

Pohybové rovnice – numerické řešení

zákon síly

$$a_x = \frac{F_x}{m}$$

počáteční podmínky

$$x(t = 0) = x_0$$

$$v_x(t = 0) = v_{x_0}$$

zvol malé Δt

$$x(0) = x_0$$

$$v_x(0) = v_{x_0}$$

$$t = 0$$

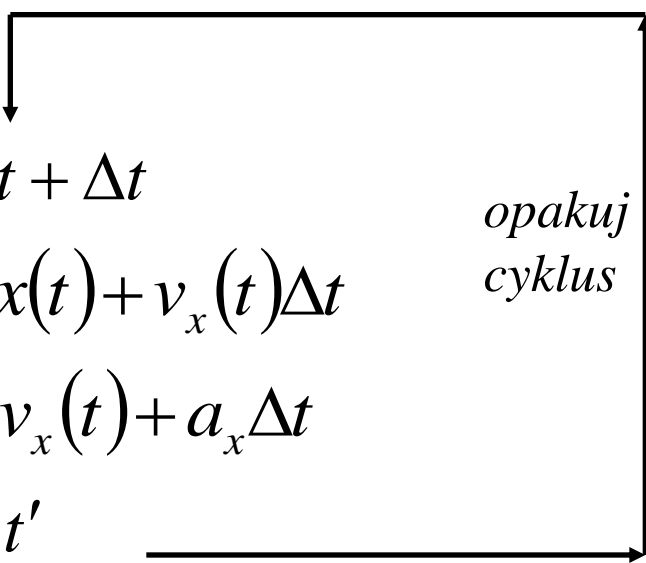
$$t' = t + \Delta t$$

$$x(t') = x(t) + v_x(t)\Delta t$$

$$v_x(t') = v_x(t) + a_x\Delta t$$

$$t = t'$$

*opakuji
cyklus*



Pohybové rovnice – numerické řešení

zákon síly

$$a_x = \frac{F_x}{m}$$

počáteční podmínky

$$x(t = 0) = x_0$$

$$v_x(t = 0) = v_{x_0}$$

```
dt=0.001;
t[0]=0.0;
x[0]=0.0;
y[0]=0.0;
vx[0]=v0*cos(alfa);
vy[0]=v0*sin(alfa);
i=0;
while(y[i]>=0 && i<n)
{
    i++;
    t[i]=t[i-1]+dt;
    x[i]=x[i-1]+vx[i-1]*dt;
    y[i]=y[i-1]+vy[i-1]*dt;
    vx[i]=vx[i-1];
    vy[i]=vy[i-1]-g*dt;
}
```

Pohybové rovnice – numerické řešení - zpřesnění

zákon síly

$$a_x = \frac{F_x}{m}$$

počáteční podmínky

$$x(t = 0) = x_0$$

$$v_x(t = 0) = v_{x_0}$$

zvol malé Δt

$$x(0) = x_0$$

$$v_x\left(\frac{\Delta t}{2}\right) = v_{x_0} + a(0)\frac{\Delta t}{2}$$

$$t = 0$$

$$t' = t + \Delta t$$

$$x(t') = x(t) + v_x\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right)\Delta t$$

$$v_x\left(t' + \frac{\Delta t}{2}\right) = v_x\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) + a_x\Delta t$$

$$t = t'$$

*opakuji
cyklus*

Pohybové rovnice – numerické řešení - zpřesnění

zákon síly

$$a_x = \frac{F_x}{m}$$

počáteční podmínky

$$x(t = 0) = x_0$$

$$v_x(t = 0) = v_{x_0}$$

```
dt=0.001;
t[0]=0.0;
x[0]=0.0;
y[0]=0.0;
vx[0]=v0*cos(alfa);
vy[0]=-g*dt/2.0+v0*sin(alfa);
i=0;
while (y[i]>=0 && i<n)
{
    i++;
    t[i]=t[i-1]+dt;
    x[i]=x[i-1]+vx[i-1]*dt;
    y[i]=y[i-1]+vy[i-1]*dt;
    vx[i]=vx[i-1];
    vy[i]=vy[i-1]-g*dt;
}
```

Pohybové rovnice – numerické řešení – šikmý vrh s odporem vzduchu

Šikmý vrh bez odporu vzduchu

pohybová rovnice

$$m\ddot{x} = 0$$

$$m\ddot{y} = -mg$$

počáteční podmínky

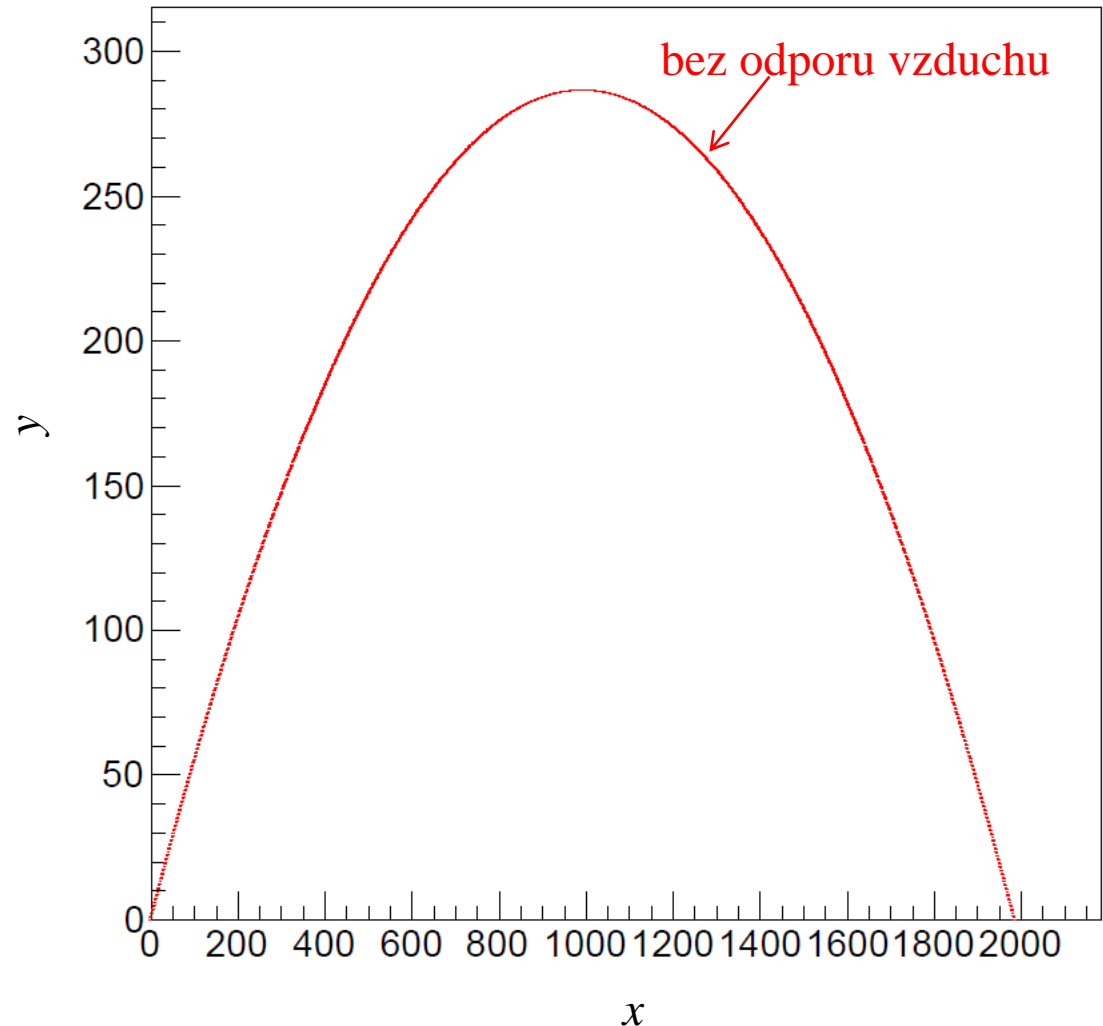
$$x(t = 0) = 0$$

$$y(t = 0) = 0$$

$$v_x(t = 0) = v_0 \cos \alpha$$

$$v_y(t = 0) = v_0 \sin \alpha$$

$$m = 10 \text{ g}, v_0 = 150 \text{ m/s}, \alpha = 30^\circ$$



Pohybové rovnice – numerické řešení – šikmý vrh s odporem vzduchu

Šikmý vrh s odporem vzduchu $\vec{F}_o = -h\vec{v}$ $m = 10 \text{ g}$, $v_0 = 150 \text{ m/s}$, $\alpha = 30^\circ$, $h = 10^{-4} \text{ Ns/m}$

pohybová rovnice

$$m\ddot{x} = -h\dot{x}$$

$$m\ddot{y} = -mg - h\dot{y}$$

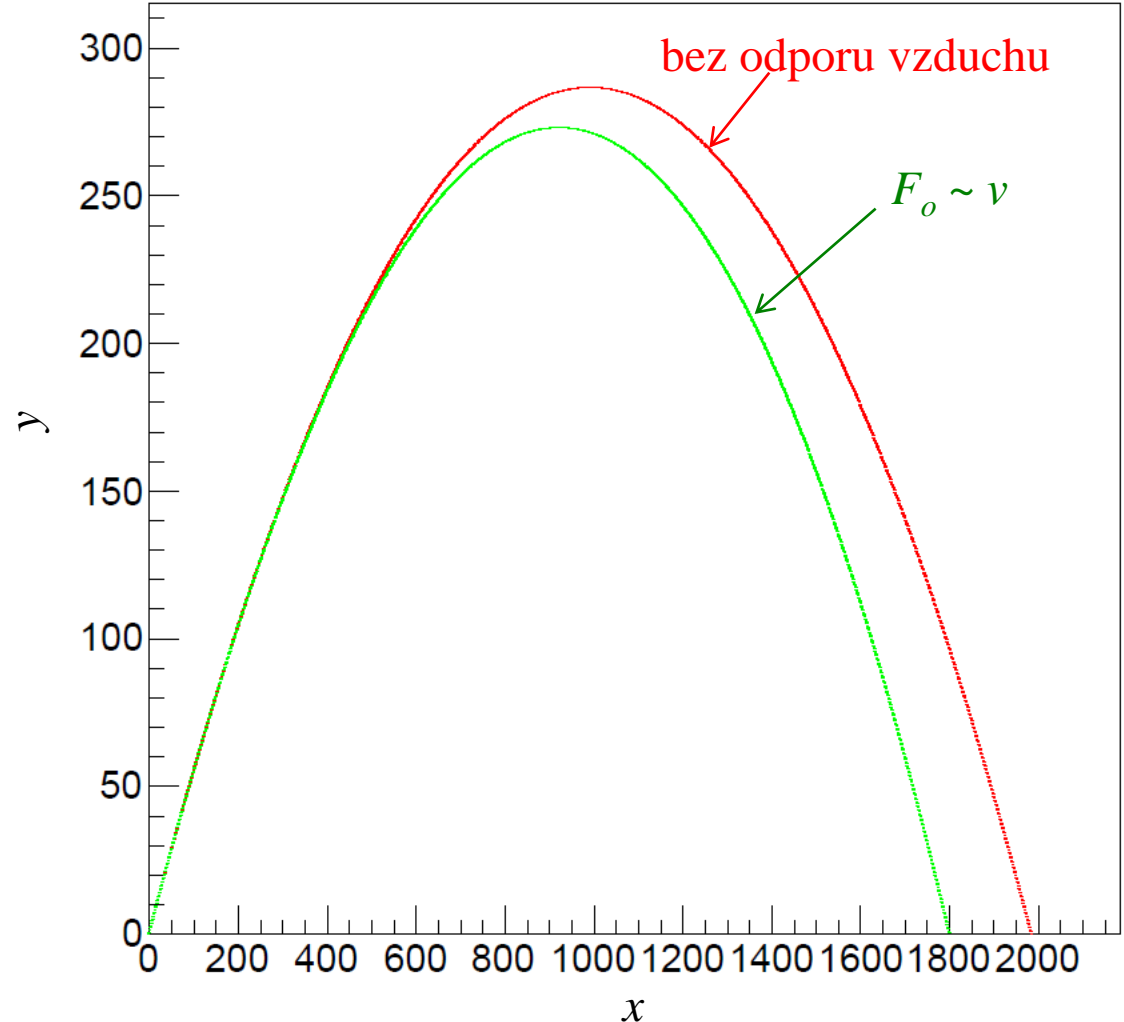
počáteční podmínky

$$x(t=0) = 0$$

$$y(t=0) = 0$$

$$v_x(t=0) = v_0 \cos \alpha$$

$$v_y(t=0) = v_0 \sin \alpha$$



Pohybové rovnice – numerické řešení – šikmý vrh s odporem vzduchu

Šikmý vrh s odporem vzduchu $\vec{F}_o = -h\vec{v}$

pohybová rovnice

$$m\ddot{x} = -h\dot{x}$$

$$m\ddot{y} = -mg - h\dot{y}$$

počáteční podmínky

$$x(t=0) = 0$$

$$y(t=0) = 0$$

$$v_x(t=0) = v_0 \cos \alpha$$

$$v_y(t=0) = v_0 \sin \alpha$$

```
dt=0.001;
t[0]=0.0;
x[0]=0.0;
y[0]=0.0;
vx[0]=v0*cos(alfa)-h/m*v0*cos(alfa)*dt/2;
vy[0]=v0*sin(alfa)-h/m*v0*sin(alfa)*dt/2-g*dt/2.0;
i=0;
while(y[i]>=0 && i<n)
{
    i++;
    t[i]=t[i-1]+dt;
    x[i]=x[i-1]+vx[i-1]*dt;
    y[i]=y[i-1]+vy[i-1]*dt;
    vx[i]=vx[i-1]-h/m*vx[i-1]*dt;
    vy[i]=vy[i-1]-g*dt-h/m*vy[i-1]*dt;
}
```

Pohybové rovnice – numerické řešení – šikmý vrh s odporem vzduchu

Šikmý vrh s odporem vzduchu $\vec{F}_o = -h v^2 \frac{\vec{v}}{v}$ $m = 10 \text{ g}$, $v_0 = 150 \text{ m/s}$, $\alpha = 30^\circ$, $h = 10^{-5} \text{ Ns/m}$

pohybová rovnice

$$m\ddot{x} = -h\dot{x}^2$$

$$m\ddot{y} = -mg - h\dot{y}^2$$

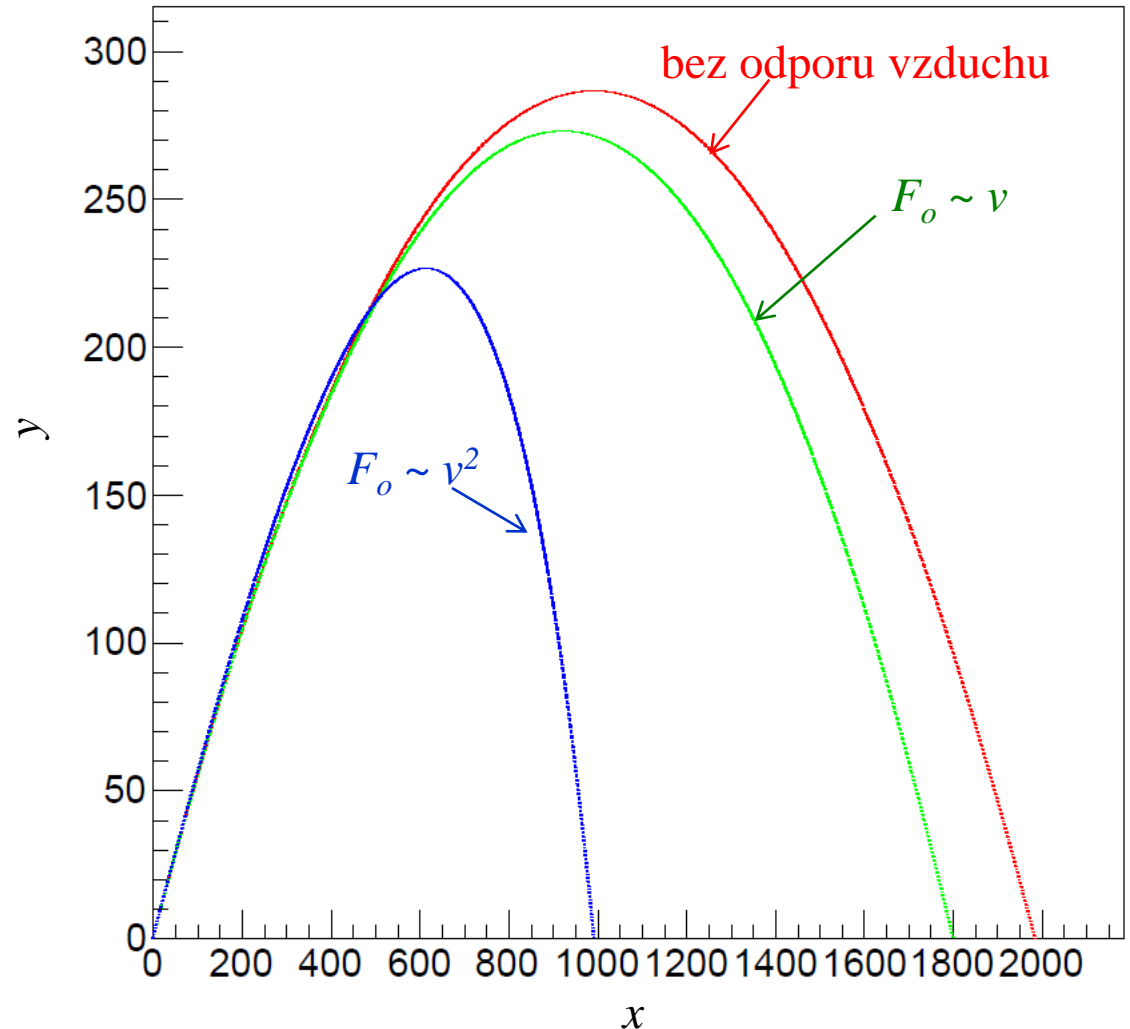
počáteční podmínky

$$x(t=0) = 0$$

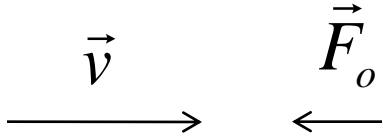
$$y(t=0) = 0$$

$$v_x(t=0) = v_0 \cos \alpha$$

$$v_y(t=0) = v_0 \sin \alpha$$



Odporová síla vzduchu



- odporová síla průřez tělesa

$$F_o = \frac{1}{2} \rho S C_d v^2$$

- Reynoldsovo číslo

$$\text{Re} = \frac{vL\rho}{\mu}$$

v - rychlost

L - charakteristický rozměr tělesa

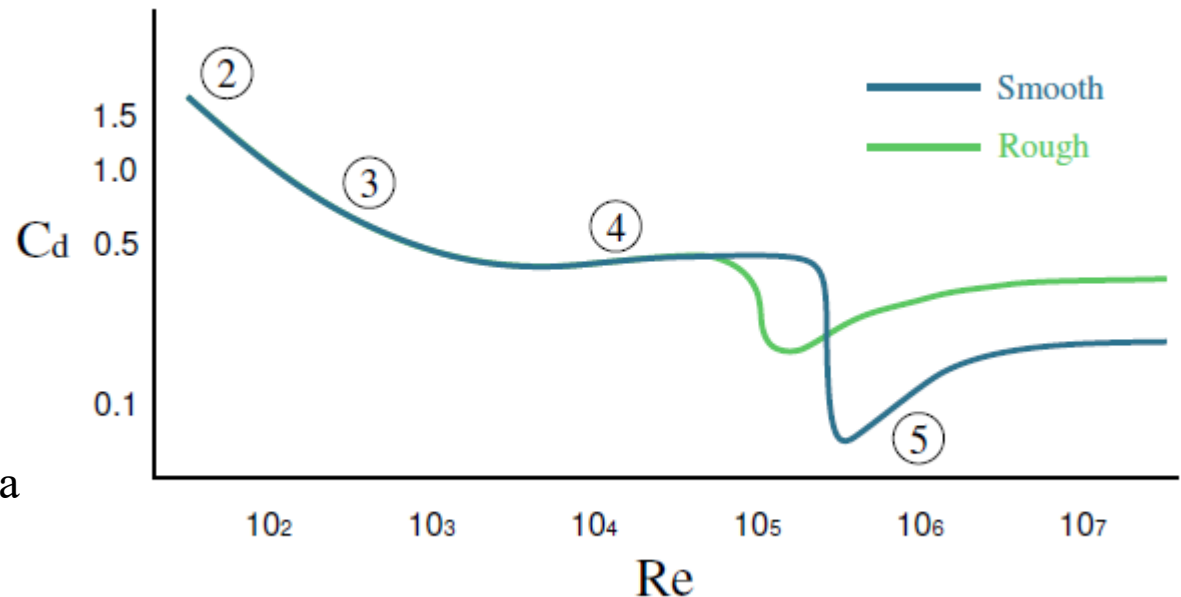
ρ - hustota prostředí

μ - viskozita prostředí (vzduch $\mu = 2 \times 10^{-5}$ Pa s)

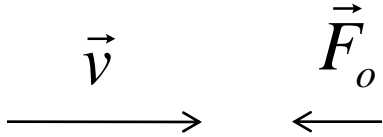
- součinitel odporu C_d

• malé $\text{Re} < 10^2 \rightarrow C_d \sim 1/v \quad F_o \sim v$

• $10^2 < \text{Re} < 10^5 \rightarrow C_d \sim \text{konst.} \quad F_o \sim v^2$

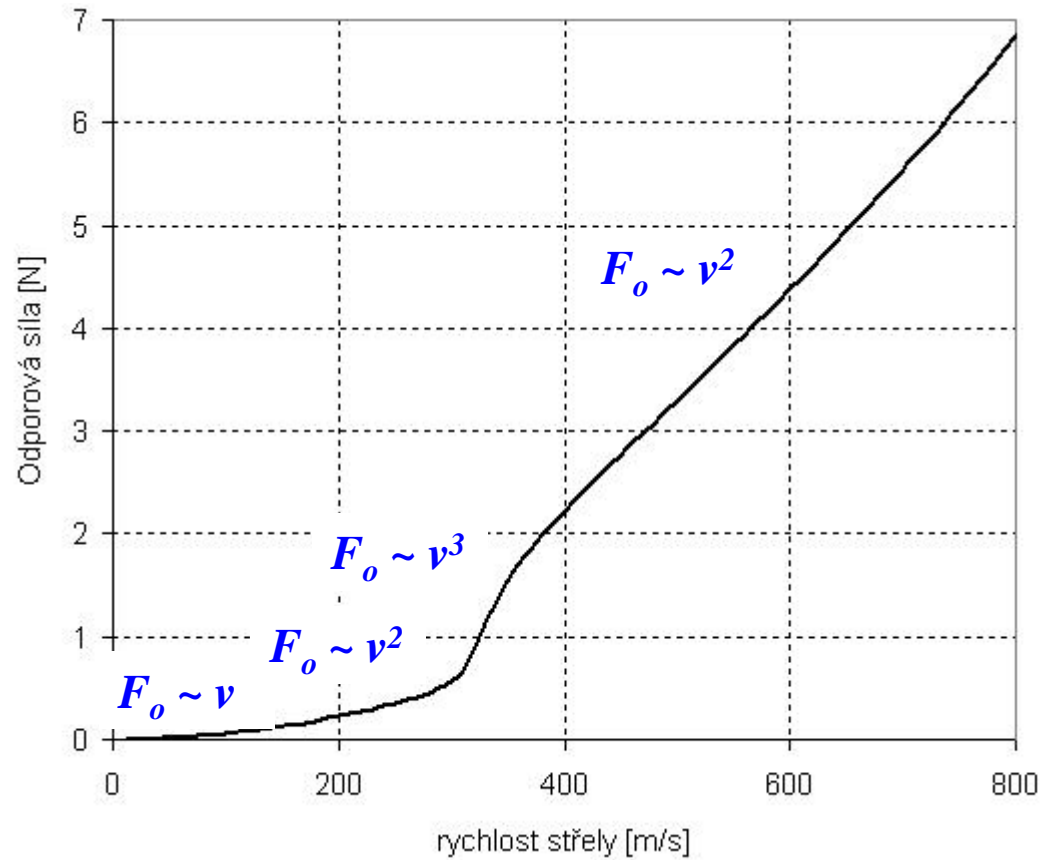


Odporová síla vzduchu

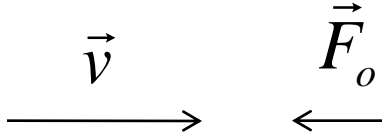


- odporová síla

$$F_o = \frac{1}{2} \rho S C_d v^2$$



Odporová síla vzduchu



$$v \leq v_c \Rightarrow F_o = hv$$

$$v > v_c \Rightarrow F_o = av^2 + b$$

$$v_c \approx 10 \text{ ms}^{-1}$$

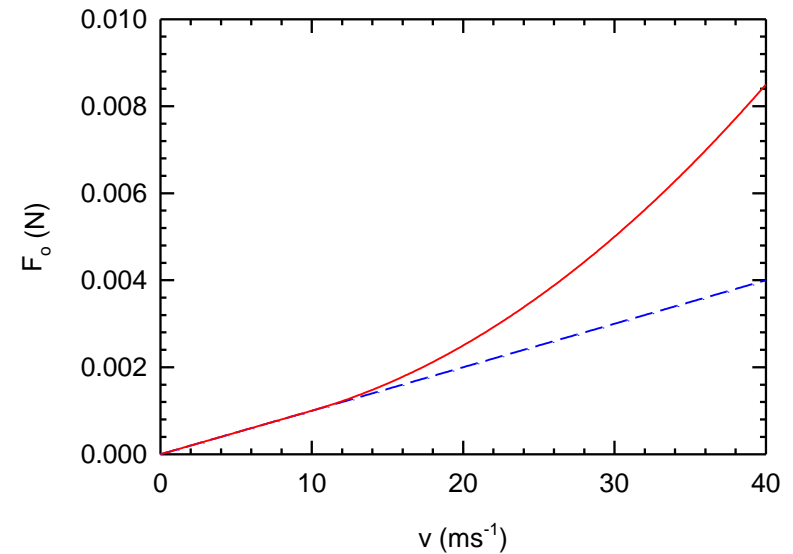
spojitost F_o a její derivace



$$a = \frac{h}{2v_c} \quad b = \frac{hv_c}{2}$$

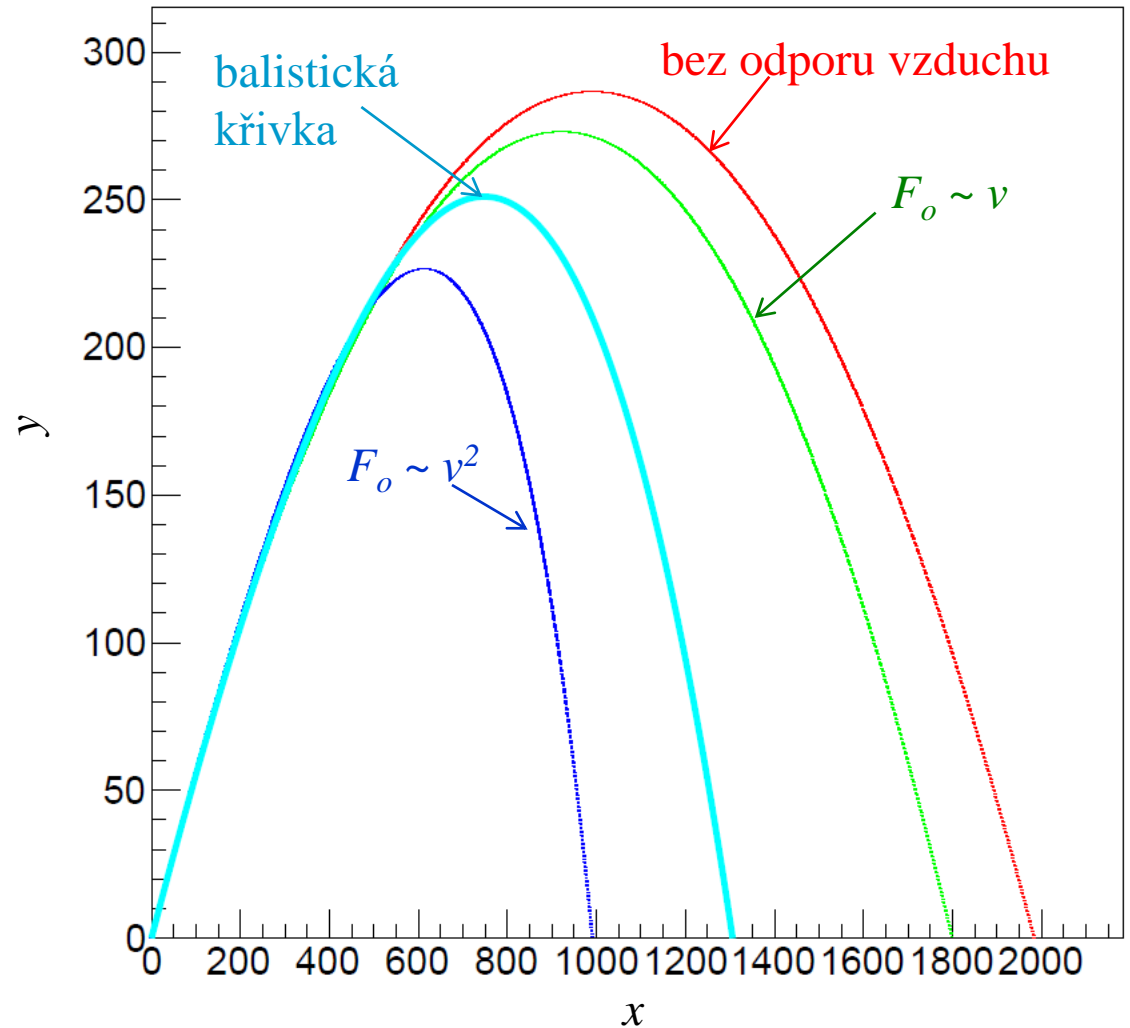
$$h = 10^{-4} \text{ Ns/m}$$

$$a = 5 \times 10^{-6} \text{ Ns}^2/\text{m}^2, \quad b = 5 \times 10^{-4} \text{ N}$$



Pohybové rovnice – numerické řešení – šikmý vrh s odporem vzduchu

$$m = 10 \text{ g}, v_0 = 150 \text{ m/s}, \alpha = 30^\circ, h = 10^{-4} \text{ Ns/m}$$



Impuls síly

Impuls síly:
$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$$

• pokud je síla konstatní
$$\vec{I} = \vec{F} \Delta t$$

• souvislost s hybností:
$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow \vec{I} = \Delta\vec{p}$$