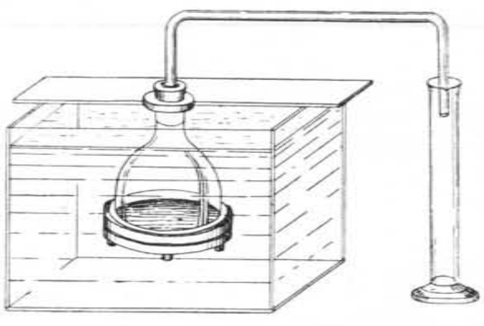
Povšechně lze říci, že se dle pozorování dosavadních hodnoty k pro nejrůznější látky (kolloidy vyjímajíc) pohybují v mezích 0·2 až 3·0 (kyselina solná, koncentrovaná).

§ 413. Osmosa kapalin.

Poznání osmosy jest starší než diffuse a bylo učiněno náhodou. Abbé Nollet, chtěje při svých pokusech líh chrániti před vzduchem, nalil jej až na kraj cylindrické nádoby, obvázal neprodyšně měchýřem a ponořil pak do velké nádoby s vodou. Již po pěti hodinách zpozoroval s podivením, že líhu přibylo; měchýř se napjal na venek tak silně, že, když jej propíchl, vytryskl paprsek kapaliny do výše mnoha stop. Nollet poznal, že tu měchýřem pronikla voda do líhu. Učinil ihned pokus obrácený. Nalil vody do podobné válcovité nádoby až na kraj, obvázal opět měchýřem a ponořil do větší nádoby s líhem. V skutku se ukázalo, že nyní měchýř se napjal do vnitř, na důkaz, že voda ve větším množství vnikla do líhu, než líh do vody. První toto pozorování osmosy (1748) zůstalo však osamoceným; teprve *Dutrochet**) (1827) ujal se předmětu toho; od něho pocházejí

*) René J. Dutrochet, lékař v Paříži, žil v letech 1776—1847, o diffusi uveřejnil několik pojednání v letech 1827—1835.

též názvy *endosmosa* a *exosmosa*, on také měřil změny objemové. Ve způsobu, jaký on zavedl, studujeme úkaz endosmometrem, v obr. 336. znázorněným. Nádobku, tvaru zvonovitého, jejíž dno jest nahrazeno pergamentovým papírem šrouby těsně mezi pásky kaučukové upevněným (po případě blanou měchýřovou), naplníme na př. nasyceným roztokem skalice modré, abychom mohli průběh pokusu i okem sledovati, a vložíme do širší nádobky s destillovanou vodou tak hluboko, aby hydrostatický tlak na membranu s obou stran byl aspoň přibližně stejným. Na to otvor uzavřeme zátkou kaučukovou, kterou jest vedena trubička malého průměru ve způsobu v obr. znázorněném. V krátké době pozorujeme, že kapalina v trubičce této postupuje dál, až v kapkách po stěně malé mensury vytéká. Voda v širší nádobě zbarví se zcela nepatrně. Jest z toho patrno, že voda vniká pergamentovým papírem do vnitř ve větším množství než roztok skalice modré na venek do vody; endosmosa vody je větší než exosmosa skalice modré.



Obr. 336.

Důležitý pokrok učinil *F. Jolly* zavedením pojmu endosmotického aequivalentu (1849); Jolly uzavřel dole měchýřem trubici skleněnou, do níž dával v roztoku odvážené množství jisté látky; trubici vnořil do vody a nahrazoval vodu stále čerstvou. Tak dosáhl konečně toho, že měchýřem veškerá látka prošla do vody, za to však opačně jisté množství vody vstoupilo do trubice. Jolly odvážil toto množství vody a přepočítal pak, mnoho-li grammů vody té přichází na jeden gramm látky před pokusem do trubice vložené. Tím obdržel číslo, jež nazval *endosmotický aequivalent*. Jolly měl za to, že tento aequivalent pro určitou látku jest konstantní. Za příklad buďtež uvedeny endosmotické aequivalenty některých látek.

Kuchyňská sůl	3·8 až 4·6	síran hořečnatý	11·5 až 11·8
Glauberova sůl	11·0 „ 12·4	alkohol	4·1 „ 4·3
síran draselnatý	11·4 „ 12·8	cukr	7·0 „ 7·2.

Práce Jollyho značily pokrok již tím, že na místě pozorování objemových zavedl vážení, jež jest vždy přesnější. Otázka pak, zda-li v skutku endosmotický aequivalent jest veličinou pro jistou látku význačnou, konstantní, dala podnět k četným pracím novým, jež vesměs ukázaly, že zde veliký, rozhodující vliv má membrana sama. Často i jednotlivé kusy téže membrany dávají výsledek různý. Při téže membraně vychází zase různý aequivalent dle koncentrace. Také teplota má na úkaz účinek dosti komplikovaný. Vůbec nelze pochybovati, že osmosa jest úkaz komplikovanější než diffuse.

Velice důležité jsou výsledky, jichž se došlo použitím tak zvané *poloprostupné blány*. Obyčejné membrany dovolují průchod i vodě jakožto rozpustidlu i látce pevné ve vodě rozpuštěné. Lze však uměle utvořiti blánu, která propouští *jenom vodu* jakožto rozpustidlo, nikoli však rozpuštěnou látku. První takovou blánu pozoroval Traube (1867). Přijde-li roztok (3%) síranu mědnatého ve styk s roztokem (4%) ferrokyanidu draselnatého, utvoří se na stykové ploše jemná blanka ferrokyanidu mědnatého, která má tu zvláštnost, že propouští sice vodu, ale nikoli cukr třtinový. Týmiž roztoky lze praeparovati hliněné diafragma anebo průlinčitou nádobu, aby byla poloprostupnou. Když se pak takováto nádoba naplní roztokem cukru třtinového jisté koncentrace a pak se všech stran uzavře, až na manometrickou trubici se rtutí, a potom vloží do vody, tu vniká osmosou jen voda do oné nádoby, následkem čehož uvnitř tlak stoupá. Tento tlak zove se *osmotickým*. Ustálí se konečně na jisté výši, kterou lze na manometru odečísti. Když se pokus provádí pro různé koncentrace roztoku cukerného, ukazuje se, že *tlak osmotický s koncentrací roste úměrně*. Koncentrace určuje se při tom objemově, t. j. množstvím (v grammech) cukru, jež jest obsaženo v jednotce objemové (cm^3) roztoku.

Věc se objasní lépe tabulkou následující. Zde znamená x koncentraci roztoku dle hmoty v procentech, S specifickou hmotu v jednotce $\frac{g}{cm^3}$; součinem xS udá se tedy koncentrace δ dle objemu, totiž počtem grammů cukru obsažených v každém cm^3 vody; osmotický tlak p jest stanoven výškou v cm vyjádřenou sloupcem rtuti nullstupňové. Z tabulky jest viděti, že poměr $\frac{p}{\delta}$ jest v mezích pozorovacích chyb veličinou stálou.

Osmotický tlak cukru třtinového v roztoku vodním.

$x\%$	$S\left(\frac{g}{cm^3}\right)$	$p\ (cm\ Hg)$	$\delta = xS$	$\frac{p}{\delta}$
1	1·0039	53·5	0·01004	5329
2	1·0078	101·6	0·02016	5040
4	1·0157	208·2	0·04063	5010
6	1·0237	307·5	0·06142	5008

Vzrůst osmotického tlaku s koncentrací má své analogon ve vzrůstání tlaku plynu se specifickou jeho hmotou, kteráž se též udává množstvím hmotným (v grammech) obsaženým v jednotce objemové (cm^3). Zde platí stejný zákon, totiž Boyle-Mariottův, že tlak plynu roste se hmotou specifickou. Dokázána též shoda se zákonem Avogadrovým. Dle tohoto jest tlak různých plynů určité teploty týž, je-li v daném objemu obsažen stejný počet molekul. Podobně jest tlak osmotický různých látek týž, je-li v daném objemu rozpuštěn týž počet molekul látky, čili, jak stručně pravíme: roztoky aequimolekulové jsou též isotonické*) (de Vries 1884).

Analogie osmotického tlaku s tlakem plynu zkoušena pak dále i vzhledem k účinku teploty; nalezen stejný zákon jako Gay-Lussacův. Výsledky tyto ukazují, že se zde jedná o více než analogii, že zde platí identita, vzhledem k tomu, že tlak plynový i tlak osmotický má základ společný. Představujeme si totiž, že tlak osmotický vzniká pohybem molekul látky rozpuštěné. Vzhledem k oné shodě zákonů vyslovujeme pak všeobecnou větu: Látky rozpuštěné působí v rozpustidle týmž tlakem jakožto osmotickým, kterým by při téže teplotě a při témže objemu působily jako plyny; čili, jest jedno, vzhledem ke tlaku, je-li mezi oněmi molekulami rozpustidlo anebo je-li tam volný prázdný prostor (van' t Hoff 1887).

§ 414. Dialysa.

Zkoumaje rozmanité látky na jich diffusi i osmosu nalezl Graham (1861), že lze je zařaditi do dvou velikých skupin; v jedné jsou tak zvané *krystalloidy*, v druhé *kolloidy* (§ 69.), tyto diffundují velmi málo anebo pranic, ony více méně značně. Krystalloidy jsou na př. kuchyňská sůl, hořká sůl, skalice modrá, dusičňan sodnatý, stříbrnatý, olovnatý, cukr atd., vedle toho ammoniak, kyselina solná, sírová, dusičná, octová, citronová, šťavelová, hroznová a j. Kolloidy jsou na př. gumma, klih, bílkoviny, rosoloviny, karamel, tannin a j., které se ve vodě vlastně ani nerozpouštějí, nýbrž přecházejí ve stav gelatinosní. Na základě veliké této různosti v diffundování lze kolloidy snadno odděliti od krystalloidu pochodem, který Graham nazval *dialysou* (rozlukou). Jeho *dialysator* má za hlavní část plochou nádobu, jejížto dno jest z pergamentového papíru. Do této nádoby dá se směs, která se má dialysovati, a nádoba se pak zapustí do jiné větší ploché nádoby s vodou. Nastává pergamentovým papírem osmosa, kterou krystalloidy přejdou do vody, kdežto kolloidy zůstanou zpátky.

Dialysy užívá se v toxikologii**); jest možno některé jedy, (jako strychnin, kysličník arsenový), jež náležejí mezi krystalloidy, odděliti od

*) ἴσος stejný, τείνω napínám, ἰσότονος stejného napjetí (v akustice stejného tonu).

**) Z řeckého: τόξον τὸ luk, τοξικόν τό jed, jehož se užívalo k napouštění šípů; toxikologie nauka o jedech.

látek jiných (bílkovin), jež náležejí mezi kolloidy. V cukrovarech extrahuje se dialysou z melassy, z níž cukr již z velké části vykrystallisoval, ještě dále velká část cukru tím, že se podrobí osmose pergamentovým papírem. Kdežto mineralní soli v melasse obsažené, (jako KCl, KNO_3 a j.) snadno diffundují, zůstává cukr zpět, tak že se melassa zbaví oněch přimíšenin a pak znovu krystallisaci podrobí.

Plyny.

§ 415. Vnitřní tření plynů.

Koefficient η vnitřního tření u plynů jest definován zcela tak jako u kapalin; jeho rozměr jest tudíž i zde

$$\frac{F}{L^2} \cdot T \text{ všeobecně, } \quad \frac{\text{dyna}}{cm^2} \cdot sec \quad \text{zvlášť.}$$

Není závislý na tlaku, mění se však teplotou, se kterouž, na rozdíl od kapalin, stoupá. Zákon tohoto stoupání není jednoduchým, hledí se vystihnouti empirickými vzorci, jež různí pozorovatelé různě formulují. Tak na př. (O. E. Meyer, v. Obermayer, Puluj)

$$\eta_t = \eta_0 (1 + \alpha t)^n.$$

Zde jest α číslo, jež jest u plynů (dokonalých) blízké koefficientu roztažlivosti 0·00367, u par (na př. aetherových) poněkud větší, až 0·004; exponent n se mění v mezích 0·6 až 1·0, ba u par rtuťových až 1·6.

Jinak jest η proti kapalinám řádově asi 100kráte menší. Za příklad buďtež pro obyčejnější látky uvedeny následující hodnoty koefficientu η_0 při teplotě nullové, a to jen v hlavních decimalách, poněvadž v dalších decimalách se údaje dle různých pozorovatelů značně liší:

vzduch	0·000171	aethylen	0·000094
kyslík	187	chlor	129
dusík	165	ammoniak	096
vodík	086	alkohol	083
kysličník uhelnatý	163	aether	069
kysličník uhličitý	143	rtuť	162.

Jakožto příklad závislosti na teplotě budiž uveden koefficient η_t vzduchu při různé teplotě: 0·000171 (0°), 248 (200°), 315 (400°), 359 (600°), 419 (800°), 473 (1000°).

§ 416. Diffuse plynů.

Diffuse plynů jest úkaz analogický s diffusí kapalin. Rozdíl jest v tom že každý plyn diffunduje do každého jiného a že průběh diffuse plynů jest rychlejší. Jinak jest zákon o diffusi zde i tam souhlasný. Co jest u kapalin koncentrace, čili množství rozpuštěné látky v jednotce objemové, to jest u plynů specifická hmota, čili množství plynu v jednotce objemové. Jako tam může nastati spád koncentrace, tak zde může nastati spád specifické hmoty. Množství plynu, jež následkem tohoto spádu za jednotku času diffunduje jistým průřezem, jest úměrno tomuto průřezu a spádu hmoty specifické, jaký jest v bezprostřední blízkosti tohoto průřezu; konstanta úměrnosti jest pak koefficientem diffuse, rozměru $cm^2 : sec$, téhož jako u kapalin.

Avšak zde u plynů brává se z pravidla na místě hmoty specifické veličina jí úměrná, totiž při dané teplotě tlak plynu p, vztahovaný na jednotku plochy. V souhlasu s tím zavádí se pak spád tlakový $\Delta p / \Delta l$ na místě spádu specifické hmoty. Konečně se místo množství hmotného pozoruje objem V plynu. Základní rovnice píše se tudíž ve tvaru

$$V = k \cdot q \frac{\Delta p}{\Delta l}$$

a konstanta k zove se se *koefficientem diffuse*. Rozměr jeho jest

$$\frac{L^3}{M} \text{ všeobecně, } \quad \frac{cm^3}{g} \text{ zvlášť;}$$

jest tudíž identický s rozměrem specifického objemu. Dle toho značí koefficient diffuse objem plynu (cm^3), který za jednotku času (sec) projde průřezem jednotkovým (cm^2), když v tomto průřezu jest tlakový spád jednotkový, t. j., když na odlehlost 1 cm tlak jednoho plynu roste o 1 $\frac{dynu}{cm^2}$, a druhého klesá o 1 $\frac{dynu}{cm^2}$. Koefficient k platí pro teplotu pozorovanou.

Tlak, v základním zákonu vystupující, jest tlakem plynu *částečným* čili *partialným*. K jeho vysvětlení učiňme tuto úvahu.

Budiž dán libovolný počet plynů, 1. 2. 3. . . . Začáteční jich objemy buďtež $v_1, v_2, v_3, \ldots$, tlaky $p_1, p_2, p_3, \ldots$ Směs plynů nechť má objem V a tlak P. Dle zákona Boyle-Mariottova soudíme, že klesl

$$\begin{array}{llll} \text{tlak } p_1 & \text{plynu 1.} & \text{na} & \frac{v_1}{V} p_1, \\ \text{,, } p_2 & \text{,, 2.} & \text{,,} & \frac{v_2}{V} p_2, \\ \text{,, } p_3 & \text{,, 3.} & \text{,,} & \frac{v_3}{V} p_3. \\ & \vdots & & \end{array}$$

Úhrnný tlak P určen jest summací, dle zákona, který (1802) vyslovil *John Dalton* (1766—1844), jakožto

$$P = \frac{v_1}{V} p_1 + \frac{v_2}{V} p_2 + \frac{v_3}{V} p_3 + \ldots$$

anebo symbolicky

$$P = \Sigma \frac{v}{V} p.$$

Dle toho zachovává každý plyn svůj tlak přes to, že nezaujímá prostor V sám, nýbrž zároveň s plyny jinými. Úhrnný tlak jeví se proto jako součet těch tlaků, jež by plyny měly, kdyby v prostoru V byly samotny. Tyto tlaky zoveme částečnými čili partialnými.

Je-li $$V = \Sigma v.$$

znamená $\frac{v}{V} = x$ procentualné dle objemu stanovené množství plynu, ve směsi dané. Vzorec

$$P = \Sigma x p$$

udává tudíž, že každý plyn přispívá k tlaku úhrnnému dle svého procentualného zastoupení v dané směsi, toto zastoupení počítáno dle objemu. Dle toho lze partialný tlak pro jistou směs počítati. Tak na př. suchý vzduch obsahuje (nehledíc k nepatrnému zastoupení jiných plynů, na př. CO_2) dle objemu 21% kyslíku a 79% dusíku. Je-li tudíž b tlak atmosferický, jest

$$\begin{array}{lll} 0{\cdot}21 \, . \, b & \text{partialný tlak} & O_2, \\ 0{\cdot}79 \, . \, b & \text{,,} \quad \text{,,} & N_2. \end{array}$$

Kdyby se tedy v daném objemu V vzduchu kyslík ztrávil, na př. hořením, a kdyby se zbývající dusík uvedl na týž objem V, měl by napjetí $0{\cdot}79 \, . \, b$.

Při vzduchu vlhkém dá se partialný tlak e vodních par hygrometricky určiti; pak udává $b - e$ tlak vzduchu suchého při témže objemu, jaký má vzduch vlhký. (Srovnej § 351.) Jiná forma zákona Daltonova jest

$$VP = \Sigma vp.$$

Vytkněme dva případy zvláštní, v nichž zákon Daltonův se stává ještě srozumitelnějším.

a) Budiž

$$p_1 = p_2 = p_3 = \ldots,$$

t. j. plyny před smícháním nechť mají týž tlak, na př. atmosferický. Pak jest

$$VP = p \Sigma v.$$

Je-li tedy

$$V = \Sigma v,$$

jest

$$P = p.$$

Zaujme-li tedy směs plynů objem úhrnný, nezmění se tlak.

b) Budiž

$$v_1 = v_2 = v_3 = \ldots,$$

t. j. plyny před smícháním nechť zaujímají týž objem. Pak jest

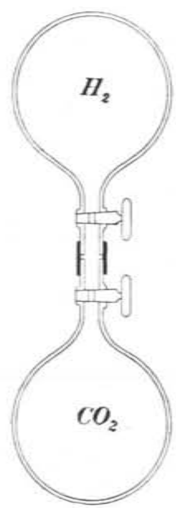
$$VP = v\,\Sigma p.$$

Je-li tedy

$$V = v,$$

jest

$$P = \Sigma p.$$



Obr. 337.

Když se tedy plyny vměstnají všechny do téhož objemu, stoupne úhrnný tlak na součet tlaků partialných.

Při diffusi přichází z pravidla k platnosti případ *a*). Plyny, jež se jistou plochou stýkají, mají týž tlak, na př. atmosferický. Když začíná plyn prvý vnikati do druhého, nemění se ve směsích vznikajících tlak úhrnný; plyn prvý začínaje vnikati do druhého má na tom místě tlak partialný nepatrný, a o to zase se umenšuje partialný tlak plynu druhého. Zde vzniká spád v jednom směru, tam v opačném směru. Když promíchání je provedeno, je všude partialný tlak jednoho i druhého plynu týž a úhrnný tlak je stále nezměněný. Když tedy na př. naplníme dvě eprouvetty různými plyny, jednu kysličníkem uhličitým, otvorem vzhůru, druhou vodíkem, otvorem dolů, mají oba plyny tlak atmosferický. Když dáme otvory nad sebe, nastane diffundování; tlak plynu dolejšího klesá ve smyslu zdola nahoru, tlak plynu hořejšího klesá ve smyslu shora dolů. Úhrnem zůstává tlak směsi stále týž, až se utvoří směs všude stejná (Volta 1790). Že vodík ač lehčí přece směrem dolů vnikl do kysličníku uhličitého, dá se ukázati tím, že se směs v obou eprouvettách zapálí. Naplní-li se (obr. 337.) dva ballony, kohoutem opatřené, těmi plyny a přešine-li se otvorem ballon s vodíkem nad ballon s kysličníkem uhličitým, ukáže se výsledek souhlasný. Otevrou-li se kohouty, diffundují plyny do sebe vzájemně za téhož tlaku úhrnného (Berthollet). Koefficient k diffuse jest pro různé plyny různým,

přibližně však úměrným geometrickému průměru $\sqrt{\Delta_1 \cdot \Delta_2}$ hutností Δ_1 a Δ_2 obou diffundujících plynů. Tak nalezl Loschmidt (1871):

pro plyny		k	$k\sqrt{\Delta_1 \cdot \Delta_2}$
CO_2	H_2	0·558	0·182
„	vzduch	0·142	0·176
„	O_2	0·141	0·183
„	CO	0·140	0·171
„	N_2O	0·098	0·150
O_2	H_2	0·722	0·199
O_2	CO	0·180	0·186
CO	H_2	0·642	0·167.

Teplotou se koefficient k zvyšuje*).

§ 417. Osmosa plynů.

Osmosa plynů jest úkazem analogickým s osmosou kapalin. Rozdíl jest v tom, že u plynů individualní vlastnosti stěn, jimiž plyny prolínají, méně vystupují v popředí, než u kapalin.

Základní pokus lze předvésti nejlépe přístrojem v obr. 338. znázorněným. Průlinčitá nádoba hliněná, jak se jí užívá ke galvanickým batteriím, jest spojena s manometrem vodním. Uvnitř nádoby jest vzduch. Když se přes nádobu tuto překlopí kádinka naplněná svítiplynem, pozoruje se ihned rychlé stoupání tlakové uvnitř nádoby, na důkaz, že endosmosa plynu do vzduchu jest značnější než exosmosa vzduchu do plynu. Po delší době se tlaky zase vyrovnají. Když se však kádinka sejme, ukazuje manometr prudké klesání tlaku, na důkaz, že nyní zase plyn ze směsi, jež jest v nádobě, rychleji proniká do vzduchu než na jeho místo vstupuje vzduch. Jinou úpravu pokusu znázorňuje obr. 339. Vzrůstání tlaku ukazuje se zde vodotryskem; klesání tlaku bublinkami vzduchovými, jež úzkou trubičkou vodou procházejí. Účinněji než svítiplynem experimentuje se vodíkem. Ukazuje se tedy, že plyn řidší prostupuje stěnou rychleji než vystupuje plyn hustší.

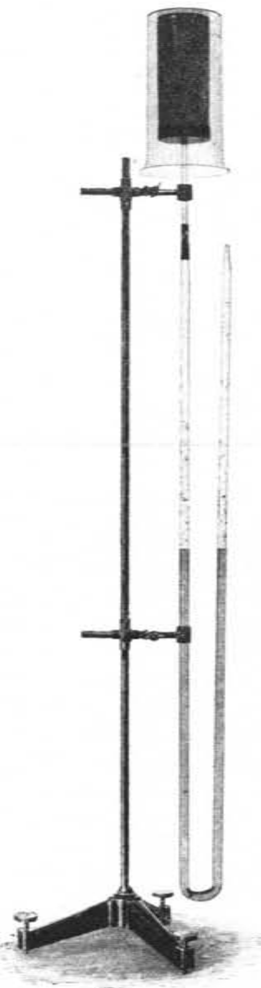
Graham nalezl (1834) pro osmosu plynů zákon tento. Znamená-li Θ a Θ' dobu, za jakou týž objem plynu hutnosti Δ a Δ' projde průlinčitou stěnou do vakua, platí úměra

$$\Theta^2 : \Theta'^2 = \Delta : \Delta'.$$

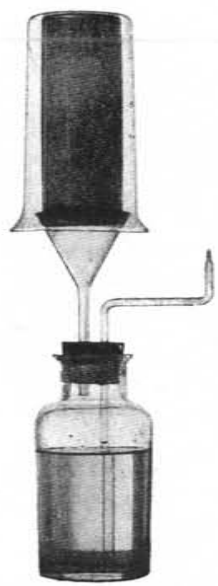
Analogie s podobným zákonem (§ 372. a 373.) pro výtok plynů

*) O vnitřním tření a diffusi plynů jedná též článek Dra F. Studničky, „Mathematická nauka o plynech“ Časopis pro pěst. math. a fys. IV, 1875 pag. 176. O diffusi a kapillaritě v. též B. Raýman, Chemie theoretická, pag. 87. a 92. 1884.

otvorem jest ihned patrnou. Dle toho jsou rychlosti, jakými plyny pronikají, obráceně úměrny kořenu z hutnosti. Vodík, hutnosti 1/14·4 vzhledem ke vzduchu, proniká tudíž $\sqrt{14\cdot4}=3\cdot8$, t. j. téměř 4-krát rychleji než vzduch. Bunsen (1857) ukázal, že zákon



Obr. 338.

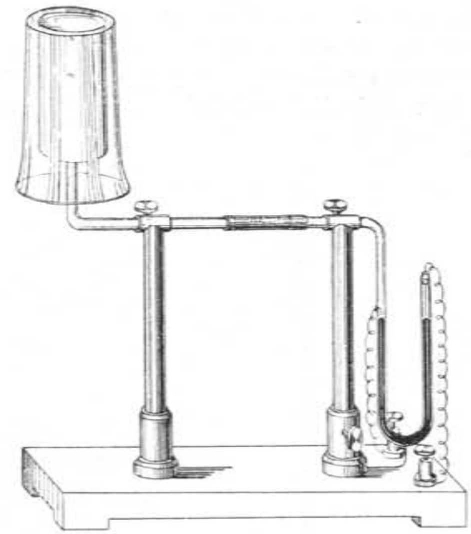


Obr. 339.

Grahamův jest jen přibližným; nicméně zákon tento dobře orientuje v hlavní věci.

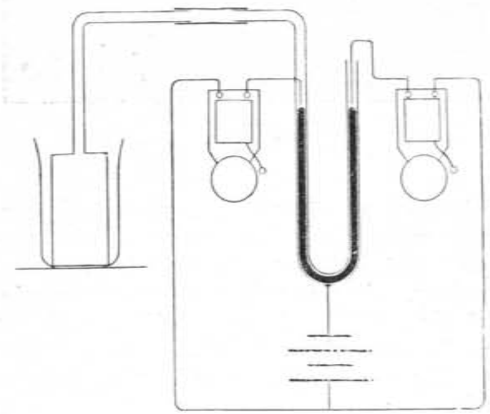
Vede-li se atmosferický vzduch trubicí průlinčitou, kolem níž se udržuje vacuum, proniká dusík rychleji než kyslík (v poměru

$\sqrt{16}:\sqrt{12}=4:3\cdot46$), tak že vzduch z trubice vytékající jest procentualně na kyslík bohatší ($24\cdot5\%$) než atmosferický vzduch (21%) do



Obr. 340.

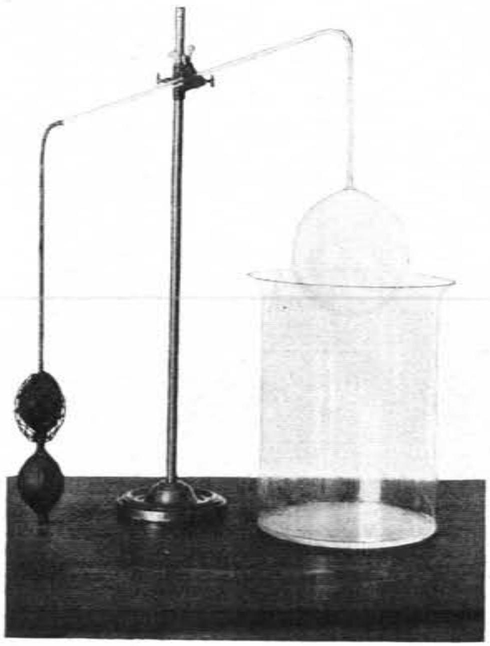
trubice vstupující (Graham, atmolysa). Vede-li se vodík dlouhou hliněnou trubicí průlinčitou, v jejímž okolí jest vzduch, vychází z trubice nikoli



Obr. 341.

jen vodík nýbrž směs vodíka a vzduchu, poněvadž vodík proniká do okolí a vzduch do trubice. Rozdíl jest ještě větší, když v okolí trubice jest kysličník uhličitý. Vzhledem k tomu dlužno v chemii pro vedení plynu užívati trubic buď jen skleněných anebo hliněných glazovaných.

Přístroj v obr. 338. znázorněný lze pro účely přednášek pozměniti tak, jak obr. 340. ukazuje. Průlinčitá nádoba, upevněná na trubici skleněné, dá se otáčeti a stavěti buď nahoru neb dolů, dle toho, zda-li se chce do kádinky, do niž pak nádoba zasahá, dáti plyn řidší neb hustší než vzduch. Trubička skleněná jest spojena (kaučukem neprodyšně) s manometrem rtuťovým. Kontakty platinovými, zařízenými zcela blízko menisku rtuťového na jedné i druhé straně a stálým kon-



Obr. 342.

taktem rtuti s platinovým drátkem dole v manometru zatmeleným lze signalovými zvonky velmi citlivě demonstrovati buď stoupnutí nebo klesnutí tlaku v průlinčité nádobě. Uspořádání proudovodů znázorňuje obr. 341. schematicky. Apparat zde popisovaný reaguje i na stoupání tlaku při vnikání plynů řidších, i na klesání tlaku při plynech hustších. Často jde jen o přítomnost plynů řidších, na př. svítiplynu, plynu báňského (methanu CH_4) a pod. Tak lze sestrojiti výstražný apparat v úpravě zcela podobné (Ansell).

S osmosou jest velice spřízněna tak zvaná penetrace plynů stěnami, v nichž nelze žádných porů konstatovati. Plyny pronikají tenkou membranou kaučukovou. Ballonek kaučukový, naplněný vodíkem, ztrácí ponenáhlu vodík a pozbývá tak svého původního napjetí. Rozžhavenou

(při 1000°) platinou proniká vodík, jiné plyny nikoli. Podobně rozžhaveným železem proniká vodík, rozžhavenou litinou též kysličník uhelnatý; proto jest povážlivo železná kamna rozžhaviti do červeného žáru, poněvadž onen nebezpečný plyn proniká, jsa tím nebezpečnější, že je stejné hutnosti jako vzduch, tak že se s tímto rychle míchá.

Pro účely přednášek lze ve způsobu velmi poučném ukázati penetraci par pokusem, jehož úpravu znázorňuje obr. 342. Do velké kádinky dají se na dno odstřižky pijavého papíru a pak se na ně naleje něco aetheru. Kádinka naplní se těžkými parami aetherovými. Na to se vyfoukne vzduchem bublina mydlinová na trubičce, vloží se opatrně do par aetherových, nechá se v nich nějakou dobu, a pak se zase vytáhne a kádinka se odstraní. Zapálením lze zjistiti, že do bublinky pronikly páry aetherové. Na místo par aetherových možno do kádinky vpustiti kysličník uhličitý; penetrace tohoto plynu do mydlinové koule ukazuje se tím, že se bublina z kysličníku uhličitého vytažená vahou vniklého těžkého plynu protáhne.

§ 418. **Absorpce plynů.**

Molekuly plynu, přicházejíce v obor molekulového působení těles buď tuhých anebo kapalných, jsou přitahovány; tento účinek sil molekulových jeví se úkazem, který povšechně zoveme *absorpcí* (pohlcováním) plynů, ve zvláštním případu *okklusí* anebo *adsorpcí*.

Mějmež ve skleněném válci, nahoře zataveném a dole do rtuti ponořeném, uzavřený plyn na př. kysličník uhličitý jisté teploty a tlaku atmosferického. Vložíme-li do vnitř válce některá tělesa pevná, na př. žíhané uhlí (zimostrázové) ve rtuti hašené, anebo nějakou kapalinu na př. vodu, pozorujeme, že rtuť v nádobě válcovité stoupá, na důkaz, že se tlak daného plynu umenšuje, což zase z toho pochází, že jistá jeho část se ztrácí, jsouc, jak pravíme, pohlcována, absorbována onou látkou pevnou neb onou kapalinou. Sledujíce pokus quantitativně srovnáváme objem tělesa absorbujícího s objemem absorbovaného plynu; poněvadž však objem plynu není nic určitého, jsa podmíněný teplotou a tlakem, přepočítáme objem pozorovaný na poměry normalní, t. j. teplotu 0° a tlak jedné atmosfery. Když pak konečně určíme, mnoho-li tohoto objemu plynového přichází na jednotku objemovou absorbující látky, obdržíme *koefficient absorpce* α_t (Bunsen) a to pro tu teplotu t, kteráž byla při pokusu, a pro ten tlak, který plyn měl, tak zvaný *tlak absorpční*. Z pravidla vztahuje se koefficient α_t na absorpční tlak jedné atmosfery.

Tak jest na př. pro vodu teploty 15° a kysličník uhličitý

$$a_{15} = 1{\cdot}002.$$

To znamená: jeden litr vody 15° absorbuje 1·002 litru kysličníku uhličitého na normalní poměry redukovaného při absorpčním tlaku jedné atmosfery. Koefficient takto definovaný odpovídá na otázku, *mnoho-li* plynu se absorbovalo, ve smyslu obvyklém, kdy totiž otázkou takovou míníme *množství hmotné*; v skutku třeba jen násobiti koefficient a specifickou hmotou plynu, pro normalní poměry platící, abychom obdrželi hmotu absorbovaného plynu. Této hmotě úhrnné jest tudíž koefficient a úměrný.

Podrobnější studium absorpčních zjevů, kteréž se koná zvláštními tak zvanými *absorptiometry* (Saussure, Bunsen, Wiedemann, Gore a j.), hledí vystihnouti především účinek *absorpčního tlaku* a pak účinek *teploty*.

Je-li *absorpční tlak větším*, dá se povšechně očekávati, že se absorbuje plynu množství hmotné větší, poněvadž jest plyn větší měrou do těles absorbujících jako by vháněn. V skutku nalezl *Henry* (1805), že koefficient a_t jest tomuto tlaku *úměrný*.

Dle toho by voda 15° absorbovala každým litrem za tlaku 10 atmosfer 10·02 litru kysličníku uhličitého, redukovaného na poměry normalní.

Jednoduchý tento zákon jest příčinou, že se mnohdy absorpční koefficient nevztahuje na normalní tlak, nýbrž na tlak absorpční. V tomto smyslu byl by pak koefficient absorpční na tlaku nezávislým. Udával by totiž objem plynu absorbovaného tak stlačeného, jak právě plyn při pokusu byl. Avšak nyní se tento způsob definice opouští a to plným právem. Neboť zákon Henryho ukazuje se býti jen přibližným a jeví odchylky značné zejména pro plyny snadno stužitelné, jako kysličník siřičitý, ammoniak a j. To platí jak pro absorbující látky pevné, tak pro kapaliny. Nutno tudíž pamatovati, že absorpčním tlakem množství hmotné absorbovaného plynu stoupá téměř úměrně, ale pro plyny snadno stužitelné že úměrnost tato neplatí. Zajímavo jest však, že při stoupajícím tlaku jest absorpce u absorbujících těles pevných urychlenou (absorbuje se více než přiměřeně) a u absorbujících kapalin opozděnou (absorbuje se méně než přiměřeně). Příkladem jest absorbující uhel na jedné, voda na druhé straně vzhledem k plynům, jako jest kysličník siřičitý, ammoniak, kysličník uhličitý a j.

Druhá hlavní otázka týče se *účinku teploty*. Povšechně lze říci, že absorpce vyšší teplotou se umenšuje; jednoduchý zákon zde však udati nelze, na nejvýše formule interpolační, pro jistý intervall tepelný platící, které však jsou dosti složité, ježto obsahují členy quadratické a kubické, ba ještě vyšší.

Následek uvedeného účinku teploty jest, že lze vyhřátím plyny absorbované vypuditi.

Tak na př. žíháním uhle dřevěného vypudí se absorbovaný vzduch i vodní pára a obdrží se tím uhel v tom stavu, jak se k pokusu o absorpci potřebuje; dlužno jej uhasiti ve rtuti. Podobně se vyvařením vody neb jiné kapaliny vypudí absorbované plyny na př. vzduch, kysličník uhličitý, z největší části.

Uveďme nyní některé číselné příklady a to především pro látky pevné.

Pro žíhaný a ve rtuti hašený *uhel* nalezl *Saussure* následující čísla vzhledem ke plynům, ammoniak (90), chlorovodík (85), kysličník siřičitý (65), sirovodík (55), kysličník uhličitý (35), kysličník uhelnatý (9·4), kyslík (9·3), dusík (7·5), vodík (1·8). Čísla jsou jen okrouhlá pro obyčejnou teplotu. Absorpce trvá zde dlouhý čas (celý den, u kyslíku daleko více) než se dostaví stav mezný. *Mořská pěna* absorbuje značně méně v pořádku asi podobném.

Pozoruhodnou jest absorpce, aneb, jak se zde říká, *okkluse* *) plynů kovy. Tak obsahuje železo kujné, litina i ocel vždy okkludované plyny, železo kujné zejména kysličník uhelnatý, litina vodík, a plyny tyto lze vypuditi jen ve vakuu zahřátím aspoň na 800°. Také u meteoritů byly absorbované plyny dokázány. Podobně obsahují stříbro okkludovaný kyslík, aluminium a magnesium okkludovaný vodík, který při velkém žáru ve vakuu se pouští. Nejvíce pozoruhodnou jest absorpce u platiny a palladia. Platina absorbuje kyslík a vodík již za obyčejných poměrů; jeví se to při polarisaci platinových elektrod v rozředěné kyselině sírové primarním proudem. Velikou měrou jeví absorpci platina jako platinová čerň, zejména pak jako platinová houba, popelavá, kyprá, jemně porovitá, jak ji obdržíme mírným žíháním salmiaku platinového čili chloridu platičito-ammonatého. Absorpce se jeví zejména vůči vodíku. Největší mohutnost absorpční vzhledem k vodíku jeví však palladium, jako drát a jako čerň. Palladiový drát v rozředěné kyselině sírové jako negativní pol absorbuje tisíceronásobný objem vodíka, než jest jeho objem vlastní. Při tom jest to zvláštní, že mohutnost absorpční palladia vzhledem k vodíku z počátku vyšší teplotou roste až k maximu asi při teplotě 100° a pak teprve dle obecného zákona klesá.

Co se kapalin týče, jsou zde možná měření dokonalejší, tak že lze koefficient a_t přesně určiti. Pozorovací material zejména z posledních desetiletí jest dosti obsáhlý. Velmi podrobně studována absorpce rozmanitých plynů vodou a to při teplotách od 0° do 100° se měnících. Rovněž alkohol aethylnatý prostudován dosti důkladně. Z ostatních kapalin ještě propylalkohol, isobutylalkohol, kyselina sírová a j. Na poli fysiologie studována absorpce plynů (kyslíku, eventualně ozonu, kysličníku uhličitého a dusíku) krví.

Za příklad buďtež v následující tabulce uvedeny hodnoty koefficientu pro vodu různé teploty a pro některé plyny. V závorce jsou udána jména pozorovatelů.

*) Z latinského occludere (ob-claudere) uzavříti.

Absorpční koefficient α_t pro vodu.

$t =$	0°	10°	20°	100°
Kyslík (Winckler)	0·0489	0·0380	0·0310	0·0170
Dusík (Winckler)	0·0235	0·0186	0·0154	0·0095
Vodík (Winckler)	0·0215	0·0196	0·0182	0·0160
Kysličník uhelnatý (Winckler)	0·0354	0·0282	0·0232	
Kysličník uhličitý (Bunsen)	1·7967	1·1847	0·9014	0·2438
Sírovodík (Schönfeld)	4·3706	3·5858	2·9053	
Kysličník siřičitý (Schönfeld)	79·789	56·647	39·374	
Chlor (Schönfeld)	. . .	2·5852	2·1565	
Ammoniak (Raoult)	1299·6	867·7	712·2	

Nejmohutnější absorpci ukazuje voda vzhledem k ammoniaku. Při teplotě nullové absorbuje 1 cm^3 vody 1300 cm^3 ammoniaku (0°, 76 cm Hg). Absorpci plynů vodou lze tudíž ammoniakem nejfrappantněji ukázati. Velký ballon naplní se (na př. zahříváním ammoniakové vody) ammoniakem, na to se otvor uzavře korkovou zátkou, kterou je prostrčena skleněná trubice. Když se do ballonu naleje něco málo jen vody — co zatím trubička se rukou ihned neprodyšně uzavře — a když se třepá, absorbuje se rychle veškerý plyn; a když se pak trubička vloží do vody a prst odtáhne, žene se voda, vnějším tlakem vzduchu puzená, prudkým vodotryskem do ballonu. Přidá-li se k vodě něco fenolfthaleinu, barví se pak ammoniakem na červeno.

Z jiných kapalin byla podrobněji studována ještě absorpce plynů alkoholem aethylnatým. Pro mnohé plyny ukazuje absorpci větší, tak pro dusík ($\alpha_0 = 0·126$), vodík ($\alpha_0 = 0·069$), kysličník uhličitý ($\alpha_0 = 4·33$), zvláště pak pro kysličník siřičitý ($\alpha_0 = 328·6$).

Jakožto *sekundarní úkazy* dlužno při absorpci uvésti: *zvětšení objemu* a *zahřátí* látek absorbujících. Zvětšení objemu jest znatelné u látek s mohutnou absorpcí (palladium); podobně zahřátí (houba platinová). Na tom založil chemik Döbereiner (1780—1849, professor v Jeně) své vodíkové rozžehadlo. Na houbu platinovou, která ze vzduchu má již absorbovaný kyslík, vede se proud vodíka; absorpcí tohoto vzniká teplo tak značné, že se houba platinová rozžhaví a vodík zapálí. Před zavedením sirek se tohoto rozžehadla dosti užívalo. V životě obecném je známa absorpce vodních par ze vzduchu látkami hygroskopickými, jež

vlhnou, jako mnohé soli (na př. sůl kamenná), látky organické (vlasy, žíně, kostice a j.). Absorpce takové užíváme k vysušování u mnohých látek, jež vodní páru zvlášť ve množství značném pohlcují, jako sehnaná kyselina sírová, chlorid vápenatý, kysličník fosforečný a j. Látek hygroskopických (vlásku) užíváme při hygrometrii.

S absorpcí příbuzná avšak přece od ní rozdílná jest tak zvaná *adsorpce*. Rozumíme tím zhušťování plynů účinkem sil molekulových na povrchu těles pevných. Zde tedy nevnikají plyny do vnitř tělesa, nýbrž na nejvýše do vrstev nesmírně tenkých povrchu samého. Proto také nesouvisí množství plynu adsorbovaného s objemem tělesa, nýbrž s povrchem. Zejména tedy vzduch sám zhušťuje se na povrchu těles a tato vrstva vzduchová nedá se odstraniti ani otíráním ani omýváním, a vadí často při pokusech optických. Adsorpce byla dosud hlavně studována na skle, (skleněných nitkách, skleněném prášku, skleněné vlně); povšechně zdá se, že adsorpce je tím větší, čím hustší jest těleso absorbující samo. U látek houbovitých neb práškovitých, jako platinová čerň, platinová houba, je nesnadno říci, kde absorpce přestává a adsorpce začíná.

Ke konci dlužno zmíniti se o zákonu, jakým se řídí absorpce jednotlivých plynů ve směsi některé obsažených. Množství hmotné absorbovaných plynů jednotlivých jsou v poměru jednak partialných tlaků, jednak koefficientů absorpčních. Příkladem jest absorpce vzduchu vodou. Poměr partialných tlaků kyslíku a dusíku jest 21 : 79, poměr koefficientů absorpčních velmi blízce 2 : 1, tudíž poměr absorbovaného kyslíka a dusíka (redukovaného na poměry normalní) jest dán poměrem složitým

$$2 . 21 : 1 . 79 = 42 : 79.$$

Dle toho má voda procentualně (dle hmoty)

$$\text{absorbovaného kyslíka } \frac{42}{42 + 79} = 35\,\%,$$

$$\text{absorbovaného dusíka } \frac{79}{42 + 79} = 65\,\%.$$

Kdežto vzduch má procentualně (dle hmoty)

$$\text{kyslíka } \frac{0·21 . 16}{0·21 . 16 + 0·79 . 14} = 23\,\%,$$

$$\text{dusíka } \frac{0·79 . 14}{0·21 . 16 + 0·79 . 14} = 77\,\%.$$

Jest tudíž voda na kyslík poměrně bohatší než vzduch, okolnost, jež pro živočišstvo vod, dýchající žábrami, má veliký význam.

Abecedný seznam.

Sborník Jednoty českých mathematiků v Praze obsahuje dosud tato čísla:

I. Dr. Eduard Weyr, **Projektivná geometrie základných útvarů prvního řádu.** (Cena 4 K 80 h, pro pp. členy 3 K 60 h.)

II. Dr. Frant. Koláček, **Hydrodynamika.** (Cena 7 K 60 h, pro pp. členy 5 K 70 h.)

III. Dr. F. J. Studnička, **Úvod do nauky o determinantech.** (Cena 5 K 60 h, pro pp. členy 4 K 20 h.)