Permitivita nepolárních látek – Clausiův – Mosottiův vztah

Vnější pole může v nepolární látce indukovat elektrické momenty atomů či molekul. Předpokládá se kvazielastické chování, tj. indukované momenty jsou úměrné intenzitě lokálního pole $\vec{E}_1$ působícího na atom či molekulu.

Pro střední hodnoty elektronové či atomové polarizovatelnosti platí:

$\vec{p}_e = \alpha_e \vec{E}_1$, $\vec{p}_a = \alpha_a \cdot \vec{E}_1$, kde α_e a α_a jsou činitelé elektronové, atomové polarizovatelnosti.

Pro celkový moment molekuly lze psát

$\vec{p} = \alpha_0 \vec{E}_1$ $(\alpha_0 = \alpha_e + \alpha_a)$ – činitel polarizovatelnosti (celkový činitel polarizace)

Znalost činitelů umožňuje obecně vypočítat elektrickou susceptibilitu dané látky.

V objemu V je n_V molekul s polarizovatelností a el. momenty α_i a p_i

Polarizace bude mít velikost: $P = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{n_V} p_i = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{n_V} \alpha_i E_1$

pokud bude polarizovatelnost pro všechny molekuly stejná α_0:

$P = \alpha_0 \cdot n_0 \cdot E_1$; kde $n_0 = \frac{n_V}{V}$ je koncentrace molekul.

Pro plyny, kdy je koncentrace n_0 malá, lze zanedbat interakce mezi molekulami a ztotožnit vnější pole $\vec{E}$ a lokální elektrostatické pole $\vec{E}_1$.

Podle definice dostáváme pro susceptibilitu

$$\chi_e = \frac{1}{\varepsilon_0 V}\sum_{i=1}^{n_V}\alpha_i \qquad \left(\text{resp. } \chi_e = \frac{n_0\alpha_0}{\varepsilon_0}\right)$$

permitivitu vyjádříme jako:

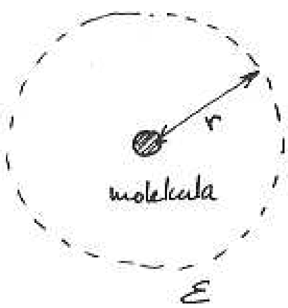
$$\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 = (1+\chi_e)\cdot\varepsilon_0 \qquad \varepsilon - \varepsilon_0 = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{n_V}\alpha_i \qquad (\text{resp. } = \alpha_0 n_0)$$

$$\varepsilon - \varepsilon_0 = \chi_e \cdot \varepsilon_0$$

V případě kapalin a pevných látek je nutné určit lokální pole $\vec{E}_1$ působící na molekuly či atomy uvnitř látky. Toto pole má charakter <u>časové</u> střední hodnoty mikroskopického pole.

<u>Lorentz:</u> vztah tohoto pole ($\vec{E}_1$) k makroskopickému poli $\vec{E}$ uvnitř dielektrika.

6.)



r - dostatečně velké, abychom dielektrikum vně koule mohli považovat za kontinuum a použít pro jeho popis pojmu permitivity.

Lokální pole $\vec{E}_1$ působící na danou molekulu je možno vyjádřit jako součet pole makroskopického $\vec{E}_d$ uvnitř dutiny a pole $\vec{E}'$, které v místě molekuly budí zbylé molekuly obsažené v dutině.

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_d + \vec{E}'$$

$\vec{E}'$ je časově střední hodnota pole buzeného molekulami na daném místě. Musí být počítáno mikroskopicky: *) kapaliny, amorfní látky.
V případech izotropních*) látek se zcela nepravidelným rozmístěním molekul lze předpokládat jeho nulovou hodnotu (vyrovnání jednotlivých příspěvků).
Podobně u látek pravidelně uspořádaných s vysokou symetrií (kubické)

Tj. $\vec{E}_1 = \vec{E}_d$ pro řadu případů.

Výsledný vztah pro intenzitu pole v dutině dielektrika, která má kulový tvar vyjádřený pomocí makroskopického pole uvnitř dielektrika:

Na částici působí pole $\vec{E}_d$

$$\vec{E}_d = \frac{\varepsilon_r + 2}{3}\vec{E}$$

resp. $\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \cdot \vec{E}$

Odtud s využitím $\vec{P} = (\varepsilon - \varepsilon_0)\vec{E}$ dostaneme po dosazení do dříve uvedených vztahů

$$3\varepsilon_0 \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{nV} \alpha_i \quad (\text{resp.} = n_0\alpha_0)$$

$$\vec{P} = \underbrace{\vec{E}(\varepsilon - \varepsilon_0)}_{\text{polarizace makroskopická}} = \alpha_0 \cdot n_0 \cdot \underbrace{\frac{\varepsilon_r + 2}{3}\vec{E}}_{\text{pole v dutině}}$$

Pomocí Avogadrova zákona ji přepíšeme do tvaru

$$3\varepsilon_0 \frac{A_m}{\varrho} \cdot \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} = N_0 \alpha_0 \quad , \text{ kde}$$

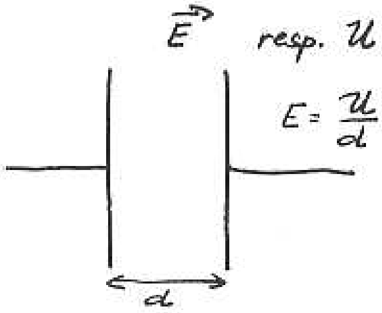
A_m - poměrná molekulová hmotnost dané látky
ϱ - hustota
N_0 - Avogadrova konstanta.

$$n_0 = \frac{\varrho}{A_m} \cdot N_0$$

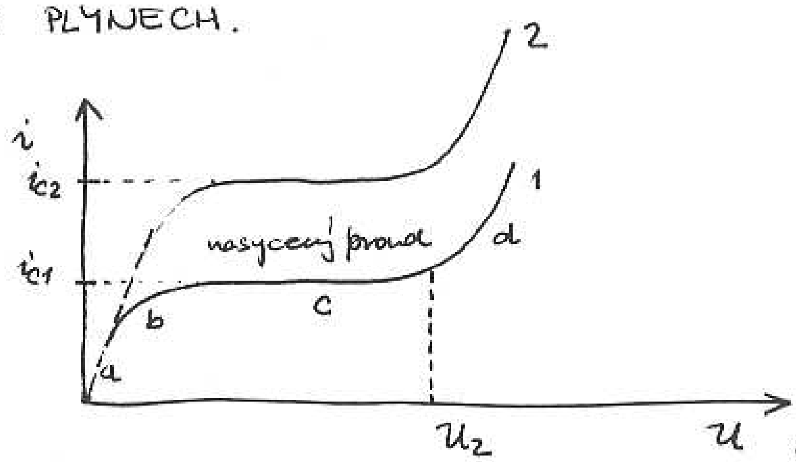
hustota jedn. objemu
počet částic v 1 molu
hmotnost molu

Vztah se nazývá $\boxed{\text{Clausiův - Mosottiův}}$

POZNÁMKY K
VEDENÍ PROUDU V PLYNECH.



obr. 1.

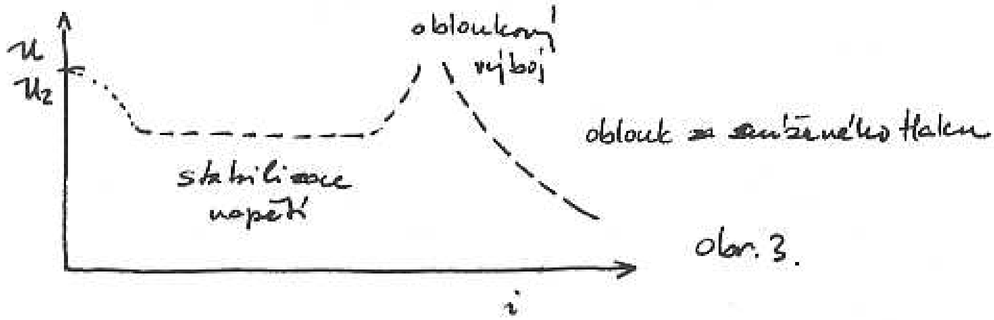


obr. 2

<u>nesamostatný výboj</u> ($i = 10^{-3} \div 10^{-12}$ A/m²)
oblast a) při velmi malých napětích platí Ohmův zákon, hustota proudu je ovlivnitelná ionizačními činidly (plamen, světlo, rtg.) → i_{c1}, i_{c2} v oblasti c.

<u>samostatný výboj</u> – po dosažení zápalného napětí, větší proudová hustota, menší závislost na vnějších vlivech, světelné efekty (oblast d, $U > U_2$)
může být stacionární i nestacionární
ionizace nárazem, kladné ionty – energie 100–500 V; záp. ionty – 10–50 V
rychlosti kl. iontů ~ $3 \cdot 10^4$ m/s, záp. iontů $3 \cdot 10^6$ m/s.

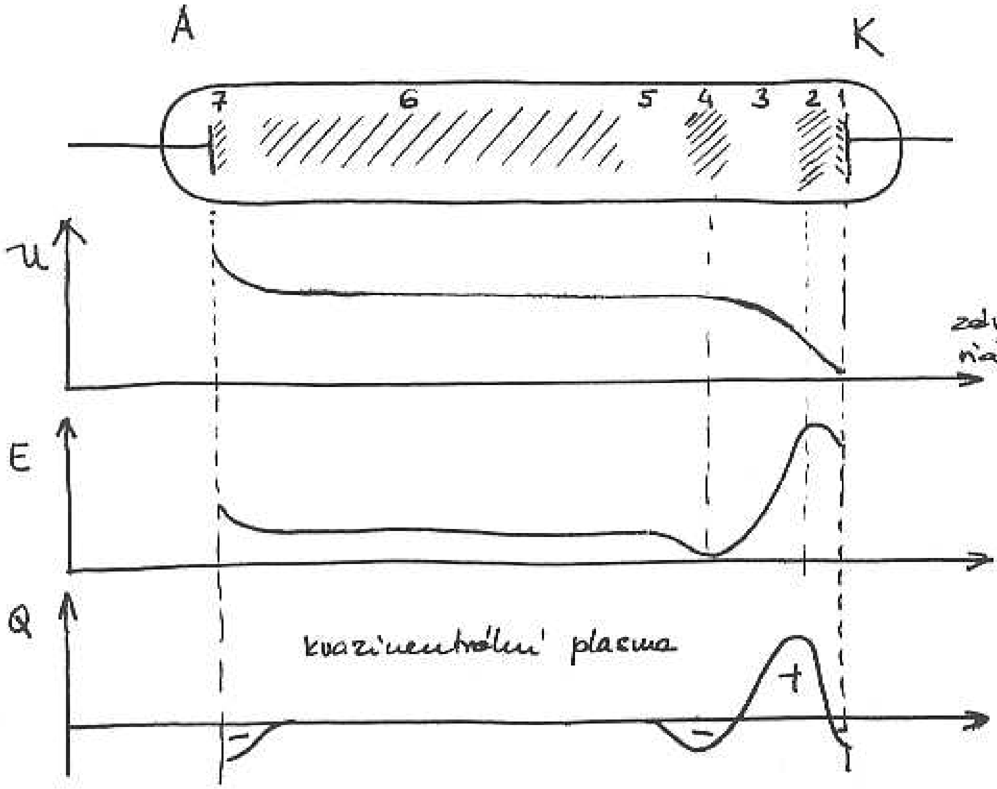
<u>doutnavý výboj</u> (za sníženého tlaku $10^{-2} \div 10^{1}$ torr; $i \approx 10^{-1} \div 10$ A/m²)



obr. 3.

Rozšíření obr. 2.

Výboj v Geisslerově trubici. d ~ 50cm i více



Rozložení potenciálu závisí na druhu plynu i materiálu katody.

1 – Astonův tmavý prostor těsně u katody
2 – Katodová vrstva
3 – Crookesův (Hittorfův) tmavý katodový prostor
4 – Doutnavé katodové světlo
5 – Faradayův tmavý prostor
6 – Anodový pozitivní sloupec (v magn. poli se chová jako proud od A → K)
7 – Anodové doutnavé světlo

p ~ 40 torr – svítící válcový prostor s jasnější osou a širší anodou
p ~ 10 torr – oddělení světelného sloupce od katody, menší svítivost, rozplizunutí obrysů, ostře ohraničený F. prostor 5 mezi anodou a katodou.

6 anodové světlo ("kladné světlo") ve vzduchu narůžovělé
katodové světlo 4 ("záporné") modravé

při dalším ředění:
Faradayův prostor 5 se rozšiřuje, anodové světlo vyplňuje celý průřez trubice a ustupuje k anodě (někdy se rozpadne na vrstvy, kmitající kolem střední polohy – souvisí s nečistotami v plynu)

V katodovém světle lze rozeznat světlou katodovou vrstvu 2, Crookesův pr. 3 a záporné doutnavé světlo 4. S poklesem tlaku se 2 3 a 4 vyvíjejí, zaujímají více prostoru a anodové světlo mizí. Doutnavé světlo 4 ztrácí na jasu, při tlaku ~ 0.03 torr vyhasíná.
Poblíž anody se objevuje luminiscence skla.

při tlaku $p \sim 1$ torr $I \sim 10^{-3}$ A, $U = 1000$ V, při posunu anody ke katodě se zkrátí pouze kladný sloupec; F. prostor 5 a rozsah záp. světla 4 se nemění.

katodový pokles – potenciálový rozdíl mezi K a přivráceným okrajem doutnavého světla je pro daný plyn a kov katody stálou veličinou.
Elektrony jsou nejvíce urychlovány v oblasti Crookesova temného prostoru, způsobují srážky s neutrálními molekulami a světelné záření v prostoru katodového doutnavého světla.
Zpomalení elektronů je značné – světelné záření plynu mizí. Po urychlení elektronů v prostoru kladného anodového světla dochází k produkci kladných iontů.

OBLOUKOVÝ VÝBOJ. v širokém oboru tlaků.
spojení uhlíkových elektrod a jejich následné oddělení.

$U = 20 \div 50$ V

$i \geq 10^5$ A/m^2

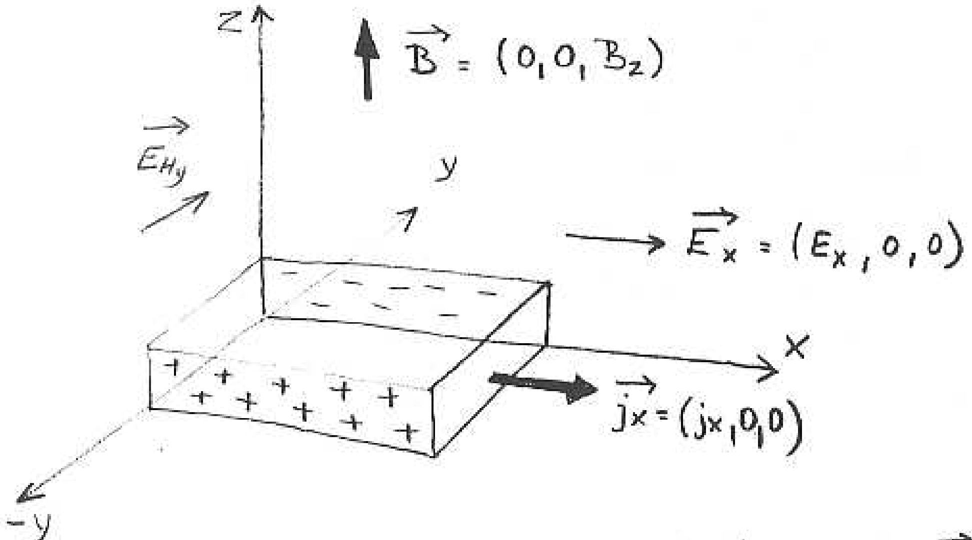
stabilizační odpor v sérii s obloukem. C kladné 3000 – 4000°C (prohlubeň)
C záporné – rozhodující teplota, emise e^-

Při snižování tlaku, pokud i překročí jistou hodnotu, může oblouk existovat i při relativně nízké teplotě elektrod. Materiál záporné elektrody je velmi podstatný.

Paschenův zákon $U_z = f(p \cdot d)$; kde p je tlak plynu a d – vzdálenost elektrod.

ionizace plynů – kladné ionty, záporné ionty, elektrony.
elektrony, vznikající při ionizaci neutrálních molekul (vytržení elektronu)
srážka molekuly s dostatečně ~~[illegible]~~ urychlenou částicí – molekulou / atomem / elektronem.
ionizace v důsledku
nepružné srážky
ionizační energie 3 – 25 eV pro různé prvky.
kladné ionty (vytržení elektronu např. i dopadem fotonu (UV, rtg a γ záření)
záporné ionty záchyt e^-, inertní plyny jen obtížně, halové (Cl, F...) snadno
závisí na vzájemné rychlosti molekul a e^-.

VODIČ, POLOVODIČ V PŘÍČNÉM MAGNETICKÉM POLI (HALLŮV JEV)



$q > 0$ *)

Ve vodivém materiálu protéká proud $\vec{j_x}$ způsobený přítomností elektrického pole $\vec{E_x}$. V ustáleném stavu se nositelé náboje pohybují střední rychlostí $\vec{v} = (v_x, 0, 0)$,

$v_x = \mu \cdot E_x$, kde μ je pohyblivost nositelů náboje.

V příčném magnetickém poli $\vec{B}$ působí na pohybující se nositele náboje síla $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$, kde q je náboj nositele. Silové pole $\vec{F}$ nutí pohybující se nositele náboje ve směru kolmém na rovinu xz, dokud příčné elektrické pole (mezi různě nabitými stěnami vzorku), které má směr y tuto sílu nevykompenzuje. V rovnovážném stavu

$\vec{F} + q\vec{E_{Hy}} = 0$, kde $\vec{E_{Hy}} = (0, E_{Hy}, 0)$ je tzv. Hallovo pole.

$\vec{F} = (0, -q \cdot v_x \cdot B_z, 0)$

$E_{Hy} = v_x \cdot B_z$. Jelikož $\vec{j_x} = n \cdot q \cdot \vec{v}$, kde n je koncentrace nositelů,

$E_{Hy} = \frac{j_x}{n \cdot q} \cdot B_z$.

Experimentální vztah získaný na základě měření koncem 19. st. má tvar $E_{Hy} = R_H \cdot j_x \cdot B_z$, kde R_H je tzv. Hallova konstanta.

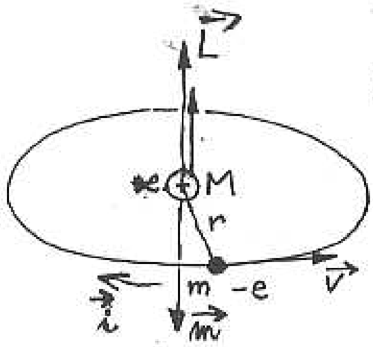
$R_H = \frac{1}{n \cdot q}$; $\vec{E_{Hy}} = R_H \cdot [\vec{B} \times \vec{j}]$. Znaménko R_H odpovídá znaménku náboje nositelů. Ag: $R_H = -8{,}4 \times 10^{-11}\ m^3(As)^{-1}$; Zn $= 3{,}3 \times 10^{11}\ m^3(As)^{-1}$

*) Pro nositele proudu $q < 0$, $\vec{v} = (-v_x, 0, 0)$ budeme mít Hallovo pole $\vec{E_{Hy}}$ opačnou orientaci.

1.

ELEKTRICKÉ PROUDY V ATOMECH.

MODEL: planetární – elektrony se pohybují kolem jádra.
elektron kroužící s konstantní rychlostí po kruhové dráze kolem jádra.
(objasňujeme strukturu atomu, nezabýváme se příčinou právě takového pohybu)



$M \gg m_e$

Zajímají nás možné jevy magnetické povahy, které se vyskytnou v uvedené situaci.
Soustava je elektricky neutrální.
V libovolném čase dvojice stejných nábojů představuje dipól. Při daném pohybu a vystředování v čase je výsledný dipólový moment roven nule => soustava nevytváří ve větší vzdálenosti konstantní elektrické pole.

Sledujme systém v souřadné soustavě spojené s hmotností M; protože $M \gg m_e$, lze ji považovat též za těžišťovou souřadnou soustavu.

Elektron představuje proudovou smyčku: $I = \dfrac{ev}{2\pi r}$ (Náboj prošlý místem za jednotku času)

směr proudu je opačný k $\vec{v}$

Magnetické pole takové proudové smyčky:

magnetický dipól $|\vec{m}| = \pi r^2 \cdot I \quad (\vec{m} = \vec{S} \cdot I)$

$$|\vec{m}| = \frac{\pi r^2 e v}{2\pi r} = \frac{evr}{2} \qquad (*)$$

Pro moment hybnosti elektronu $\vec{L}$ platí: $\vec{L} = m_e [\vec{r} \times \vec{v}]$

tj: $\boxed{\vec{m} = \dfrac{-e}{2m_e} \cdot \vec{L}}$

Vztah obsahuje fundamentální konstanty e, m_e; platí i v případě jiného tvaru dráhy -> v případě centrálního pole síly, kdy platí zákon zach. mom. hyb.
tj: magnetický dipólový moment se zachovává.

GYROMAGNETICKÝ POMĚR: $\dfrac{q}{2m}$ q – náboj částice, m – hmotnost částice.

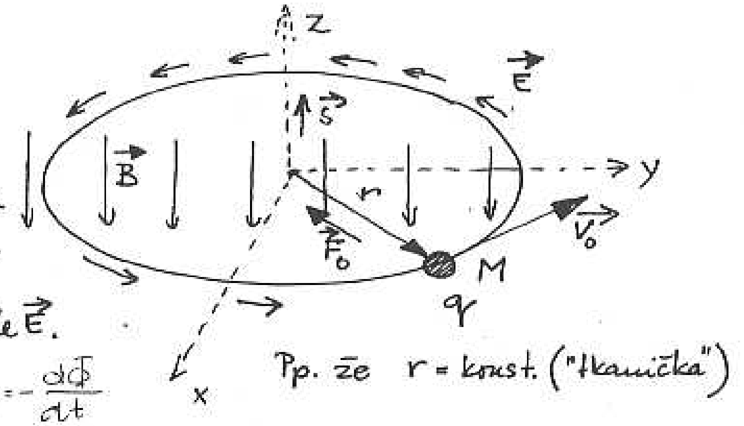
V látkách je v průměru stejné množství elektronů, jež se pohybují v jednom směru jako v opačném – proto nepozorujeme magnetické pole vnitř elektronů. To platí v případě, že ani jeden směr pohybu ("točení") není preferován. Jestliže se magnetické pole elektronů pozoruje – musí existovat nějaký mechanismus, který umožňuje elektronům nejenom výběr osy rotace, ale i směr.

Předpokládejme, že v nepřítomnosti vnějšího magnetického pole látka obsahuje elektrony, jejichž vektory momentů hybnosti jsou rovnoměrně rozděleny do všech směrů v prostoru. Zabývejme se drá~~hou~~ ~~v rovině~~

2.

s rovinami těmiž rovnoběžnými s rovinou xy; v primárně polovina má momenty ve směru "nahoru" a druhá polovina "dolů". Co se stane (s jednou z těchto obíhajících drah), když zapneme magnetické pole ve směru osy z?

Zabývejme se systémem podle obr. 1:



Centrální síla $F_0 = \frac{Mv_0^2}{r}$

Zapínáme pole $\vec B$, homogenní v každém okamžiku, vzrůstající s rychlostí $\frac{dB}{dt}$.

Podél dráhy se indukuje elektrické pole $\vec E$.

Velikost E určíme: $|U| = \frac{d\Phi}{dt}$ $\quad \mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$

Pp. že r = konst. ("tkanička")

$\frac{d\Phi}{dt} = \pi r^2 \frac{dB}{dt}$; pole $\vec E$ je vzhledem k symetrii systému konstantní podél celé dráhy:

tj. $\oint \vec E \, d\vec l = \pi r^2 \frac{dB}{dt} = 2\pi r E \Rightarrow \boxed{E = \frac{r}{2}\frac{dB}{dt}}$

[$\vec E$ je orientováno tak, aby působilo proti změně - t.j. snaží se zvýšit magnetickou indukci buzenou smyčkou, která má směr osy z - opačný než je zapínané pole $\vec B$] $\Rightarrow$ $\vec E$ urychluje těleso, pokud má kladný náboj q.

Tangenciální zrychlení $\frac{d\vec v}{dt}$ je dáno silou $q\vec E$:

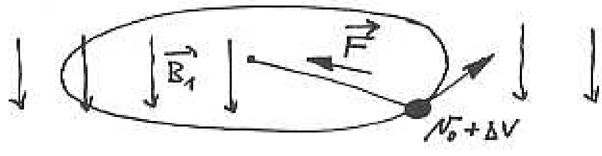
$$M \cdot \frac{dv}{dt} = q \cdot E = \frac{qr}{2}\frac{dB}{dt}$$

$$dv = \frac{qr}{2M} dB$$

$\frac{qr}{2M}$ → konstantní veličina, pokud je r fixováno.

Nechť Δv je konečná změna rychlosti v po skončení celého procesu vzrůstu pole na konečnou hodnotu $\vec B_1$

$$\Delta v = \int_{v_0}^{v_0+\Delta v} dv = \frac{qr}{2M}\int_0^{B_1} dB = \frac{qrB_1}{2M} \quad (**)$$



Větší rychlost pohybu způsobí nárůst magnetického momentu $\vec m$, který směřuje "nahoru" (směr z).

[Negativně nabité těleso by se za stejných okolností zpomalilo, změnil by se jeho magnetický dipólový moment namířený "dolů"]

Změna magnetického dipólového momentu (viz (*)) $\quad m = \frac{qvr}{2}$

$$\Delta m = \frac{q \cdot r}{2} \cdot \Delta v = \frac{q^2 r^2}{4M} B_1$$

Pro libovolný náboj: $\Delta \vec m = -\frac{q^2 r^2}{4M}\vec B_1$ [Lenzovo pravidlo → změna má opačný směr než primární změna magnetické indukce]

(***)

3.) V našem případě jsme udrželi poloměr r konstantní pomocí "průvodiče". Podívejme se, jak se změnila síla působící na "tkaničku".

Předpokládejme, že B_1 je dostatečně malé takže $\Delta v \ll v_0$

Centrální síla $\vec{F_1}$:

$$F_1 = \frac{M(v_0+\Delta v)^2}{r} \approx \frac{Mv_0^2}{r} + \frac{2Mv_0}{r}\cdot\Delta v \quad \text{(zanedbáme členy } (\Delta v)^2 \text{ a vyšší)}$$

V našem případě však magnetické pole $\vec{B_1}$ působí silou na pohybující se nabité těleso: $q(v_0+\Delta v)\cdot B_1$

dosazením za B_1 z (**) dostáváme: $q(v_0+\Delta v)\cdot\frac{2M\Delta v}{qr}$

tj. s přiblížením v prvním řádu: $2Mv_0\frac{\Delta v}{r}$

Je vidět, že Lorentzova síla při dané orientaci $\vec{B}$ a $\vec{v}$ působí směrem ke středu rotace a její velikost se rovná právě ~~síle~~ přírůstku síly, který je potřeba, aby se těleso se zvýšenou rychlostí udrželo na dráze o poloměru r. Tj. síla působící po zapnutí pole na průvodič se nezmění a zůstane rovna F_0.

Dospěli jsme k zajímavému výsledku:

náš výsledek, zejména $\Delta\vec{m} = -\frac{q^2r^2}{4M}\cdot\vec{B_1}$, musí platit pro centrální sílu závislou libovolně na poloměru.

- průvodič lze zaměnit například coulombovskou silou (jádro ↔ elektron)

Účinek vnějšího magnetického na elektronové orbitaly si můžeme představit následujícím způsobem:

Každý elektron se nadále pohybuje po dráze se stejným poloměrem, ale k jeho úhlové rychlosti, jež by se rovnala $\pm\frac{v_0}{r}$ (podle směru oběhu) se přičte $\Delta\omega = \frac{\Delta v}{r}$.

$$\Delta\omega = \frac{\Delta v}{r} = \frac{eB}{2m_e}$$

Tento přírůstek závisí pouze na velikosti přiloženého pole a poměru velikosti náboje elektronu vůči jeho hmotnosti.

Úhlová rychlost $\frac{eB}{2m_e}$ se nazývá Larmorovou úhlovou rychlostí

[Sir Joseph Larmor, angl. matematik a fyzik, dokázal tuto větu v r. 1895, ještě předtím, než byla známá struktura atomu]

Larmorova věta: pohyb ve slabém magnetickém poli je vždy stejný jako bez pole - pouze s dodatečnou rotací okolo osy pole s úhlovou rychlostí $\omega_L = \frac{eB}{2m}$.

Změna magnetického momentu s opačným směrem než přiložené magnetické pole je podstatou DIAMAGNETISMU LÁTEK.

4. Larmorova precese (pro obecnou polohu smyčky vůči poli $\vec{B}$)

$\vec{m} = \gamma \cdot \vec{L}$ (L_z – kvantování průmětu) $L_z = m_l \cdot \hbar$, $m_l = -l, \dots 0, \dots +l$, $L_z < L$

gyromagnetický poměr, souvislost, který vztah odpovídá je gyromagnetické. gyromagnetická částice je ve vnějším magnetickém poli $\vec{B}$ podrobena silovému působení.

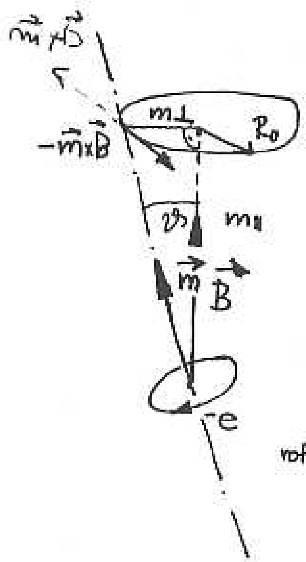
$L = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar$

Pro moment síly: $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$

Pohybová rovnice pomocí 2. impulsové věty:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{m} \times \vec{B}$$

tj.
$$\frac{d\vec{m}}{dt} = \gamma (\vec{m} \times \vec{B}) \qquad \gamma = \frac{-e}{2m_e} \dots \text{pro elektron}$$



časová změna magnetického dipólového momentu je kolmá na rovinu určenou vektory $\vec{m}$ a $\vec{B}$.
=> $|\vec{m}|$ zůstává stálé, koncový bod putuje po kružnici.

$$\omega_0 = \left|\frac{d\vec{m}}{dt}\right| \cdot \frac{1}{R_0}$$ – úhlová rychlost tohoto precesního pohybu.

$$R_0 = |\vec{m}| \cdot \sin\vartheta = \frac{|\vec{m} \times \vec{B}|}{B}$$

tj. $$\omega_0 = \frac{-e}{2m} \cdot B$$

Larmorova úhlová rychlost.

ω_0 – směřuje proti rotaci částice (elektronu) v případu podle obrázku – t.j. zesiluje magnetický moment.

$$\omega_0 = |\gamma (\vec{m} \times \vec{B})| \cdot \frac{1}{R_0} = \gamma \frac{|\vec{m} \times \vec{B}|}{|\vec{m} \times \vec{B}|} \cdot B$$

$$\omega_0 = \frac{-e}{2m} \cdot B$$