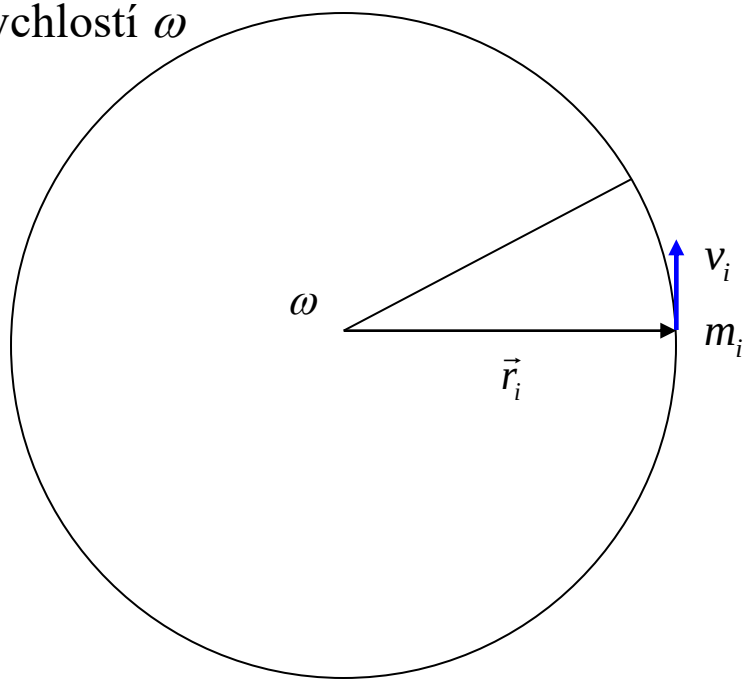
Rotační kinetická energie

• částice rotují kolem společné osy otáčení s úhlovou rychlostí ω

• kinetická energie i-té částice

$$E_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} m_i \omega^2 r_i^2$$



• celková kinetická energie tělesa

$$E = \sum_i E_i = \frac{1}{2} \omega^2 \sum_i m_i r_i^2$$

$$E = \frac{1}{2} J \omega^2$$

• Königova věta: celková energie soustavy hmotných bodů je rovna součtu kinetické energie hmotného středu soustavy a vnitřní kinetické energie (tj. kinetická energie relativního pohybu částic soustavy vzhledem k hmotnému středu)

Analogie otáčení a posuvu

posunutí	**otočení**
• vzdálenost x o kolik se těleso posunulo	• úhel φ o kolik se těleso otočilo
• rychlost $v = dx / dt$ $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	• úhlová rychlost $\omega = d\varphi / dt$ $\vec{\omega} = \frac{\vec{r} \times \vec{v}}{r^2}$
• zrychlení $a = d^2x / dt^2$ $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	• úhlové zrychlení $\varepsilon = d^2\varphi / dt^2$ $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$
• síla F $\vec{F}$	• moment síly $N_z = x F_y - y F_x$ $\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F}$
• hybnost p $\vec{p}$	• moment hybnosti $L_z = x p_y - y p_x$ $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
• 2. Newtonův zákon $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	• 2. Newtonův zákon $\vec{N} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
• hmotnost m	• moment setrvačnosti $J = \sum_i m_i r_i^2$
• kinetická energie $E_K = \frac{1}{2} m v^2$	• kinetická energie $E_K = \frac{1}{2} J \omega^2$
• 1. Impulsová věta $\vec{F}^E = \frac{d\vec{P}}{dt}$	• 2. Impulsová věta $\vec{N}^E = \frac{d\vec{L}}{dt}$

Pohyb tuhého tělesa

• Chaslesův teorém

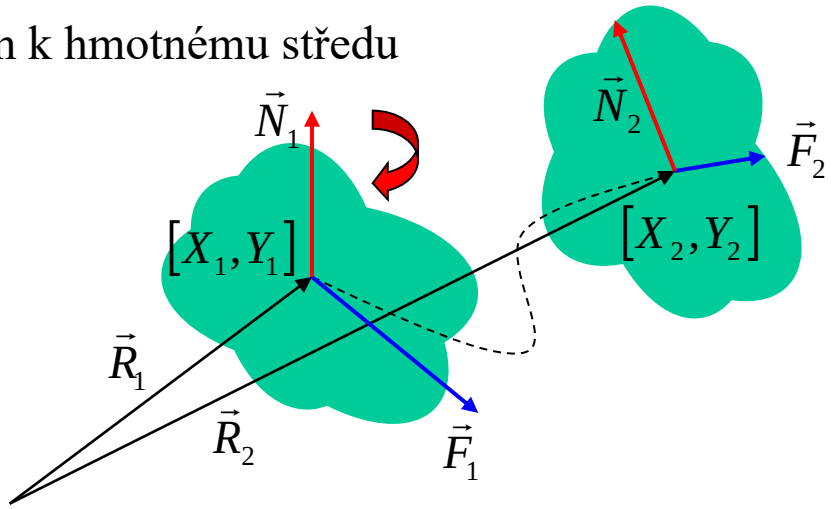
Libovolný pohyb tuhého tělesa lze složit z posuvného pohybu a rotace kolem pevného bodu

• hmotný střed se pohybuje jako hmotný bod v němž se soustředěna celá hmotnost tělesa a na který působí výslednice všech vnějších sil

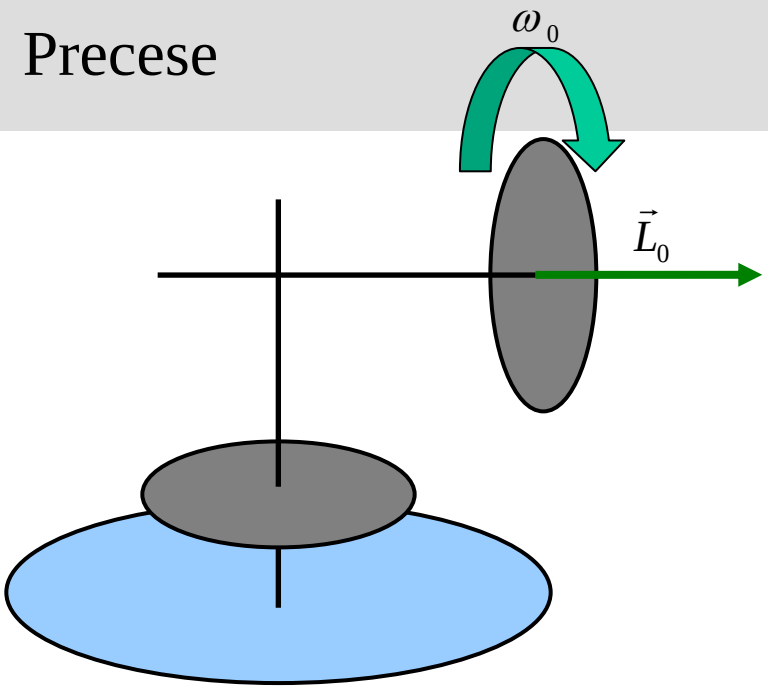
$$\vec{F}^{E} = M\frac{d^2\vec{R}}{dt^2} = \frac{d\vec{P}}{dt} \qquad \text{(1. impulsová věta)}$$

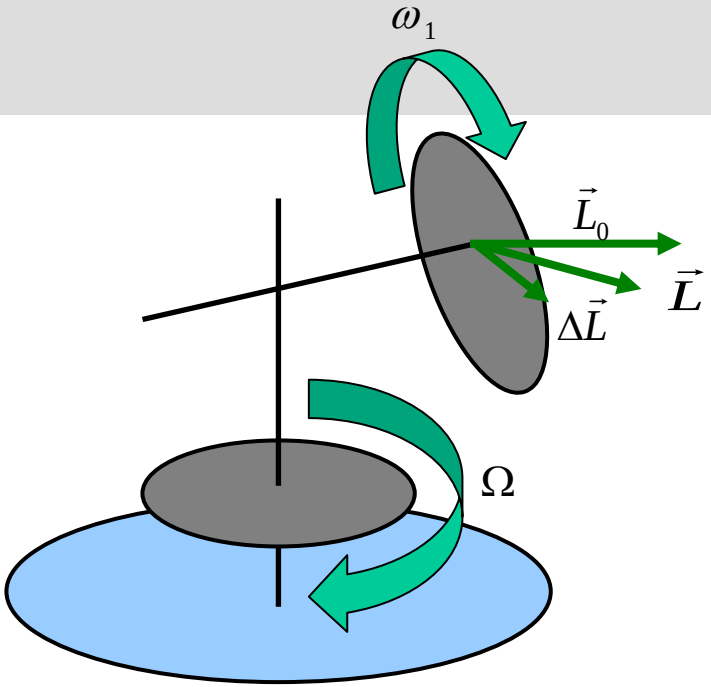
• časová změna momentu hybnosti soustavy vzhledem k hmotnému středu je rovna výslednému momentu vnějších sil

$$\vec{N}^{E} = \frac{d\vec{L}}{dt} \qquad \text{(2. impulsová věta)}$$

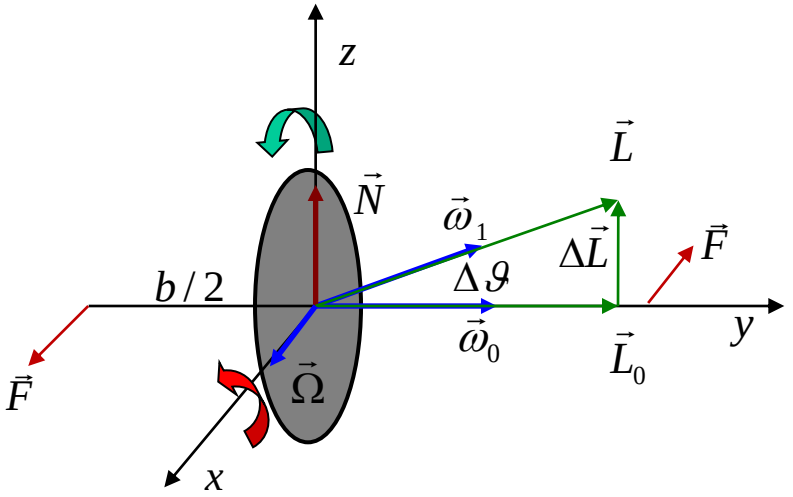


Precese





- změna momentu hybnosti: $\Delta L = L_0 \Delta\vartheta$
- moment síly: $N = \dfrac{\Delta L}{\Delta t} = L_0 \dfrac{\Delta\vartheta}{\Delta t} = L_0\Omega$



- moment síly: $\vec{N} = \vec{\Omega} \times \vec{L}_0$
- úhlová rychlost precese: $\Omega = \dfrac{N}{L_0}$

Setrvačník

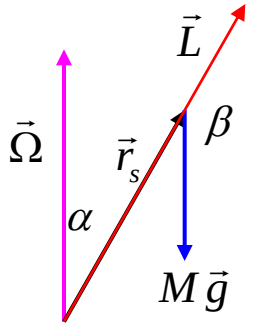
• 2. impulsová věta: $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}^E = \vec{r}_S \times M\,\vec{g}$

$$\vec{N}^E = \vec{\Omega} \times \vec{L}$$

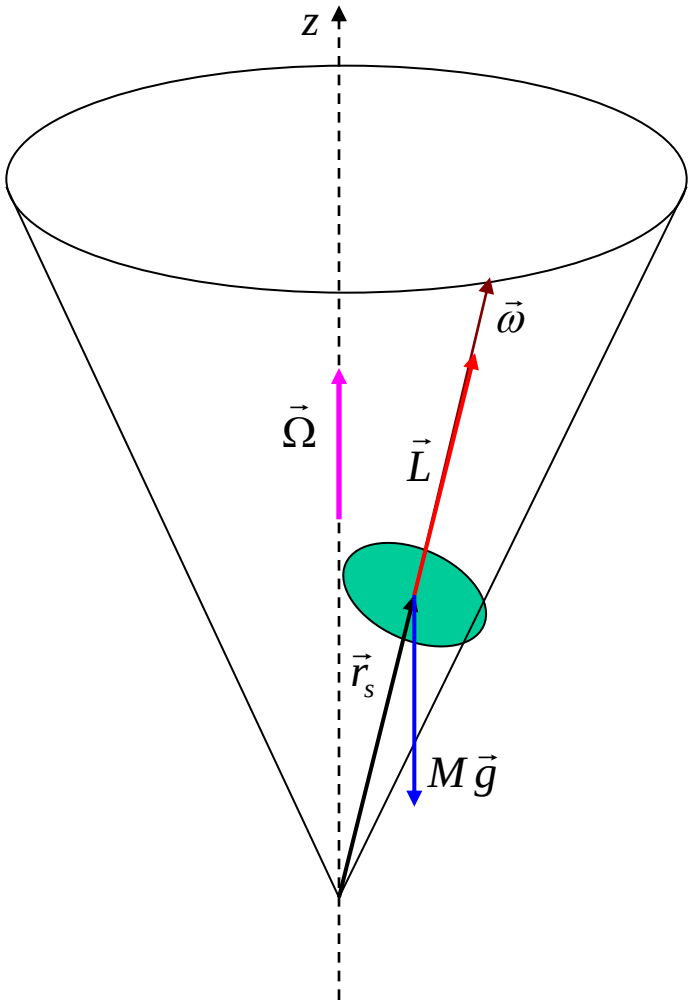
$$\vec{r}_S \times M\,\vec{g} = \vec{\Omega} \times \vec{L}$$

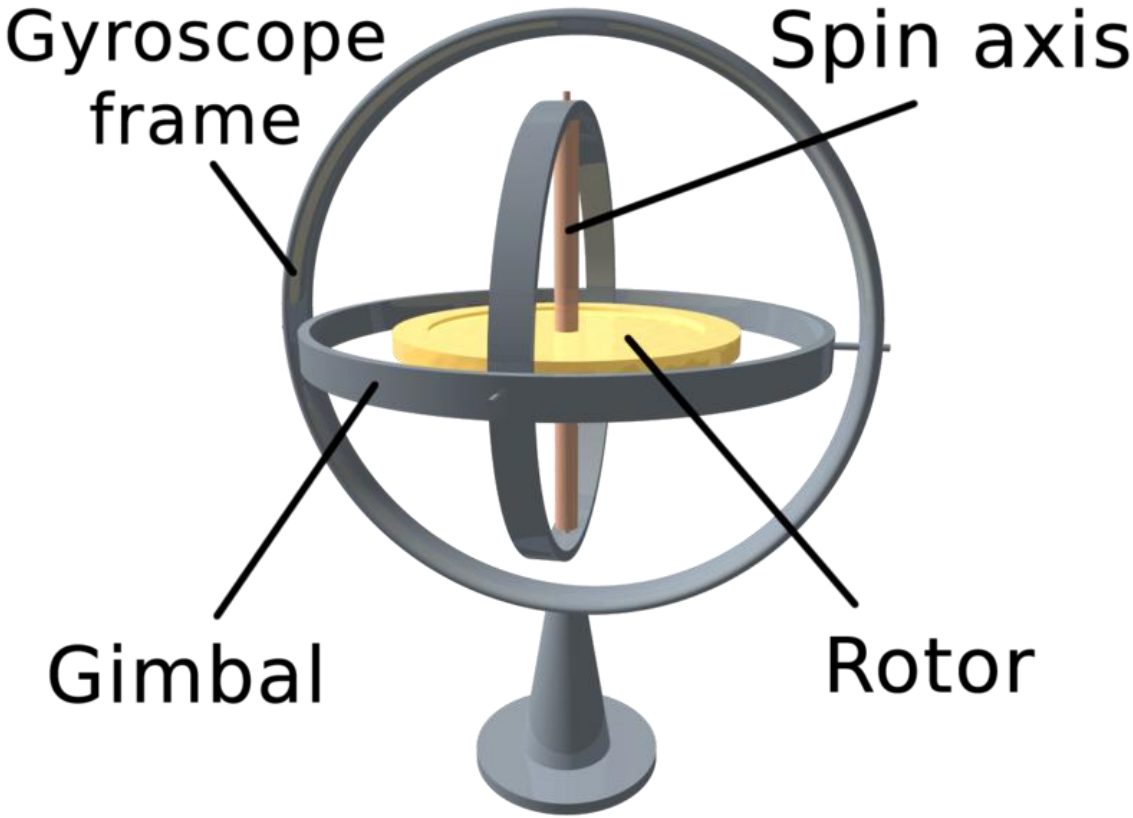
$$Mr_S g \sin\beta = \Omega L \sin\alpha$$

$$\beta = \pi - \alpha \;\longrightarrow\; \sin\beta = \sin\alpha$$



• precesní rychlost $\Omega = \frac{r_S Mg}{J_z \omega}$



Setrvačník

- volný setrvačník (gyroskop)
- nulový moment vnějších sil
- osa rotace je stálá