

# Valení po nakloněné rovině

$$N = \frac{dL}{dt} \quad (2. \text{ impulsová věta})$$

$$F_t R = J \frac{d\omega}{dt}$$

za jednu otočku: dráha  $s = 2\pi R$

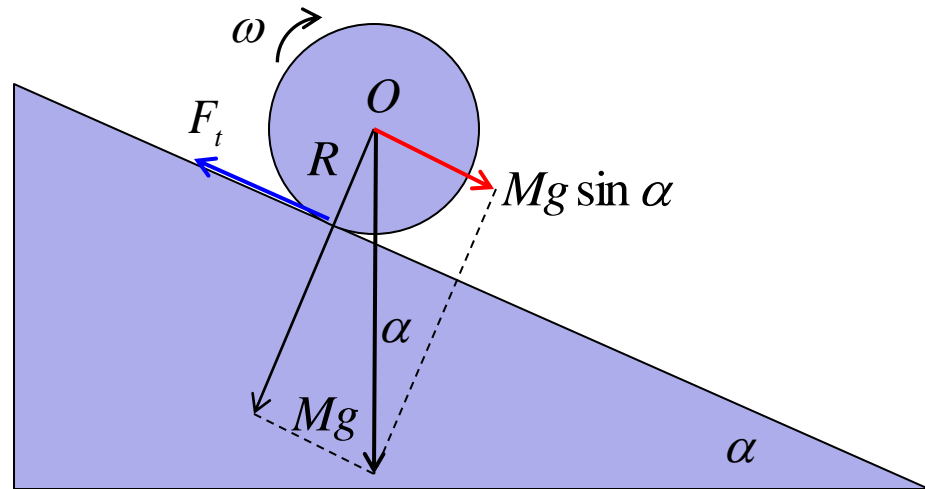
čas  $T = 2\pi / \omega$

rychlost hmotného středu  $v_s = \frac{s}{T} = \omega R$

$$F_t R = J \frac{d\omega}{dt} = \frac{J}{R} \frac{dv_s}{dt} = \frac{J}{R} a_s \leftarrow \text{zrychlení hmotného středu}$$

$$F_t = \frac{J}{R^2} a_s$$

homogenní válec:  $J = \frac{1}{2} MR^2 \rightarrow$



$$F = \frac{dP}{dt} \quad (1. \text{ impulsová věta})$$

$$Mg \sin \alpha - F_t = Ma_s$$

$$a_s = \frac{Mg \sin \alpha}{M + J / R^2}$$

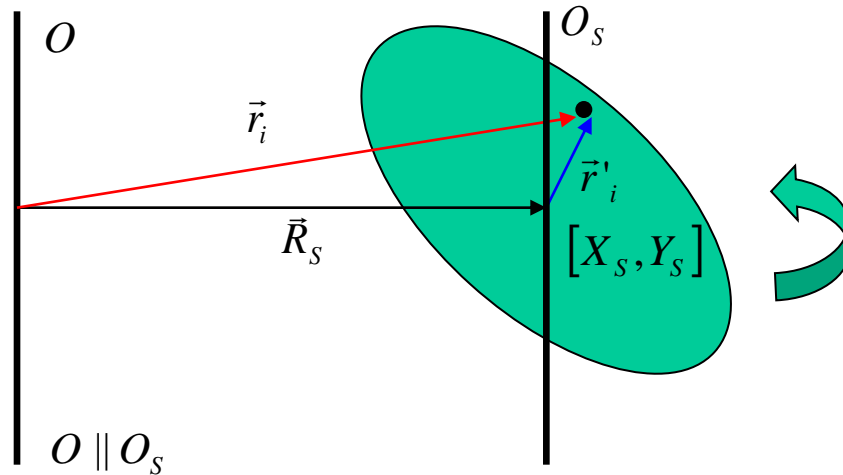
$$a_s = \frac{g \sin \alpha}{1 + 1/2} = \frac{2}{3} g \sin \alpha$$

# Steinerova věta (rovnoběžné osy)

- moment setrvačnosti pro osu  $O$
- $x$ -ová souřadnice  $i$ -té částice

$$x_i = x'_i + X_S$$

$$\sum_i m_i x_i^2 = \sum_i m_i x_i'^2 + M X_S^2$$



$$I = I_S + M R_S^2$$

moment setrvačnosti  
vůči rovnoběžné ose otáčení  $O_S$   
procházející hmotným středem

moment setrvačnosti hmotného středu  
vzhledem k ose  $O$

# Moment setrvačnosti

- moment setrvačnosti tyče délky  $l$
- pro osu otáčení na kraji

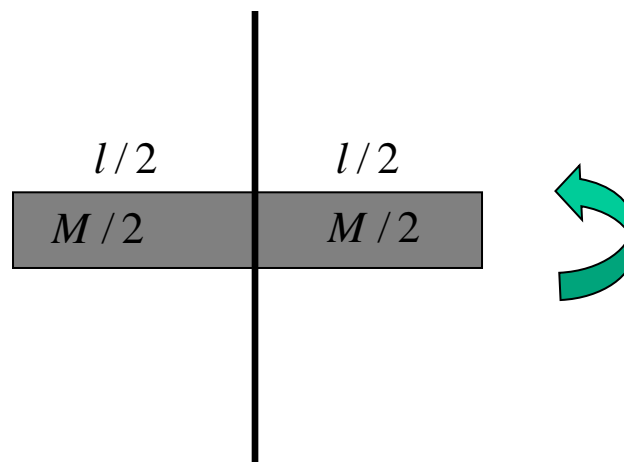
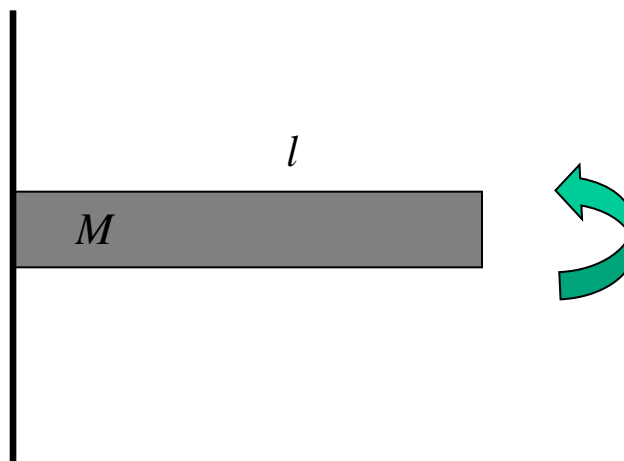
$$I = \int x^2 dm = \rho S \int_0^l x^2 dx$$

$$I = \frac{1}{3} M l^2$$

- moment setrvačnosti tyče délky  $l$
- pro osu otáčení na kraji

$$I = \int x^2 dm = 2\rho S \int_0^{l/2} x^2 dx$$

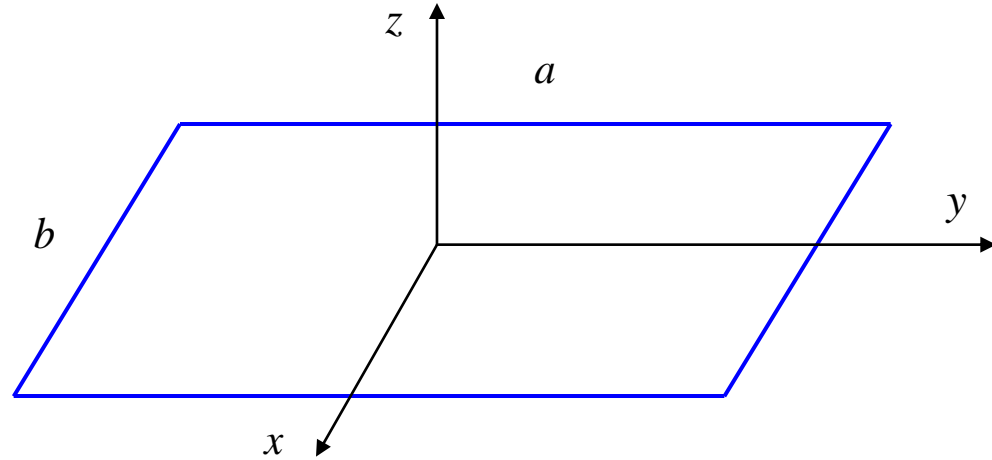
$$I = \frac{1}{12} M l^2$$



# Moment setrvačnosti (kolmé osy)

- rovinný obrazec
- osa otáčení  $z$  kolmá k rovině obrazce

$$I_z = I_x + I_y$$



- př. obdélník o stranách  $a, b$ , osa otáčení prochází středem: 
$$I_z = \frac{1}{12} M (a^2 + b^2)$$

# Moment setrvačnosti

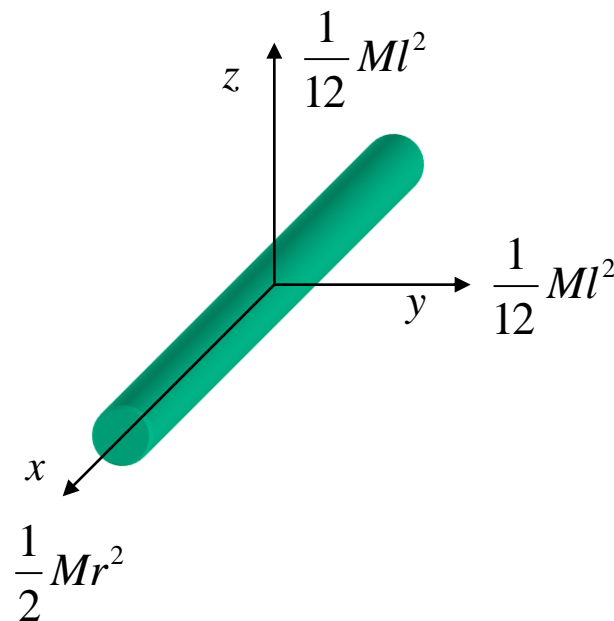
- **hlavní osy tělesa**

- každé těleso má 3 navzájem kolmé osy procházející hmotným středem takové, že

- $I$  vůči jedné z nich je *největší* z hodnot vůči všem osám procházejících hmotným středem

- $I$  vůči další z nich je *nejmenší* z hodnot vůči všem osám procházejících hmotným středem

- př. tyč délky  $l$  a kruhového průřezu o poloměru  $r$



# Rotační kinetická energie

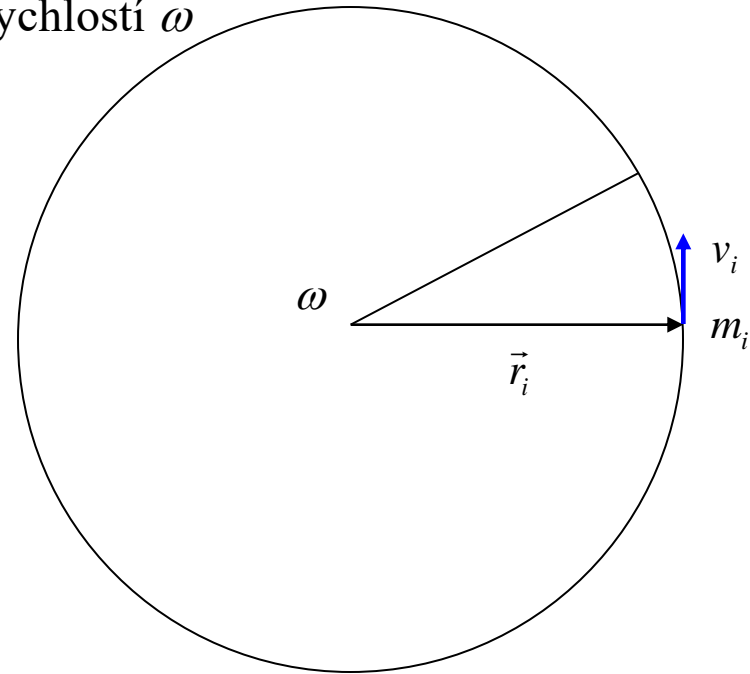
- částice rotují kolem společné osy otáčení s úhlovou rychlostí  $\omega$
- kinetická energie  $i$ -té částice

$$E_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} m_i \omega^2 r_i^2$$

- celková kinetická energie tělesa

$$E = \sum_i E_i = \frac{1}{2} \omega^2 \sum_i m_i r_i^2$$

$$E = \frac{1}{2} J \omega^2$$



- Königova věta: celková energie soustavy hmotných bodů je rovna součtu kinetické energie hmotného středu soustavy a vnitřní kinetické energie (tj. kinetická energie relativního pohybu částic soustavy vzhledem k hmotnému středu)

# Analogie otáčení a posuvu

## posunutí

- vzdálenost  $x$  o kolik se těleso posunulo

- rychlost  $v = dx / dt$        $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

- zrychlení  $a = d^2x / dt^2$        $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

- síla  $F$        $\vec{F}$

- hybnost  $p$        $\vec{p}$

- 2. Newtonův zákon       $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

- hmotnost       $m$

- kinetická energie       $E_K = \frac{1}{2}mv^2$

- 1. Impulsová věta       $\vec{F}^E = \frac{d\vec{P}}{dt}$

## otočení

- úhel  $\varphi$  o kolik se těleso otočilo

- úhlová rychlost  $\omega = d\varphi / dt$        $\vec{\omega} = \frac{\vec{r} \times \vec{v}}{r^2}$

- úhlové zrychlení  $\varepsilon = d^2\varphi / dt^2$        $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$

- moment síly  $N_z = x F_y - y F_x$        $\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F}$

- moment hybnosti  $L_z = x p_y - y p_x$        $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

- 2. Newtonův zákon       $\vec{N} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

- moment setrvačnosti       $J = \sum_i m_i r_i^2$

- kinetická energie       $E_K = \frac{1}{2}I\omega^2$

- 2. Impulsová věta       $\vec{N}^E = \frac{d\vec{L}}{dt}$

# Pohyb tuhého tělesa

- Chaslesův teorém

Libovolný pohyb tuhého tělesa lze složit z posuvného pohybu a rotace kolem pevného bodu

- hmotný střed se pohybuje jako hmotný bod v němž se soustředěna celá hmotnost tělesa a na který působí výslednice všech vnějších sil

$$\vec{F}^E = M \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad (1. \text{ impulsová věta})$$

- časová změna momentu hybnosti soustavy vzhledem k hmotnému středu je rovna výslednému momentu vnějších sil

$$\vec{N}^E = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (2. \text{ impulsová věta})$$

