Kinematika

- **hmotný bod:** těleso s nekonečně malými rozměry, ale nenulovou hmotností,
  tj. žádné otáčení, žádná deformace atd.
  bodová hmotnost

- popis pohybu hmotného bodu – tj. poloha hmotného bodu v závislosti na čase

- polohový (radius) vektor $\vec{r}$

- **trajektorie**: křivka, kterou vytváří koncový bod polohového vektoru

- parametrické vyjádření trajektorie $\vec{r} = r(\vec{t})$

kartézské souřadnice

$$x = x(t)$$
$$y = y(t)$$
$$z = z(t)$$

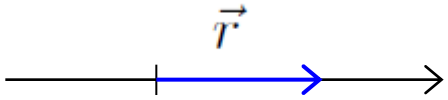
Fyzikální veličiny

Míry fyzikálních vlastností: $X = x\ [\mathrm{X}]$

- **skalární** : invariantní vůči volbě souřadnicové soustavy
- **vektorové:** závisí na volbě souřadnicové soustavy

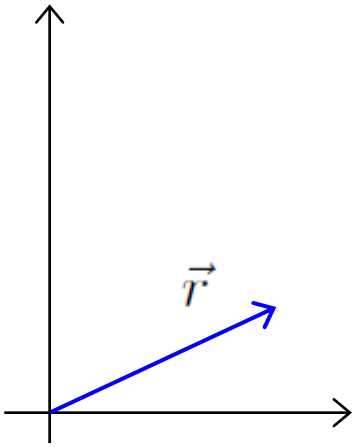
1 D

- skalár: x
- vektor: $\pm x$



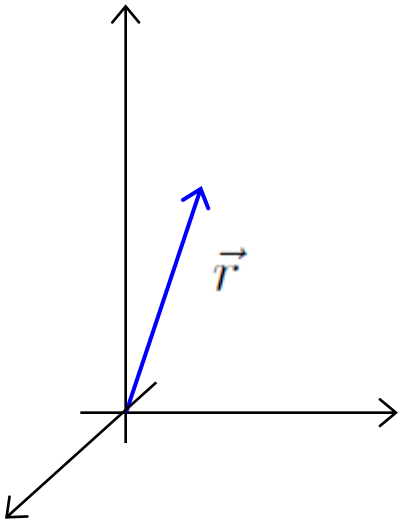
2 D

- skalár: x
- vektor: (x,y)



3 D

- skalár: x
- vektor: (x,y,z)



***n* D**

- skalár: x
- vektor: $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$

Vektorové veličiny

Označení:

vektor: $\vec{v}$

velikost vektoru: v nebo $|\vec{v}|$

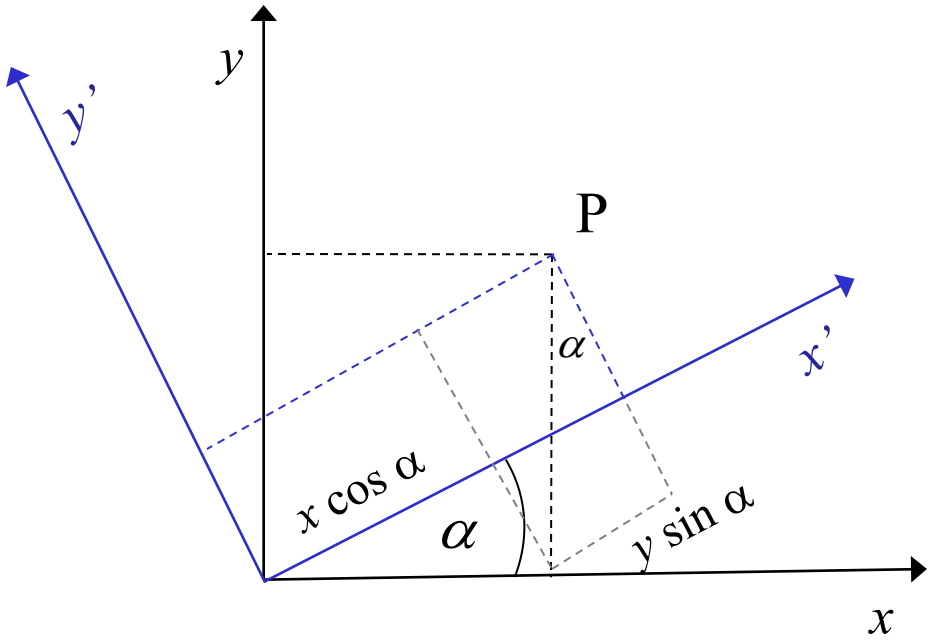
x-ová složka vektoru: v_x nebo v_1

y-ová složka vektoru: v_y nebo v_2

z-ová složka vektoru: v_z nebo v_3

Transformace souřadnic – otočení v rovině

- kartézská soustava souřadnic: x, y
- kartézská soustava otočená kolem osy z: x', y'



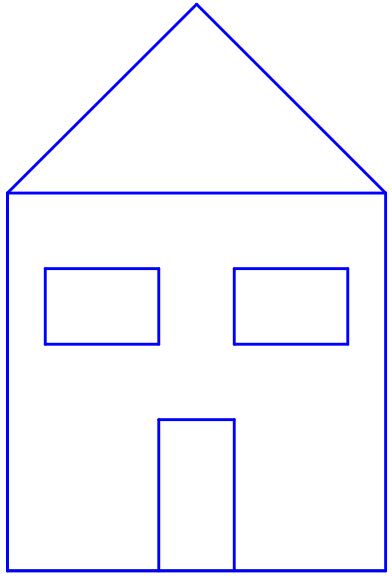
$$\begin{aligned} x' &= x\cos\alpha + y\sin\alpha \\ y' &= -x\sin\alpha + y\cos\alpha \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

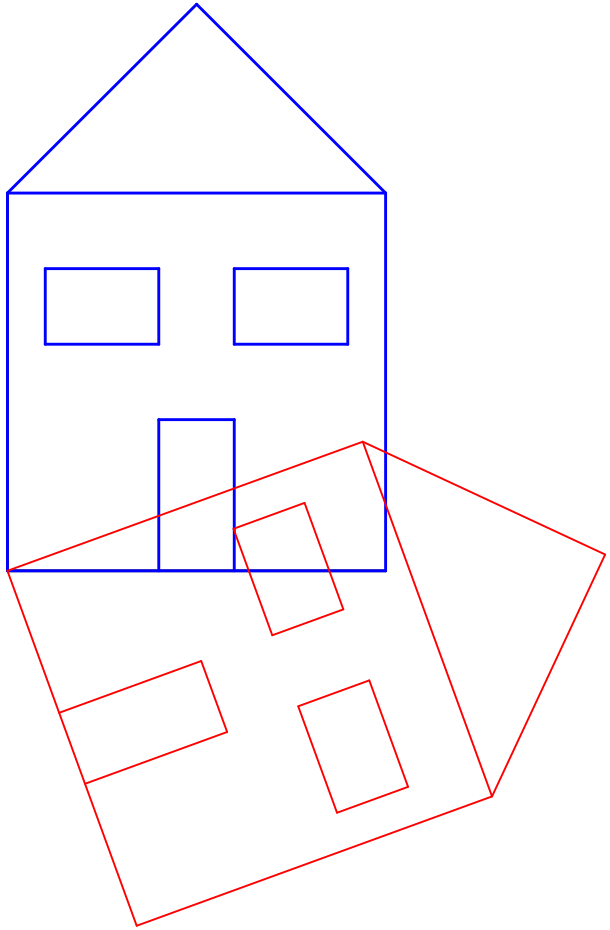
$$X' = AX$$

$$A = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

Transformace souřadnic – otočení v rovině



Transformace souřadnic – otočení v rovině



$$
\begin{aligned}
x' &= x\cos\alpha + y\sin\alpha \\
y' &= -x\sin\alpha + y\cos\alpha
\end{aligned}
$$

Transformace souřadnic – otočení v prostoru

- kartézská soustava souřadnic: *x*, *y*, *z*
- otočení kolem osy ***o*** o úhel α $\vec{o} = (o_x, o_y, o_z)$ $o_x^2 + o_y^2 + o_z^2 = 1$

$$X' = AX$$

$$A = \begin{pmatrix} \cos\alpha + o_x^2(1-\cos\alpha) & o_x o_y(1-\cos\alpha) + o_z \sin\alpha & o_x o_z(1-\cos\alpha) - o_y \sin\alpha \\ o_x o_y(1-cos\alpha) - o_z \sin\alpha & \cos\alpha + o_y^2(1-\cos\alpha) & o_y o_z(1-\cos\alpha) + o_x \sin\alpha \\ o_x o_z(1-\cos\alpha) + o_y \sin\alpha & o_y o_z(1-\cos\alpha) - o_x \sin\alpha & \cos\alpha + o_z^2(1-\cos\alpha) \end{pmatrix}$$

Transformace souřadnic – obecně

- původní soustava souřadnic: x_1, x_2, x_3
- nová soustava souřadnic: x'_1, x'_2, x'_3

$$x'_i = \sum_{j=1}^{3} a_{i,j} x_j$$

$$X' = AX$$

- **skalár** je veličina invariantní při transformaci souřadnic: $S(x') = S(x)$

- **vektor** je trojice veličin $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$, která se při transformaci souřadnic transformuje jako souřadnice:

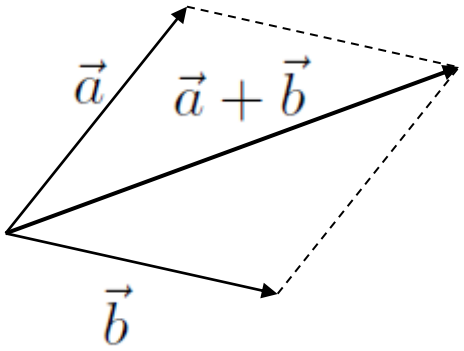
$$v'_i = \sum_{j=1}^{3} a_{i,j} v_j \qquad V' = AV$$

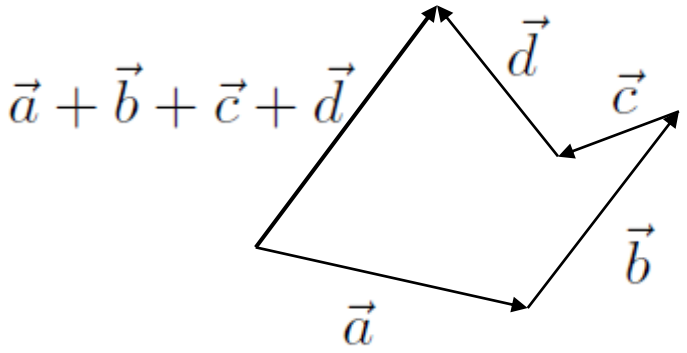
Vektorové fyzikální veličiny

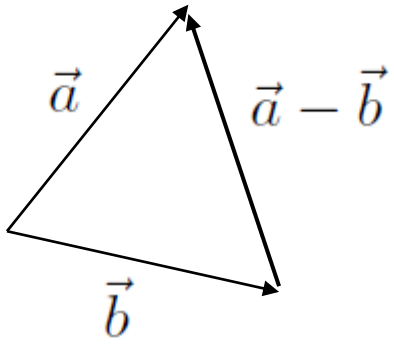
• **velikost vektoru:** $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$ (skalár)

často se píše: $|\vec{a}| \equiv a$

• **součet / rozdíl vektorů:**

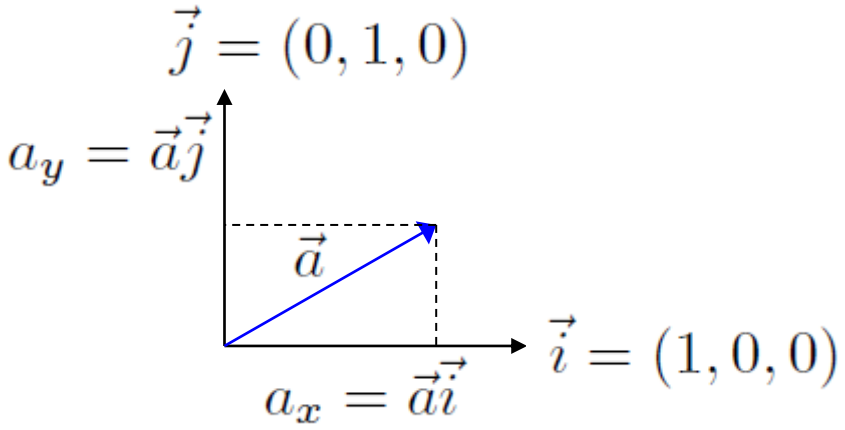


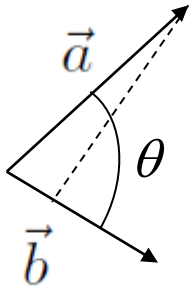




Vektorové fyzikální veličiny

• **skalární součin:** $\vec{a}\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = ab\cos\theta$ (skalár)



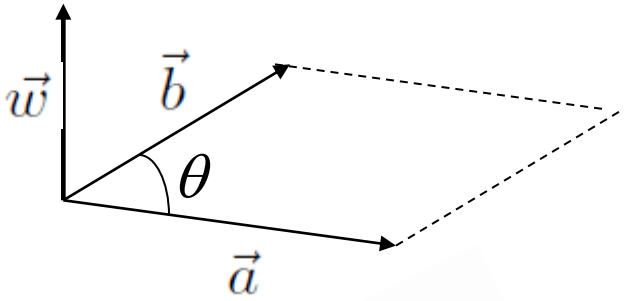


velikost průmětu vektoru do směru $\dfrac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{b}|} = a\cos\theta$

Vektorové fyzikální veličiny

• **vektorový součin v 3D:**

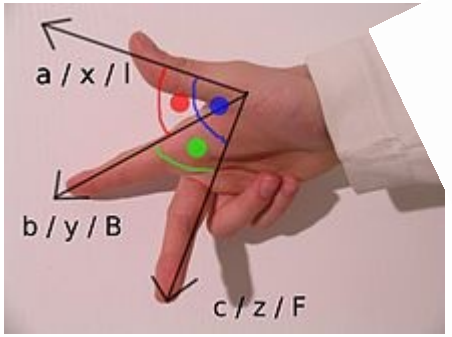
$$\vec{w} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{z} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = (a_y b_z - a_z b_y, a_z b_x - a_x b_z, a_x b_y - a_y b_x)$$

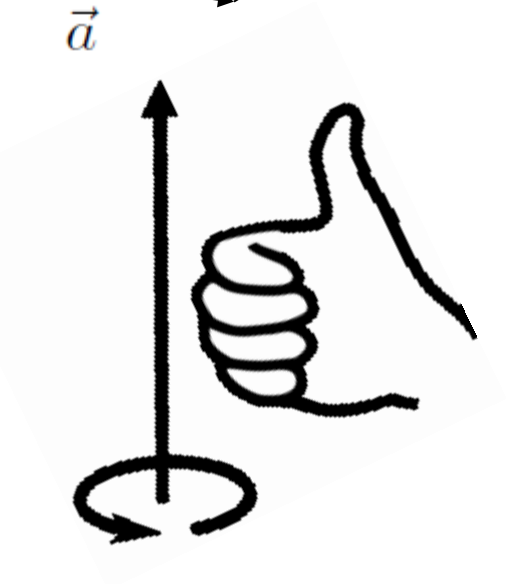


(vektor kolmý na $\vec{a}$ a $\vec{b}$) $\vec{w}\vec{a} = 0 \quad \vec{w}\vec{b} = 0$

$$|\vec{w}| \equiv w = ab \sin\theta$$

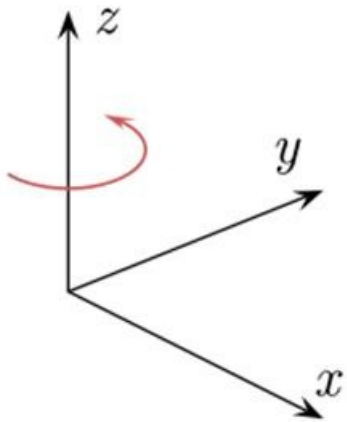
$\vec{a}, \vec{b}, \vec{w}$ tvoří pravotočivý systém



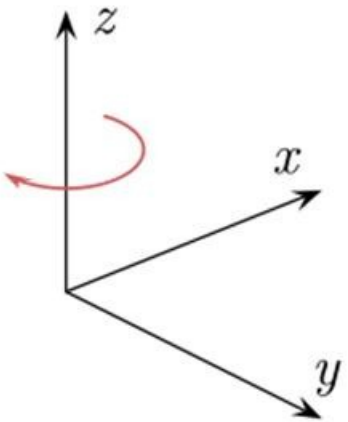


Kartézská soustava souřadnic

Pravotočivá



Levotočivá



jednotkové vektory ve směru souřadnicových os

$$\vec{i} = (1, 0, 0)$$

$$\vec{j} = (0, 1, 0)$$

$$\vec{k} = (0, 0, 1)$$

Kartézská soustava souřadnic

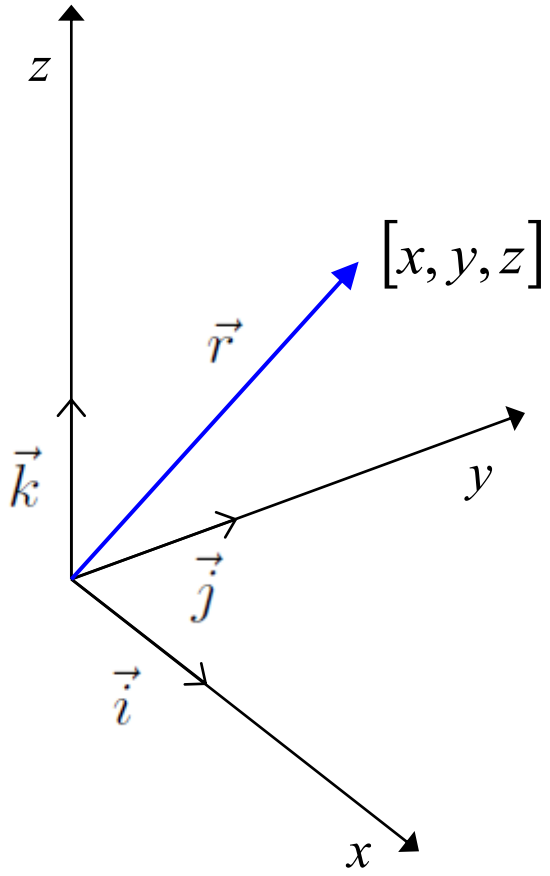
- ortonormální báze

$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$$

$$\vec{i}\,\vec{j} = 0$$

$$\vec{i}\,\vec{k} = 0$$

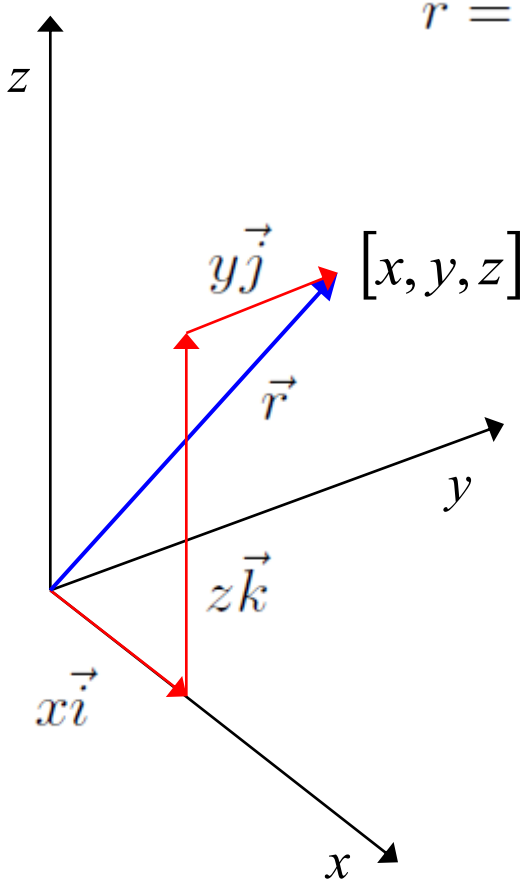
$$\vec{j}\,\vec{k} = 0$$



Kartézská soustava souřadnic

- **polohový (radius) vektor**

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = (x, y, z)$$



velikost polohového vektoru:

$$r \equiv |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Obecné souřadnice

- kartézské souřadnice: x, y, z
- obecné souřadnice: q_1, q_2, q_3

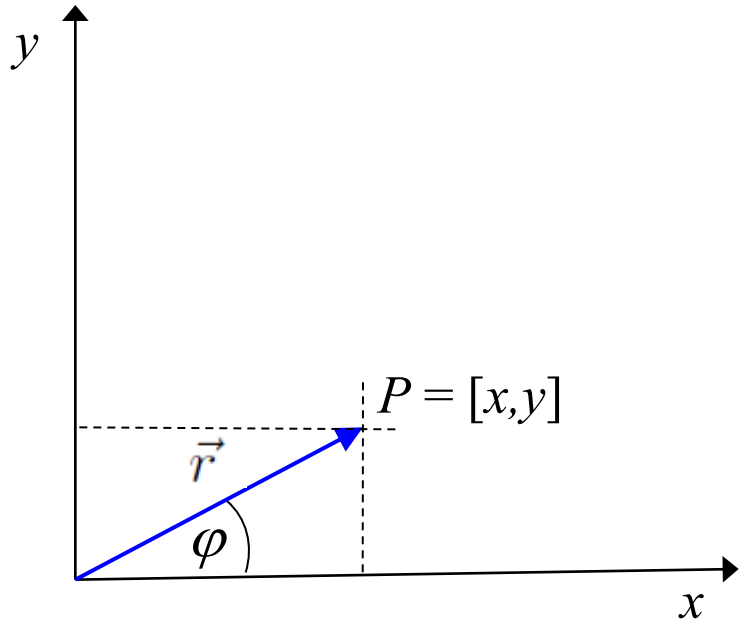
$$x = x(q_1, q_2, q_3) \qquad q_1 = q_1(x, y, z)$$

$$y = y(q_1, q_2, q_3) \qquad q_2 = q_2(x, y, z)$$

$$z = z(q_1, q_2, q_3) \qquad q_3 = q_3(x, y, z)$$

Polární soustava souřadnic

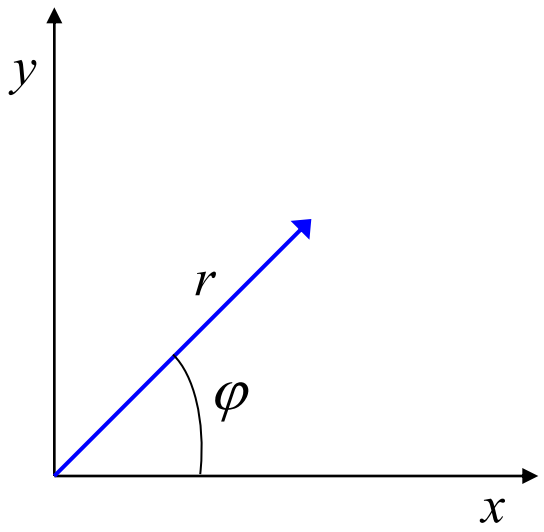
- kartézská soustava souřadnic: x, y
- polární soustava souřadnic: r, φ



$$\begin{aligned} x &= r\cos\varphi \\ y &= r\sin\varphi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2+y^2} \\ \varphi &= \operatorname{arctg}\frac{y}{x} \end{aligned}$$

Rovnoměrný pohyb po kružnici



polární souřadnice

$$r(t) = r$$

$$\varphi(t) = \omega t$$

kartézské souřadnice

$$x(t) = r\cos\varphi = r\cos(\omega t)$$

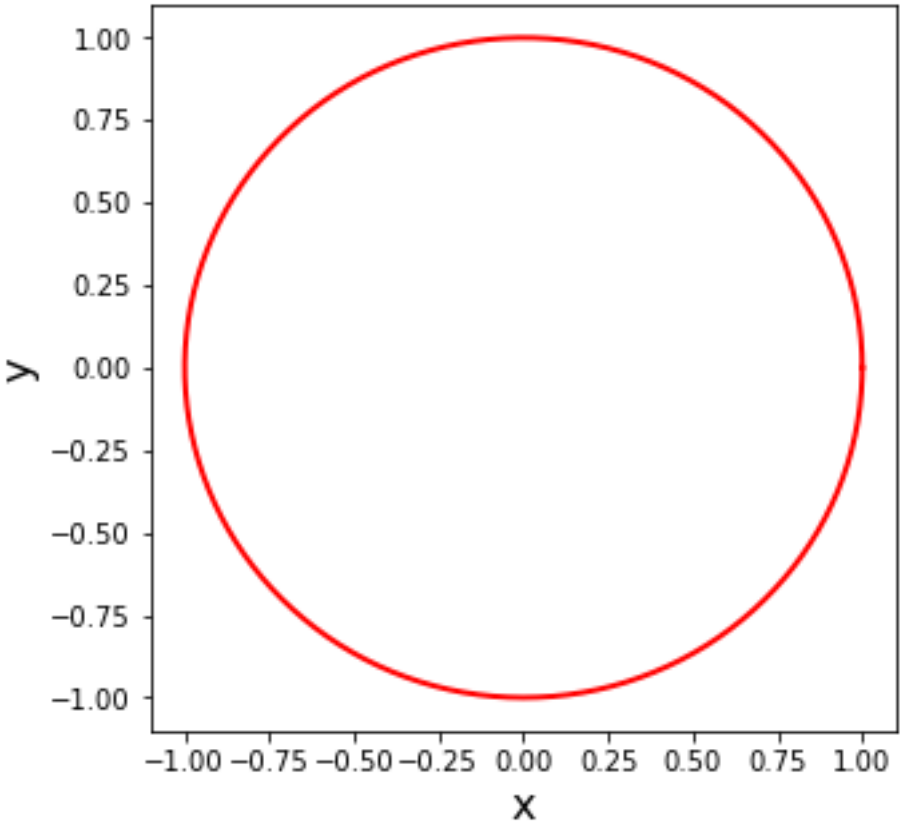
$$y(t) = r\sin\varphi = r\sin(\omega t)$$

ω - úhlová rychlost

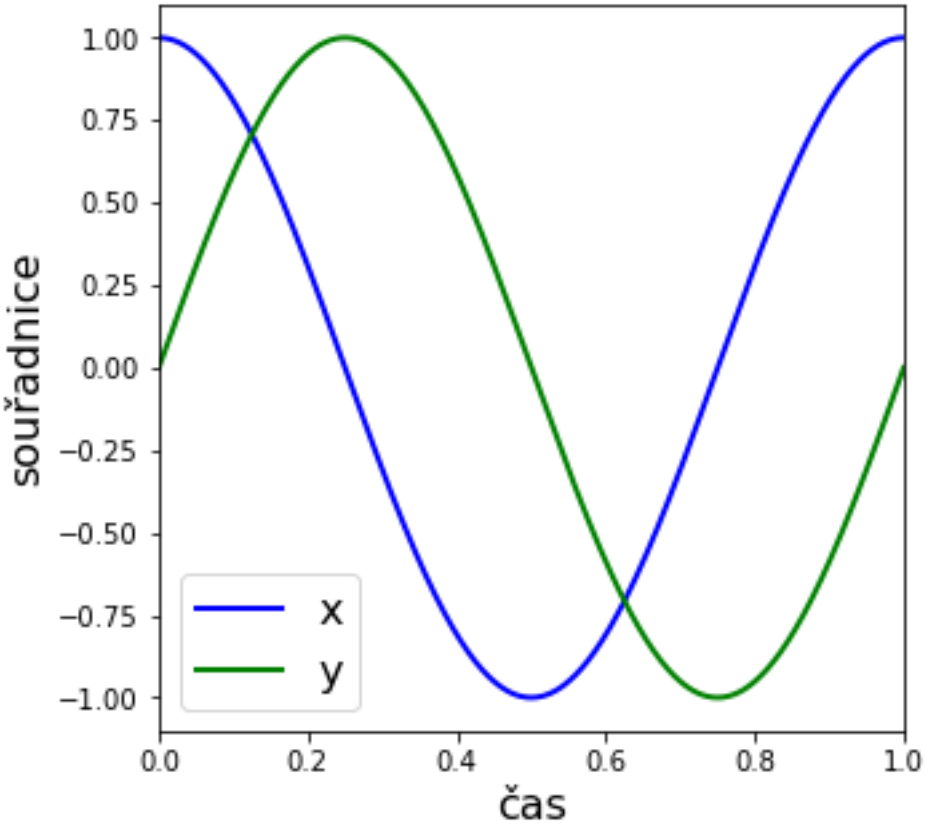
$T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ - perioda

Rovnoměrný pohyb po kružnici

trajektorie



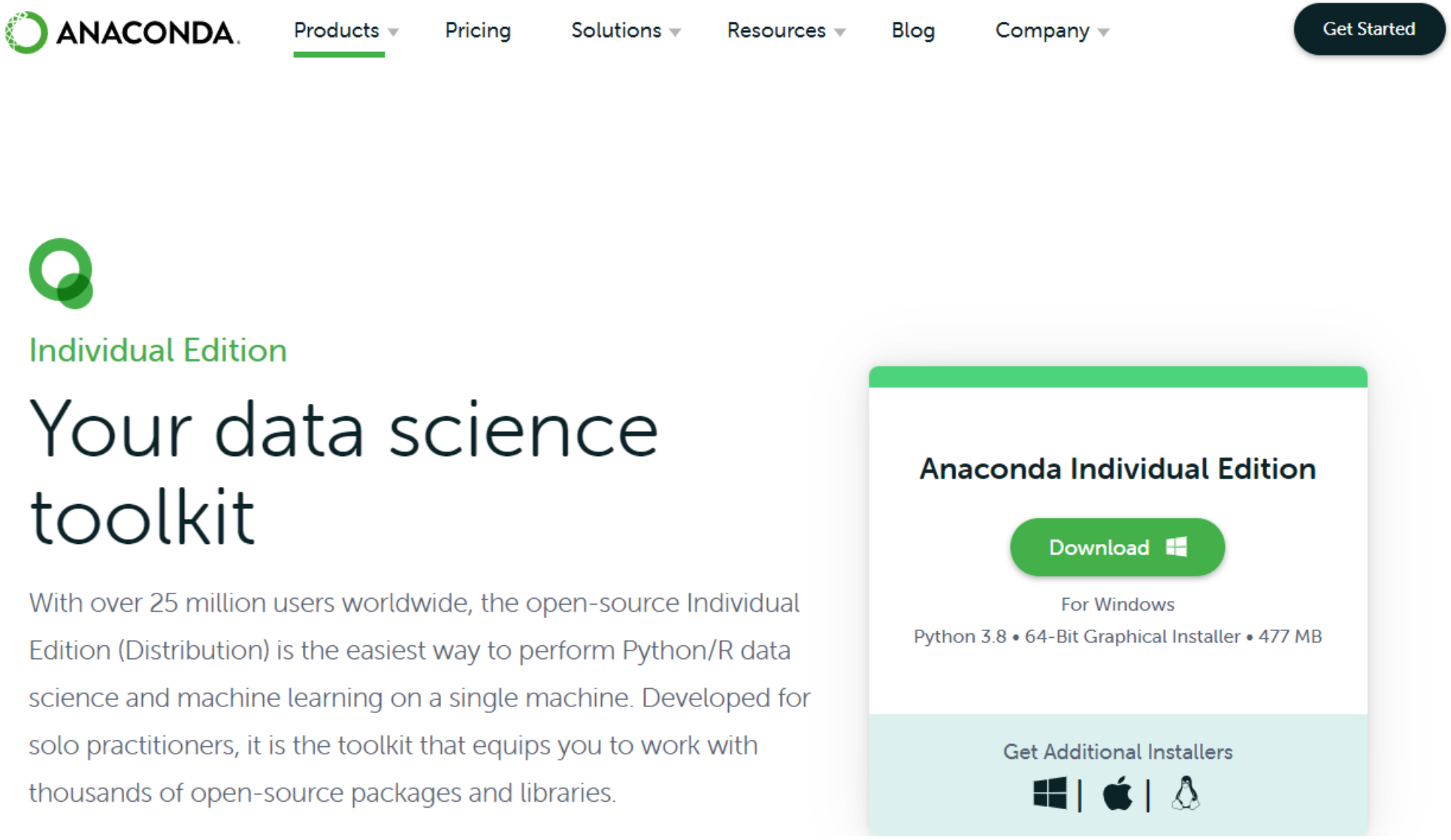
časová závislost souřadnic



`kruhovy-pohyb.py`

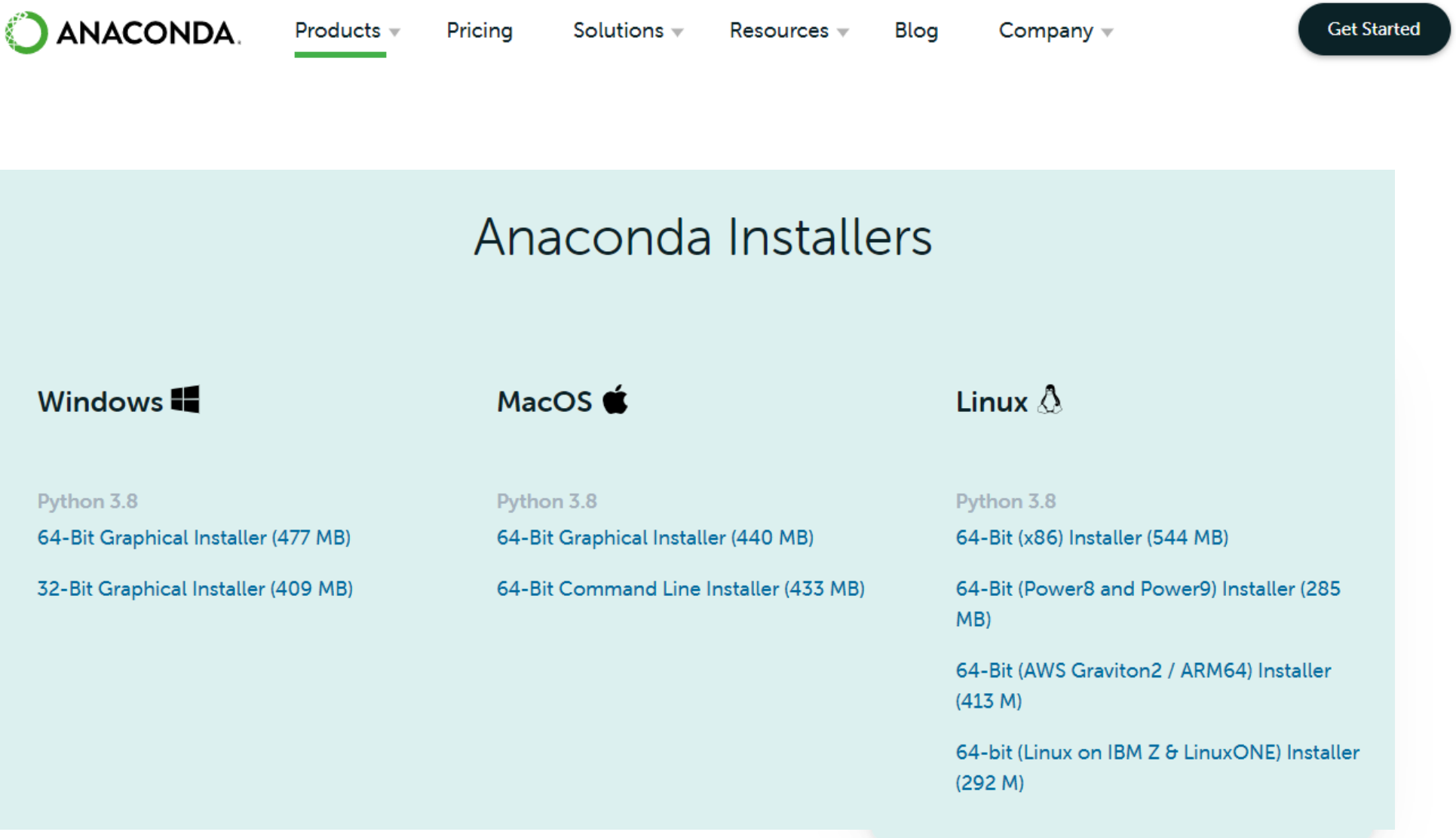
Python

https://www.anaconda.com/products/individual



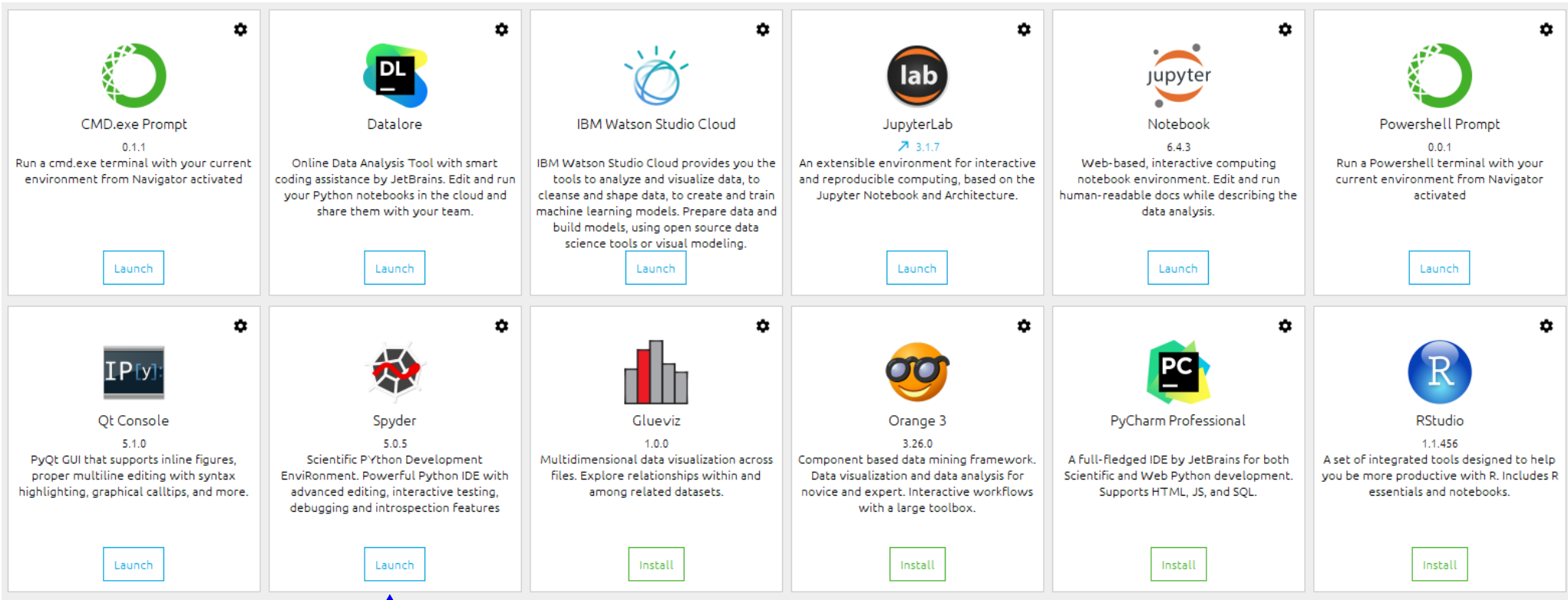
Python

https://www.anaconda.com/products/individual



Python

ANACONDA.NAVIGATOR



Spyder

Python - Spyder

Spyder (Python 3.8)

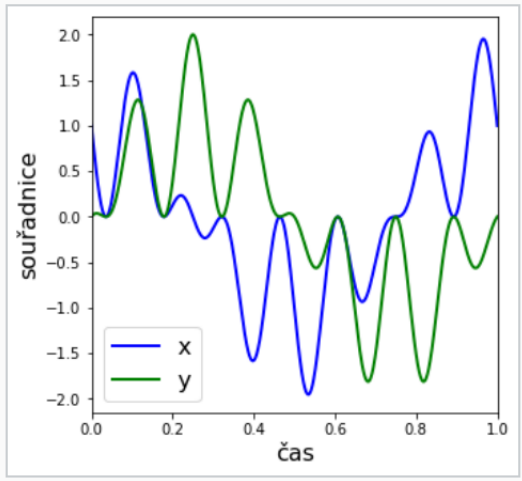
File Edit Search Source Run Debug Consoles Projects Tools View Help

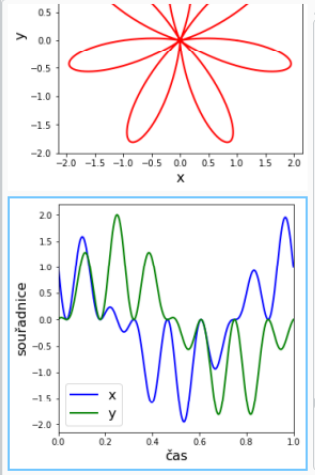
F:\text\teach\FyzikaI\2021\prednaska\prednaska2

F:\text\teach\FyzikaI\2021\prednaska\prednaska2\sroubovnice.py

HEA_sim.py - bulk\sc2 | HEA_sim.py - bulk\sc2b | HEA_sim.py - bulk\sc6 | DPL_spectra.py | DPL_view.py | dsc_bcg.py | sroubovnice.py

```
1  import numpy as np
2  import matplotlib.pyplot as plt
3  r=1
4  T=1
5  omega=2*np.pi/T
6  vz=T/10
7  t=np.linspace(0,10*T,1000)
8  x=r*np.cos(omega*t)
9  y=r*np.sin(omega*t)
10 z=vz*t
11
12 fig=plt.figure(figsize=(8,8))
13 ax=fig.add_subplot(projection='3d')
14 ax.plot(x,y,z,lw = 2,c="red")
15 ax.set_xlabel("x",fontsize=16)
16 ax.set_ylabel("y",fontsize=16)
17 ax.set_zlabel("z",fontsize=16)
18
19
```

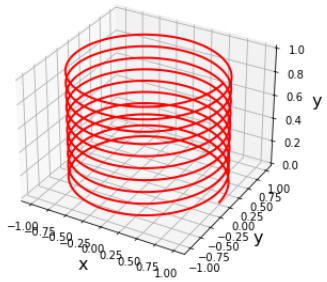




Help | Variable Explorer | Plots | Files

Console 1/A

```
In [32]: runfile('F:/text/teach/FyzikaI/2021/prednaska/prednaska2/sroubovnice.py', wdir='F:/text/teach/FyzikaI/
2021/prednaska/prednaska2')
```




```
In [33]: runfile('F:/text/teach/FyzikaI/2021/prednaska/prednaska2/sroubovnice.py', wdir='F:/text/teach/FyzikaI/
2021/prednaska/prednaska2')
```

IPython console | History