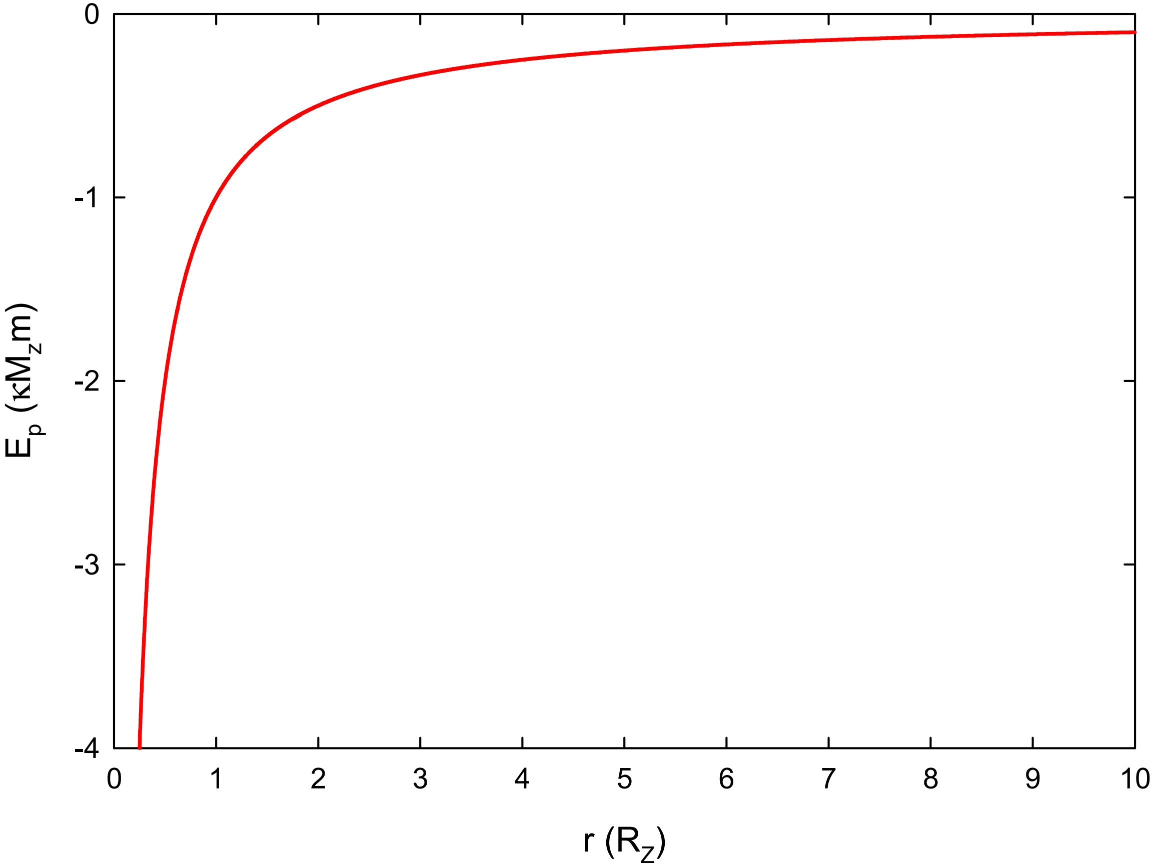
Gravitační pole

Potenciální energie v gravitačním poli: $-\dfrac{\kappa M_Z m}{r}$

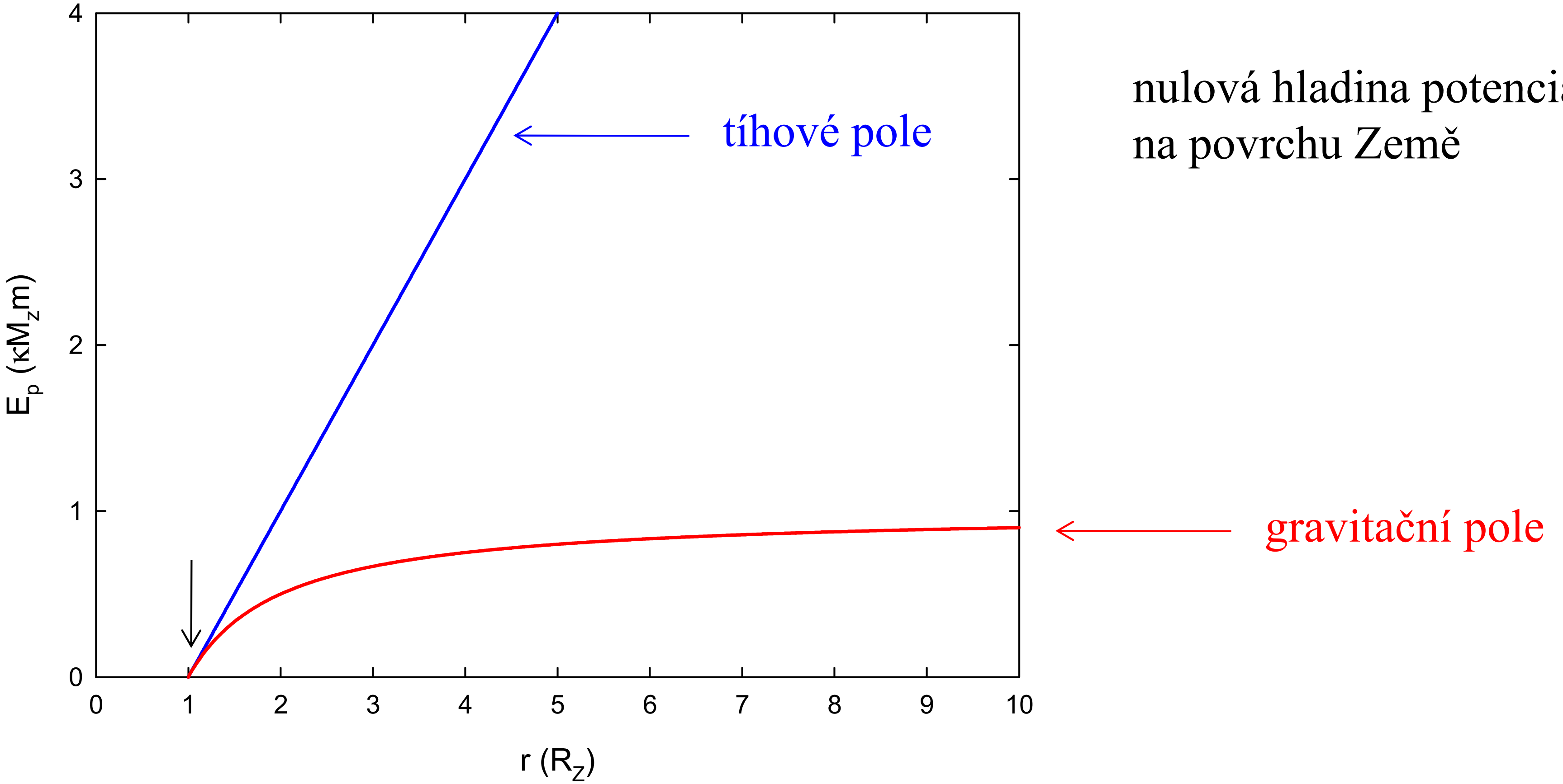


nulová hladina potenciální energie
v nekonečnu

Gravitační pole

Potenciální energie v tíhovém poli: $mg\left(r - R_Z\right)$

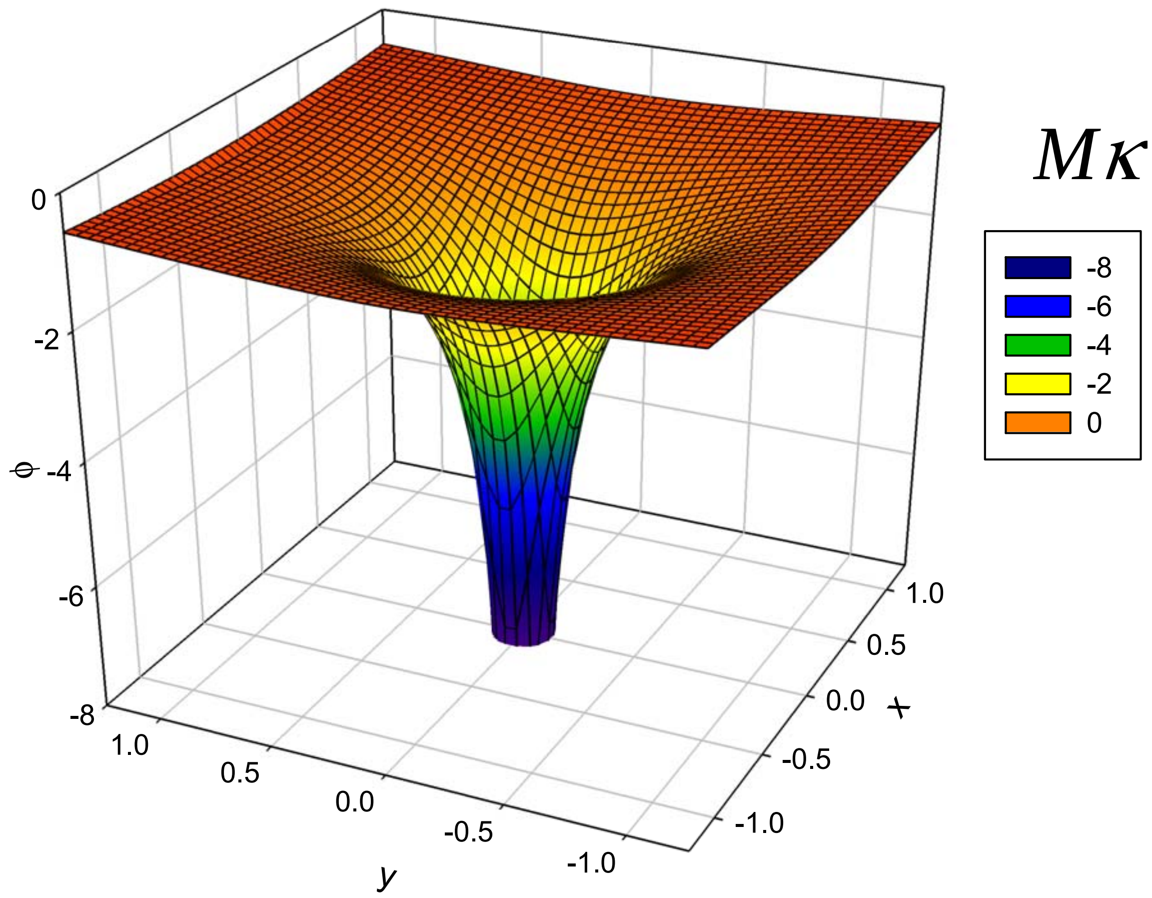
Potenciální energie v gravitačním poli: $\kappa M_Z m\left(\dfrac{1}{R_Z} - \dfrac{1}{r}\right) = mg\left(r - R_Z\right)\dfrac{R_Z}{r}$



nulová hladina potenciální energie
na povrchu Země

Gravitační pole hmotného bodu

potenciál gravitačního pole: $$\varphi(r) = -\kappa \frac{M}{r}$$



$$M\kappa = 1$$

Gravitační pole hmotného bodu

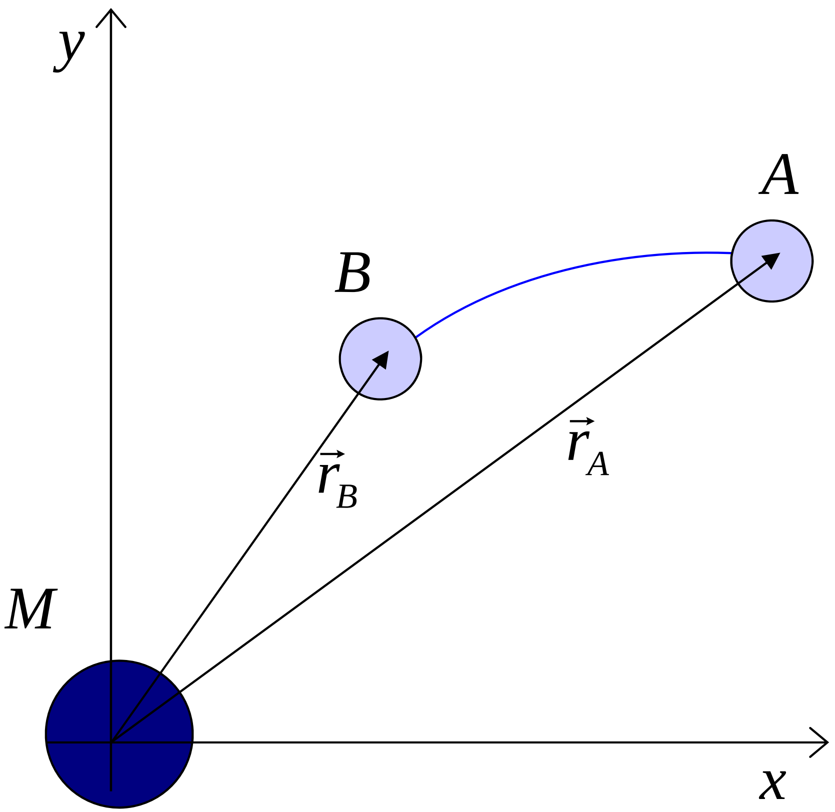
gravitační zákon

$$\vec{F} = -\kappa \frac{m M}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

těleso o hmotnosti *M* vytváří gravitační pole

intenzita gravitačního pole:

$$\vec{K} = -\kappa \frac{M}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \qquad \left[\mathrm{m\,s^{-2}}\right]$$



potenciál gravitačního pole:

$$\varphi(r) = -\kappa \frac{M}{r} \qquad \left[\mathrm{m^2\,s^{-2}}\right]$$

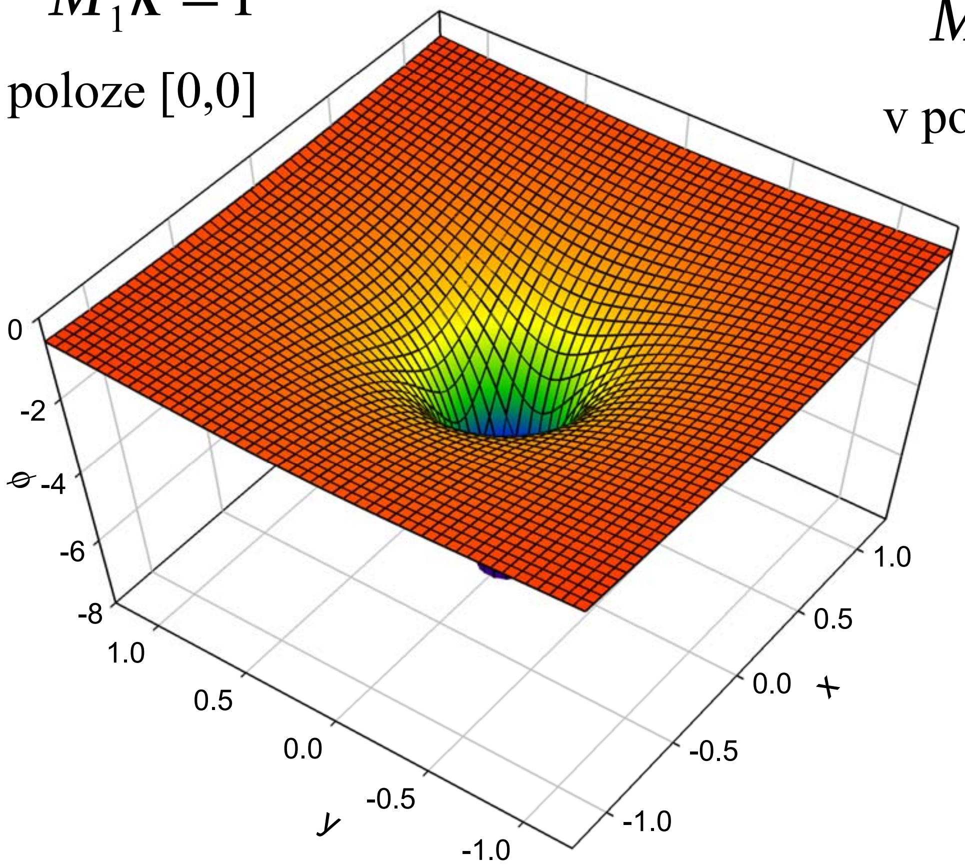
$$\varphi(r = \infty) = 0$$

Gravitační pole – princip superpozice

potenciál: $\varphi(r) = -\kappa \dfrac{M_1}{r - r_1}$ $\qquad$ $\varphi(r) = -\kappa \dfrac{M_2}{r - r_2}$

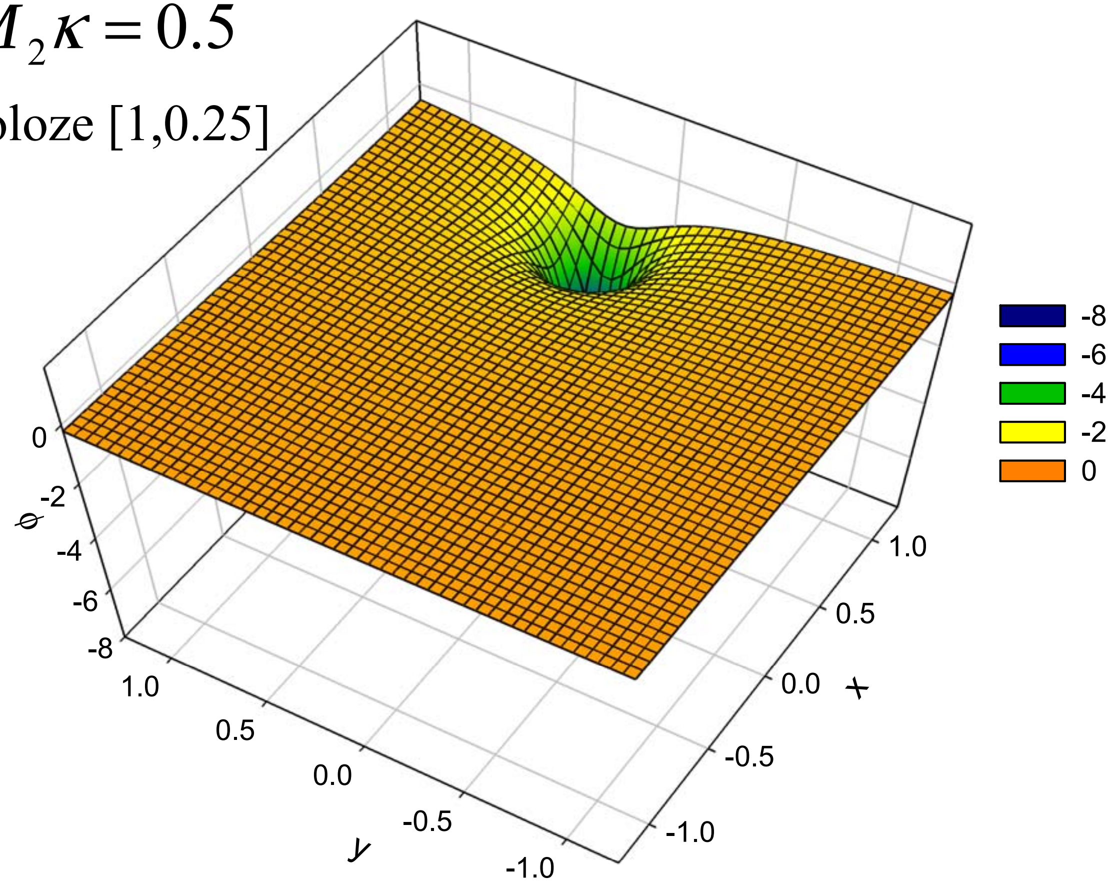
$M_1 \kappa = 1$

v poloze [0,0]



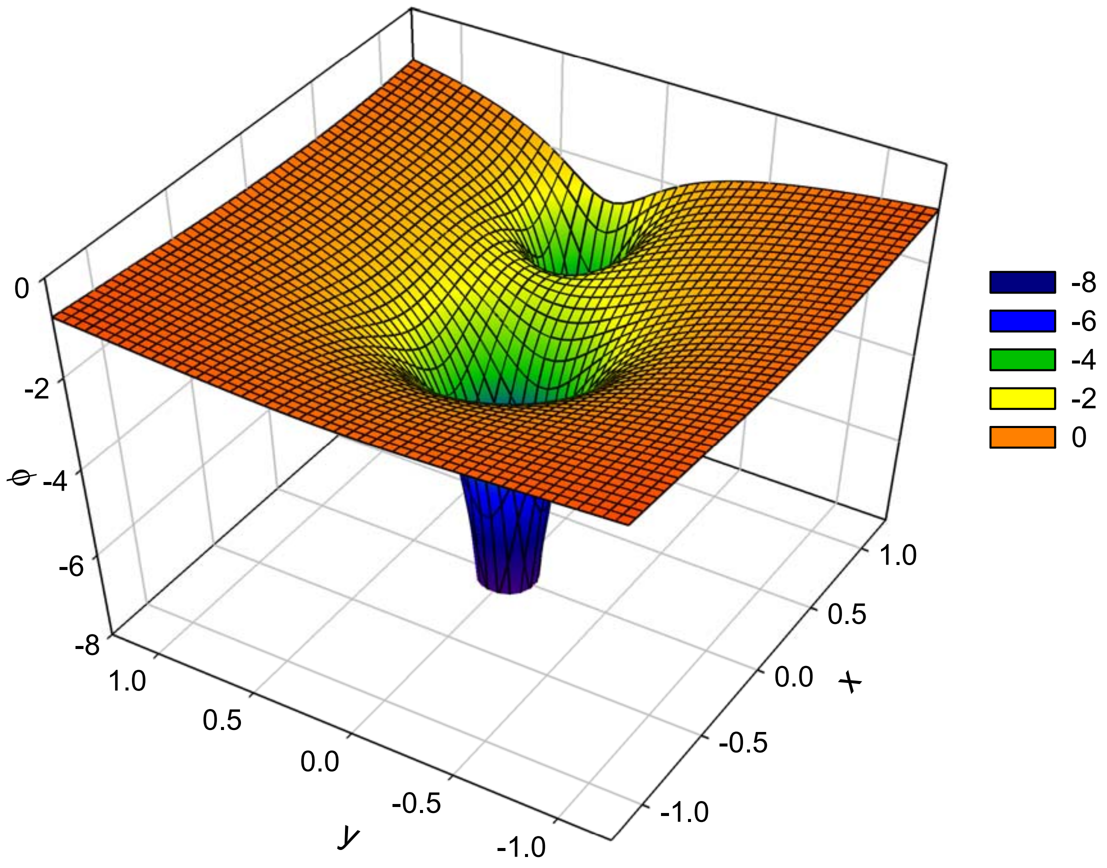
$M_2 \kappa = 0.5$

v poloze [1,0.25]



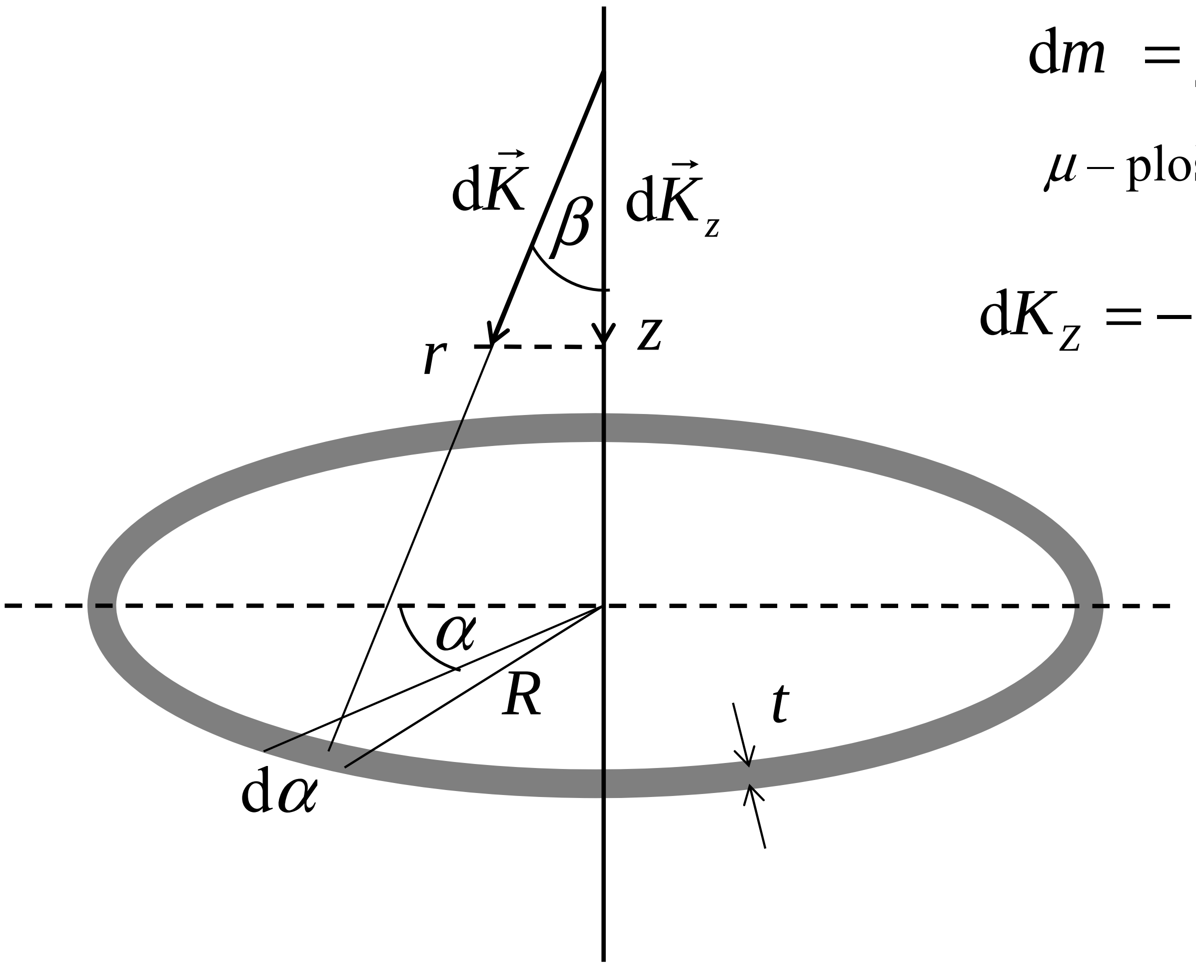
Gravitační pole – princip superpozice

potenciál: $$\varphi(r) = -\kappa\frac{M_1}{r-r_1} - \kappa\frac{M_2}{r-r_2}$$



Výpočet intenzity gravitačního pole

• **gravitační pole v ose prstence**



$$\mathrm{d}K_Z = -\frac{\kappa\,\mathrm{d}m\cos\beta}{r^2}$$

$$\mathrm{d}m = \mu t R\,\mathrm{d}\alpha \qquad \cos\beta = \frac{z}{r}$$

μ – plošná hustota

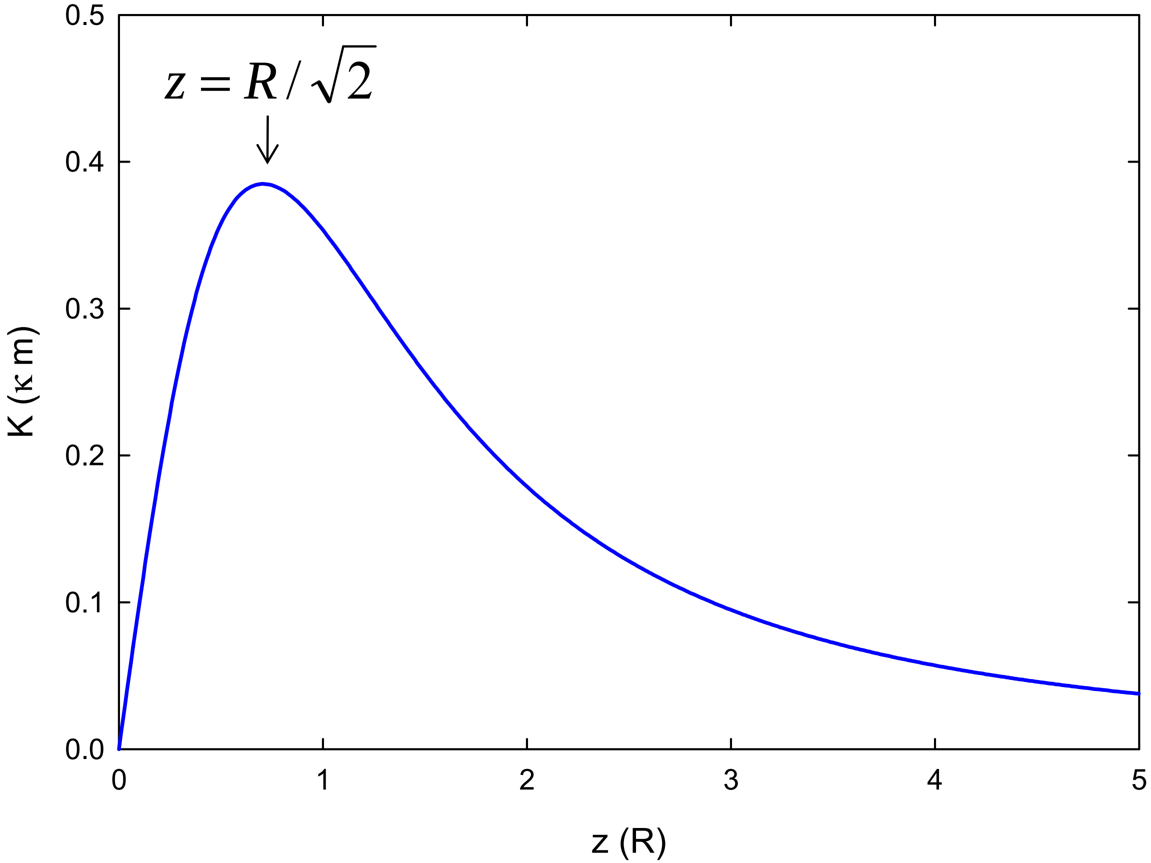
$$\mathrm{d}K_Z = -\frac{\kappa\, t\, \mu\, R\, z\, \mathrm{d}\alpha}{r^3} = -\frac{\kappa\, t\, \mu\, R\, z\, \mathrm{d}\alpha}{\left(z^2 + R^2\right)^{3/2}}$$

$$K_Z = -\frac{\kappa\, m\, z}{\left(z^2 + R^2\right)^{3/2}}$$

Výpočet intenzity gravitačního pole

• **gravitační pole v ose prstence**

velikost intenzity gravitačního pole



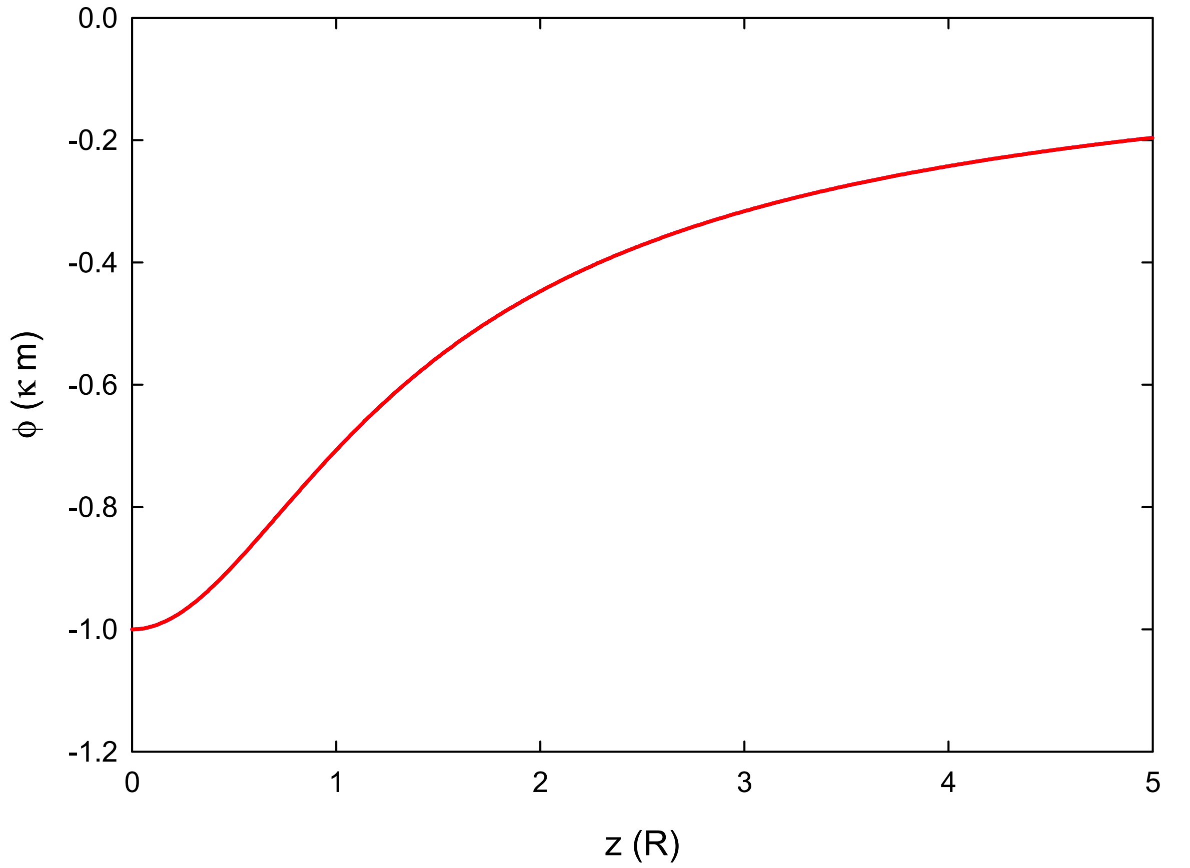
$$K = \frac{\kappa m z}{\left(z^2 + R^2\right)^{3/2}}$$

K je maximální v $z = R/\sqrt{2}$

Výpočet intenzity gravitačního pole

• **gravitační pole v ose prstence**

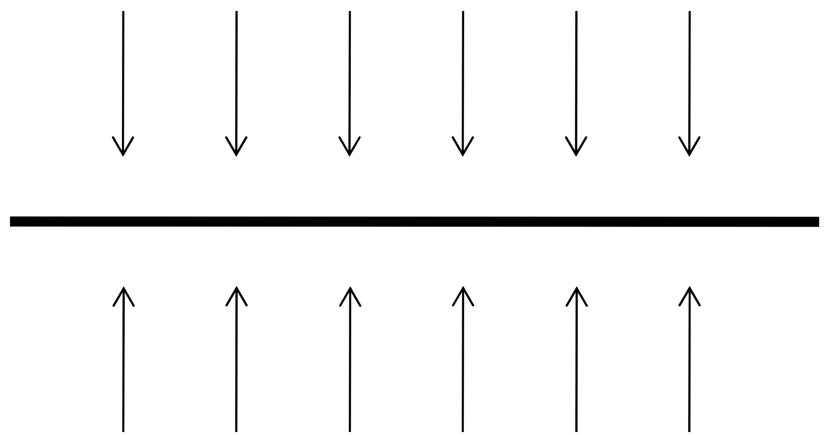
potenciál



$$\varphi = -\frac{\kappa m}{\left(z^2 + R^2\right)^{1/2}}$$

Výpočet intenzity gravitačního pole

- **nekonečná rovina**



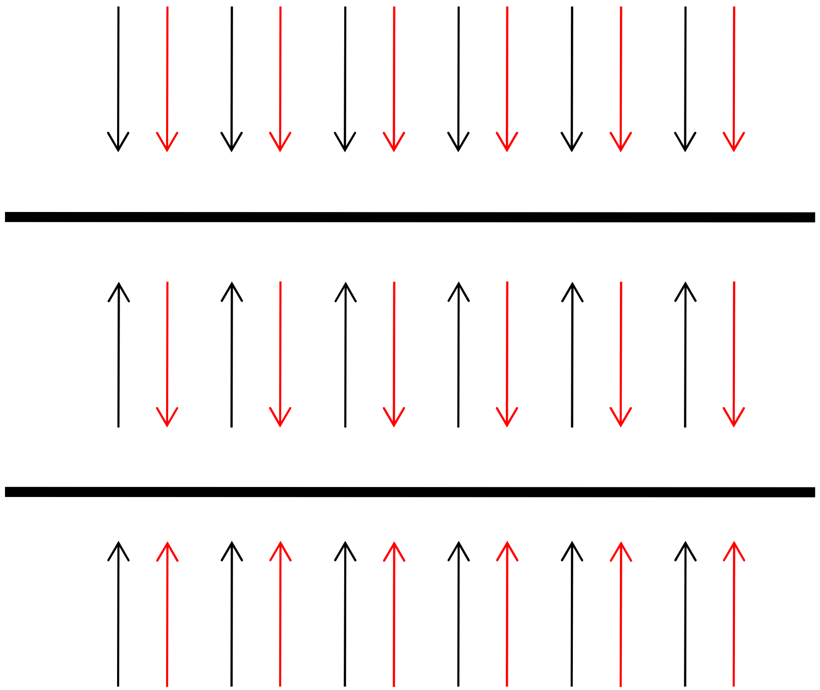
intenzita $$K = \kappa 2\pi\mu$$

potenciál $$\varphi = \kappa 2\pi\mu z$$

Výpočet intenzity gravitačního pole

- **dvě nekonečné roviny**

intenzita



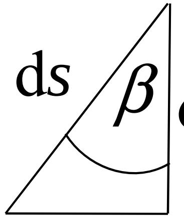
$$K = \kappa 4\pi\mu$$

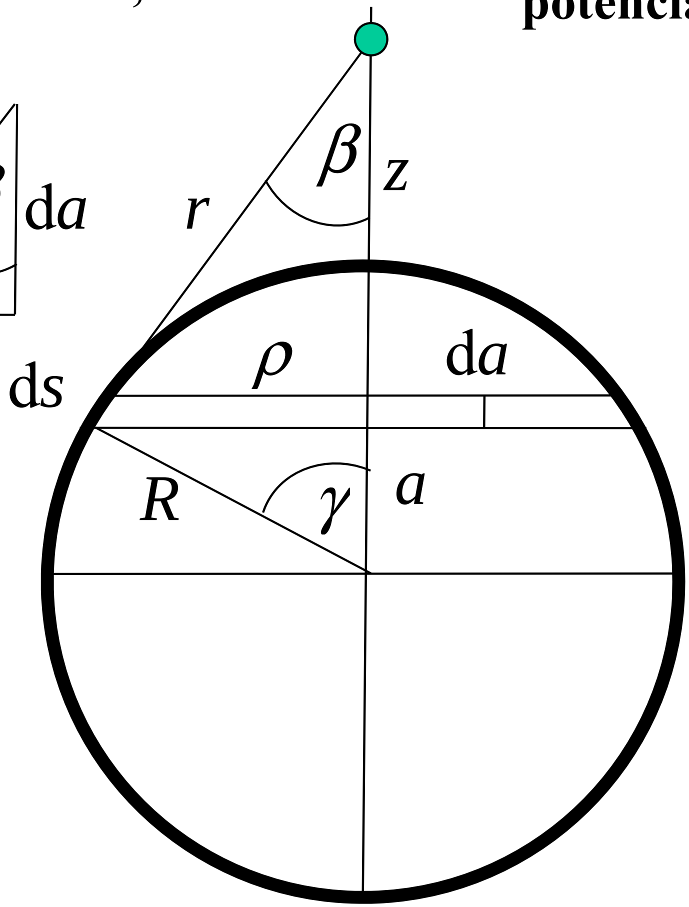
$$K = 0$$

$$K = \kappa 4\pi\mu$$

Výpočet potenciálu gravitačního pole

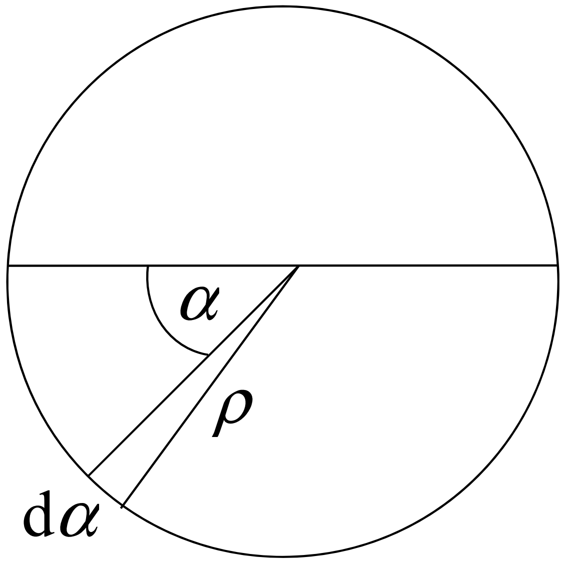
- **dutá koule, vně**





potenciál: $$d\varphi = -\frac{\kappa\, dm}{r} \qquad dm = \rho\,\mu\, d\alpha\, ds$$

$$ds = \frac{da}{\sin\gamma} = R\frac{da}{\rho} \qquad dm = \mu R\, d\alpha\, da$$



$$d\varphi = -\frac{\kappa\,\mu\, R\, d\alpha\, da}{r}$$

$$\varphi = \int_0^{2\pi}\int_{z+R}^{z-R} \frac{\kappa\,\mu\, R\, d\alpha\, dr}{z}$$

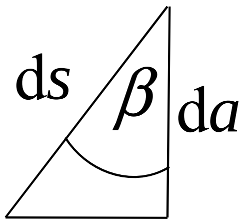
$$r^2 = (z-a)^2 + \rho^2 = z^2 - 2za + R^2$$

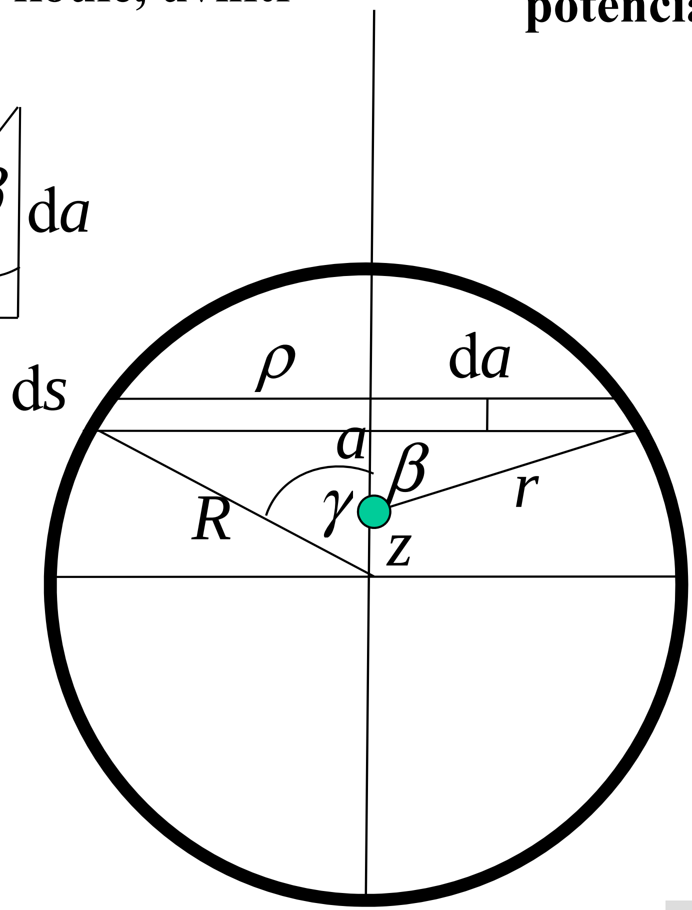
$$r\,dr = -z\,da$$

potenciál vně koule: $$\varphi = -\frac{\kappa\,\mu\, 4\pi R^2}{z} = -\frac{\kappa\, m}{z}$$

Výpočet potenciálu gravitačního pole

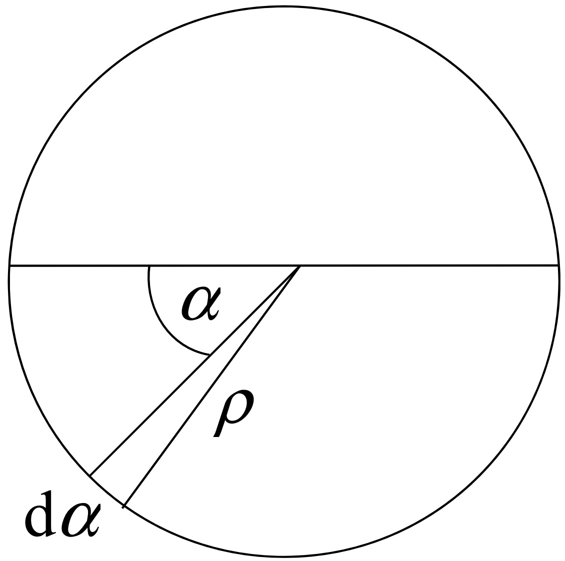
- **dutá koule, uvnitř**





potenciál: $$\mathrm{d}\varphi = -\frac{\kappa\,\mathrm{d}m}{r} \qquad \mathrm{d}m = \rho\,\mu\,\mathrm{d}\alpha\,\mathrm{d}s$$

$$\mathrm{d}s = \frac{\mathrm{d}a}{\sin\gamma} = R\frac{\mathrm{d}a}{\rho} \qquad \mathrm{d}m = \mu\,R\,\mathrm{d}\alpha\,\mathrm{d}a$$



$$\mathrm{d}\varphi = -\frac{\kappa\,\mu\,R\,\mathrm{d}\alpha\,\mathrm{d}a}{r}$$

$$\varphi = \int_0^{2\pi}\int_{z+R}^{R-z} \frac{\kappa\,\mu\,R\,\mathrm{d}\alpha\,\mathrm{d}r}{z}$$

$$r^2 = (z-a)^2 + \rho^2 = z^2 - 2za + R^2$$

$$r\mathrm{d}r = -z\mathrm{d}a$$

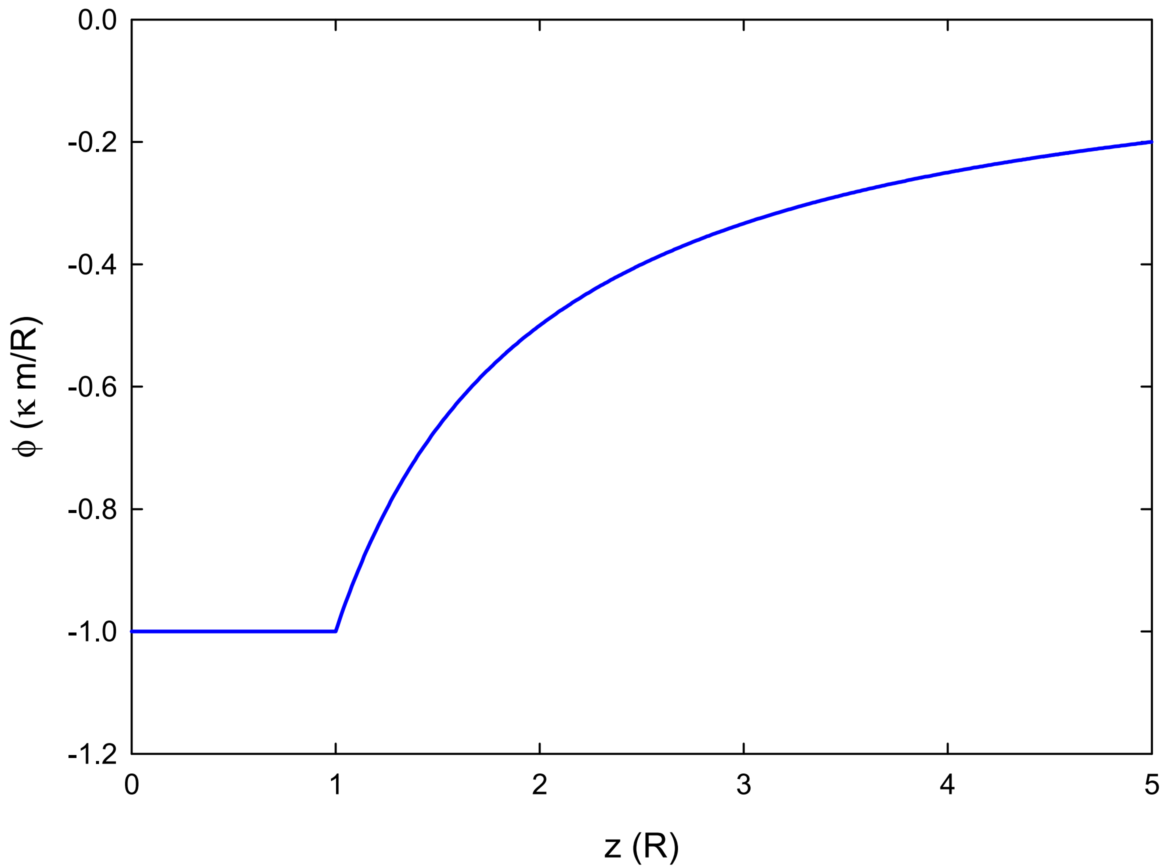
potenciál uvnitř koule: $$\varphi = -\kappa\,\mu\,4\pi\,R = \frac{-\kappa\,m}{R} = \mathrm{konst}$$

Výpočet potenciálu gravitačního pole

• **dutá koule**

potenciál: uvnitř koule ($z < R$): $$\varphi = -\frac{\kappa m}{R} = \text{konst}$$

vně koule ($z \geq R$): $$\varphi = -\frac{\kappa m}{z}$$



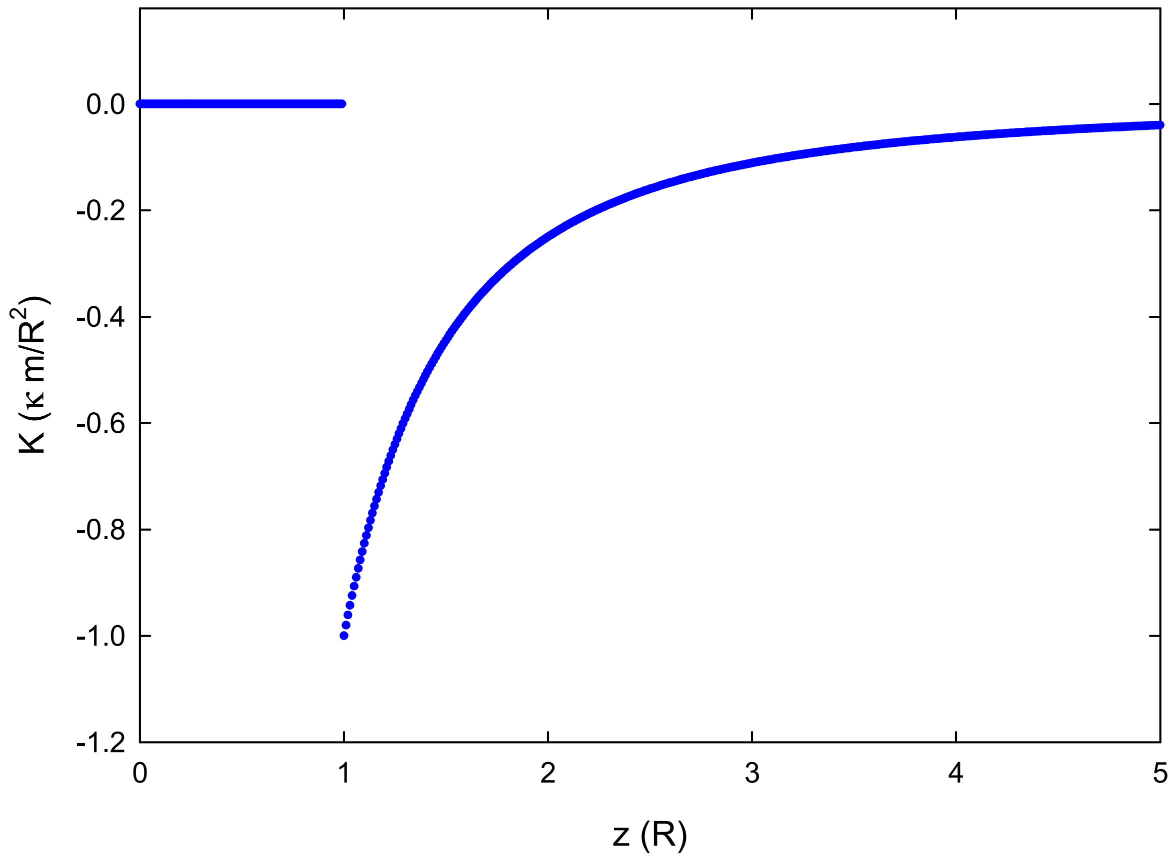
Výpočet potenciálu gravitačního pole

- **dutá koule**

intenzita: uvnitř koule ($z < R$): $K = 0$

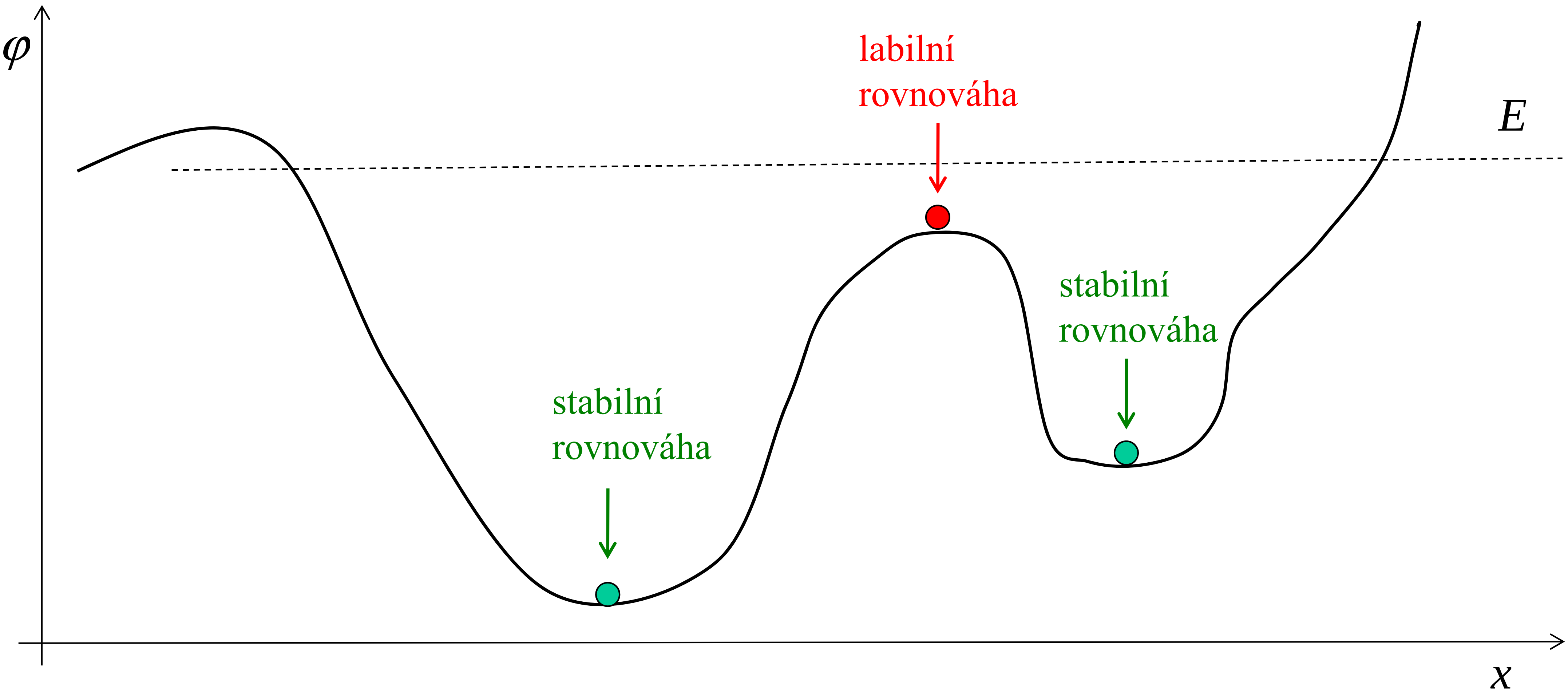
$$\vec{K} = (0,0,K_z)$$

vně koule ($z \geq R$): $K = -\frac{\kappa m}{z^2}$



Potenciál pole

celková energie: $E = E_K + E_p$



Konzervativní pole

- **konzervativní pole**

$$\oint \vec{F} d\vec{r} = 0$$

práce nezávisí na tvaru dráhy $\longrightarrow$ můžeme zavést potenciál a potenciální energii

zachovává se mechanická energie $E_k + E_p = \text{konst}$

konzervativní jsou všechna homogenní pole $\left(\vec{F} = \text{konst}\right)$ a pole centrálních sil $\left(\vec{F} = f(r)\dfrac{\vec{r}}{r}\right)$

- **nekonzervativní pole**

$$\oint \vec{F} d\vec{r} < 0$$

práce závisí na tvaru dráhy

kinetická energie pohybujícího se tělesa se snižuje