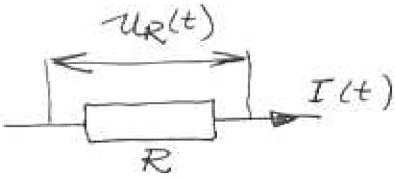
Libovolný časově proměnný průběh proudu či napětí se dá vyjádřit superpozicí harmonických průběhů
(→ viz rozklad periodické funkce ve Fourierovu řadu)

Elektrický obvod schematicky znázorňujeme pomocí <u>soustředěných parametrů</u>: elektrický odpor, kapacitu a indukčnost v obvodu vyjádříme spojením rezistorů, kondenzátorů a cívek pomocí ideálních vodičů (s nulovými hodnotami R, C, L).
Tento přístup je oprávněný v případech, že časové změny proudu ve větvích obvodu jsou pořád natolik „pomalé", že zůstává v platnosti $\operatorname{div} \vec{i} = 0$, t.j. v případě, že změny proudu ve smyčce probíhají ve všech místech vodičů synchronně a nedochází nikde k hromadění náboje. Tuto podmínku považujeme za splněnou, pokud rozměry obvodu jsou mnohem menší než $\cancel{\lambda = \frac{c}{T}}$ – c rychlost elmg. vlnění, T – perioda změn proudu.
$\boxed{\lambda = c \cdot T}$!

Po připojení zdroje harmonického napětí do obvodu se po odeznění přechodových jevů dají proudy ve větvích obvodu vyjádřit pomocí harmonického průběhu o stejné frekvenci jako napětí – <u>ustálený stav</u>

Ve střídavých obvodech (obvody v ustáleném stavu s harmonickými průběhy napětí a proudu) platí Ohmův zákon a Kirchhoffova pravidla.

<u>Odpor</u> ve střídavém obvodu:



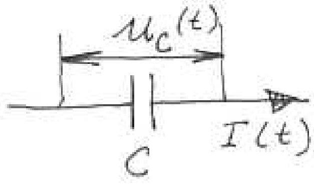
$$I(t) = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i)$$

napětí na odporu, kterým prochází střídavý proud:

$$u_R(t) = R \cdot I_0 \cos(\omega t + \varphi_i) = U_{0R} \cos(\omega t + \varphi_i)$$

Amplituda napětí: $U_{0R} = I_0 \cdot R$
fázový posun napětí vůči proudu je nulový

<u>Kapacita</u> ve střídavém obvodu



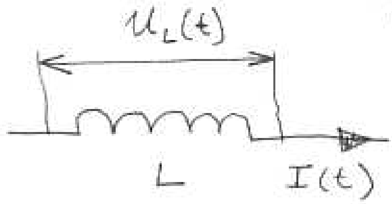
$$u_C(t) = \frac{Q_C(t)}{C} = \frac{1}{C}\int_0^t I(t)\, dt$$

$$u_C(t) = \frac{1}{C} I_0 \int \cos(\omega t + \varphi_i)\, dt = \frac{1}{\omega C} I_0 \sin(\omega t + \varphi_i)$$

$$u_C(t) = \frac{1}{\omega C} I_0 \cdot \cos\left(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2}\right)$$

Amplituda napětí: $U_{0C} = I_0 \cdot \frac{1}{\omega C}$

napětí se vůči proudu zpožďuje o $\frac{\pi}{2}$ $\qquad \varphi_C = -\frac{\pi}{2}$



Indukčnost ve střídavém obvodu

$$u_L(t) = L\cdot\frac{dI(t)}{dt} = L\cdot\frac{d}{dt} I_0 \cos(\omega t+\varphi_i)$$

$$u_L(t) = L\cdot I_0\,(-\omega)\cdot\sin(\omega t+\varphi_i) = \omega L\cdot I_0\cdot\cos\left(\omega t+\varphi_i+\frac{\pi}{2}\right)$$

Amplitude napětí: $u_{0L} = \omega L\cdot I_0$

Napětí na indukčnosti předbíhá proud o $\frac{\pi}{2}$ $\quad \varphi_L = \frac{\pi}{2}$

Ohmův zákon ve střídavých obvodech:

$I_0 = \frac{U_0}{Z}$ resp. $U_0 = I_0\cdot Z_0$, Z_0 je impedance - veličina charakteristická pro obvodové prvky, resp. části obvodů - závisí obecně na frekvenci.

$Z_{R0} = R$ (rezistance)

$Z_{C0} = \frac{1}{\omega C}$ induktance

$Z_{L0} = \omega L$ kapacitance

Pro vyjádření fázových poměrů ve střídavých obvodech se využívá komplexní symboliky:

! $\cos(\omega t+\varphi) = Re[\cos(\omega t+\varphi)+i\sin(\omega t+\varphi)] = Re\; e^{i(\omega t+\varphi)}$

(reálná část)

Skutečný průběh vždy získáme jako reálnou část z komplexní veličiny.

Pro okamžité hodnoty střídavého proudu resp. napětí v komplexním vyjádření:

$\hat{I}(t) = I_0\, e^{i(\omega t+\varphi_i)} = \bar{I}\, e^{i\omega t}$ $\qquad \bar{I} = I_0\, e^{i\varphi_i}$ - komplexní amplituda

$\hat{u}(t) = U_0\, e^{i(\omega t+\varphi_u)} = \bar{U}\, e^{i\omega t}$

Dosadíme-li vyjádření okamžitých hodnot do vztahů pro R, L, C dostaneme

$\bar{U}_R = R\cdot\bar{I}_R$

$\bar{U}_L = i\omega L\,\bar{I}_L$ $\qquad$ tj. $\bar{Z}_L = i\omega L = Z_{L0}\cdot e^{i\frac{\pi}{2}} = Z_{L0}\, e^{i\varphi_L}$

$\bar{U}_C = \frac{1}{i\omega C}\cdot\bar{I}_C$ $\qquad \bar{Z}_C = \frac{1}{i\omega C} = \frac{-i}{\omega C} = Z_{C0}\, e^{-i\frac{\pi}{2}} = Z_{C0}\, e^{i\varphi_C}$

Komplexní vyjádření Ohmova zákona:

$\bar{U} = \bar{Z} \cdot \bar{I}$ $\bar{Z}$ komplexní impedance

$\bar{I} = \bar{Y} \cdot \bar{U}$ $\bar{Y}$ komplexní admitance ; $\bar{Y} = \frac{1}{\bar{Z}}$.

I. Kirchhoffovo pravidlo:

$$\sum_{k=1}^{n} \mathrm{Re}\, \hat{I}_k(t) = \mathrm{Re} \sum_{k=1}^{n} \hat{I}_k(t) = 0$$

Součet okamžitých hodnot proudů přitékajících do uzlu musí být v každém okamžiku nulový.

(pokud to má platit v libovolném čase, musí být nule rovna i imaginární část součtu – ta je shodná s reálnou hodnotou v čase $t' = t \pm \frac{\pi}{2}$)

$$\Rightarrow \sum_{k=1}^{n} \hat{I}_k(t) = 0 \Rightarrow \sum_{k=1}^{n} \bar{I}_k = 0$$ po vydělení $e^{i\omega t}$

II. Kirchhoffovo pravidlo:

Součet napětí na všech odporech, kapacitách a indukčnostech zařazených do uzavřené smyčky musí v každém okamžiku být roven součtu elektromotorických napětí působících ve smyčce.

$$\sum_{k=1}^{m} \mathrm{Re}\, \hat{\mathcal{E}}_k(t) = \mathrm{Re} \sum_{k=1}^{m} \hat{\mathcal{E}}_k(t) = \sum_{l=1}^{n} \mathrm{Re}\, \bar{Z}_l \hat{I}_l(t) = \mathrm{Re} \sum_{l=1}^{n} \bar{Z}_l \hat{I}_l(t)$$

$$\Rightarrow \sum_{k=1}^{m} \bar{\mathcal{E}}_k = \sum_{l=1}^{n} \bar{Z}_l \bar{I}_l$$

"Znaménko" zdroje v tomto případě obsahuje komplexní amplitudě ve fázovém členu $e^{i\varphi}$!

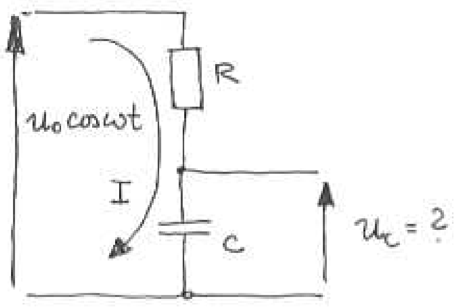
Obdobně jako Kirchhoffova pravidla lze využít při počítání Thèveninovu a Nortonovu větu, větu o superpozici.

V platnosti zůstávají vztahy pro "sčítání" odporů → komplexní impedance se sčítají obdobně!

PŘÍKLAD:

dělič napětí:

$$\bar{I} = \frac{\bar{u}}{\bar{Z}} \quad ; \quad \bar{Z} = \bar{Z}_R + \bar{Z}_c \quad ; \quad \bar{u} = u_0$$



$$\bar{Z} = R + \frac{1}{i\omega C} \qquad Z_0 = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$$

$$\bar{I} = \frac{u_0}{R + \frac{1}{i\omega C}} = \frac{u_0\,(i\omega C)}{1 + i\omega RC} \cdot \frac{1 - i\omega RC}{1 - i\omega RC}$$

$$\bar{I} = \frac{i u_0 \omega C + u_0 \omega^2 R C^2}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

$$\bar{I} = I_0 \cdot e^{i\varphi}$$

$$\bar{u}_c = \bar{Z}_c \cdot \bar{I} \left(= \frac{\bar{Z}_c}{\bar{Z}_c + \bar{Z}_R} \cdot \bar{u} \right)$$

$$I_0 = \frac{u_0}{Z_0}$$

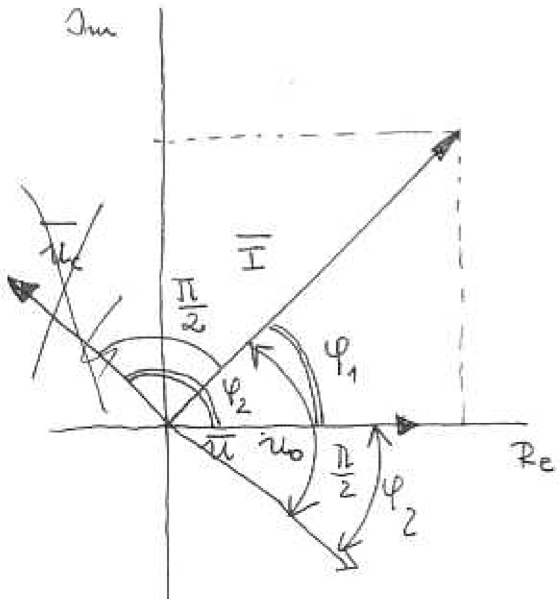
$$Z = \mathrm{Re}\,Z + i\,\mathrm{Im}\,Z$$

$$\mathrm{tg}\,\varphi_1 = \frac{\mathrm{Im}\,Z}{\mathrm{Re}\,Z} = \frac{1}{\omega RC}$$

$$\bar{I} = \frac{u_0}{Z_0} \cdot e^{i\varphi_1} \quad ; \quad \frac{1}{Z_0} = \frac{\omega C}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$$

$$\bar{I} = \frac{u_0 \cdot \omega C}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \cdot \frac{\omega RC + i}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$$

$$e^{i\varphi_1} = \cos\varphi + i \sin\varphi$$



$$\bar{u}_c = \frac{1}{i\cancel{\omega C}} \cdot \frac{u_0 \cancel{\omega C}}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \cdot \frac{\omega RC + i}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$$

$$\bar{u}_c = \frac{u_0}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \cdot \underbrace{\frac{1 - i\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}}_{e^{i\varphi_2}}$$

Proud předbíhá napětí o $\frac{\pi}{2}$!

$$\mathrm{tg}\,\varphi_2 = -\omega RC$$